نوطة الحركة والتحريك في الفيزياء

أ. كرم غزي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

سلاماً على أولئك الذين رغم تعثرهم الدائم مع الحياة الا انهم ما زالو يرددون سنحيا بعد كربتنا ربيعاً كأننا لم نذق بالأمس مُرا ....

اتبع حلمك،شغفك، رسالتك في الحياة، انت تحمل في داخلك شيئًا فريدًا اكتشفه واجعله بوصلتك نحو دروب النور ، إنسانٌ بلا شغف لم يعرف الحياة بعد

لقد تعلمت أن السعادة الحقيقية هي أن أُدخل السعادة إلى قلوب الأخرين ..

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

س) عرف النواس المرن؟

عبارة عن نابض مرن مهمل الكتلة و معلق به جسم كتلته m

س) عرف ما يلي؟

- **المطال أو الازاحة** (x) : هو بعد مركز عطالة الجسم (c)عن مركز التوازن (O)
- **سعة الحركة** (X_{max}): هي المطال الاعظمي وهو موجب دوماً.
- **الدور الخاص** (T_o): زمن هزة واحدة كاملة
- **التواتر الخاص**(f_o) : عدد الهزات خلال ثانية

س) صنف الحركات الاهتزازية حسب القوى المؤثرة فيها ؟

1. **الحركة التوافقية البسيطة** : تؤثر فيه قوة ارجاع $(F= -K . x)$ تعيد الجسم الى وضع التوازن كلما ابتعد عنه
2. **الحركة الاهتزازية المتخامدة :** تؤثر فيه قوة ارجاع وقوى اخرى مضيعة(مبددة) للطاقة (قوى الأحتكاك - عدم مثالية مرونة النابض .) ويقف الجسم في وضع التوازن بعد عدد من الهزات

س) ما هو التفسير العلمي لحركة الجسم اثناء اهتزازه على جانبي وضع التوازن ؟

س) ماذا يحدث عند إزاحة الجسم بمقدار $(+ X_{max})$ وتركه دون سرعة ابتدائية ؟

ج) سيتجه الجسم نحو المركز(o)بفعل قوة الارجاع وتتسارع حركته بشكل متغير •تزداد السرعة كلما اقترب الجسم من المركز

س) ماذا يحدث في المركز التوازن (o) : ستصبح السرعة عظمى وتنعدم قوة الارجاع لان $(x=0)$ ولن يقف الجسم • بفعل السرعة التي اكتسبها الجسم سيتجه باتجاه $-X_{max}$ وتصبح حركته متباطئة:

حتى يصل الى $(-X_{max})$ يقف انياً ثم يعود للحركة وهكذا يرسم قطعة مستقيمة طولها : $(2X_{max})$

س) لديك تابع المطال في النواس المرن $x =X_{max}.\cos(\omega_o.t + \varphi)$ و بأختيار شروط البدء $(x = X_{max}$ في اللحظة $t= 0)$ اوجد قيمة الطور الابتدائي φ ؟

ج) $$x =X_{max}.\cos(\omega_o.t + \varphi)$$

نعوض $x =X_{max}$, $t=0$

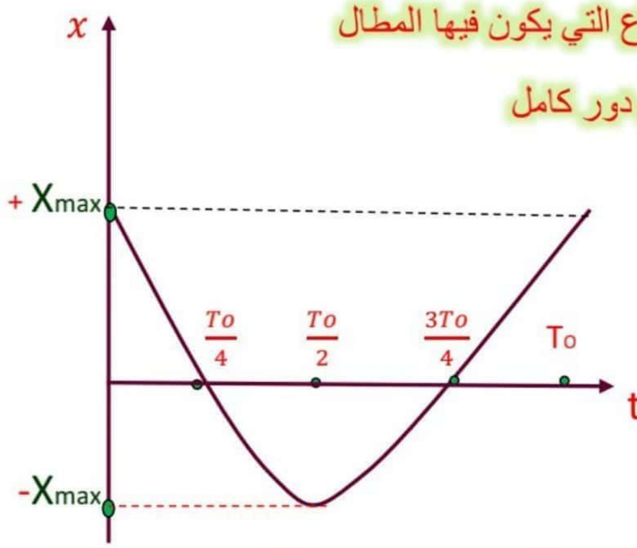
$$X_{max}= X_{max}.\cos(\varphi)$$

$$\cos(\varphi)=1 \longrightarrow \varphi=0$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

س) اكتب الشكل المختزل لتابع المطال وحدد الاوضاع التي يكون فيها المطال

• اعظمي • معدوم وارسم المنحني البياني للمطال في دور كامل



ج) تابع المطال: $x = X_{max}.COS(\omega_o.t)$

اعظمي: $COS(\omega_o.t) = \pm 1$

(الطرفيين) $x = \pm X_{max}$

معدوم: $COS(\omega_o.t) = 0$

(وضع التوازن) $x = 0$

مكرر دورات

س) انطلاقا من تابع المطال $x = X_{max}.COS(\omega_o.t)$ استنتج علاقة السرعة ؟

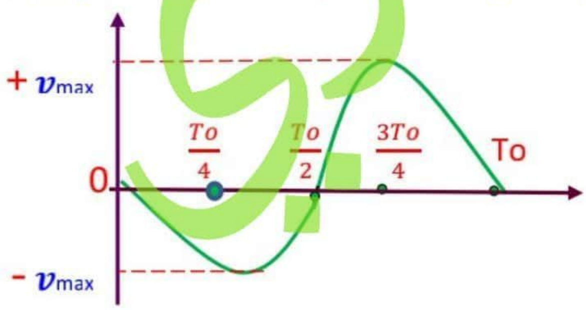
متى تكون • عظمى • معدومة ثم ارسم المنحني البياني للسرعة في دور كامل

ج) $v = (x)'_t = -\omega_o.X_{max}.Sin(\omega_o.t)$

• اعظمي: $Sin(\omega_o.t) = \pm 1$ ← $COS(\omega_o.t) = 0$ ← (وضع التوازن) $x = 0$

كطويلة: $v_{max} = \omega_o.X_{max}$ ((طويلة بلا إشارات))

معدوم: $Sin(\omega_o.t) = 0$ ← $COS(\omega_o.t) = \pm 1$ ← (الطرفيين) $x = \pm X_{max}$



2015

س) انطلاقا من تابع المطال $x = X_{max}.COS(\omega_o.t)$ استنتج علاقة التسارع

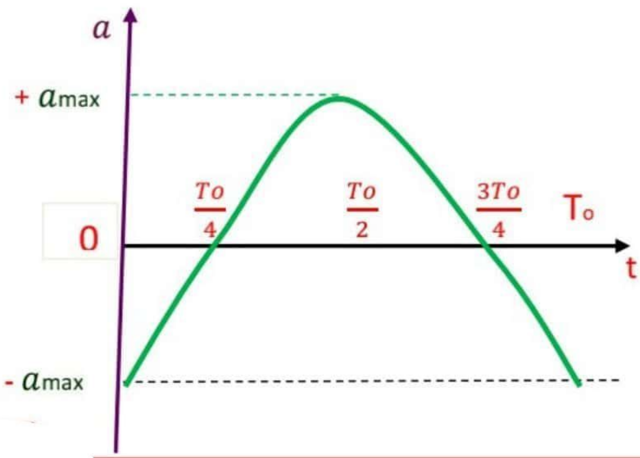
وحدد الأوضاع التي يكون فيها • اعظمي (طويلة) • معدوم ؟ مع الرسم

ج) $a = (v)'_t = (x)''_t$

$v = (x)'_t = -\omega_o.X_{max}.Sin(\omega_o.t)$

$a = (x)''_t = -\omega_o^2.X_{max}.COS(\omega_o.t)$

$a = -\omega_o^2.x$



• اعظمي: $x = \pm X_{max}$ (الطرفيين)

(كطويلة التسارع الاعظمي) $a_{max} = \omega_o^2.X_{max}$

• معدوم: $x = 0$ وضع التوازن

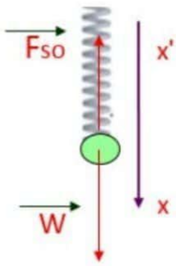
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2016

ملاحظة : التسارع a : مقدار متغير وليس ثابت ويتعلق ب x

س) ادرس تحركياً النواس المرن في حالتي السكون (x_0) والحركة (x) واستنتج منها علاقة قوة الارجاع

ج) **حالة السكون:** القوى المؤثرة:



1) ثقل الجسم : $\vec{W}$

2) توتر النابض : $\vec{F}_{so}$

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{W} + \vec{F}_{so} = \vec{0}$$

بالأسقاط على $\vec{xx'}$:

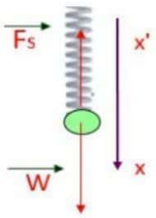
$$W - F_{so} = 0$$

$$W = F_{so}$$

تؤثرفي النابض قوة الشد F'_{so}

$$F'_{so} = F_{so} = W = K.\, x_0$$

حالة الحركة : القوى المؤثرة :



1) ثقل الجسم: $\vec{W}$

2) توتر النابض : $\vec{F}_s$

$$\sum \vec{F} = m.\, \vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{F}_s = m.\, \vec{a}$$

بالأسقاط على $\vec{xx'}$:

$$W - F_s = m.\, a \quad .... \text{(1)}$$

• تؤثرفي النابض قوة الشد F'_s :

$$F'_s = F_s = K(x_0 + x)$$

إيجاد قوة الارجاع : نعوض W ، F_s في (1) :

$$W - F_s = m.\, a$$

$$K.\, x_0 - K(x_0 + x) = m.a$$

$$\cancel{K.\, x_0} - \cancel{K.\, x_0} - K.\, x = m.\, a \quad ; \quad \boxed{F = m.\, a}$$

$$-K.\, x = F$$

$$F = -K.\, x$$

س) اختر الإجابة الصحيحة : تتعلق قوة الارجاع ب : دورة 2002

A) المطال B) الكتلة C) الدور D) السرعة

ارحموا من في الأرض يرحمكم من في السماء

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2017

س) انطلاقا من العلاقة $m \cdot a = -K \cdot x$ في النواس المرن

• استنتج ان حركة الجسم المعلق بالنابض جيبية انسحابية توافقية بسيطة

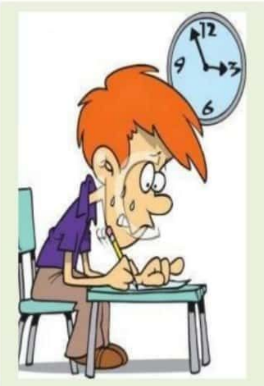
• استنتج علاقة دوره الخاص واذكر دلالات الرموز ؟

ج) $m \cdot a = -K \cdot x$

$\boxed{a = (x)''_t} \Longrightarrow m \cdot (x)''_t = -K \cdot x$

$$(x)''_t = -\frac{K}{m} \cdot x \quad ❶$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل :



$$x = X_{max} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi)$$

بالاشتقاق مرتين :

$$(x)'_t = -\omega_0 \cdot X_{max} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi)$$

$$(x)''_t = -\omega_0^2 \cdot X_{max} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi)$$

$$(x)''_t = -\omega_0^2 \cdot x \quad ❷$$

بمطابقة ❶ و ❷ نجد :

$$\omega_0^2 = \frac{K}{m}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} > 0$$

نستنتج ان حركة الجسم المعلق بالنابض (النواس المرن) جيبية انسحابية توافقية بسيطة

<u>استنتاج T_0</u> نعوض $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}} \longrightarrow \frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{K}}$$

T_0: الدور الخاص للنواس المرن (S)

m: كتلة الجسم (Kg)

K: ثابت صلابة النابض ($N.m^{-1}$)

ملاحظات : متعلقة بالدور الخاص للنواس المرن (اختيار اجابة صحيحة)

❶ الدور T_0 : لا يتعلق بسعة الاهتزاز (X_{max}) : لأنها لا توجد في علاقة الدور

❷ الدور T_0: يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لكتلة الجسم المهتز (m)

❸ الدور T_0: يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لثابت صلابة النابض (K)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

س) استنتج علاقة الطاقة الميكانيكية في الحركة التوافقية البسيطة (نواس مرن) واثبت انها مقدارا ثابتاً ؟

2016

ج)

$$E = E_P + E_K$$

نعوض :

$$\begin{cases} E_k = \frac{1}{2}.m.v^2 \\ E_p = \frac{1}{2}.K.x^2 \end{cases}$$

$$E = \frac{1}{2}.K.x^2 + \frac{1}{2}.m.v^2$$

نعوض :

$$x = X_{max}.\cos(\omega_o.t + \varphi)$$

$$v = -\omega_o.X_{max}.\sin(\omega_o.t + \varphi)$$

$$E = \frac{1}{2}.K.X^2_{max}.\cos^2(\omega_o.t+\varphi) + \frac{1}{2}m.\omega_o^2.X^2_{max}.\sin^2(\omega_o.t+\varphi)$$

$$\boxed{K = m.\omega_o^2}$$

$$E = \frac{1}{2}.K.X^2_{max}.\cos^2(\omega_o.t+\varphi) + \frac{1}{2}K.X^2_{max}.\sin^2(\omega_o.t+\varphi)$$

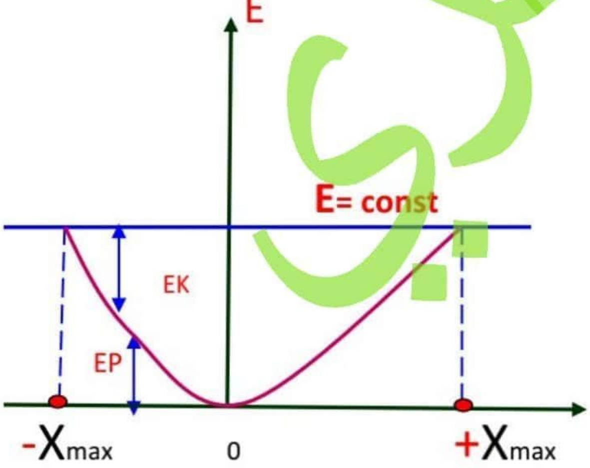
$$E = \frac{1}{2}.K.X^2_{max}[\cos^2(\omega_o.t+\varphi) + \sin^2(\omega_o.t+\varphi)]$$

$$E = \frac{1}{2}.K.X^2_{max}.1 = \frac{1}{2}.K.X^2_{max} = const$$

س) • ما شكل الطاقة في الوضعين $\mp X_{max}$ ؟

• ما شكل الطاقة في وضع التوازن ؟

•ارسم المنحني البياني لتغيرات الطاقة ؟



ج) في الاطراف $\mp X_{max}$:

$v = 0 \rightarrow E_K = 0 \rightarrow E = E_P$

في وضع التوازن :

$x = 0 \rightarrow E_P = 0 \rightarrow E = E_K$

ملاحظة: الطاقة الكلية هي تبادل بين الطاقتين الكامنة والحركية حيث :

•بالاقتراب من مركز الاهتزاز تنقص E_P وتزداد E_K وبالعكس كلما ابتعد عن المركز

•يستمر الاهتزاز في الحركة التوافقية بالتبادل بين الطاقتين الكامنة والحركية والطاقة الكلية ثابتة

ملاحظة: الطاقة الكلية : مقدار ثابت خط مستقيم ، الطاقة الكامنة E_p قطع مكافئ

تمثيل فرينل

س)ما هي العلاقة بين الحركة الدائرية المنتظمة والحركة التوافقية البسيطة ؟

ج) الحركة التوافقية البسيطة : هي مسقط الحركة الدائرية المنتظمة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

س_ أنطلاقا من مصونية الطاقة أثبت أن حركة النواس مرن جيبية انسحابية ثم أوجد علاقة الدور لهذا النواس؟

$$E = E_p + E_K \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} K x_{max}^2 = E = const$$

$$E_p = \frac{1}{2} K x^2 \qquad E_K = \frac{1}{2} m V^2$$

$$\frac{1}{2} K x^2 + \frac{1}{2} m V^2 = const$$

باشتقاق طرفين بالنسبة للزمن:

$$V = (\bar{x})'_t$$

$$\frac{1}{2}(2) K x (\bar{x})'_t + \frac{1}{2}(2) m V (\bar{V})'_t = 0$$

$$K x (\bar{x})'_t + m (\bar{x})'_t (\bar{x})''_t = 0$$

$$-m (\bar{x})''_t = K \bar{x}$$

$$① \quad (\bar{x})''_t = \frac{-K}{m} \bar{x}$$

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من الشكل:

$$x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$V = (\bar{x})'_t = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$a = (\bar{x})''_t = -\omega_0^2 x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\bar{x})''_t = -\omega_0^2 \bar{x} \quad ②$$

بمقارنة ① و ② نجد:

$$\frac{-K}{m} \bar{x} = -\omega_0^2 \bar{x}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$$ مقادير m ، K موجبة

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} > 0$$

أي حركة النواس المرن جيبية انسحابية.

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}}$$

س_ أثبت صحة العلاقة الرياضية التالية:

$$V = \sqrt{\omega_0^2 (x_{max}^2 - x^2)}$$

$$V = \omega_0 \sqrt{(x_{max}^2 - x^2)}$$

الحل:

$$x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\cos(\omega_0 t + \varphi) = \frac{x}{x_{max}} \quad ①$$

$$\sin(\omega_0 t + \varphi) = \frac{-V}{\omega_0 x_{max}} \quad ②$$

$$\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x_{max}^2} + \frac{V^2}{\omega_0^2 x_{max}^2} = 1$$

$$\frac{x^2 \omega_0^2 + V^2}{\omega_0^2 x_{max}^2} = 1$$

$$V^2 = \omega_0^2 x_{max}^2 - \omega_0^2 x^2$$

$$V^2 = \omega_0^2 (x_{max}^2 - x^2)$$

$$V = \sqrt{\omega_0^2 (x_{max}^2 - x^2)}$$

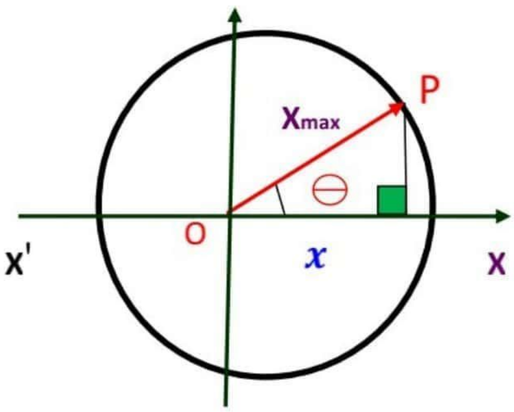
$$V = \omega_0 \sqrt{x_{max}^2 - x^2}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظة : تمثيل فرينل : هو نصف قطر الدائرة اي $(X_{max} = r)$

س) استنتج تابع المطال في الحركة الانسحابية عندما تصنع زاوية $(\theta = \omega_o.t + \varphi)$ بماذا يتصف شعاع فرينل $(\overrightarrow{OP})$

ما تطبيقات تمثيل التوابع الجيبية بطريقة فرينل



ج) الاستنتاج : من المثلث القائم

$$\cos(\theta) = \frac{x}{X_{max}}$$

$$x = X_{max}.\cos(\theta)$$

$$x = X_{max}.\cos(\omega_o.t + \varphi)$$

صفاته

1) طويلته ثابتة تساوي سعة الحركة X_{max}

2) يصنع مع المحور $\overrightarrow{xx'}$ في اللحظة $(t=0)$ زاوية (φ)

3) يصنع مع المحور $\overrightarrow{xx'}$ في اللحظة (t) زاوية $(\theta = \omega_o.t + \varphi)$

4) يدور بسرعة زاوية ثابتة ω_o (نبض الحركة الجيبية) .

5) مسقطه القائم على $\overrightarrow{XX'}$ يمثل مطال الحركة (x)

التطبيقات: تحويل جمع التوابع الجيبية الى جمع هندسي(شعاعي)

ملاحظات للمسائل

1 **حساب الدور الخاص** T_o : الواحدة (S)

$$T_o = 2\pi.\sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$T_o = \frac{\text{زمن الهزات}}{\text{عدد الهزات}} = \frac{t}{N}$$

2 **ثابت صلابة النابض** (K) ب $(N.m^{-1})$

$$K = \omega_o^2.m$$

3 **حساب الطاقات** : J

A) الطاقة الميكانيكية (E) : $E = \frac{1}{2}.K.X^2_{max}$

B) الطاقة الكامنة المرونية (E_p) : $E_p = \frac{1}{2}.K.x^2$

c) الطاقة الحركية (E_K) : $E_K = E - E_p$

او $E_K = \frac{1}{2}.m.v^2$

4 قوة الارجاع : $F = -K.x$ ب (N)

5 قوة شد العظمى $F_{max} = K.X_{max}$ ب (N)

6 حساب السرعة v ب $(m.S^{-1})$

$$v = -\omega_o.X_{max}.\sin(\omega_o.t + \varphi)$$

السرعة العظمى : $v_{max} = \omega_o.X_{max}$

7 التسارع a : ب $(m.S^{-2})$

$$a = -\omega_o^2.x$$

8 مقدار الاستطالة السكونية x_o : بالمتر (m)

$$W = F_{So} = F'_{So}$$

$$m.g = K.x_o$$

$$x_o = \frac{m.g}{K}$$

9 سعة الاهتزاز X_{max} : بالمتر (m)

عندما يذكر ان السرعة الابتدائية معدومة او النقطة في مطالها الاعظمي الموجب :

$$X_{max} = x$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

10 حساب النبض الخاص ω_0 : الواحدة $(rad.\,S^{-1})$

A) يعطى الدور T_0 : $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ او $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$

B) يعطى كمية الحركة العظمى P_{max} : $(kg.m.S^{-1})$

$$P_{max} = m.\,v_{max}$$

$$P_{max} = m.\,\omega_0.\,X_{max}$$

11 حساب زمن المرور الاول و الثاني في وضع التوازن :

• عندما $\varphi = 0$ (تعويض مباشر) • الاول $t_1 = \frac{T_0}{4}$ • الثاني $t_2 = \frac{3T_0}{4}$

• عندما $\varphi \neq 0$: نجعل $x = 0$ في التابع : $0 = X_{max}.COS(\omega_0.t + \varphi)$

12 عند حساب و اختيار قيمة φ :

نعوض شروط البدء (x ، X_{max} ، $t = 0$) في المطال : $x = X_{max}.COS(\omega_0.t + \varphi)$

♥ عندما $\varphi \neq 0$ نلجئ لتابع السرعة $v = -\,\omega_0.X_{max}.Sin(\varphi)$ ونختار قيمة φ التي تجعل السرعة موجبة او سالبة حسب المطلوب بنص المسألة (نختار عكس المكتوب بالمسألة)

المسألة الاولى : هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نقطة مادية كتلتها $(m=1Kg)$ معلقة بنابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت الصلابة $K=10\ N.\,m^{-1}$ وبسعة اهتزاز $X_{max} = 4cm$ بفرض ان مبدأ الزمن $t = 0$ عندما النقطة المادية في مطالها الاعظمي الموجب :

2013+2017

1. احسب الدور الخاص للنواس المرن
2. استنتج التابع الزمني للمطال انطلاقا من شكله العام ؟
3. عين لحظة(زمن) المرور الاول والثاني للنقطة المادية من مركز الاهتزاز
4. احسب قيمة السرعة للنواس عند المرور الأول للمطال بوضع التوازن ؟
5. احسب قوة الارجاع و تسارع النقطة المادية لحظة مرورها في مطال $(x = 2cm)$
6. احسب الطاقة الميكانيكية للهزازة ؟
7. احسب الطاقة الكامنة و الحركية عندما مطالها $(x = 2cm)$ اعتبر $\pi^2 = 10$

الحل : $X_{max} = 4cm = 4\times10^{-2}\ m$

1 حساب T_0

$$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{1}{10}} = 2\ S$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2 التابع الزمني : $x = X_{max}.COS(\omega_0.t + \varphi)$

تعين الثوابت : X_{max} ، ω_0 ، φ

لدينا : $X_{max} = 4 \times 10^{-2} m$

حساب ω_0 : $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad.S^{-1}$

حساب φ : نعوض شروط البدء

في المطال $\begin{cases} X_{max} = x = 4 \times 10^{-2} m \\ t = 0 \end{cases}$

$$x = X_{max}.COS(\omega_0.t + \varphi)$$

$$\cancel{4 \times 10^{-2}} = \cancel{4 \times 10^{-2}}.COS(\varphi)$$

$$COS\varphi = 1 \longrightarrow \varphi = 0$$

نعوض الثوابت في المطال $x = X_{max}.COS(\omega_0.t + \varphi)$

$$x = 4 \times 10^{-2}.COS(\pi.t)$$

3 حساب t_1 : $t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} S$

حساب t_2 : $t_2 = \frac{3T_0}{4} = \frac{3x2}{4} = \frac{3}{2} S$

4 حساب v : $v = -\omega_0.X_{max}.Sin(\omega_0.t + \varphi)$

$\boxed{t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} s}$

$$v = -\pi \times 4 \times 10^{-2} \times Sin(\pi \times \frac{1}{2} + 0) = -4\pi \times 10^{-2}\ m.S^{-1}$$

5 حيث $x = 2Cm = 2 \times 10^{-2} m$

حساب F : $F = -K.x = -10 \times 2 \times 10^{-2} = -2 \times 10^{-1}\ N$

حساب a : $a = -\omega_0^2.x$

$$a = -(\pi)^2 \times 2 \times 10^{-2} = -10 \times 2 \times 10^{-2} = -2 \times 10^{-1}\ m.S^{-2}$$

6 حساب E : $E = \frac{1}{2}.K.X^2_{max}$

$$E = \frac{1}{2} x10x(4 \times 10^{-2})^2 = 5x16 x10^{-4} = 80 x10^{-4}\ J$$

7 حساب Ep : $E_p = \frac{1}{2}.K.x^2$

$$E = \frac{1}{2} x10x(2 \times 10^{-2})^2 = 5 x4 x10^{-4} = 20 x10^{-4}\ J$$

حساب E_K : $E_K = E - E_p$

$$E_K = 80 x10^{-4} - 20 x10^{-4} = 60 x10^{-4}\ J$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المسألة الثانية: تشكل هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته $K=100\ N.m^{-1}$ يثبت الى سقف من أحدى نهايتيه ويربط بنهايته الثانية جسم كتلته $m=1Kg$ حيث $g=10\ m.S^{-2}$

2005

1 حساب استطالة النابض x_o في حالة سكون الجسم المعلق .

2 نزيح الجسم عن وضع توازنه شاقولياً نحو الاسفل وضمن حدود مرونة النابض مسافة قدرها $x = 5cm$ ونتركه دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t=0$ والمطلوب :

A) اكتب التابع الزمني للمطال معينا ثوابته انطلاقا من الشكل العام لتابع المطال

B) احسب شدة قوة الارجاع (القوة المعيدة) في اللحظة $t=0$ واحسب التسارع عندئذ.

D) عين المواضع التي تكون فيها شدة محصلة القوى عظمى واحسب قيمتها وحدد موضعاً تنعدم فيه شدة محصلة القوى

الحل : المعطيات : $K=100\ N.m^{-1}$ ، $m=1kg$

1 حساب x_o:

$$W = F_{So} = F`_{So}$$

$$m.g = K.\ x_o$$

$$x_o = \frac{m.g}{K} = \frac{1 \times \cancel{10}}{\cancel{100}} = 10^{-1} m$$

2 حيث $x = 5cm = 5 \times 10^{-2} m$

A) التابع الزمني : $x = X_{max}.COS(\omega_o.t+\varphi)$

تعين الثوابت : X_{max} ، ω_o ، φ

حساب X_{max} : $X_{max} = x = 5 \times 10^{-2} m$ (لأنها بدون سرعة ابتدائية)

حساب ω_o : $\omega_o = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10\ rad.S^{-1}$

حساب φ : نعوض شروط البدء

في المطال $\left\{ \begin{array}{l} X_{max} = x = 5 \times 10^{-2} m \\ t = 0 \end{array} \right.$

$$x = X_{max}.COS(\omega_o.t+\varphi)$$

$$\cancel{5 \times 10^{-2}} = \cancel{5 \times 10^{-2}}.COS(\varphi)$$

$$COS\varphi = 1 \longrightarrow \varphi = 0$$

نعوض الثوابت في المطال $x = X_{max}.COS(\omega_o.t+\varphi)$

$$\boxed{x = 5 \times 10^{-2}.COS(10.t)}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

B)حساب F : $F = -K.x = -\cancel{100} \times 5 \times \cancel{10^{-2}} = -5$ N

• حساب a : $a = -\omega_0^2 . x$

$$a = (10)^2 \times 5 \times 10^{-2} = -\cancel{100} \times 5 \times \cancel{10^{-2}} = -5 m.S^{-2}$$

عندما يتحدث الناس عنك بسوء وأنت تعلم أنك لم تخطئ في حق أحد منهم ،
تذكر أن تحمد الله الذي أشغلهم بك ولم يشغلك بهم

D) حساب F_{max} : $F_{max} = K.X_{max}$

$$F_{max} = \cancel{100} \times 5 \times \cancel{10^{-2}} = 5N$$

F عظمى عندما x عظمى : في الوضعين الطرفيين $(\mp X_{max})$

F معدومة : بوضع التوازن $x = 0$

ملاحظة : عندما يعطى مسافة من $+X_{max}$ الى $-X_{max}$: ♥ حساب X_{max} : هي نصف المسافة : لان ((المسافة الكاملة $= 2.X_{max}$)) ♥ حساب الدور $T_0 = 2t \longrightarrow \frac{T_0}{2} = t$ (نصف دورة)

المسألة الثالثة: يتحرك جسم حركة جيبية انسحابية بحيث ينطلق في مبدأ الزمن من نقطة مطالها $+X_{max}$ حتى يصل الى المطال المناظر $-X_{max}$ قاطعا مسافة 10 cm فيستغرق زمناً قدره 10 S

1 استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقا من شكله العام ؟

2 احسب قيمة السرعة العظمى للحركة (طويلة) ؟

3 احسب تسارع الجسم لحظة مروره في وضع مطاله $(x = -X_{max})$

4 بفرض ان كتلة الجسم المهتز بمرونة النابض m=1Kg

A) احسب ثابت صلابة النابض ؟ B) احسب قوة الارجاع عند x =2cm

C) احسب الطاقة التي يقدمها المجرب (الطاقة الميكانيكية) ليهتز بالسعة السابقة نفسها ؟

D) احسب الطاقة الكامنة في نقطة مطالها x =2cm واحسب طاقتها الحركية عندئذ ؟

الحل : حساب X_{max} : $X_{max} = 5cm = 5 \times 10^{-2}m$ (نصف المسافة)

حساب T_0: $T_0 = 2.t = 2 \times 10 = 20$ S $\longleftarrow \frac{T_0}{2} = t$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

❶ التابع الزمني : $x = X_{max} . COS(\omega_0 . t + \varphi)$

تعين الثوابت: X_{max} ، ω_0 ، φ • لدينا $X_{max} = 5 \times 10^{-2} m$

• حساب ω_0 : $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$ $rad.S^{-1}$

• حساب φ : نعوض الشروط

في مطال $\left\{ \begin{array}{l} x = X_{max} = 5 \times 10^{-2} \\ t = 0 \end{array} \right.$

$x = X_{max} . COS(\omega_0 . t + \varphi)$

$\cancel{5 \times 10^{-2}} = \cancel{5 \times 10^{-2}} . COS(\varphi)$

$COS(\varphi) = 1 \longrightarrow \varphi = 0$

نعوض الثوابت في المطال $x = X_{max} . COS(\omega_0 . t + \varphi)$

$x = 5 \times 10^{-2} . COS(\frac{\pi}{10} . t)$

❷ حساب v_{max} : $v_{max} = \omega_0 . X_{max} = \frac{\pi}{10} \times 5 \times 10^{-2} = 5\pi \times 10^{-3}$ $m.S^{-1}$

❸ حساب a : $x = -X_{max} = -5 \times 10^{-2}$ m

$a = -\omega_0^2 . x = -(\frac{\pi}{10})^2 \times (-5 \times 10^{-2})$

$a = \frac{\cancel{10}}{\cancel{100}} \times 5 \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-3}$ $m.S^{-2}$

❹ حيث $m = 1Kg$

(A حساب K : $K = \omega_0^2 . m$

$K = (\frac{\pi}{10})^2 \times 1 = \frac{10}{100} = 10^{-1}$ $N.m^{-1}$

(B $x = 2cm = 2 \times 10^{-2}$ m

حساب F : $F = -K . x = -10^{-1} \times 2 \times 10^{-2} = -2 \times 10^{-3} N$

(C حساب E : $E = \frac{1}{2} . K . X^2_{max}$

$E = \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times (5 \times 10^{-2})^2$

$E = \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times 25 \times 10^{-4} = 12.5 \times 10^{-5}$ J

(D حساب Ep: $x = 2cm = 2 \times 10^{-2}$ m

$E_P = \frac{1}{2} . K . x^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times (2 \times 10^{-2})^2$

$= \frac{1}{2} \times 10^{-1} \times 4 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-5}$ J

حساب E_K : $E_K = E - E_p$

$E_K = 12.5 \times 10^{-5} - 2 \times 10^{-5} = 10.5 \times 10^{-5}$ J

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

في حال طلب حساب الطاقة الحركية عند مطال x
نحسب أولاً E_p عند x
ثم $E_K = E - E_p$
ويمكن من طاقة حركية حساب سرعة جسم معين حيث:
$$E_K = \frac{1}{2} m V^2$$
في حال طلب حساب الطاقة الكامنة عند سرعة V
نحسب أولاً E_K عند V
ثم $E_p = E - E_K$
ويمكن من الطاقة الكامنة حساب مطال حركة:
$$E_p = \frac{1}{2} K x^2$$

اختبر نفسي ص 16+17

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1) $\bar{x} = 0.08 \cos(\pi t + \pi)$ (a)

من الرسم: $x_{max} = 8cm = 0.08m$

$\omega_0 = \pi \ rad/s$

حسب شروط البدء: $\left(\begin{array}{l} t = 0 \\ x = x_{max} \end{array} \right)$

$\Rightarrow -x_{max} = x_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\cos \varphi = -1$

$\varphi = \pi \ rad$

2) $\bar{V} = -0.12\pi \sin 2\pi t$ (c)

لأن من الرسم:

$V_{max} = 0.12\pi \ m/s$

$\frac{T_0}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_0 = 1s$

حسب شروط البدء:

$\left. \begin{array}{l} t = 0 \\ x = x_{max} \end{array} \right\} \varphi = 0 \ rad$

3) (d)

ثانياً:

1) موجود الحل ضمن شرح الدرس.

2) الدراسة التحريكية (f)

جملة مدروسة: نابض مرن مهمل كتلة حلقاته ومتباعدة مثبت بنهايته جسم.

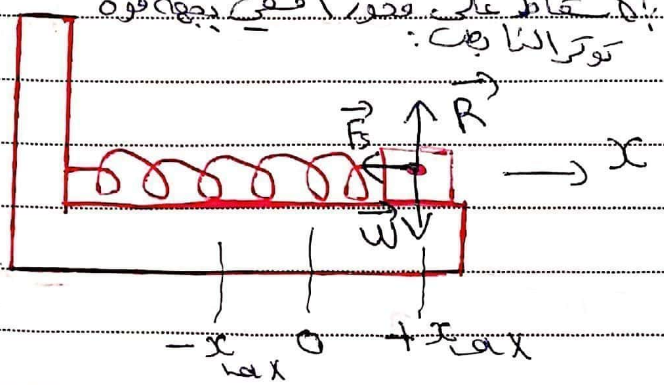
القوى مؤثرة:
$\vec{W}$ قوة ثقل جسم
$\vec{F_s}$ قوة توتر النابض
$\vec{R}$ قوة رد الفعل

جملة مقارنة: خارجية

بتطبيق قانون نيوتن الثاني:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{W} + \vec{F_s} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على محور أفقي يعكس جهة قوة توتر النابض:



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$-F_s + 0 + 0 = ma$

$ma = -Kx$

$a = (x)''_t = \frac{-Kx}{m}$ — ①

معادلة تفاضلية من رتبة ثانية تقبل حل جيبي من الشكل:

$x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$V = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$a = -\omega_0^2 x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$(x)''_t = -\omega_0^2 x$ — ②

بمقارنة ① و ② نجد:

$\frac{-Kx}{m} = -\omega_0^2 x$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$

K ، m مقادير موجبة

$\omega_0 > 0$

حركة النواس المرن جيبية انسحابية

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

التابع الزمني لمطال حركة:

$x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

ب- $x_A = \frac{-x_{max}}{2}$

$\Rightarrow E_{p_A} = \frac{1}{2} K x_A^2$

$= \frac{1}{2} K \left(\frac{-x_{max}}{2}\right)^2$

$E_{p_A} = \frac{1}{4} K x_{max}^2$

$\Rightarrow E = E_p + E_K$

$E_{K_A} = E - E_{p_A}$

$E_{K_A} = \frac{1}{2} K x_{max}^2 - \frac{1}{4} K x_{max}^2$

$E_{K_A} = \frac{1}{4} K x_{max}^2$

$x_B = +\frac{x_{max}}{2}$

$\Rightarrow E_{p_B} = \frac{1}{4} K x_{max}^2 = E_{p_A}$

$\Rightarrow E_{K_A} = E_{K_B}$

$\boxed{3}$

(a): الانفصال في مركز الاهتزاز وباتجاه $-x_{max}$ لم يقذف لأنه قوي ذو الأعلى في مركز الاهتزاز السرعة عظمى إذاً حركة تكون مستقيمة متغيرة بانتظام ولها طوران:

الأول: صعود متباطئة بانتظام

الثاني: هبوط متسارعة بانتظام

(b) الانفصال في مطال أعظمي موجب: سقوط حر لأن السرعة الابتدائية معدومة وبذلك تكون طبيعة الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Subject : .... / /

ثالثاً: حل مسائل ص 17 + 18

مسألة أولى:

معطيات:

$K = 10\ N/m$

$\bar{x} = 0.1 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

(1) ثوابت الحركة $(\omega_0, x_{max}, \varphi)$

$\omega_0 = \pi\ rad/s$

$x_{max} = 0.1\ m$

$\varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$

حساب الدور الخاص:

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\pi}$

$T_0 = 2\ s$

(2) حساب كتلة جسم m:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow T_0^2 = 40\frac{m}{K}$

$m = \frac{T_0^2 K}{40} = \frac{(2)^2 \times 10}{40}$

$m = \frac{40}{40} = 1\ kg$

(3) $V = ?$ $x = 5\ cm$

$E_p = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (5\times10^{-2})^2$

$E_p = 5 \times 25 \times 10^{-4}$

$E_p = 125 \times 10^{-4}\ J$

$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (0.1)^2$

$E = 5 \times 10^{-2} = 500 \times 10^{-4}\ J$

$E = E_p + E_K$

$E_K = E - E_p = 500\times10^{-4} - 125\times10^{-4}$

$E_K = 375 \times 10^{-4}\ J$

$E_K = \frac{1}{2} m V^2$

$V^2 = \frac{2E_K}{m} = \frac{2\times375\times10^{-4}}{1}$

$V^2 = 750 \times 10^{-4}$

$V = 5\sqrt{30} \times 10^{-2}\ m/s$

طلبات إضافية:

(4) استنتاج قيمة الاستطالة السكونية لهذا النابض ثم حساب قيمتها؟

(5) عيّن لحظتي المرور الأول والثاني من وضع التوازن؟

(6) حساب قيمة السرعة الخطية لحظة مرور الأول والثاني من وضع التوازن؟

(7) حساب الطاقة ميكانيكية للنواس المرن في حالتين:

أ- في وضع التوازن؟

ب- في وضع المطالين الأعظميين؟

(8) كتابة التابع الزمني لسرعة جسم وتابع تسارع الجسم؟

(9) حساب قيمة التسارع الأعظمي للجسم وقيمة السرعة العظمى للجسم؟

(10) عند مطال قدره $x = 8\ cm$ احسب كل من شدة قوة الارجاع والطاقة الكامنة؟ والتسارع؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

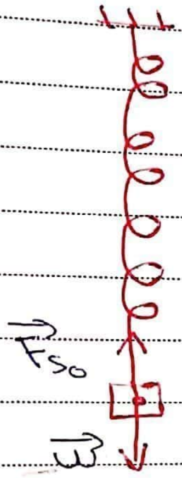
يرسم جسم مهتز قطعة مستقيمة

$2x_{max} = 24\times10^{-2}\,m$

$x_{max} = 12\times10^{-2}\,m$

(1) استنتاج x_0:

حالة السكون:



$\sum \vec F = \vec 0$

$\vec W + \vec F_{s_0} = \vec 0$

بالإسقاط على محور شاقولي موجه للأسفل:

$W - F_{s_0} = 0$

$W = F_{s_0} = K x_0$

حيث x_0 استطالة سكونية

$x_0 = \frac{mg}{K}$

$x_0 = \frac{1\times10}{K}$

حساب K:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

$T_0^2 = 40\,\frac{m}{K}$

$K = \frac{40m}{T_0^2} = \frac{40\times1}{(8\times10^{-1})^2}$

$K = \frac{40}{8\times8\times10^{-2}}$

$K = \frac{500}{8} = 62.5\,N/m$

مسألة ثانية: ص 18

$x_{max} = 10\times10^{-2}\,m = 0.1\,m$

$m = 0.4\,Kg$

$E = 0.05\,J$

(1) حساب K:

$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2$

$K = \frac{2E}{x_{max}^2} = \frac{2\times5\times10^{-2}}{(10^{-1})^2}$

$K = \frac{2\times5\times10^{-2}}{10^{-2}} = 10\,N/m$

(2) حساب T_0:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{4\times10^{-1}}{10}}$

$T_0 = \frac{4}{\pi}\,s$

(3) السرعة تكون عظمى في مركز الاهتزاز

$x = 0 \Rightarrow E = E_K = 5\times10^{-2}\,J$

$\frac{1}{2} m v^2 = E$

$v^2 = \frac{2E}{m}$

$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2\times5\times10^{-2}}{4\times10^{-1}}}$

$v = \frac{1}{2} = 0.5\,m/s$

مسألة ثالثة:

$m = 1\,Kg$

$\left.\begin{array}{l} n = 10 \\ t = 8s \end{array}\right\} T_0 = \frac{t}{n} = \frac{8}{10}$

$T_0 = 0.8\,s$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Subject : .... / /

$x_0 = \frac{10}{62.5} = \frac{100 \div 25}{625 \div 25} = \frac{4}{25}\ m$

$\boxed{2}$ $V_{max} = \omega_0 x_{max}$

حساب ω_0:

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0.8} = \frac{20\pi}{8}$

$\omega_0 = \frac{5\pi}{2}\ rad/s$

$V_{max} = \frac{5\pi}{2} \times 12 \times 10^{-2}$

$V_{max} = 0.3\pi\ m/s$

$\boxed{3}$ $a = -\omega_0^2 x$

$x = 10 \times 10^{-2}\ m$

$a = -\left(\frac{5\pi}{2}\right)^2 \times 10^{-1}$

$a = -\frac{25 \times 10}{4} \times 10^{-1} = -6.25\ m/s^2$

$\boxed{4}$ $x = -4 \times 10^{-2}\ m$

$E_p = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} \times 62.5 \times (-4 \times 10^{-2})^2$

$E_p = \frac{1}{2} \times 62.5 \times 16 \times 10^{-4}$

$E_p = 5 \times 10^{-2}\ J$

$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 62.5 \times (12 \times 10^{-2})^2$

$E = 0.45\ J$

$E_k = E - E_p = 0.45 - 0.05$

$E_k = 0.4\ J$

المسألة الرابعة:

$K = 16\ N/m \qquad T_0 = 1\ s$

$x_{max} = 0.1\ m$

شروط البدء: $\left(t = 0,\ x = \frac{x_{max}}{2},\ V < 0\right)$

$x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ ①

ثوابت الحركة $(x_{max}, \omega_0, \varphi)$

$x_{max} = 0.1\ m$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad/s$

شروط بدء: $\left(t = 0,\ x = \frac{x_{max}}{2},\ V < 0\right)$

$\frac{x_{max}}{2} = x_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \begin{cases} \frac{\pi}{3}\ rad & \text{مقبول} \\ \frac{5\pi}{3}\ rad \end{cases}$

مرفوض لأنها تجعل $V > 0$

$\varphi = \frac{\pi}{3}\ rad$

$\bar{x} = 0.1 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

$\boxed{2}$ $x = 0$ وضع توازن

$\Rightarrow 0 = 0.1 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

$\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 0$

غازي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$2\pi t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi K$ $\boxed{\div \pi}$

$\Rightarrow 2t + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + K$ $\boxed{\div \frac{1}{2}}$

$t + \frac{1}{6} = \frac{1}{4} + \frac{K}{2}$

$t = \frac{1}{12} + \frac{K}{2}$

مرور أول : $K = 0$

$\Rightarrow t_1 = \frac{1}{12}\ (s)$

مرور ثالث : $K = 2$

$\Rightarrow t_3 = \frac{1}{12} + \frac{2}{2} = \frac{13}{12}\ S$

شدة قوة الارجاع : $x = 0{,}1\,m$

$F = Kx = 16 \times 0{,}1$

$F = 1{,}6\,N$

(3) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

$T_0^2 = 40\,\frac{m}{K}$

$m = \frac{K T_0^2}{40} = \frac{16 \times (1)^2}{40}$

$m = \frac{8 \times 2}{8 \times 5} = 0{,}4\,Kg$

المسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريبات

هون بدا تركيز

اولاً- اختر الاجابة الصحيحة لكل ما يأتي:

1) ان طبيعة الحركة لمركز عطالة الجسم الذي يشكل هزازة توافقية بسيطة هي:

A) مستقيمة متغيرة بانتظام متسارعة نحو مركز الاهتزاز .

B) مستقيمة متباطئة بانتظام نحو مركز الاهتزاز

C) مستقيمة متسارعة نحو مركز الاهتزاز

D) مستقيمة منتظمة نحو مركز الاهتزاز

2) بالاقتراب من مركز الاهتزاز بالهزازة التوافقية البسيطة وباهمال القوى المبددة للطاقة

A) تتحول الطاقة الميكانيكية الى طاقة حركية .

B) تتحول الطاقة الكامنة الى طاقة حركية وحرارية.

C) تزداد الطاقة الكامنة وتنقص الطاقة الحركية .

D) تنقص الطاقة الكامنة وتزداد الطاقة الحركية.

3) عند وصول الهزازة التوافقية البسيطة الى احد الوضعين $x = \mp X_{max}$ تنعدم :

A) الطاقة الكامنة

B) الطاقة الميكانيكية

C) قيمة التسارع وقيمة السرعة

D) قيمة السرعة ويكون التسارع أعظمي

4) عندما يمر الجسم في مركز التوازن (O) في الهزازة التوافقية :

A) ينعدم التسارع ويقف الجسم .

B) تنعدم السرعة ويقف الجسم

C) تنعدم السرعة والتسارع ويقف الجسم .

D) ينعدم التسارع ولا يقف الجسم

5) يتوقف الجسم المهتز في الحركة التوافقية البسيطة عن الحركة بانعدام :

A) السرعة في $+X_{max}$ فقط

B) التسارع عند المرور في O

C) السرعة والتسارع في O

D) طاقته الحركية

6) حركة توافقية بسيطة سعة اهتزازها X_{max} دورها T_0 نضاعف سعة الاهتزاز فيصبح دورها T'_0

A) $T'_0 = T_0$

B) $T'_0 = 2T_0$

C) $T'_0 = 4T_0$

D) $T'_0 = \frac{T_0}{2}$

7) حركة توافقية بسيطة لجسم كتلته m معلق بنابض ودور حركته T_0 نجعل $m'=4m$ فيصبح T'_0

A) $T'_0 = T_0$

B) $T'_0 = 2T_0$

C) $T'_0 = \frac{T_0}{2}$

D) $T'_0 = 4T_0$

الحل

$$T'_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{4m}{K}} = 2\,T_0$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

8 هزَازة توافقيّة بسيطة مؤلّفة من نابض مرن مُهمَل الكتلة ثابت صلابة النابض k معلّق شاقولياً، ويحمل في نهايته السفلية جسماً كتلته m ، إذا استبدلنا بالكتلة m كتلة $m' = 2m$ وبالنابض آخر ثابت صلابته $K' = \frac{K}{2}$ فيصبح الدور للهزّازة التوافقية T'_0

A) $T'_0 = T_0$　　B) $T'_0 = \frac{T_0}{2}$　　C) $T'_0 = 2T_0$ ✓　　D) $T'_0 = 4T_0$

الحل: $T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{\frac{K}{2}}} \rightarrow T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{4m}{K}} = 2T_0$

ثانياً : أعط تفسيرا علمياً باستخدام العلاقات الرياضية المناسبة :

1) يهتز جسم بمرونة نابض (هزازة توافقية بسيطة):

A) يقف الجسم في مركز الاهتزاز لسبب من الأسباب فإذا زال سبب التوقف نجد أن الجسم يبقى ساكناً :

ج) قوة الارجاع : $F = -K.x$ (في المركز $x=0$) أي $F=0$ لا يعود للحركة

B) اذا حصل التوقف في موضع x بين مركز الاهتزاز وبين X_{max} فإذا زال سبب التوقف يعود الجسم للحركة ولا تبقى السعة X_{max} للاهتزاز نفسها ؟

ج) قوة الارجاع : $F = -K.x$ حيث $(x \neq 0)$ أي $F \neq 0$ يعود للحركة

لا تبقى السعة نفسها : لأن الموضع الجديد الذي باشر الجسم حركته الجديدة منه هو x وفيه $EK=0$ لأن $v=0$ ويمتلك طاقة كامنة Ep فقط بالتالي $(x < X_{max})$

2) تتجه القوة المعيدة دوما نحو مركز الاهتزاز o وتتفق جهة $\vec{a}$ مع جهة $\vec{F}$ المعيدة :

ج) $F = -K.x$ يتناسب طرداً مع المطال وتعاكسه بالاتجاه

و حسب العلاقة $\vec{F} = m.\vec{a}$ حيث m موجب يكون $\vec{F}$، $\vec{a}$ بجهة واحدة

لكي تعيش سعيدًا :

عِش حياتك بالطريقة التي ترضيك أنت وليست على الطريقة التي ترضي بها الآخرين

طالما ترضي الله وتحترم حدودك ولا تؤذي أحد !

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس الثاني

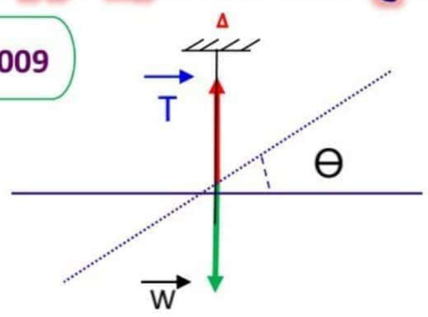
النواس الفتل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

س) عرف نواس الفتل ؟ ساق افقية متجانسة معلق من منتصفها بسلك فتل

س)لديك ساق معلقة بسلك فتل ادرس حركة الجملة مبينا القوى واستنتج محصلة عزوم القوى المؤثرة

2009



ج) القوى الخارجية المؤثرة:

في الساق 1 ثقل الساق $\vec{W}$

2 توتر السلك $\vec{T}$

في سلك التعليق مزدوجة الفتل التي تقاوم عملية الفتل

$$\sum \Gamma_\Delta = I_\Delta \cdot \alpha$$

$$\Gamma_{\vec{W}} + \Gamma_{\vec{T}} + \Gamma_{\vec{\eta}} = I_\Delta \cdot \alpha$$

((Γ_T ، $\Gamma_W = 0$)) منطبقان على محور الدوران

$$0 + 0 + \Gamma_{\vec{\eta}} = I_\Delta \cdot \alpha$$

$-K.\Theta = I_\Delta \cdot \alpha$ بالتالي محصلة العزوم هي عزم ارجاع فقط

س) انطلاقا من العلاقة $I_\Delta \cdot \alpha = -K.\Theta$ في نواس الفتل استنتج أن حركة نواس الفتل جيبية دورانية ثم استنتج علاقة دوره الخاص واذكر دلالات الرموز مع ذكر الواحدات ؟

ج)

$$I_\Delta \cdot \alpha = -K.\Theta$$

$$I_\Delta \cdot (\Theta)''_t = -K.\Theta$$

$\boxed{\alpha = (\Theta)''_t}$

$$(\Theta)''_t = -\frac{K}{I_\Delta} \cdot \Theta \quad ❶$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل :

$$\Theta = \Theta_{max}.COS(\omega_0 .t + \varphi)$$

2014
2017

بالاشتقاق مرتين:

$$(\Theta)'t = -\omega_0.\Theta_{max}.Sin(\omega_0.t+\varphi)$$

$$(\Theta)''t = -\omega_0^2.\Theta_{max}.COS(\omega_0 .t + \varphi)$$

$$(\Theta)''t = -\omega_0^2.\Theta \quad ❷$$

بمطابقة ❶ و ❷ نجد :

$$\omega_0^2 = \frac{K}{I_\Delta}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}} > 0$$

حركة نواس الفتل جيبية دورانية

استنتاج To : نعوض $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \longrightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}}$$

$$\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}} \longrightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

To: الدور الخاص لنواس الفتل (S)

I_Δ: عزم عطالة النواس $(Kg.m^2)$

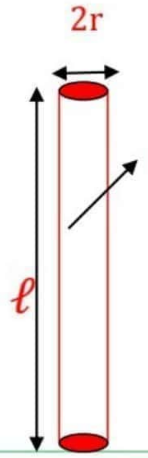
K: ثابت فتل سلك التعليق $m.N.rad^{-1}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظات : متعلقة بالدور الخاص للنواس الفتل

1. الدور T_0 : لايتعلق بالسعة الزاوية (θ_{max}) : لأن θ_{max} لا توجد في الدور
2. الدور T_0: يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لعزم عطالة النواس (I_Δ)
3. الدور T_0 : يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لثابت فتل سلك التعليق (K)

س) اكتب علاقة ثابت فتل سلك التعليق(K) واذكر دلالات الرموز ؟



$$K = K' . \frac{(2r)^4}{\ell}$$

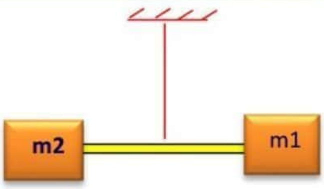
K': ثابت يتعلق بنوع مادة السلك (طردي)

2r: قطر السلك الاسطواني (طردي)

ℓ : طول سلك الفتل (عكسي)

ملاحظات

1. تأثير عزم العطالة : $I_\Delta = m.r^2$ على الدور :



a) إضافة الكتل (m1=m2) الى الساق : يزداد I_Δ فيزداد T_0 (طردي)

b)زيادة بعد الكتل عن محور الدوران (r): يزداد I_Δ فيزداد T_0 (طردي)

2. بنقصان طول السلك (ℓ) : يزداد (K) ينقص T_0 (عكسي)

(($\frac{\ell}{2} \longrightarrow 2K$)) و (($\frac{\ell}{4} \longrightarrow 4K$))

س) قارن ووازن بين النواس المرن ونواس الفتل

	النواس المرن	نواس الفتل
طبيعة الحركة	جيبية انسحابية	جيبية دورانية
الطاقة الكامنة المرونية	$E_P = \frac{1}{2}.K.x^2$	$E_P = \frac{1}{2}.K.\theta^2$
الطاقة الحركية	$E_K = \frac{1}{2}.m.v^2$	$E_K = \frac{1}{2}.I_\Delta\,\omega^2$
الطاقة الميكانيكية	$E = \frac{1}{2}.K.X^2max$	$E = \frac{1}{2}.K.\theta^2max$

إن السلالم إلى الأدوار العالية

موجودة طوال الوقت..

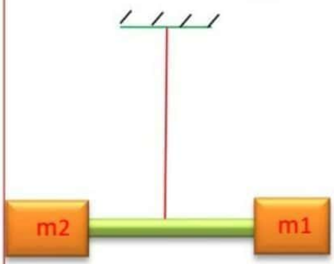
لكن لا أحد يكلف نفسه صعود الدرج ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظات للمسائل

❶ حساب الدور T_0 : $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$ الواحدة (S)

❷ حساب عزم العطالة النواس (I_Δ) الواحدة : $Kg.\ m^2$



$$I_{\Delta\,(\text{جملة النواس})} = I_{\Delta}\,/c\ (\text{ساق}) + I_\Delta / m_1 + I_\Delta / m_2$$

$$I_\Delta = I_\Delta\ /c + 2\,.m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$

ملاحظة : عندما يذكر الساق مهمل الكتلة $I_{\Delta/c} = 0$

❸ حساب K : $K = \omega_0^2\ .I_\Delta$

أو من علاقة الدور $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$ الواحدة ($m.N.\ rad^{-1}$)

❹ حساب السرعة الزاوية ω في المرور الاول : الواحدة ($rad.\ S^{-1}$)

$\omega = -\,\omega_0.\theta_{max}.\text{Sin}(\ \omega_0.t + \varphi)$ حيث $t = \frac{T_0}{4}$

❺ حساب السرعة الزاوية العظمى(في وضع التوازن) :

$$\omega_{max} = \omega_0\ .\theta_{max}$$

❻ حساب التسارع الزاوي α : $\alpha = -\,\omega_0^2\ .\ \theta$ الواحدة ($rad.\ S^{-2}$)

ملاحظة: • نصف دورة أي $\theta = \pi$ • الدورة الكاملة : $\theta = 2\pi$

وما مِن يدٍ إلا يدُ اللّهِ فوقها
ولا ظالم إلا سيُبلى بأظلم !

(المتنبي)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2017

المسألة الاولى: نواس فتل مؤلف من ساق معلقة بسلك فتل شاقولي يمر من منتصفها

نديرها في مستوٍ أفقيٍّ بزاوية $\theta=90°$ انطلاقاً من وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t=0$ فتهتز بحركة جيبيّة دورانية افترض، $K = 2\times10^{-2}\ m.N.\ rad^{-1}$

عزم عطالة الساق بالنسبة لسلك الفتل $I_{\Delta/c} = 2\times10^{-3} Kg.m^2$

1 احسب الدور الخاص 2 استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام .

3 نجعل طول سلك الفتل ربع ما كان استنتج واحسب قيمة الدور الجديد للنواس

الحل: $\theta=90° = \frac{\pi}{2} rad$ ، $I_{\Delta/c} = 2\times10^{-3}\ Kg.m^2$ (الساق)

1 حساب T_o :

$$T_o = 2\pi\ .\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

$$T_o = 2\pi\ .\sqrt{\frac{2\times10^{-3}}{2\times10^{-2}}} = 2\pi\ .\sqrt{10^{-1}} = 2S$$

2 التابع الزمني:

$$\theta = \theta_{max}.\cos(\omega_o.t + \varphi)$$

تعين الثوابت θ_{max} ، ω_o ، φ

- لدينا $\theta_{max} = \theta = \frac{\pi}{2}\ rad$ (لانها بدون سرعة ابتدائية)
- حساب ω_o : $\omega_o = \frac{2\pi}{T_o} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad.S^{-1}$
- حساب φ : نعوض شروط البدء

في المطال $\begin{cases} \theta_{max} = \theta = \frac{\pi}{2}\ rad \\ t = 0 \end{cases}$

$$\theta = \theta_{max}.\cos(\omega_o.t + \varphi)$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}.\cos(\varphi)$$

$$\cos(\varphi) = 1 \longrightarrow \varphi = 0$$

نعوض الثوابت في تابع المطال $\theta = \theta_{max}.\cos(\omega_o.t + \varphi)$

$$\theta = \frac{\pi}{2}.\cos(\pi.t)$$

3 حساب T'_o : $\frac{\ell}{4} \longrightarrow 4K$ (علاقة عكسية) حسب العلاقة $K = K'.\frac{(2r)^4}{\ell}$

$$T'_o = 2\pi.\sqrt{\frac{I_\Delta}{4K}} = \frac{T_o}{2} = \frac{2}{2} = 1\ S$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المسألة الثانية A) ساق أفقية متجانسة $\ell = ab = 40\ cm$ معلقة بسلك فتل شاقولي يمر من منتصفها
نديرها في مستوٍ أفقيٍّ بزاوية $\theta=60°$ انطلاقاً من وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة
t=0 فتهتز بحركة جيبيّة دورانيّة دورُها الخاص $T_0= 1\ S$
فإذا علمت أنَّ عزم عطالة الساق بالنسبة لسلك الفتل $I_{\Delta/c} = 2 \times 10^{-3} Kg.m^2$
1 استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام .
2 احسب السرعة الزاوية للساق لحظة مرورِها الأول في التوازن
B) نثبّت بالطرفين a ، b كتلتين نقطتين $m_1 = m_2 = 75g$
1) استنتج قيمة الدور الجديد 2) احسب ثابت فتل السلك K
C) نقسِّمُ سلكَ الفتل لقسمين متساويين ، ونعلق الساق بعدئذ بنصفي السلك معاً أحدهما من الأعلى والآخر من الأسفل ومن منتصفها، ويثبّت طرف هذا السلك من الأسفل بحيث يكون شاقولياً استنتج قيمة الدور الخاص الجديد للساق (دون وجود كتل نقطية)

المعطيات : $\ell = 40\ cm = 40 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-1}\ m$ ، $T_0=1S$

$\theta=60° = \frac{\pi}{3} rad$ ، $I_{\Delta/c} = 2 \times 10^{-3}\ Kg.m^2$ (ساق)

A) 1 التابع الزمني: $\theta=\theta_{max}.COS(\omega_0.t + \varphi)$

تعين الثوابت θ_{max} , ω_0 , φ

لدينا $\theta_{max} = \theta = \frac{\pi}{3}\ rad$ (لأنها بدون سرعة ابتدائية)

حساب ω_0 : $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.S^{-1}$

حساب φ : نعوض شروط البدء

في المطال $\begin{cases} \theta_{max} = \theta = \frac{\pi}{3} = rad \\ t = 0 \end{cases}$

$$\theta=\theta_{max}.COS(\omega_0.t + \varphi)$$

$$\cancel{\frac{\pi}{3}} = \cancel{\frac{\pi}{3}}.\cos(\varphi)$$

$$\cos(\varphi) = 1 \longrightarrow \varphi = 0$$

نعوض الثوابت في المطال $\theta=\theta_{max}.COS(\omega_0.t + \varphi)$

$$\theta = \frac{\pi}{3}.\cos(2\pi.t)$$

2 حساب ω : $\omega = -\ \omega_0.\theta_{max}.\sin(\omega_0.t + \varphi)$

حساب t : $t = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{4} S$

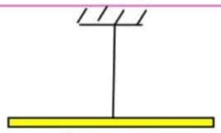
نعوض في ω $\omega = -2\pi \times \frac{\pi}{3} \times \sin(\cancel{2}\pi \times \frac{1}{\cancel{4}} + 0)$

$$= -\frac{20}{3} \times \sin(\frac{\pi}{2})$$

$$\omega = -\frac{20}{3} \times 1 = -\frac{20}{3}\ rad.S^{-1}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

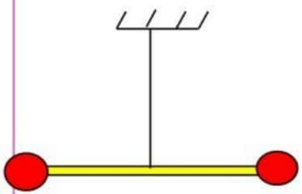
B) تم تثبيت كتلتين $m_1 = m_2 = 75g = 75\times10^{-3}Kg$



ساق فقط

قبل إضافة الكتل (ساق فقط) :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$



ساق مع كتل

بعد إضافة الكتل (ساق مع الكتل) :

$$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I'_\Delta}{K}}$$

نقسم

$$\frac{T_0}{T'_0} = \frac{\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{I_\Delta}{\cancel{K}}}}{\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{I'_\Delta}{\cancel{K}}}}$$

$$\frac{T_0}{T'_0} = \sqrt{\frac{I_\Delta}{I'_\Delta}} \longrightarrow \frac{T_0}{T'_0} = \sqrt{\frac{I_{\Delta}/C\text{(الساق)}}{I_{\Delta}/C\text{(الساق)} + 2.m_1.\left(\frac{\ell}{2}\right)^2}}$$

$$\frac{1}{T'_0} = \sqrt{\frac{2\cancel{\times10^{-3}}}{2\cancel{\times10^{-3}} + 2\times75\cancel{\times10^{-3}}\times\left(\frac{\cancel{4}\times10^{-1}}{\cancel{2}}\right)^2}}$$

$$\frac{1}{T'_0} = \sqrt{\frac{2}{2+150\times4\times10^{-2}}} \longrightarrow \frac{1}{T'_0} = \sqrt{\frac{2}{2+6\cancel{00}\times\cancel{10^{-2}}}}$$

$$\frac{1}{T'_0} = \sqrt{\frac{2}{8}} \longrightarrow \frac{1}{T'_0} = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\frac{1}{T'_0} = \frac{1}{2} \longrightarrow T'_0 = 2\ S$$

2) حساب K:

$$K = \omega_0^2 . I_\Delta$$

$$K = (2\pi)^2 \times 2\times10^{-3} = 40\times2\times10^{-3} = 8\times10^{-2}\ m.N.\ rad^{-1}$$

C) حساب T'_0:

$$T'_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{I_\Delta}{4K}} = \frac{T_0}{2} = \frac{1}{2}\ S$$

<u>لدينا نصفين</u> : **الأعلى** $\frac{\ell}{2} \longrightarrow 2K$

الأسفل $\frac{\ell}{2} \longrightarrow 2K$

(علاقة عكسية) حسب العلاقة $K = K'.\frac{(2r)^4}{\ell}$

بالتالي $K = 2K+2K = 4K$ **(الكلي)**

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

4 حساب α :

$$\alpha = -\omega_0^2.\Theta$$

$$\alpha = -\pi^2 \times \left(-\frac{\pi}{2}\right) = 10 \times \frac{\pi}{2} = 5\pi \quad rad.S^{-2}$$

5 حساب E:

$$E=\frac{1}{2}.K.\Theta^2_{max}$$

$$E = \frac{1}{2}\times 2 \times 10^{-1} \times \pi^2$$

$$E = 1 \times 10^{-1}\times 10 = 1\ J$$

حساب E_k :

$$E_K = E - E_P$$

$E_P = 0$ في وضع التوازن

$$E_K = 1 - 0 = 1\ J$$

المسألة الثالثة : ساق مهملة الكتلة طولها $\ell = 0.2\ m$ نثبّت في كلٍّ من طرفيها كتلة نقطية $m_1=m_2=0.2\ kg$ نعلق منتصفها بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $K=0.1 m.N.rad^{-1}$ ونثبّت الطرف الآخر للسلك بنقطة ثابتة لنشكّل بذلك نواساً للفتل نزيح الساق عن وضع توازنها الأفقي في مستوٍ أفقي بسعة زاوية $\Theta max = 1\ rad$ فتهتز بحركة جيبية دورانية

1 احسب الدور الخاص لنواس الفتل، هل يتغير الدور بتغيّر السعة الزاوية؟ ولماذا؟

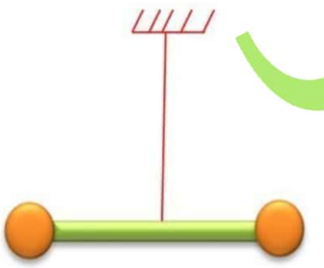
2 اكتب التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام بفرض أنّ مبدأ الزمن اللحظة التي تُركت فيها الساق دون سرعة ابتدائية من وضع مطالها الأعظمي الموجب$(+\Theta max)$

3 احسب السرعة الزاوية العظمى لاهتزاز الساق(طويلة)

4 إذا أردنا للدور أن ينقص بمقدار $\frac{1}{40}$ من قيمته الأصلية ، احسب كم يجب أن يكون البعد بين الكتلتين ليتحقّق ذلك ؟

الحل: الساق مهمل الكتلة $I_{\Delta/c} = 0$, $\ell = 0.2m = 2\times 10^{-1}m$

$m_1=m_2= 0.2Kg = 2\times 10^{-1}\ kg$, $K = 0.1 = 10^{-1} m.N.rad^{-1}$



1 حساب To :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

حساب I_Δ (النواس) :

$$I_\Delta = I_{\Delta/C} + 2.m_1.\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$

$$I_\Delta = 0 + 2\times 2\times 10^{-1}\times\left(\frac{\cancel{2}\times 10^{-1}}{\cancel{2}}\right)^2$$

$$I_\Delta = 4\times 10^{-1}\times 10^{-2} = 4\times 10^{-3}\quad Kg.m^2$$

نعوض في To :

$$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{4\times 10^{-3}}{10^{-1}}}$$

$$T_0 = 2\pi.\sqrt{4\times 10^{-2}}$$

$$T_0 = 2\pi\times 2\times 10^{-1} = 4\pi\times 10^{-1} S$$

لا يتغير الدور لان Θmax لا توجد في علاقة T_0

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

② التابع الزمني : $\theta=\theta_{max}.\cos(\omega_0.t+\varphi)$

تعين الثوابت : θ_{max} , ω_0 , φ

- لدينا : $\theta_{max}=1rad$
- حساب ω_0 : $\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}=\frac{\cancel{2\pi}}{\cancel{4\pi}x10^{-1}}=\frac{10}{2}=5\ rad.S^{-1}$
- حساب φ : نعوض شروط البدء

في المطال $\begin{cases}\theta=\theta_{max}=1rad\\ t=0\end{cases}$

$1=1.\cos(\varphi)$

$\cos(\varphi)=1 \longrightarrow \varphi=0$

نعوض الثوابت في المطال $\theta=\theta_{max}.\cos(\omega_0.t+\varphi)$

$\theta=1.\cos(5.t)$

③ حساب ω_{max}: $\omega_{max}=\omega_0.\theta_{max}$

$\omega_{max}=5\times1=5\ rad.S^{-1}$

④ لدينا $\frac{\Delta T_0}{T_0}=-\frac{1}{40}$

حساب ℓ' $T_0=2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

$T_0=2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/C}(ساق)+2m1.(\frac{\ell}{2})^2}{k}} \longrightarrow T_0=2\pi\left(\frac{I_{\Delta/C}+2m1.(\frac{\ell}{2})^{\cancel{2}}}{k}\right)^{\cancel{\frac{1}{2}}}$

$T_0=Const\ .\ \ell$

$\boxed{\Delta\ell=\ell'-\ell}$: $\frac{\Delta T_0}{T_0}=\frac{\Delta\ell}{\ell} \longrightarrow \frac{\Delta T_0}{T_0}=\frac{\ell'-\ell}{\ell}$

$\frac{1}{40}=\frac{\ell'-2\times10^{-1}}{2\times10^{-1}}$

$40(\ell'-2\times10^{-1})=-2x10^{-1}$

$40\ell'-80x10^{-1}=-2x10^{-1}$

$40\ell'=-2x10^{-1}+80x10^{-1}$

$40\ell'=78\times10^{-1} \longrightarrow \ell'=\frac{78\times10^{-1}}{40}=1.95x10^{-1}\ m$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

*مقارنة بين حركة الانسحابية ودورانية:

حركة دورانية	حركة انسحابية
مطال زاوي θ (rad)	مطال حركة x (m)
سرعة زاوية ω $(rad\,s^{-1})$	سرعة خطية v $(m\,s^{-1})$
تسارع زاوي α $(rad\,s^{-2})$	تسارع خطي a $(m\,s^{-2})$
عزم عطالة I_Δ $(kg\,m^2)$	كتلة m (kg)
$E_p = \frac{1}{2}K\theta^2$	$E_p = \frac{1}{2}Kx^2$
$E_k = \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$	$E_k = \frac{1}{2}mv^2$
$E = \frac{1}{2}K\theta^2_{max}$	$E = \frac{1}{2}Kx^2_{max}$
θ_{max}	x_{max}
ω_{max}	v_{max}
α_{max}	α_{max}

أولاً: ص 25

اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

$\boxed{1}$ (c) التغير أبعاد الكتلتين يؤدي إلى ازدياد عزم عطالة فتزداد الدور حسب علاقة

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

$\boxed{2}$ (c) T_0' دور ميقاتية

T_0 دور نواس

$$T_0' > T_0$$

لتصحيح التأخير نقوم بإنقاص T_0' وذلك يتم بإنقاص طول السلك فيزداد K فيتناقص T_0'.

$\boxed{3}$ (d) $\bar{\omega} = -\frac{\pi^2}{8}\sin\frac{\pi}{2}t$

من الرسم:

$$\omega_{max} = \frac{\pi^2}{8}\ rad/s$$

و

$$t = \frac{8T_0}{4} = 2T_0 = 8$$

$$T_0 = 4s \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4}$$

$$\omega_0 = \frac{\pi}{2}\ rad/s$$

ثانياً:

$\boxed{1}$ موجود ضمن شرح الدرس.

$\boxed{2}$ حالة أولى l_1 — حالة ثانية l_2

$$T_{0_1} = 2T_{0_2}$$

$$2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K_2}} \times 2$$

$$\frac{1}{K_1} = \frac{4}{K_2}$$

$$\Rightarrow K_2 = 4K_1$$

$$K'\frac{(2r)^4}{l_2} = 4K'\frac{(2r)^4}{l_1}$$

$$\frac{1}{l_2} = \frac{4}{l_1}$$

$$\Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = 4$$

AL SAMRAH

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Subject : ....

/ /

تمارين: ص 27 + 26

مسألة أولى:

قرص دائري + سلك فتل ← نواس فتل

$m = 2\,Kg$

$r = 4\times10^{-2}\,m$

$K = 16\times10^{-3}\,m.N.rad^{-1}$

شروط بدء: $\left(t=0 \quad \theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{4}\,rad \right)$

$\boxed{1}$ حساب دور:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

$I_{\Delta\,قرص} = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}\times2\times(4\times10^{-2})^2$

$I_\Delta = 16\times10^{-4}\,Kg\,m^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{16\times10^{-4}}{16\times10^{-3}}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}}$

$T_0 = 2\,s$

$\boxed{2}$ $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

ثوابت الحركة $(\theta_{max}, \omega_0, \varphi)$

من شروط بدء $t=0$

$\theta_{max} = \theta = \frac{\pi}{4}\,rad$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\,rad/s$

حساب φ:

شروط بدء $\left(t=0,\ \theta = \theta_{max} \right)$

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos(\omega_0(0)+\varphi)$

$\cos\varphi = 1$

$\Rightarrow \varphi = 0\,rad$

$\bar{\theta} = \frac{\pi}{4}\cos(\pi t + 0)$

$\boxed{3}$

$\theta = \frac{\pi}{8}\,rad$

$E_p = \frac{1}{2}K\theta^2 = \frac{1}{2}\times16\times10^{-3}\times(\frac{\pi}{8})^2$

$E_p = 8\times\frac{1}{8\times8}\times10^{-3}\times10$

$E_p = \frac{1}{800}\,J$

$E = \frac{1}{2}K\theta^2_{max} = \frac{1}{2}\times16\times10^{-3}\times(\frac{\pi}{4})^2$

$E = 8\times\frac{1}{16}\times10^{-3}\times10$

$E = \frac{1}{200}\,J$

$E_k = E - E_p = \frac{1}{200} - \frac{1}{800}$

$E_k = \frac{4-1}{800} = \frac{3}{800}\,J$

طلبات إضافية:

$\boxed{4}$ استنتج التابع الزمني للسرعة الزاوية والتابع الزمني للتسارع الزاوي انطلاقاً من شكله العام؟

$\boxed{5}$ احسب كل من التسارع زاوي الأعظمي والسرعة الزاوية الأعظمية؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

6) احسب كل من طاقة كامنة وعزم مزدوجة فتل عند وطال زاوي قدره $\theta = \frac{\pi}{6}$ rad ؟

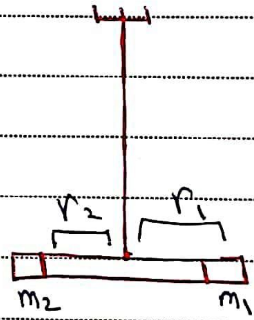
7) حساب قيمة التسارع الزاوي عند وطال زاوي قدره $\theta = \frac{\pi}{10}$ rad ؟

8) حساب قيمة السرعة الزاوية لحظة مرور الأول والثاني من وضع توازن ؟

9) عين لحظتي المرور الأول والثاني من وضع التوازن ؟

10) احسب الطاقة الحركية في وضع تكون السرعة $\omega = \frac{\pi}{4}$ rad/s ومن ثم احسب الطاقة كامنة ؟

مسألة ثانية :



$r_1 = r_2 = \frac{\ell}{2}$

$K = 16\times10^{-3}\ m.N.rad^{-1}$

$T_0 = \frac{5}{2}\ s$

شروط البدء : $t = 0$ ، $\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{3}$ rad

ساق مهملة الكتلة

$I_{\Delta/c} = 0$

1) $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

ثوابت حركة هي $(\theta_{max}, \omega_0, \varphi)$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\frac{5}{2}} = \frac{4\pi}{5}\ rad/s$$

$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}$ rad

حساب φ : $t = 0$

من شروط بدء : $\theta = \theta_{max}$

$$\Rightarrow \theta_{max} = \theta_{max}\cos(0 + \varphi)$$

$$\cos\varphi = +1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad$$

$$\theta = \frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{4\pi}{5}t + 0\right)$$

2) $\omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$\omega_0\theta_{max} = \left(\frac{4\pi}{5}\right)\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\omega_{max} = \frac{4\times10}{5\times3} = \frac{8}{3}\ rad/s$$

$$\omega = -\frac{8}{3}\sin\left(\frac{4\pi}{5}t + 0\right)$$

مرور أول $t = \frac{T_0}{4} = \frac{\frac{5}{2}}{4}$

$$t = \frac{5}{8}\ s$$

$$\omega = -\frac{8}{3}\sin\left(\frac{4\pi}{5}\times\frac{5}{8}\right)$$

$$\omega = \frac{-8}{3}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{-8}{3}\ rad/s$$

3) حساب طول الساق ℓ :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

$$\Rightarrow T_0^2 = 40\frac{I_\Delta}{K}$$

$$I_{\Delta} = \frac{T_0^2 K}{40} = \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^2\times16\times10^{-3}}{40}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$I_D = \frac{25 \times 16 \times 10^{-3}}{4 \times 40}$$

$$I_D = 25 \times 10^{-4}\ kg\,m^2$$

$$I_D = I_{D/c} + I_{D m_1} + I_{D m_2}$$

$$I_D = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = 2 m_1 r_1^2$$

$$r_1^2 = \frac{I_D}{2 m_1} = \frac{25 \times 10^{-4}}{2 \times 125 \times 10^{-3}}$$

$$r_1^2 = \frac{25 \times 10^{-4}}{25 \times 10^{-2}} = 0.01$$

$$r_1 = 0.1\,m$$

$$\ell = 2 r_1 = 2(0.1) = 0.2\,m$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اولا : ضع اشارة صح (✓) امام العبارات الصحيحة وصحح العبارات الخطأ

1 (✓) : إن حركة نواس الفتل جيبية دورانية مهما كانت السعة الزاوية للحركة

2 (X) : عند مرور نواس الفتل في وضع التوازن: ينعدم المطال الزاوي وينعدم التسارع الزاوي ويقف نواس الفتل مباشرة .

التصحيح: لا يقف اهتزازه لانه تكون السرعة الزاوية عظمى

ثانياً: أعط تفسيرا علمياً باستخدام العلاقات الرياضية المناسبة

1) نواس فتل يقف بعيداً عن وضع التوازن لسبب من الاسباب ويعود للحركة بعد زوال سبب التوقف؟

ج) $\vec{\Gamma}_\eta = -K.\Theta$ حيث $(\Theta \neq 0)$ اي $\vec{\Gamma}_\eta \neq 0$

2) نواس فتل توقف في وضع التوازن ثم زال سبب التوقف فأنه لا يعود للحركة .

ج $\vec{\Gamma}_\eta = -K.\Theta$ $(\Theta = 0)$ اي $\vec{\Gamma}_\eta = 0$

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة مما يأتي :

1 عزم الارجاع في نواس الفتل يعطى بالعلاقة :

A) $\Gamma = K^2.\Theta$ B) $\Gamma = \frac{1}{2}.K.\Theta$ C) $\Gamma = -K.\Theta$ ✓

2 نواس فتل دوره الخاص T_o نجعل طول سلك الفتل فيه نصف ما كان عليه فيصبح دوره

A) $T'_o = \frac{T_o}{2}$ B) $T'_o = 2T_o$ C) $T'_o = \sqrt{2}.T_o$ D) $T'_o = \frac{T_o}{\sqrt{2}}$ ✓

الحل : $T'_o = 2\pi.\sqrt{\frac{I\Delta}{2K}} = \frac{T_o}{\sqrt{2}}$ (لان 2K ⟷ $\frac{\ell}{2}$ نصف)

3 نواس فتل مكون من ساق متجانسة معلقة بسلك فتل شاقولي دوره الخاص T_o نقسم سلك الفتل إلى قسمين متساويين ثم نعلق الساق من منتصفها بنصفي سلك الفتل معا احدهما من الأعلى والأخر من الأسفل فيصبح دوره T'_o:

A) $T'_o = \frac{T_o}{2}$ ✓ B) $T'_o = 2T_o$ C) $T'_o = \sqrt{2}.T_o$ D) $T'_o = \frac{T_o}{\sqrt{2}}$

الحل : $T'_o = 2\pi.\sqrt{\frac{I\Delta}{4K}} = \frac{T_o}{2}$

4 نواس فتل دوره T_o نزيد عزم عطالته حتى اربعة امثال ما كان عليه فيصبح دوره T'_o

A) $T'_o = \frac{T_o}{2}$ B) $T'_o = 2T_o$ ✓ C) $T'_o = \sqrt{2}.T_o$ D) $T'_o = \frac{T_o}{\sqrt{2}}$

الحل : $T'_o = 2\pi.\sqrt{\frac{4.I\Delta}{K}} = 2T_o$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

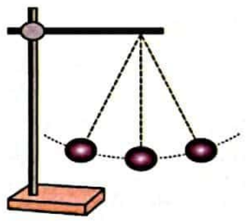
الدرس الثالث

النواس الثقلي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

س) عرف النواس الثقلي واكتب مثالاً عنه ؟

هو كل جسم ثقيل يهتز بتأثير ثقله فقط حول محور دوران افقي ثابت مستويه ولا يمر من مركز عطالته

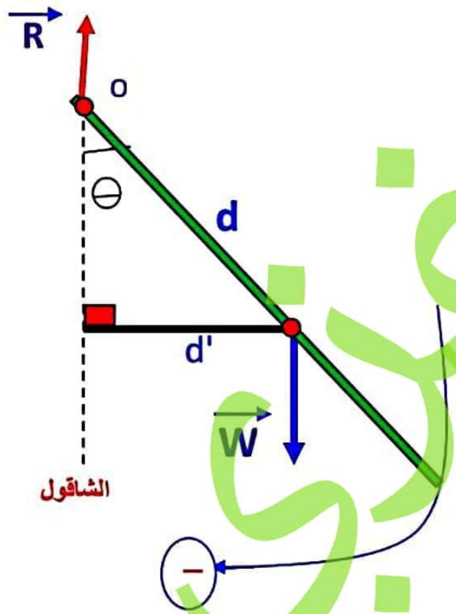


- مثال : حركة رقاص الساعة ، حركة الارجوحة

س) ادرس تحريكياً النواس الثقلي نزيحه بزاوية θ بسعة كبيرة واثبت انها لا تقبل الحل الجيبي ؟

ج) القوى المؤثرة: ❶ ثقل الجسم $\vec{W}$

❷ رد الفعل محور الدوران $\vec{R}$



$$\sum \Gamma_\Delta = I_\Delta \cdot \alpha$$

$$\Gamma_{\vec{W}} + \Gamma_{\vec{R}} = I_\Delta \cdot \alpha$$

$\Gamma_{\vec{R}} = 0$ لأنها تلاقي محور الدوران

$$\Gamma_{\vec{W}} + 0 = I_\Delta \cdot \alpha$$

$$-d` \cdot W = I_\Delta \cdot \alpha$$

نعوض $(W=m.g \ ، \ \alpha = (\theta)''_t \ ، \ d`=d.\sin\theta)$

$$-d.\sin(\theta).m.g = I_\Delta \cdot (\theta)''_t$$

$$(\theta)''_t = -\frac{d.\sin(\theta).m.g}{I_\Delta}$$

معادلة تفاضلية تحوي $\sin(\theta)$ وليس (θ) حلها ليس جيبياً

توضيح :
- العزم = الذراع x القوة
- الضلع المقابل = الوتر . $\sin\theta$

$d`=d.\sin\theta$

ملاحظة : من اجل السعات الزاوية الصغيرة اصغر من $(15°)$ أي اصغر من (0.24 rad)

تصبح $(\sin\theta \approx \theta)$ والحركة تصبح جيبية دورانية

رَوعَة الحَياةِ تكونُ قربَ اشخَاصٍ يدرِكونَ مَعنى الأِهْتِمامْ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

س) انطلاقاً من العلاقة $(\theta)''t = -\dfrac{m.g.d}{I\Delta}.\theta$ في النواس الثقلي استنتج ان حركة النواس الثقلي بسعة صغيرة جيبية دورانية واستنتج علاقة دوره الخاص واذكر دلالات

2013

ج) $$(\theta)''t = -\frac{m.g.d}{I\Delta}.\theta \qquad ①$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبيا من الشكل:

$$\theta = \theta_{max}.COS(\omega_o.t + \varphi)$$

بالاشتقاق مرتين:

$$(\theta)'t = -\omega_o.\theta_{max}.Sin(\omega_o.t+\varphi)$$

$$(\theta)''t = -\omega_o^2.\theta_{max}.COS(\omega_o.t+\varphi)$$

$$(\theta)''t = -\omega_o^2.\theta \qquad ②$$

بمطابقة ① و ② نجد : $\omega_o^2 = \dfrac{m.g.d}{I\Delta}$

$$\omega_o = \sqrt{\frac{m.g.d}{I\Delta}} > 0$$

نستنتج ان حركة النواس الثقلي بسعة صغيرة جيبية دورانية

استنتاج T_o :

$$\omega_o = \sqrt{\frac{m.g.d}{I\Delta}}$$

نعوض $\omega_o = \dfrac{2\pi}{T_o}$

$$\frac{2\pi}{T_o} = \sqrt{\frac{m.g.d}{I\Delta}} \longrightarrow \frac{T_o}{2\pi} = \sqrt{\frac{I\Delta}{m.g.d}}$$

T_o: الدور الخاص للنواس الثقلي (S)

I_Δ : عزم عطالة النواس $(Kg.m^2)$

m: كتلة الجسم الصلب (Kg)

g: الجاذبية $(m.S^{-2})$

d:(OC) بعد محور الدوران عن مركز عطالة الجسم: (m)

$$\boxed{T_o = 2\pi.\sqrt{\frac{I_\Delta}{m.g.d}}}$$

الغياب هو ذاك المكان الذي يرحل اليه الجميع دون عودة انه وطن يسكنه الاحبة فقط..

المسموحة ضوئيا بـ CamScanner

س) عرف النواس الثقلي البسيط عملياً و نظرياً ثم استنتج علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي البسيط انطلاقاً من علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي المركب وأذكر دلالات الرموز ؟ 2008

ج) عملياً: كرة صغيرة كتلتها m كثافتها النسبية كبيرة معلقة بخيط خفيف لا يمتط طوله (ℓ) كبير أمام نصف قطر الكرة .

نظرياً: نقطة مادية تهتز بتأثير ثقلها على بعد ثابت (ℓ) عن محور افقي ثابت

استنتاج To :

$$T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_\Delta}{m.g.d}}$$

(نعوض : $d = \ell$ ، $I_\Delta = m \cdot \ell^2$)

$$T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\cancel{m} \cdot \cancel{\ell^2}}{\cancel{m} \cdot g \cancel{\ell}}} \longrightarrow \boxed{T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}}$$

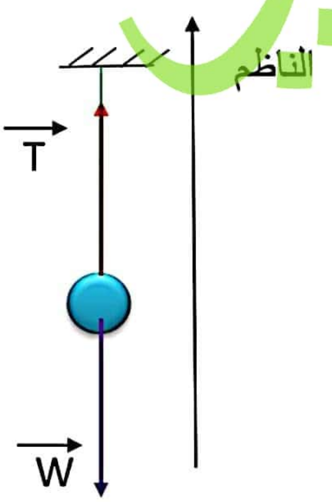
To: الدور الخاص للنواس البسيط (S) ، ℓ: طول النواس البسيط(m) ، g: الجاذبية($m.s^{-2}$)

ملاحظات: تتعلق بالدور الخاص للنواس الثقلي البسيط : (قد تأتي كأختيار اجابة صحيحة)

1. الدور To : لا يتعلق بكتلة النواس ولا بنوع المادة التي صنع منها .
2. الدور To : يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لطوله (ℓ)
3. الدور To : يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي للجاذبية الارضية (g)
4. نواس يدق الثانية : اي كل هزة تسجل زمناً قدره 2 S أي (To=2S)

س) استنتج علاقة توتر الخيط المنطبق على الناظم لحظة مرور النواس بوضع توازنه الشاقولي؟

استنتاج T :



القوى المؤثرة : 1) ثقل الكرة $\vec{W}$

2)توتر الخيط $\vec{T}$

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

$$\vec{T} + \vec{W} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على الناظم :(نحو الاعلى) : $T - W = m \cdot a_c$

$$T - m.g = m\frac{v^2}{\ell}$$

$$T = m.g + m\frac{v^2}{\ell}$$

$$T = m\left(g + \frac{v^2}{\ell}\right)$$

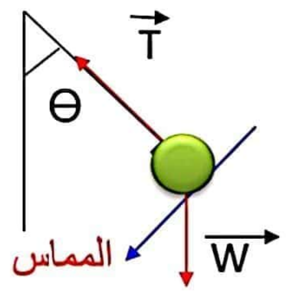
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

س) استنتج علاقة التسارع المماسيّ لكرة النواس عندما يصنع الخيط زاوية Θ مع الشاقول

ج)استنتاج a_t القوى المؤثرة

1)ثقل الكرة $\vec{W}$

2)توتر الخيط $\vec{T}$



$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

$$\vec{w} + \vec{T} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على المماس

$$W.Sin(\Theta) + 0 = m.a_t$$

$$\cancel{m}.g.\sin(\Theta) = \cancel{m}.a_t$$

$$a_t = g.\sin(\Theta)$$

ملاحظات مسائل نواس ثقلي البسيط (كرة مع خيط)

1)حساب T_0 بسعة صغيرة : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ او $T_0 = \frac{\text{زمن النوسات}}{\text{عدد النوسات}} = \frac{t}{N}$

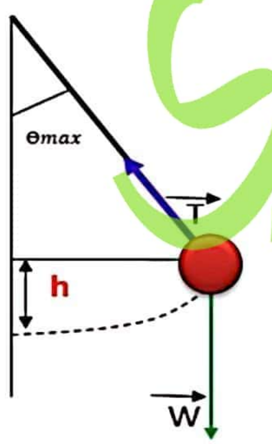
2) حساب T'_0 بسعة كبيرة اكبر من (15°) : $T'_0 \approx T_0\left(1 + \frac{\theta^2_{max}}{16}\right)$ (θ_{max} بالراديان)

3) استنتاج علاقة سرعة الخطية (v) : او زاوية انحراف Θ_{max} :

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين :

١) اعظمي Θ_{max}

2) الشاقول $\Theta=0$



$$\Delta E_K = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{K2} - E_{K1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

لان حامل $\vec{T}$ تعامد الانتقال في كل انتقال عنصري

$$E_{K2} - 0 = W_{\vec{w}} + 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}.v^2 = \cancel{m}.g.h$$

نعوض h : بالعلاقة $h = \ell(1 - \cos\Theta_{max})$

$$\frac{1}{2}.v^2 = g.\ell(1 - \cos\Theta_{max}) \Longrightarrow v = \sqrt{2.g.\ell(1 - \cos\Theta_{max})}$$

4)حساب العمل W : $W = m.g.h = m.g.\ell(1 - \cos\Theta_{max})$

5) التسارع الزاوي α : $\alpha = \frac{a_t}{\ell}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ربنا ما أتيت الذنوب
جرأة مني عليك ولا تطاولا على أمرك
وإنما ضعفا وقصورا حينما غلبني ترابي وغلبتني طينتي
وغشيتني ظلمتي. إنما أتيت ما سبق في علمك وما سطرته
في كتابك وما قضى به عدلك. رب لا أشكو لكن أرجو رحمتك
التي وسعت كل شيء أن تسعني، أنت الذي وسع كرسيك السماوات والأرض

#مصطفى_محمود

المسألة الأولى: نوّاس ثقلي بسيط كتلة كرته $m = 0.1\ Kg$ وطول خيط $\ell = 1\ m$ يزاح النواس عن وضع توازنه حتى يصنع الخيط مع الشاقول زاوية $\theta_{max} = 60°$ ويترك دون سرعة ابتدائية اعتبر $\pi^2 = 10$

1. احسب الدور الخاص للنواس الثقلي البسيط بسعة صغيرة وكبيرة
2. استنتج قيمة العمل المصروف لإزاحة خيط النواس عن وضع توازنه حتى يصنع الخيط مع الشاقول $\theta_{max} = 60°$
3. استنتج بالرموز علاقة السرعة الخطية لكرة النواس لحظة مرورها بوضع توازنها الشاقولي ثم احسب قيمتها ؟
4. استنتج بالرموز علاقة توتر الخيط لحظة مرور النواس بوضع توازنه الشاقولي علماً انه ترك بدون سرعة ابتدائيّة ثمّ احسب قيمته
5. استنتج علاقة التسارع المماسيّ لكرة النواس عندما يصنع الخيط زاوية θ مع الشاقول واحسب قيمتها من أجل سعة زاوية $\theta = 30°$
6. احسب التسارع الزاويّ للنواس عندما يصنع الخيط زاوية مع الشاقول $\theta = 30°$ ، $g = 10\ m\ .\ S^{-2}$

الحل : $m = 0.1\ Kg = 10^{-1}\ Kg$, $\ell = 1\ m$ ، $\theta_{max} = 60° = \frac{\pi}{3}\ rad$

1. حساب T_0 :

$$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} = 2\ S$$

حساب T'_0 بسعة كبيرة :

$$T'_0 \approx T_0\left(1 + \frac{\theta^2 max}{16}\right)$$

$$T'_0 = 2\left(1 + \frac{(\frac{\pi}{3})^2}{16}\right) = 2\left(1 + \frac{\frac{10}{9}}{16}\right)$$

$$= 2x\left(1 + \frac{10}{144}\right) = 2\ x(1 + 0.07) = 2x1.07 = 2.14\ S$$

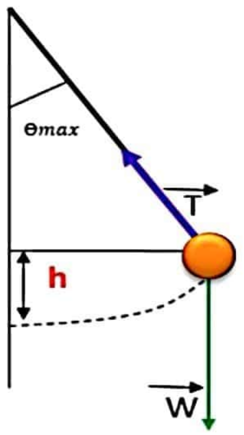
2. حساب W :

$$W = m.g.h$$

$$W = m.g.\ \ell.(1 - \cos\theta_{max})$$

$$W = 10^{-1}x10x1x(1 - \cos\frac{\pi}{3}) = 1x(1 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}\ J$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



❸ استنتاج v: نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين :

١) اعظمي θ_{max}

2) الشاقول $\theta=0$

$$\Delta E_K = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{K2}-E_{K1}=W_{\vec{w}}+W_{\vec{T}}$$

لان حامل $\vec{T}$ تعامد الانتقال في كل انتقال عنصري

$$E_{K2}-0=W_{\vec{w}}+0$$

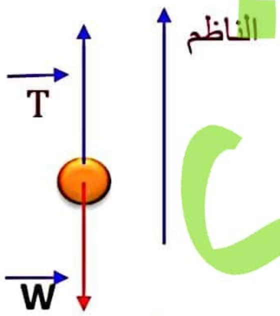
$$\frac{1}{2}\cancel{m}.v^2=\cancel{m}.g.h$$

نعوض h : بالعلاقة $h=\ell(1-\cos\theta_{max})$

$$\frac{1}{2}.v^2=g.\ell(1-\cos\theta_{max}) \Longrightarrow v=\sqrt{2.g.\ell(1-\cos\theta_{max})}$$

$$v=\sqrt{2\times10\times1\times(1-\cos\frac{\pi}{3})}=\sqrt{2\times10\times(1-\frac{1}{2})}=\sqrt{2\times10\times\frac{1}{2}}$$

$$v=\sqrt{10}=\sqrt{\pi^2}=\pi\ \ m.S^{-1}$$



❹ استنتاج T : القوى المؤثرة :

1) ثقل الكرة $\vec{W}$

2) توتر الخيط $\vec{T}$

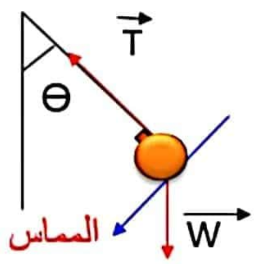
$$\sum\vec{F}=m.\vec{a}$$

$$\vec{T}+\vec{W}=m.\vec{a}$$

بالإسقاط على الناظم :(نحو الاعلى) $T-W=m.a_c$

$$T=m(g+\frac{v^2}{\ell}) \Longrightarrow T=m.g+m\frac{v^2}{\ell}$$

$$T=10^{-1}\times(10+\frac{\pi^2}{1})=10^{-1}\times(10+10)=10^{-1}\times20=2N$$



❺ استنتاج a_t : القوى المؤثرة 1) ثقل الكرة $\vec{W}$

2) توتر الخيط $\vec{T}$

$$\sum\vec{F}=m.\vec{a}$$

$$\vec{w}+\vec{T}=m.\vec{a}$$

بالإسقاط على المماس : $W.\sin(\theta)+0=m.a_t$

$$\cancel{m}.g.\sin(\theta)=\cancel{m}.a_t$$

$$a_t=g.\sin(\theta)=10\times\sin(\frac{\pi}{6})=10\times\frac{1}{2}=5\ m.S^{-2}$$

❻ حساب α:

$$\alpha=\frac{a_t}{\ell}=\frac{5}{1}=5\ rad.s^{-2}$$

المسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدريبات

اختر الاجابة الصحيحة مما يلي :

❶ ميقاتية ذات نواس ثقلي تدق الثانية في مستو سطح البحر ننقلها الى قمة جبل فأنها :

A) تبقى تدق الثانية　　B) تقدم　　C) تؤخر　　D) تقف الميقاتية

❷ نواس ثقلي يدق الثانية بسعة زاوية صغيرة نزيد من كتلته العطالية حتى اربعة امثال ما كانت عليه فيصبح دوره الخاص بسعة صغيرة (T_0)

A) 4 S　　B) 2 S　　C) 1S　　D) $\frac{1}{2}$ S

❸ اذا كان الدور الخاص لنواس بسيط يساوي 2 S نجعل طول خيطه ربع ما كان عليه يصبح T'_0

A) 8 S　　B) 2 S　　C) 1S　　D) 4 S

$$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{\ell}{4}}{g}} = \frac{T_0}{2} = \frac{2}{2} = 1S$$

مسألة: نواس ثقلي بسيط كتلة كرته $m = 10^{-1}kg$ وطول خيط التعليق $\ell = 1\ m$ يزاح النواس عن وضع توازنه حتى يصنع الخيط مع الشاقول زاوية $\theta max = 60°$ ويترك بدون سرعة ابتدائية اعتماد على العلاقة

$$h = \ell.(COS\theta - COS\theta max)$$

1. استنتج بالرموز العلاقة المحددة للسرعة الخطية لكرة النواس عندما يصنع الخيط مع الشاقول زاوية ما θ ثم احسب قيمة تلك السرعة عند المرور بالشاقول
2. استنتج بالرموز علاقة توتر خيط النواس البسيط في وضع يصنع مع الشاقول الزاوية θ واثبت انها

$$T = m\,g.(3COS\theta - 2COS\,\theta\,max)$$

ناقش العلاقة واحسب التوتر في حالتين a) عند المرور بالشاقول $\theta = 0$　　b) عندما $\theta = \theta\ max$

1. استنتاج (v) : نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

١) الاعظمي θ_{max}

2) الشاقول $\theta = 0$

$$\Delta E_K = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{K2} - E_{K1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

$$E_{K2} - 0 = W_{\vec{w}} + 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}.v^2 = \cancel{m}.g.h$$

$W_{\vec{T}} = 0$ لأن حامل $\vec{T}$ تعامد الانتقال

نعوض $h = \ell.(COS\theta - COS\,\theta max)$

$$v = \sqrt{2.g.\ell.(COS\theta - COS\,\theta max)}$$

$$v = \sqrt{2 \times 10 \times 1 \times (COS(0) - COS\tfrac{\pi}{3})} = \sqrt{2 \times 10 \times (1 - \tfrac{1}{2})}$$

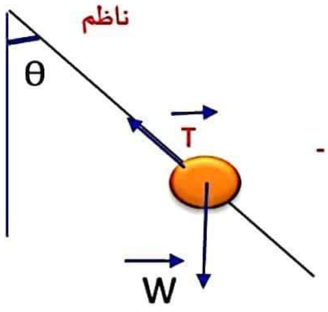
$$v = \sqrt{10} = \sqrt{\pi^2} = \pi\ \ m.S^{-1}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2 استنتاج T : القوى المؤثرة :

1) ثقل الكرة $\vec{W}$

2) توتر الخيط $\vec{T}$



$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$

$$\vec{T} + \vec{W} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على الناظم المائل بزاوية (θ) : $T - W.\cos\theta = m.a_c$

$$T - m.g\cos\theta = m\frac{v^2}{\ell}$$

$$T = m.g.\cos\theta + m\left(\frac{\left(\sqrt{2.g.\ell.(\cos\theta - \cos\theta_{max})}\right)^2}{\ell}\right)$$

$$T = m.g.\cos\theta + m\left(\frac{2.g.\ell.(\cos\theta - \cos\theta_{max})}{\ell}\right)$$

$$T = m.g.\cos\theta + m(2.g.(\cos\theta - \cos\theta_{max}))$$

$$T = m.g(\cos\theta + 2.\cos\theta - 2\cos\theta_{max})$$

$$T = m.g(3\cos\theta - 2\cos\theta_{max})$$

a) عند الشاقول : $\theta = 0$ حساب T :

$$T = \cancel{10}^{-1} \times \cancel{10} \times (3\cos(0) - 2\cos(\tfrac{\pi}{3})) = 3 - 2\times\tfrac{1}{2} = 2N$$

b) عندما $\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{3}$

$$T = m.g(3\cos\theta - 2\cos\theta_{max})$$

$$T = m.g(3\cos\theta_{max} - 2\cos\theta_{max})$$

$$T = m.g.\cos\theta_{max}$$

$$T = \cancel{10}^{-1} \times \cancel{10} \times \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}N$$

المسوحة ضوئيا بـ CamScanner

النواس الثقلي المركب

القرص

❶ حساب T_0 بسعة صغيرة : $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I\Delta}{m.g.d}}$

حساب T'_0 بسعة كبيرة : $T'_0 \approx T_0\left(1 + \frac{\theta^2 max}{16}\right)$

❷ حساب m ، d ، I_Δ

	m	d	I_Δ
قرص فقط (كتلته m)	m	d = r	$I_\Delta = I_{\Delta/C} + m d^2$ $I_\Delta = \frac{1}{2} m r^2 + m r^2$ $I_\Delta = \frac{3}{2} m r^2$
قرص m مع كتلة m' حيث (m = m')	m = m + m' m = 2m	$d = \frac{m'.r}{m+m'}$ $d = \frac{\cancel{m'}.r}{2\cancel{m}} = \frac{r}{2}$	$I_\Delta = I_{\Delta/C} + I_{\Delta/m'}$ $I_\Delta = \frac{1}{2} m r^2 + m' r^2$ $I_\Delta = \frac{3}{2} m r^2$

② استنتاج علاقة السرعة الزاوية (ω) :

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{K2} - E_{K1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

$W_{\vec{R}} = 0$ لأن نقطة تأثيرها لا تنتقل

$$E_{K2} - 0 = W_{\vec{w}}$$

$$\frac{1}{2} . I_\Delta . \omega^2 = m.g.h$$

$$\omega^2 = \frac{m.g.h}{\frac{1}{2}.I\Delta} \Longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{m.g.d(1 - \cos\theta max)}{\frac{1}{2}.I\Delta}}$$

③ حساب السرعة الخطية للنواس : $v = d.\omega$

④ حساب السرعة الخطية للكتلة m' : $v = r.\omega$

⑤ حساب طول النواس البسيط ℓ المواقت : T_0 (المركب) $= T_0$ (البسيط)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المسألة الاولى : يتألّف نوّاس ثقلي مركّب من قرص متجانس كتلتُه m نصف قطره $r=\frac{2}{3}\,m$

يمكن أن يهتزَّ شاقولياً حول محور أفقي مارٍّ من نقطة على محيطه

1) انطلاقاً من العلاقة العامّة لدور النواس الثقلي المركّب استنتج العلاقة المحدّدة لدورِه الخاصِّ في حالة السعات الصغيرة ثمَّ احسب قيمة هذا الدور ؟ $\pi^2 \simeq 10$ ، $g \simeq 10\,m.S^{-2}$

2) احسب طول النواس البسيط المواقت لهذا النواس المركّب ؟

3) نزيح القرص عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية $\theta_{max}=60^\circ$ ونتركه دون سرعة ابتدائية استنتج العلاقة المحدّدة لسرعته الزاوية لحظة مروره بالشاقول بالرموز ثم احسب قيمتها ؟

عزم عطالة القرص حول محورمارٍّمن مركزه $I_{\Delta/c}=\frac{1}{2}.m.r^2$

1) **حساب T_0** : $T_0=2\pi.\sqrt{\frac{I_\Delta}{m.g.d}}$

حساب m : m

حساب d : $d=r$

حساب I_Δ : $I_\Delta=I_{\Delta/c}+m\,d^2$

$$I_\Delta=\frac{1}{2}.m.r^2+m.r^2=\frac{3}{2}m.r^2$$

$$T_0=2\pi.\sqrt{\frac{\frac{3}{2}\cancel{m}.\cancel{r^2}}{\cancel{m}.g.\cancel{r}}}=2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}.r}{g}}$$

$$T_0=2\pi.\sqrt{\frac{\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}}{10}}=2S$$

2 حساب ℓ المواقت : $T_0\,(\text{المركب})=T_0\,(\text{البسيط})$

$$2=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\Longrightarrow 1=\pi\sqrt{\frac{\ell}{10}}$$

$$1=\sqrt{\ell}\xrightarrow{\text{نربع}}\ell=1\ m$$

3 استنتاج ω : نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

١) اعظمي θ_{max}

2) الشاقول $\theta=0$

$$\Delta E_K=\sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{K2}-E_{K1}=W_{\vec{w}}+W_{\vec{R}}$$

$$\frac{1}{2}.I_\Delta.\omega^2=m.g.h$$

$W_{\vec{R}}=0$ لأن نقطة تأثيرها لا تنتقل

$$\omega=\sqrt{\frac{m.g.d(1-\cos\theta max)}{\frac{1}{2}.I_\Delta}}=\sqrt{\frac{\cancel{m}.g.\cancel{r}(1-\cos\theta max)}{\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\cancel{m}.\cancel{r^2}}}$$

$$\omega=\sqrt{\frac{g(1-\cos\theta max)}{\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}.r}}=\sqrt{\frac{10(1-\cos\frac{\pi}{3})}{\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}}}=\sqrt{\frac{10(1-\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}}}=\sqrt{\frac{10\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}}=\sqrt{10}=\pi\ rad.S^{-1}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المسألة الثانية: يتألّف نوّاس ثقلي مركّب من قرص متجانس كتلتُه m نصف قطره $r=\frac{2}{3}m$ نثبّت في نقطة من محيط القرص كتلةً نقطية 'm تساوي كتلة القرص m : $(m'=m)$ ونجعله يهتزّ حول محور أفقي مارّ من مركز القرص

1 انطلاقاً من العلاقة العامّة لدور النواس الثقلي المركّب استنتج العلاقة المحدّدة لدورِه الخاصّ في حالة السعات الصغيرة ثمَّ احسب قيمة هذا الدور

2 نزيح القرص من جديد عن وضع توازنه الشاقولي بسعة زاوية θmax ونتركه دون سرعة ابتدائية فتكون السرعة الخطية للكتلة النقطية 'm لحظة المرور بالشاقول $v=\frac{2\pi}{3}m.s^{-1}$ احسب قيمة السعة الزاوية θ_{max}

إذا علمت أنّ $\theta max > 0.24rad$ عزم عطالة القرص حول محور مارّ من مركزه $I_{\Delta/c}=\frac{1}{2}.m.r^2$

2014

1) **حساب To** : $T_0=2\pi.\sqrt{\frac{I\Delta}{m.g.d}}$

حساب m (الكلي) $m=m_{(القرص)}+m`_{(النقطية)}=2m$

حساب d : $d=\frac{m`.r}{m+m`}=\frac{m.r}{2m}=\frac{r}{2}$

حساب I_Δ : $I_\Delta=I_{\Delta/C}+I_{\Delta/m`}$

$$I_\Delta=\frac{1}{2}.m.r^2+m`.r^2$$

$$I_\Delta=\frac{1}{2}.m.r^2+m.r^2=\frac{3}{2}m.r^2$$

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}\cancel{m}.r^{\cancel{2}}}{2\cancel{m}.g.\frac{\cancel{r}}{\cancel{2}}}}=2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}.r}{g}} \Rightarrow =2\pi.\sqrt{\frac{\frac{3}{2}x\frac{2}{3}}{10}}=2S$$

2 استنتاج قيمة θmax : حيث $v=\frac{2\pi}{3}m.s^{-1}$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين :

١) اعظمي θmax $\qquad \Delta E_K=\sum W_{\vec{F}}$

2) الشاقول $\theta=0$ $\qquad E_{K2}-E_{K1}=W_{\vec{w}}+W_{\vec{R}}$

$W_{\vec{R}}=0$ لأن نقطة تأثيرها لا تنتقل $\qquad E_{K2}-0=W_{\vec{w}}+0$

$$E_{K2}=m.g.h \Rightarrow \frac{1}{2}.I_\Delta.\omega^2=m.g.d(1-\cos\theta\,max)$$

نعوض $(m=2m \ ، \ d=\frac{r}{2} \ ، \ I_\Delta=\frac{3}{2}m\,r^2 \ ، \ \omega=\frac{v}{r})$

$$\frac{1}{2}x\frac{3}{2}\cancel{m}.\cancel{r^2}\frac{v^2}{\cancel{r^2}}=\cancel{2}\cancel{m}.g.\frac{r}{\cancel{2}}(1-\cos\theta max)$$

$$\frac{3}{4}.v^2=g.r(1-\cos\theta\,max) \Rightarrow \frac{3}{4}x(\frac{2\pi}{3})^2=10x\frac{2}{3}(1-\cos\theta max)$$

$$\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}x\frac{\cancel{4}\,x\,\cancel{10}}{\cancel{9}}=\cancel{10}x\frac{2}{3}(1-\cos\theta max) \Rightarrow \frac{1}{\cancel{3}}=\frac{2}{\cancel{3}}x(1-\cos\theta max)$$

$$\frac{1}{2}=1-\cos\theta max \Rightarrow \cos\theta max=1-\frac{1}{2}$$

$$\cos\theta max=\frac{1}{2} \Rightarrow \theta max=\frac{\pi}{3}\ rad$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حالات النواس الثقلي المركب في حالة الساق

1) حساب T_0 بسعة صغيرة : $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{I_\Delta}{m.g.d}}$

حساب T'_0 بسعة كبيرة : $T'_0 \approx T_0\left(1 + \dfrac{\theta^2 max}{16}\right)$

2) حساب m ، d ، I_Δ

	m	d	I_Δ
حالة ساق m فقط	m	$d = \frac{\ell}{2}$	$I_\Delta = I_{\Delta/c} + m\,d^2$ $I_\Delta = \frac{1}{12}\, m\,\ell^2 + m(\frac{\ell}{2})^2$ $I_\Delta = \frac{1}{3}\, m\,\ell^2$
حالة ساق m مع كتلة m'	m=m+m'	$d = \dfrac{m'.\frac{\ell}{2}}{m+m'}$	$I_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m'}$ $I_\Delta = \frac{1}{12}\, m\,\ell^2 + m'(\frac{\ell}{2})^2$
حالة ساق مهمل الكتلة مع كتلتين m1 ، m2	m=m1+m2	$d = \dfrac{m_2 .\ell_2 - m_1 .\ell_1}{m_1 + m_2}$	$I_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$ $I_\Delta = 0 + m_1 .\ell_1^2 + m_2 .\ell_2^2$ $I_{\Delta/c} = 0$ لان الساق مهمل الكتلة

3) حساب السرعة الخطية لمركز عطالة جملة النواس : $v = d.\omega$

4) حساب السرعة الخطية للكتلة المعلقة m' او m1 او m2: $v = \frac{\ell}{2}.\omega$

5) حساب العزم الحركي : $L = I_\Delta . \omega$ الواحدة ($Kg.m^2.rad.S^{-1}$)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مسالة شاملة : نواس ثقلي مؤلف من ساق متجانسة طولها ℓ =1.5m نجعلها شاقوليةً ونعلّقها من محور أفقي عموديٌ على مستويها الشاقولي ومار من طرفها العلوي نزيح الساق عن توازنها $\theta max= 60°$ ثم نتركها دون سرعة ابتدائية

1. استنتج واحسب الدور الخاص للنواس بسعة صغيرة ؟
2. برهن أن الدور بسعة صغيرة يساوي (2) ثانية حول محور أفقي يبعد عن مركز عطالتها $d = \frac{\ell}{6}$
3. نأخذ الساق ونعلقها من منتصفها بسلك فتل شاقولي مشكلا نواس فتل وبعد أن تتوازن تُزاح عن توازنها في مستوٍ أفقيٌ ونتركها دون سرعة ابتدائية فتؤدي 10 نوسات خلال 5 S وعندما نثبّت على طرفيها كتلتين نقطيتين متماثلتين m1=m2=20g يصبح زمن 10 نوسات 10 S

A) استنتج عبارة كتلة الساق بدلالة الكتل النقطية واحسب كتلة الساق

B) احسب ثابت فتل سلك التعليق K عزم عطالة الساق حول محور محور مار من المركز $I\Delta/c = \frac{1}{12} m.\ell^2$

1. حساب T_0 :

$$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{I_\Delta}{m.g.d}}$$

حساب m : m حساب d : $d = \frac{\ell}{2}$

حساب I_Δ : $I_\Delta = I_\Delta/c + m\,d^2$

$$I_\Delta = \frac{1}{12}.m.\ell^2 + m.(\frac{\ell}{2})^2 = \frac{1}{3}m.\ell^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}m\,\ell^2}{m.g.\frac{\ell}{2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}\ell}{g.\frac{1}{2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}}{10\times\frac{1}{2}}} = 2\,S$$

2. حساب T_0 :

$$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{I_\Delta}{m.g.d}}$$

حساب m : m حساب d : $d = \frac{\ell}{6}$

حساب I_Δ : $I_\Delta = I_\Delta/c + m\,d^2$

$$= \frac{1}{12}.m.\ell^2 + m.(\frac{\ell}{6})^2 = (\frac{1}{12}+\frac{1}{36})m.\ell^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{9}m.\ell^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{9}m\,\ell^2}{m.g.\frac{\ell}{6}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{9}\ell}{g.\frac{1}{6}}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{9}\times\frac{3}{2}}{10.\frac{1}{6}}} = 2\,S$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

③ نواس فتل

قبل إضافة الكتل : $t = 5\,S$ ، $N = 10$: $T_0 = \frac{t}{N} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}S$

بعد إضافة الكتل $m_1 = m_2 = 20g = 20 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-2}kg$ $t = 10\,S$ ، $N = 10$

$$T'_0 = \frac{t}{N} = \frac{10}{10} = 1S$$

قبل إضافة الكتل (ساق فقط) : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}}{K}}$ $\Longrightarrow$ $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

بعد إضافة الكتل (ساق مع الكتل) : $T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c} + 2m_1.(\frac{\ell}{2})^2}{K}}$ $\Longleftarrow$ $T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I'_\Delta}{K}}$

نقسم

$$\frac{T_0}{T'_0} = \frac{\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}}{\cancel{K}}}}{\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{I_{\Delta/c} + 2m_1.(\frac{\ell}{2})^2}{\cancel{K}}}}$$

$$\frac{\frac{1}{2}}{1} = \sqrt{\frac{I_{\Delta/c}}{I_{\Delta/c} + 2m_1.(\frac{\ell}{2})^2}} \xrightarrow{\text{نربع}} \frac{1}{4} = \frac{I_{\Delta/c}}{I_{\Delta/c} + 2m_1.(\frac{\ell}{2})^2}$$

$$4\,I_{\Delta/c} = I_{\Delta/c} + 2m_1.(\frac{\ell}{2})^2 \Longrightarrow 3\,I_{\Delta/c} = 2m_1.(\frac{\ell}{2})^2$$

$$\cancel{3} \times \frac{1}{\cancel{12}} m.\cancel{\ell^2} = 2m_1\frac{\cancel{\ell^2}}{4} \Longrightarrow \frac{1}{\cancel{4}}m = 2m_1\frac{1}{\cancel{4}}$$

$$m = 2.m_1 = 2 \times 2 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-2}Kg$$

B) حساب K:

$$K = \omega_0^2.I_\Delta$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi\ rad.S^{-1}$$

$$I_{\Delta/c} = \frac{1}{12}m.\ell^2 = \frac{1}{12} \times 4 \times 10^{-2} \times (\frac{3}{2})^2 = \frac{1}{3} \times 10^{-2} \times \frac{9}{4} = \frac{3}{4} \times 10^{-2}\ Kg.m^2$$

$$K = (4\pi)^2 \times \frac{3}{4} \times 10^{-2} = \cancel{160} \times \frac{3}{\cancel{4}} \times \cancel{10^{-2}}$$

$$K = 12 \times 10^{-1} m.N.rad^{-1}$$

اننا سوف نكسب معركتنا لا بمقدار ما نقتل من خصومنا ولكن بمقدار ما نقتل في نفوسنا الرغبة في القتل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المسألة الثالثة : نواس ثقلي مؤلف من ساق متجانسة طولها $\ell = \frac{3}{2}m$ نجعلها شاقوليّةً ونعلّقها من محور أفقي عموديٍّ على مستويها الشاقولي ومار من طرفها العلوي عزم عطالة الساق حول محور محور مار من المركز $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12}m.\ell^2$

1. استنتج واحسب حسب الدور الخاص للنواس بسعة صغيرة ؟
2. احسب الدور الخاص بزاوية $\theta_{max} = 0.4rad$
3. نزيح الساق عن توازنها بزاوية $\theta_{max} = 60°$ ثم نتركها دون سرعة استنتج بالرموز علاقة سرعتها الزاوية عند المرور بالشاقول واحسب قيمتها ؟

1. حساب T_0 :

$$T_0 = 2\pi.\sqrt{\frac{I_\Delta}{m.g.d}}$$

حساب m : m

حساب d : $d = \frac{\ell}{2}$

حساب I_Δ :

$$I_\Delta = I_{\Delta/c} + m\,d^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{12}.m.\ell^2 + m.(\frac{\ell}{2})^2 = \frac{1}{3}m.\ell^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}\cancel{m}\,\ell^{\cancel{2}}}{\cancel{m}.g.\frac{\cancel{\ell}}{2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}\ell}{g.\frac{1}{2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}}{10\times\frac{1}{2}}} = 2\,S$$

2. حساب T'_0 :

$$T'_0 \approx T_0\left(1 + \frac{\theta^2_{max}}{16}\right)$$

$$T'_0 = 2\times\left(1 + \frac{(0.4)^2}{16}\right) = 2\times\left(1 + \frac{0.16}{16}\right)$$

$$T'_0 = 2\times(1 + 0.01) = 2\times(1.01) = 2.02\,S$$

3. استنتاج ω : نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

1) اعظمي θ_{max}

2) الشاقول $\theta = 0$

$$\Delta E_K = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{K2} - E_{K1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

لأن نقطة تأثيرها لا تنتقل $W_{\vec{R}} = 0$

$$E_{K2} - 0 = W_{\vec{w}} \Longrightarrow \frac{1}{2}.I_\Delta.\omega^2 = m.g.h$$

$$\omega = \sqrt{\frac{m.g.d(1-\cos\theta_{max})}{\frac{1}{2}.I_\Delta}} \Longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{m.g.\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta_{max})}{\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}m.\ell^2}}$$

$$= \quad \omega = \sqrt{\frac{g.\frac{1}{2}(1-\cos\theta_{max})}{\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}.\ell}} \Longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{10(1-\cos\frac{\pi}{3})}{\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}}}$$

$$\omega\sqrt{\frac{10(1-\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{10\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}} = \sqrt{10} \simeq \sqrt{\pi^2} = \pi\ rad.S^{-1}$$

المسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اولاً :ضع إشارة صح (√) امام العبارة الصحيحة وصحح العبارات الخطأ مما يلي :

❶ (X) : ان حركة النواس الثقلي جيبية دورانية مهما كانت السعة الزاوية للحركة

في حالة زوايا صغيرة السعة

التصحيح

❷ (√) ان حركة النواس الثقلي جيبية دورانية فقط بزوايا صغيرة السعة

ثانياً : أعط تفسيرا علميا باستخدام العلاقات الرياضية المناسبة لكل مما يأتي:

1) لا يتعلق الدور الخاص لساق متجانسة تنوس حول محور مار من طرفيها العلوي بكتلتها ويبقى الدور نفسه مهما زدنا من كتلة النواس الثقلي حيث $I_{\Delta/C} = \frac{1}{12} m \ell^2$

ج) من اجل الكتلة m : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m.g.d}}$

من اجل الكتلة m' : $T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I'_\Delta}{m'.g.d}}$

نقسم

$$\frac{T_0}{T'_0} = \frac{\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{I_\Delta}{m.\cancel{g}.\cancel{d}}}}{\cancel{2\pi}\sqrt{\frac{I'_\Delta}{m'.\cancel{g}.\cancel{d}}}}$$

$$\frac{T_0}{T'_0} = \frac{\sqrt{\frac{I_\Delta}{m}}}{\sqrt{\frac{I'_\Delta}{m'}}}$$

$$I_\Delta = I_{\Delta/C} + m.d^2 = \frac{1}{12} m\,\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} m\,\ell^2$$

$$I'_\Delta = \frac{1}{3} m'\,\ell^2$$

يؤخر($\frac{T_0}{T'_0} = \frac{\sqrt{\frac{\frac{1}{3}\cancel{m}\cancel{\ell^2}}{\cancel{m}}}}{\sqrt{\frac{\frac{1}{3}\cancel{m'}\cancel{\ell^2}}{\cancel{m'}}}}$ → $\frac{T_0}{T'_0} = 1$ → $T_0 = T'_0$

نواس ميقاتية عند نقله الى قمة جبل مرتفع بعد ان كان ينوس عند مستوى سطح البحر وذلك مع بقاء درجة الحرارة ثابتة

ج) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m.g.d}}$

علاقة الدور مع الجاذبية عكسية و بالانتقال الى الاعلى في قمة الجبل تقل الجاذبية فيزداد الدور

من اصعب المشاعر هي معرفتك بأنك قد فعلت كل ما كان بقدرتك ان تفعله ....

لكن كل ما فعلته لم يكن كافي .... الأسطورة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبر نفسي ص 38+37

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة:

1) (a) خفض قرص يؤدي إلى زيادة l فزيادة T_o لأن

$T_o' > T_o$

حيث T_o دور ميقاتية.

2) (b) نلاحظ تقدم الثانية كلما ازداد الارتفاع نقص g فيزداد الدور.

3) (d)

ثانياً: حل مسائل ص 39+40

مسألة أولى:

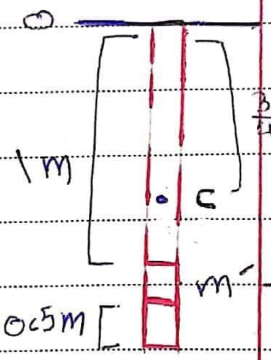
ساق متجانسة

$M = \frac{1}{2}\,Kg$

$l = \frac{3}{2}\,m$

$m' = \frac{1}{2}\,Kg$

$I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} M l^2$



1) $T_o = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_{\Delta\,جملة}}{m g d}}$

$m_{جملة} = M + m' = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1\,Kg$

$d = \dfrac{m' r' + M r}{m' + M} = \dfrac{\frac{1}{2}(1) + \frac{1}{2}(\frac{3}{4})}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}$

كرم غزي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$E_{K_2} = W_{\vec{w}} = mgh$

$\Rightarrow E_{K_2} = mgd(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

$E_{K_2} = 1 \times 10 \times \frac{7}{8}(1 - 0)$

$E_{K_2} = \frac{70}{8} J$

$V_{m'} = \omega r_{m'} = \omega(1)$

حساب السرعة الزاوية

$E_{K_2} = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = \frac{70}{8}$

$\omega^2 = \frac{140}{I_\Delta \times 8} = \frac{140}{\frac{7}{8} \times 8}$

$\omega^2 = 20 \Rightarrow \omega = 2\sqrt{5}\ rad/s$

$V_{m'} = (2\sqrt{5})(1)$

$V_{m'} = 2\sqrt{5}\ m\,s^{-1}$

طلب إضافي:

حساب السرعة الخطية لمركز عطالة:

$V_d = \omega d = 2\sqrt{5} \times \frac{7}{8}$

$V_d = \frac{7\sqrt{5}}{4}\ m/s$

مسألة ثانية: نواس ثقلي بسيط

$l = 40cm = 0.4m$

$m_1 = 100g = 0.1\ Kg$

(1) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين الأول:

الأول: $E_{K_1} = 0$ $\quad \theta_{max} = ?$

الثاني: $E_{K_2} = ?$ $\quad \theta = 0$

$\Delta E_K = \Sigma \overline{W_{\vec{F}}}$

$d = \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \Rightarrow d = \frac{7}{8} m$

$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta/c} + Md^2 + I_{\Delta m'}$

$I_{\Delta\,جملة} = \frac{1}{12} Ml^2 + M(\frac{l}{2})^2 + m'r'^2$

$= \frac{1}{12}(\frac{1}{2})(\frac{3}{2})^2 + (\frac{1}{2})(\frac{3}{2})^2 + \frac{1}{2}(1)^2$

$I_{\Delta\,جملة} = \frac{3}{32} + \frac{9}{32} + \frac{1}{2}_{(16)} = \frac{28}{32}$

$I_{\Delta\,جملة} = \frac{7}{8}\ Kg\,m^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\frac{7}{8}}{1 \times 10 \times \frac{7}{8}}} = 2S$

(2) شروط بدء $\left(\begin{array}{l} t = 0 \\ \theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{2}\ rad \end{array} \right)$

نطبق نظرية طاقة حركية لحساب طاقة حركية للنواس بين وضعين:

الأول: $E_{K_1} = 0$ $\quad \theta = \theta_{max}$

الثاني: $E_{K_2} = 0$ $\quad \theta = 0$

عند المرور بالشاقول $\theta = 0$

$\Rightarrow \cos\theta = 1 \qquad \cos\theta_{max} = 0$

$\Delta E_K = \Sigma \overline{W_{\vec{F}}}$

$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$

$E_{K_1} = 0$ لأن ترك نواس دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{R}} = 0$ لأن حامل قوة تلاقي محور الدوران

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$

لأن ترك بدون سرعة ابتدائية $E_{k_1} = 0$

لأن القوة تعامد الانتقال في كل لحظة $W_T = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m V^2 - 0 = mgh$

$V^2 = 2gh = 2g\ell(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

$(\cos\theta - \cos\theta_{max}) = \frac{V^2}{2g\ell}$

$\theta = 0$ مرور بالشاقول

$\Rightarrow \cos\theta = 1$

$(1 - \cos\theta_{max}) = \frac{V^2}{2g\ell}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{V^2}{2g\ell}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{(2)^2}{2\times10\times4\times10^{-1}}$

$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad$

(2) نطبق القانون الأساسي في التحريك الانسحابي:

$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{W} + \vec{T}$

بالإسقاط على محور الناظم ويتجه T:

$-W\cos\theta + T = m a_n$

$T = mg\cos\theta + m\frac{V^2}{\ell}$

$T = mg\cos\theta + m\frac{2g\ell(1-\cos\theta_{max})}{\ell}$

$\theta = 0$ مرور بالشاقول

$\Rightarrow \cos\theta = 1$

$T = mg + 2mg(1 - \cos\theta_{max})$

$T = mg(3 - 2\cos\theta_{max})$

$T = 100\times10^{-3}\times10(3 - 2\times\frac{1}{2})$

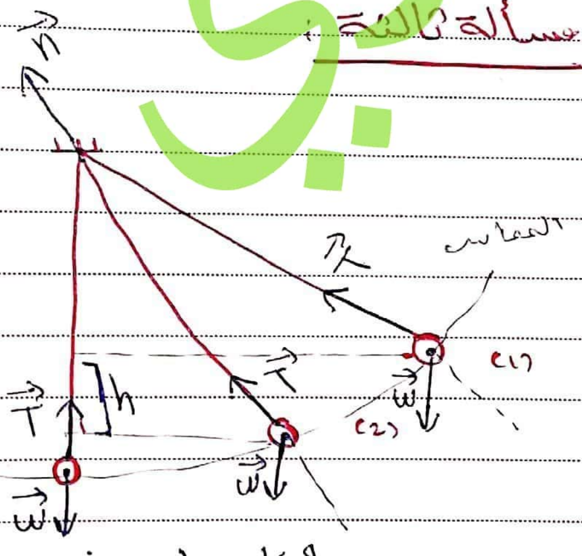
$T = (3 - 1) = 2N$

طلبات إضافية:

(1) استنتج بالرموز العلاقة المحددة للتسارع المماسي عند ما يصنع خيط زاوية $\theta = 30°$ ؟

(2) حساب التسارع الزاوي عند الزاوية $30°$ ؟

مسألة ثالثة:



$m = \frac{1}{2}\,Kg$

$\ell = 1.6\,m$

$h = 0.8\,m$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

① نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

الأول: $E_{K_1}=0$ $\quad \theta=\theta_{max}$

الثاني: $E_{K_2}=?$ $\quad \theta=0$

$$\Delta E_K = W_{\vec f}$$

$$E_{K_2}-E_{K_1} = W_{\vec w} + W_{\vec T}$$

$W_T=0$ القوة تعامد الانتقال كل لحظة

$E_{K_1}=0$ الكرة تركت دون سرعة ابتدائية

$$\frac{1}{2} mV^2 - 0 = mgh + 0$$

$$V^2 = 2gh$$

$$V=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times10\times0.8}$$

$$V=\sqrt{16}=4\ ms^{-1}$$

② نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

الأول: $E_{K_1}=0$ $\quad \theta=\theta_{max}$

الثاني: $E_{K_2}=?$ $\quad \theta=0$

$$\Delta E_K = W_{\vec f}$$

$$E_{K_2}-E_{K_1} = W_{\vec w} + W_{\vec T}$$

$W_T=0$ قوة تعامد الانتقال كل لحظة

$E_{K_1}=0$ لأن الكرة تركت دون سرعة ابتدائية

$$\frac{1}{2} mV^2 - 0 = mgh$$

$$V^2 = 2gh = 2gl(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

$\theta=0$ مرور بالشاقول

$$\Rightarrow \cos\theta = 1$$

$$(1-\cos\theta_{max}) = \frac{V^2}{2gl}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{V^2}{2gl}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{(4)^2}{2\times10\times16\times10^{-1}}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$$

③

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{16\times10^{-1}}{10}}$$

$$T_0 = 2\pi\times4\times10^{-1}$$

$$T_0 = 2.5\ s$$

ملاحظة

$\pi^2=10$ $\quad \pi=\sqrt{10}$

$32\pi = 100$

④ نطبق القانون الأساسي في التحريك الانسحابي

$$\sum\vec F = m\vec a = \vec w + \vec T$$

بالإسقاط على محور الناظم وبجهة T

$$-w\cos\theta + T = m a_n$$

$$T = mg\cos\theta + m\frac{V^2}{l}$$

$\theta=0 \Rightarrow \cos\theta=1$ المرور بالشاقول

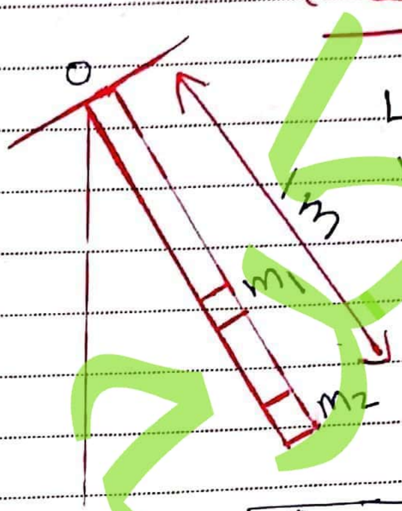
$$T = mg + m\frac{V^2}{l}$$

$$T = \frac{1}{2}\times10 + \frac{1}{2}\times\frac{(4)^2}{16\times10^{-1}}$$

$$T = 5+5 = 10\ N$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مسألة الرابعة:



$L = 1\,m$

$m_1 = 0.4\,Kg$

$m_2 = 0.2\,Kg$

ساق مهملة كتلة

$I_{\Delta/C} = 0$

(1) $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_{\Delta\,جملة}}{m g d}}$

$m = m_1 + m_2 = 0.4 + 0.2 = 0.6\,Kg$

$d = \dfrac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2}$

$d = \dfrac{(0.4)(\frac{1}{2}) + (0.2)(1)}{0.4 + 0.2}$

$d = \dfrac{0.2 + 0.2}{0.6} = \dfrac{0.4}{0.6} = \dfrac{2}{3}\,m$

$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta/C} + I_{\Delta m_1} + I_{\Delta m_2} = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$I_{\Delta\,جملة} = (0.4)(\frac{1}{2})^2 + (0.2)(1)^2$

$I_{\Delta\,جملة} = 0.1 + 0.2 = 0.3\,Kg\,m^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{3\times10^{-1}}{6\times10^{-1}\times10\times\frac{2}{3}}}$

$T_0 = \sqrt{3}\,S$

(2) $v_d = \dfrac{4\pi}{3\sqrt{3}}\,m\,s^{-1}$

$v_d = \omega\, d \Rightarrow \dfrac{4\pi}{3\sqrt{3}} = \omega \cdot \dfrac{2}{3}$

$\omega = \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}\,rad/s$

a- $v_{m_2} = \omega\, r_2$

$v_{m_2} = \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}} \times 1 = \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}\,m/s$

b- نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: $Ek_1 = 0$ ، $\theta = \theta_{max}$

الثاني: $Ek_2 = ?$ ، $\theta = 0$

$\Delta E_K = \sum W_{\vec{F}}$

$Ek_2 - Ek_1 = W_{\vec{W}} + W_{\vec{R}}$

$W_R = 0$ لأن حامل قوة تلاقي محور الدوران.

$Ek_1 = 0$ الجملة تترك دون سرعة ابتدائية

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = m g h$

$h = \dfrac{\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2}{m g}$

$d(\cos\theta - \cos\theta_{max}) = \dfrac{I_\Delta \omega^2}{2mg}$

$\theta = 0$ مرور بالشاقول:

$\Rightarrow \cos\theta = 1$

AL.SAMRAH

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$(1-\cos\theta_{max}) = \frac{I_D\,\omega^2}{2mgd}$$

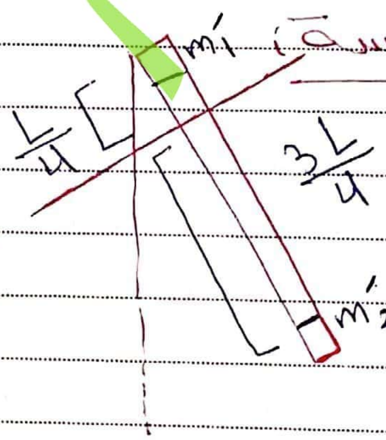
$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{I_D\,\omega^2}{2mgd}$$

$$= 1 - \frac{3\times10^{-1}\times\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right)^2}{2\times6\times10^{-1}\times10\times\frac{2}{3}}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$$

المسألة الخامسة



$$m_1' = m_2'$$

شروط البدء:
$$\begin{cases} t=0 \\ \theta=\theta_{max}=\frac{1}{2\pi}\ rad \end{cases}$$

$$T_0 = \frac{5}{2}\ (S)$$

① $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

ثوابت الحركة:
$(\theta_{max}\ ،\ \omega_0\ ،\ \varphi)$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\frac{5}{2}} = \frac{4\pi}{5}\ S$$

$$\theta_{max} = \frac{1}{2\pi}\ rad$$

شروط البدء:
$$\begin{cases} t=0 \\ \theta=\theta_{max} \end{cases}$$

$$\theta_{max} = \theta_{max}\cos(0+\varphi)$$

$$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad$$

$$\theta = \frac{1}{2\pi}\cos\left(\frac{4\pi}{5}t+0\right)$$

② الساق مهملة الكتلة

$$I_{\Delta/C} = 0$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta\,جملة}}{mgd}}$$

$$d = \frac{m_1'\left(\frac{3L}{4}\right) - m_2'\left(\frac{L}{4}\right)}{m_1' + m_2'}$$

$$d = \frac{m'\left(\frac{3L}{4}-\frac{L}{4}\right)}{2m'} = \frac{\frac{2L}{4}}{2}$$

$$d = \frac{2L}{8} = \frac{L}{4}$$

$$m = m' + m' = 2m'$$

$$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta/C} + I_{\Delta m_1'} + I_{\Delta m_2'}$$

$$I_{\Delta\,جملة} = m_1'\left(\frac{L}{4}\right)^2 + m_2'\left(\frac{3L}{4}\right)^2$$

$$I_{\Delta\,جملة} = \frac{m_1' L^2}{16} + \frac{9}{16}m_2' L^2$$

$$I_{\Delta\,جملة} = \frac{10}{16}m_1' L^2 = \frac{5}{8}m_1' L^2$$

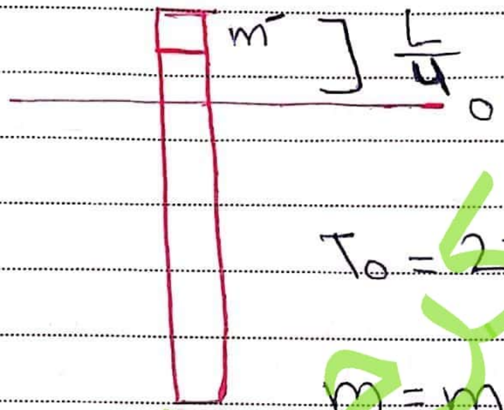
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$\frac{5}{2} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{5}{8}m_1' L^2}{2m_1' \times g \times \frac{L}{4}}}$$

$\Rightarrow \frac{5}{2} = 2\sqrt{\frac{5L}{4}}$ تربيع طرفين

$\Rightarrow \frac{25}{4} = 4 \times \frac{5L}{4} \Rightarrow L = \frac{5}{4} m$

4



$$T_O = 2\pi\sqrt{\frac{I_O}{mgd}}$$

$m = m'$

$d = \frac{L}{4}$

$I_O = I_{O/c} + I_{O m'}$

$= 0 + m'\left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{m'L^2}{16}$

$$T_O = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{m'L^2}{16}}{m' \times g \times \frac{L}{4}}}$$

$$T_O = 2\pi\sqrt{\frac{L}{4g}}$$

$$T_O = 2\sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{5}{4}}$$

$$T_O = \frac{\sqrt{5}}{2}\ s$$

كرم غزي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

د (٢٠٠٢) :

يتألف نواس ثقلي من ساق شاقولية ($a\ b$) مهملة الكتلة طولها $(\ell = 1)\ m$ تحمل في نهايتها العلوية (a) كتلة نقطيّة $(m_1 = 0.4)\ kg$ ، وتحمل في نهايتها السفليّة (b) كتلة نقطيّة $(m_2 = 0.6)\ kg$ ... تهتز الجملة حول محور أ فقي (Δ) يمر من الساق ويبعد $(20)\ cm$ عن النهاية (a) .. والمطلوب :

1 – احسب دور النواس من أجل النوسات صغيرة السعة .

2 – نزيح الجملة عن وضع توازنها الشاقولي زاوية قدرها $(60°)$ ونتركها بدون سرعة ابتدائية ... استنتج العلاقة المحدّدة لسرعتها الزاوية لحظة مرورها بوضع التوازن ثم احسب قيمتها واحسب السرعة الخطية لمركز عطالة الجملة عندئذ .

3 – في تجربة ثانية نعلق الساق فقط من منتصفها بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $(0.1)\ m\ N\ rad^{-1}$ ، ونثبت على طرفي الساق كتلتين نقطيتين $(m_1 = m_2 = 50)\ g$ نحرف الساق عن وضع توازنها في مستو أفقي بزاوية $(60°)$ ونتركها دون سرعة زاوية ابتدائية في اللحظة ($t = 0$) فتهتز بحركة جيبية دورانية ... والمطلوب :

أ ـ احسب دور اهتزازها .

ب ـ استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقاً من شكله العام .

جـ ـ احسب التسارع الزاوي للساق في وضع تصنع زاوية قدرها $(-\pi/4)\ rad$ راديان مع وضع توازنها .

الأجوبة: $T_0 = 2\,s$ ، $\omega = \pi\ rad.s^{-1}$ ، $v = 0.4\pi\ m.s^{-1}$ ، $T_0 = \pi\,s$ ، $\theta = \pi/3\ \cos 2t$ ، $a = \pi\ rad.s^{-2}$

****

د (٢٠١٤) :

يتألف نواس ثقلي مركب من ساق شاقولية مهملة الكتلة طولها $(\ell = 1/2)\ m$ تحمل في نهايتها العلوية كتلة نقطيّة $(m_1 = 300)\ g$ ، وتحمل في نهايتها السفليّة كتلة نقطيّة $(m_2 = 500)\ g$ ... تهتز الساق حول محور أ فقي (Δ) عمودي على مستويها مار من منتصفها .. والمطلوب :

1 – احسب الدور الخاص لهذا النواس في حال السعات الزاوية الصغيرة .

2 – احسب طول النواس الثقلي البسيط الموافق .

3 – نزيح الجملة عن وضع توازنها الشاقولي زاوية قدرها $(60°)$ ونتركها بدون سرعة ابتدائية .. استنتج العلاقة المحدّدة لسرعتها الزاوية لحظة مرورها بشاقول نقطة التعليق ثم احسب قيمتها

الأجوبة: $T_0 = 2\,s$ ، $\ell = 1\,m$ ، $\omega = \pi\ rad.s^{-1}$.

****

د (٢٠١١) ض :

يتألف نواس ثقلي من ساق نحاسية ($a\ b$) متجانسة شاقولية طولها $(\ell = 1.5)\ m$ وكتلتها $(100)\ g$ يمكنها أن تهتز بحرية حول محور أفقي ثابت عمودي على مستويها الشاقولي ومار من طرفها (a) ...

أ) نحرف الساق عن وضع توازنها بزاوية صغيرة ونتركها لتهتز والمطلوب :

1 – احسب دور اهتزازاتها صغيرة السعة   2 – احسب طول النواس البسيط الموافق الموافق لهذا النواس .

ب) نحرف الساق من جديد عن وضع توازنها زاوية $(60°)$ ونتركها دون سرعة ابتدائية ... استنتج بارموز (ω) للساق لحظة مرورها بالشاقول بالرموز .. ثم احسب قيمتها .

الأجوبة: $T_0 = 2\,s$ ، $\ell' = 1\,m$ ، $\omega = \pi\ rad.s^{-1}$

****

د (٢٠٠٣) :

أ) ساق متجانسة طولها $(\ell = 1.5)\ m$ نعلقها بسلك فتل شاقولي من منتصفها وبعد أن تتوازن نحرفها زاوية $(\pi/3)\ rad$ راديان في مستو أفقي ونتركها بدون سرعة ابتدائية في اللحظة $(t = 0)$ فتهتز بالدور الخاص $(1)\ s$ بحركة جيبية دورانية والمطلوب :

1 – أوجد التابع الزمني لمطالها الزاوي انطلاقاً من شكله العام .

2 – احسب السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الأول بوضع التوازن .

3 – احسب التسارع الزاوي للساق عندما تصنع زاوية $(-\pi/4)\ rad$ مع وضع التوازن .

4 – نجعل طول سلك الفتل نصف ما كان عليه ... احسب الدور الخاص الجديد للساق .

ب) نشكل من الساق السابقة نواساً مركباً ليهتز حول محور أفقي عمودي على الساق ومار من إحدى نهايتيها ، نزيحها عن وضع توازنها الشاقولي زاوية $(\pi/2)\ rad$ ونتركها بدون سرعة ابتدائية . احسب الدور الخاص لهذا النواس المركب .

الأجوبة: $\theta = (\pi/3)\cos 2\pi t$ ، $\omega = -20/3\ rad.s^{-1}$ ، $a = 10\pi\ rad.s^{-2}$ ، $T_0 = 1/\sqrt{2}\ s$ ، $T_0' = 2.3\,s$

****

د (٢٠٠٠ ، ٢/١٤) :

يتألف نواس ثقلي من قرص متجانس كتلته (m) ونصف قطره $(r = 2/3)\ m$ يمكن أ ن يهتزّ شاقولياً حول محور أفقي مار بنقطة من محيطه .. والمطلوب :

1 – استنتج أ نّ العلاقة المحدّدة لدوره الخاص في حالة السعات الصغيرة هي ($T_0 = 2\pi\sqrt{3r/2g}$) بدءاً من العلاقة العامة لدور النواس الثقلي المركب ثم احسب قيمته.

2 – احسب طول النواس البسيط الموافق لهذا النواس المركب .

3 – نثبت بنقطة من محيط القرص كتلة نقطيّة (m') تساوي كتلة القرص (m) ونجعله يهتز حول محور أفقي مار من مركز القرص .. احسب دوره في هذه الحالة من أجل السعات الزاوية الصغيرة .

4 – نزيح القرص عن وضع توازنه الشاقولي بسعة زاوية (θ_{max}) ونتركه بدون سرعة ابتدائية فتكون السرعة الخطية للكتلة النقطية (m') لحظة مرورها بالشاقول $(2\pi/3)\ m.s^{-1}$ ... احسب قيمة السعة الزاوية (θ_{max}) .

(عزم عطالة القرص حول محور مار بمركز عطالته $I_\Delta = 1/2\ m r^2$)

الأجوبة: $T_0 = 2\,s$ ، $\ell = 1\,m$ ، $T_0 = 2\,s$ ، $\theta_{max} = \pi/3\ rad$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

د (١٩٩٧) :

أ) يتألف نواس ثقلي من قرص متجانس نصف قطره $(r = 1/6)\ m$ يمكنه أن ينوس في مستو شاقولي حول محور أفقي يمر بنقطة من محيطه وعمودي على مستويه الشاقولي . المطلوب :

1 – استنتج العلاقة المحدّدة للدور الخاص للنواس بدلالة نصف قطره في حالة السعات الصغيرة انطلاقاً من علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي .. ثم احسب قيمته.

2 – استنتج قيمة طول النواس الثقلي البسيط المواقت ... ممَّ يتألف النواس البسيط نظرياً وعملياً ؟

3 – إذا أزحنا القرص عن وضع توازنه الشاقولي $(60°)$ وتركناه بدون سرعة ابتدائية . استنتج مع الرسم العلاقة المحدّدة لسرعته الزاوية لحظة مروره بالشاقول .. ثم احسب قيمتها .

(عزم عطالة القرص حول محور مار بمركز عطالته $I_\Delta = 1/2\, m r^2$)

الأجوبة:

$\omega = 2\pi \ rad.s^{-1}$ ، $\omega = \sqrt{4g(1-\cos\theta)/3r} \ rad.s^{-1}$ ، $\ell = 0.25\, m$ ، $T_0 = 1\, s$ ، $T_0 = 2\pi\sqrt{3r/2g}$

****

د (١٩٩٦) :

أ) قرص متجانس نصف قطره $(r = 1/6)\ m$ يمكنه أن ينوس في مستو شاقولي حول محور أفقي يمر بنقطة من محيطه وعمودي على مستويه الشاقولي ، نزيح القرص عن وضع توازنه الشاقولي $(0.1)\ rad$ ونتركه بدون سرعة في اللحظة $(t = 0)$ المطلوب :

1 – احسب قيمة الدور الخاص للقرص .

2 – اكتب التابع الزمني لحركة القرص بعد استنتاج قيم ثوابته .

3 – احسب سرعة مركز عطالة القرص لحظة مروره الأول بوضع توازنه الشاقولي .

ب) نجعل من القرص دولاب بارلو ونخضع نصفه السفلي إلى حقل مغناطيسي منتظم عمودي على مستوي القرص $(B = 0.03)\ T$ ونمرر فيه تياراً كهربائياً شدته $(12)\ A$.

1 – حدد بالكتابة والرسم عناصر شعاع القوة الكهرطيسية المؤثرة في القرص .

2 – احسب عزم تلك القوة بالنسبة لمحور الدوران .

3 – احسب استطاعته عندما يدور بسرعة ثابتة تقابل $(3/\pi)$ دورة في الثانية ، ثم احسب قوته المحركة الكهربائية العكسية .

(عزم عطالة القرص حول محور مار بمركز عطالته $I_\Delta = 1/2\, m r^2$)

الأجوبة: $T_0 = 1\, s$ ، $\theta = 0.1 \cos 2\pi t$ ، $\omega = -2\pi/10 \ rad.s^{-1}$ ، $v = \pi/30 \ m.s^{-1}$.

****

د (١٩٩٣) :

يتألف نواس ثقلي من قرص متجانس كتلته $(m = 2)\ kg$ ونصف قطره $(r = 2/3)\ m$ يمكنه أن يهتز شاقولياً حول محور أفقي مار من نقطة من محيطه ... والمطلوب :

1 – استنتج العلاقة المحدّدة لدوره الخاص في حالة السعات الصغيرة بدلالة (r) بدءاً من العلاقة العامة لدور النواس الثقلي المركب ... ثمّ احسب قيمة الدور .

2 – نثبت في نقطة من محيط القرص السابق كتلة نقطيّة $(m' = m)$ ونجعل القرص يهتز حول محوره الأفقي المار من مركزه ... احسب دوره في هذه الحالة من أجل السعات الزاوية الصغيرة .

3 – نزيح النواس عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية $(90°)$ ونتركه بدون سرعة ابتدائية ... احسب قيمة كل من السرعة الخطيّة والسرعة الزاوية لمركز عطالة النوّاس لحظة مروره بالشاقول .

4 – نزيل الكتلة النقطيّة ونعلق القرص من مركزه بسلك فتل مكوناً نوّاس فتل ، وندير القرص أفقياً حول السلك بمقدار نصف دورة ونتركه بدون سرعة ابتدائية معتبرين بدء الزمن لحظة تركه في مطاله الأعظمي الموجب فيهتز بدور يساوي $(4)\ s$.

أ . استنتج التابع الزمني لحركة القرص انطلاقاً من شكله العام .

ب ـ استنتج العلاقة المحدّدة للسرعة الزاويّة للقرص لحظة مروره الأول في وضع التوازن ، واحسب قيمتها ، والطاقة الحركية للقرص حينئذ .

(عزم عطالة القرص حول محور مار بمركز عطالته $I_\Delta = 1/2\, m r^2$) .

الأجوبة:

$T_0 = 2\pi\sqrt{(3r/2g)}$ ، $T_0 = 2\, s$ ، $T_0 \simeq 2\, s$ ، $\omega = \pi\sqrt{2} \ rad.s^{-1}$ ، $v = (\sqrt{3}/2)\pi \ m.s^{-1}$ ، $\theta = \pi \cos(\pi/2)t$ ،

$\omega = -5 \ rad.s^{-1}$ ، $E_k = 50/9\ J$

****

د (٢٠٠٩ - ١/١٣) :

أ) يتألف نواس ثقلي بسيط من خيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله $(\ell = 1)\ m$ يحمل في نهايته كرة صغيرة تعد نقطة مادية كتلتها $(m = 0.1)\ Kg$ ، نزيح هذا النواس عن وضع توازنه الشاقولي زاوية $(\theta_{max} = 60°)$ ونتركه دون سرعة ابتدائية .. والمطلوب :

1 – احسب دور هذا النواس .

2 – استنتج بالرموز العلاقة المحددة للسرعة الخطية لكرة النواس لحظة المرور بالشاقول ثم احسب قيمتها .

3 – استنتج بالرموز العلاقة المحددة لتوتر خيط النواس لحظة المرور بالشاقول ثم احسب قيمته .

4 – احسب التغير النسبي في دور النواس عندما ينوس بسعة صغيرة نتيجة انتقاله من مكان لآخر حيث يحصل تغير نسبي في الجاذبية الأرضية قيمته (2×10^{-3}) مع المحافظة على طوله .

الأجوبة: $T_0 = 2\, s$ ، $T_0' = 2.14\, s$ ، $v = \pi \ m.s^{-1}$ ، $T = 2\, N$ ، $\Delta T_0 / T_0 = -10^{-3}$.

****

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

د (٢٠١٥/٢) :

أ) يتألف نواس ثقلي بسيط من خيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله $(\ell = 40)\ cm$ يحمل في نهايته كرة صغيرة تعد نقطة مادية كتلتها $(m = 100)\ g$ ... المطلوب :

1 – يحرف الخيط عن وضع توازنه الشاقولي زاوية كبيرة (θ_{max}) وتترك الكرة دون سرعة ابتدائية فتكون سرعتها لحظة مرورها بالشاقول $(v = 2)\ m . s^{-1}$ ..
استنتج قيمة الزاوية (θ_{max}) بدلالة احدى نسبها المثلثية ثم احسب قيمتها .

2 – استنتج بالرموز العلاقة المحددة لتوتر خيط النواس لحظة مروره بوضع توازنه الشاقولي ثم احسب قيمته .

3 – استنتج بالرموز العلاقة المحددة للتسارع المماسي لكرة النواس عندما يصنع الخيط مع الشاقول زاوية $(\theta = 30°)$ ثم احسب قيمته .

الأجوبة : $\theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad$ ، $T = 2\ N$ ، $a_t = 5\ \ m . s^{-2}$.

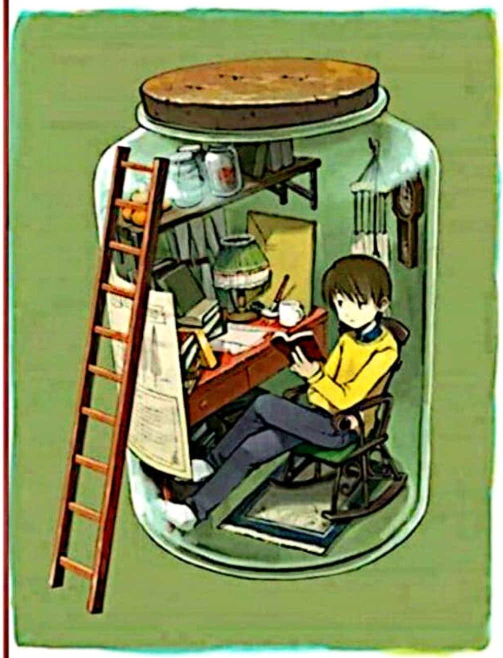
✱✱✱✱✱✱✱✱✱✱✱✱

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ميكانيك السوائل

الدرس الرابع

أنهُ فقَد قدمًا ....
أصبحَ كلمَّا اشترَى زوجًا من الاحذية ...استخدمَ واحدًا ...... وغرسَ في الآخرِ نبتة !
عندمَا يكونُ فكركَ جميلاً تستطيع تحويل المحَنِ إلى منحٍ جميلة .....

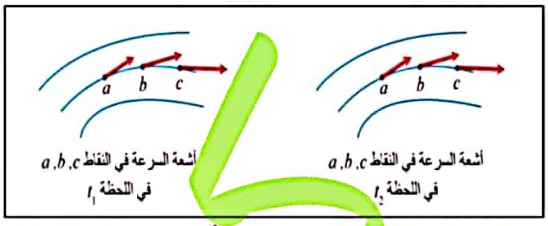


الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

س) عرف ما يلي:

• **الجريان المستقر (المنتظم)** : سرعة جسيمات السائل في نقطة ما من السائل ثابتة لا تتغير بمرور الزمن

مثال : لو اخترنا عدة نقاط a, b, c داخل السائل وحددنا اشعة السرعة نرى انها لا تتغير مع الزمن



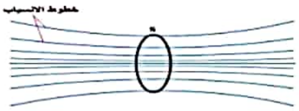
$\vec{v}_{a(t1)} = \vec{v}_{a(t2)}$ ، $\vec{v}_{b(t1)} = \vec{v}_{b(t2)}$

$\vec{v}_{c(t1)} = \vec{v}_{c(t2)}$

• **الجريان غير المستقر: سرعة جسيمات السائل في نقطة ما من السائل متغيرة بمرور الزمن**

مثال : سرعة خروج الماء من فتحة القمع تتغيّر بتغير ارتفاع الماء في القمع.

• خط الانسياب: هو خط يبين المسار الذي يسلكه جسيم من السائل ويمسُّ في كل نقطة من نقاطه شعاع السرعة في تلك النقطة



• أنبوب التدفق: انبوب وهمي يتشكل من تقاطع خطوط الانسياب مع المساحة (S)

• التدفق الكتلي(المنسوب الكتلي) Q: كتلة السائل التي تعبر مقطع الأنبوب خلال زمن معين

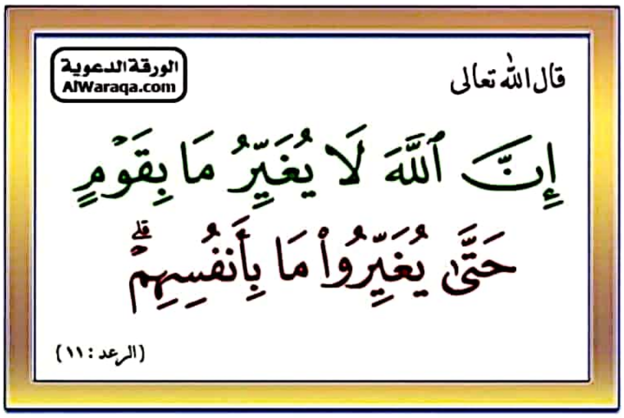
$$Q = \frac{\text{الكتلة}}{\text{الزمن}} = \frac{m}{\Delta t}$$

• التدفق الحجمي (معدل الضخ) Q' : **حجم السائل التي تعبر مقطع الأنبوب خلال زمن معين**

$$Q' = \frac{\text{الحجم}}{\text{الزمن}} = \frac{V}{\Delta t}$$

س) علل دراسة حركة السوائل أكثر تعقيداً من دراسة الأجسام الصلبة ؟

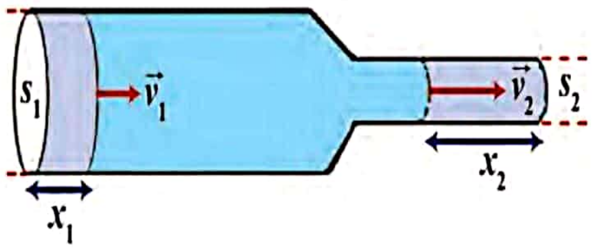
ج) لأن جسيمات السائل تنتقل بالنسبة إلى بعضها البعض(تنزلق على بعضها) وذلك لضعف قوى التماسك فيما بينها، وتكون لجسيمات السائل عند نقطة معينة خلال فترة زمنية قصيرة جداً قيمٌ محدَّدة للضغط والكثافة ودرجة الحرارة والسرعةُ يمكن أن تتغيّر هذه القيم من لحظة إلى أخرى ومن نقطة إلى أخرى.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

س) استنتج معادلة الاستمرارية من خلال جريان وتدفق سائل من انبوب مساحة مقطعي طرفيه (S1 ، S2) ؟ اذكر امثلة لاستخدام هذه الخاصية ؟

ج) { كمية السائل الداخلةعبر المقطع S1 خلال زمن Δt } = { كمية السائل الخارجة عبر المقطع S2 خلال زمن Δt }



$$Q`1_{(\text{الداخل})}=Q`2_{(\text{الخارج})}$$

$$\frac{V1}{\cancel{\Delta t}}=\frac{V2}{\cancel{\Delta t}}$$

$$V_1=V_2$$

$$S_1 . x1 = S_2 . x2$$

$$S_1 . v1.\cancel{\Delta t}=S_2 . v2.\cancel{\Delta t}$$

$$S_1 . v_1 = S_2 . v_2$$

$$\frac{v1}{v2}=\frac{S2}{S1}$$

ملاحظات

الحجم = مساحة.الارتفاع

$V= S. x$

المسافة =السرعة.الزمن

$x = v.\Delta t$

V_1:حجم كمية السائل التي تعبر المقطع S_1 خلال الزمن Δt.

V_2:حجم كمية السائل التي تعبر المقطع S_2 خلال الزمن Δt.

- نتيجة: علاقة السرعة بالمساحة عكسية

تستخدم في : انابيب سيارات الاطفاء وأنابيب الري

ملاحظات : ① التغير في الطاقة الحركية :

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}m. v_2^2 - \frac{1}{2}. m. v_1^2 \longrightarrow \Delta EK = EK_2 - EK_1$$

② التغير في الطاقة الكامنة الثقالية :

$$\Delta E_p = m . g . Z_2 - m .g.Z_1 \longrightarrow \Delta E_p = E_{P2} - E_{P1}$$

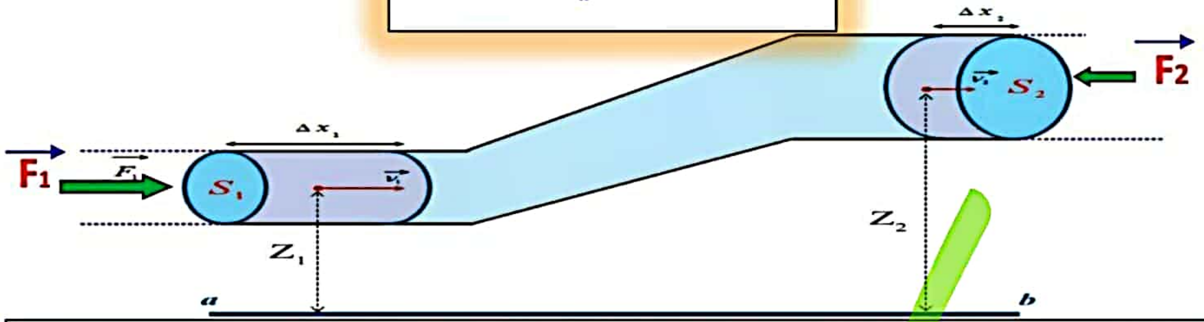
③ الكتلة الحجمية :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

حيث ρ الكتلة الحجمية ، m الكتلة ، V الحجم ثوابت

المسموحة ضوئيا بـ CamScanner

معادلة برنولي للجريان



س) لدينا جريان مستقر لسائل (ماء) :استنتج العمل الكلي لجسيمات السائل ؟
ثم استنتج منها معادلة برنولي للجريان المستقر حيث العمل الكلي لجسيمات السائل عندما تتحرك تسبب تغيّراً في كلٍّ من الطاقتين الحركية والكامنة الثقالية حيث ΔV حجم السائل
بصيغة اخرى : اثبت ان معادلة برنولي هي $P + \frac{1}{2}.\rho.v^2 + \rho.g.Z = Const$

ج) عمل القوة F_1 عمل موجب W_1 :

$W_1 = F_1.\Delta x_1$

$W_1 = P_1.S_1.\Delta x_1$

$W_1 = P_1.\Delta V$

عمل القوة F_2 عمل سالب W_2 (معيق)

$W_2 = -F_2.\Delta x_2$

$W_2 = -P_2.S_2.\Delta x_2$

$W_2 = -P_2.\Delta V$

توضيح:

$P = \frac{F}{S}$

$F = P.S$

$\Delta V = S.\Delta x$

العمل الكلي لجسيمات السائل: $W = W_1 + W_2$

$W = P_1.\Delta V - P_2.\Delta V$

استنتاج برنولي : $W = \Delta E_k + \Delta E_p$

نعوض:

$W = P_1.\Delta V - P_2.\Delta V$

$\Delta E_p = m.g.Z_2 - m.g.Z_1$

$\Delta E_k = \frac{1}{2}m.v_2^2 - \frac{1}{2}.m.v_1^2$

$$P_1.\Delta V - P_2.\Delta V = \frac{1}{2}m.v_2^2 - \frac{1}{2}.m.v_1^2 + m.g.Z_2 - m.g.Z_1$$

$$P_1.\Delta V + \frac{1}{2}.m.v_1^2 + m.g.Z_1 = P_2.\Delta V + \frac{1}{2}m.v_2^2 + m.g.Z_2$$

نقسم الطرفين على الحجم ΔV :

$$\frac{P_1.\cancel{\Delta V}}{\cancel{\Delta V}} + \frac{\frac{1}{2}m.v_1^2}{\Delta V} + \frac{m.g.Z_1}{\Delta V} = \frac{P_2.\cancel{\Delta V}}{\cancel{\Delta V}} + \frac{\frac{1}{2}.m.v_2^2}{\Delta V} + \frac{m.g.Z_2}{\Delta V}$$

$$P_1 + \frac{1}{2}.\rho.v_1^2 + \rho.g.Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}.\rho.v_2^2 + \rho.g.Z_2$$

معادلة برنولي $P + \frac{1}{2}.\rho.v^2 + \rho.g.Z = Const$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

س) ماذا تصبح شكل معادلة برنولي عند تساوي الارتفاع $Z_1=Z_2$

$$P_1 + \frac{1}{2}.\rho.v_1^2 + \cancel{\rho.g.Z_1} = P_2 + \frac{1}{2}.\rho.v_2^2 + \cancel{\rho.g.Z_2}$$

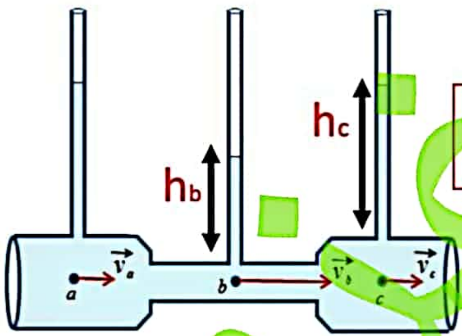
$$P_1 + \frac{1}{2}.\rho.v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}.\rho.v_2^2$$

س) اكتب نص نظرية برنولي للجريان المستقر ؟

مجموع الضغط والطاقة الحركية والطاقة الكامنة الثقالية لوحدة الحجوم في نقطة من خط الجريان لسائل تساوي مقداراً ثابتاً ولا يتغير عند أية نقطة أخرى من الخط

$$P + \frac{1}{2}.\rho.v^2 + \rho.g.Z = Const$$

(علل) : ارتفاع الماء في الانبوب C اعلى من b



عند c مساحة كبيرة فالسرعة والطاقة الحركية صغيرة حسب الاستمرارية وحسب برنولي سيزداد الضغط لانه علاقة الضغط مع السرعة عكسية

س) انطلاقاً من معادلة برنولي استنتج سرعة تدفق سائل من فتحة صغيرة اسفل خزان واسع جداً ارتفاعها Z

2015
2018

ج)

$$P + \frac{1}{2}.\rho.v^2 + \rho.g.Z = Const$$

$$P_1 + \frac{1}{2}.\rho.v_1^2 + \rho.g.Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}.\rho.v_2^2 + \rho.g.Z_2$$

بما ان ($v_1 = 0$, $P_1 = P_2 = P_o$) نعوض

$$\cancel{P_o} + \frac{1}{2}.\rho.(0)^2 + \rho.g.Z_1 = \cancel{P_o} + \frac{1}{2}.\rho.v_2^2 + \rho.g.Z_2$$

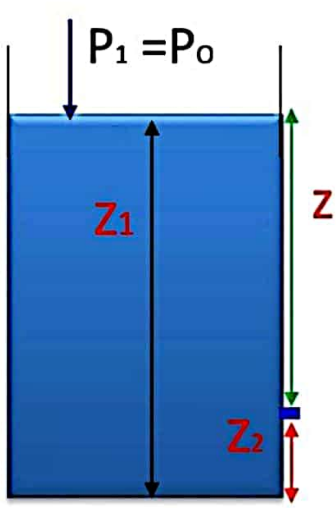
$$\rho.g.Z_1 = \frac{1}{2}.\rho.v_2^2 + \rho.g.Z_2$$

$$\rho.g.Z_1 - \rho.g.Z_2 = \frac{1}{2}.\rho.v_2^2$$

$$\cancel{\rho}.g\ (Z_1 - Z_2) = \frac{1}{2}.\cancel{\rho}.v_2^2$$

$$g.Z = \frac{1}{2}.v_2^2 \quad :$$

$\boxed{Z = Z_2 - Z_1}$



$$v_2^2 = \frac{g.Z}{\frac{1}{2}} \longrightarrow v_2 = \sqrt{2.g.Z}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ميزات السائل المثالي:

اذكر مع الشرح ميزات السائل المثالي

١.غير قابل للانضغاط: كتلته الحجمية ثابتة مع مرور الزمن

٢. عديم اللزوجة: قوى الاحتكاك الداخلي بين مكوناته مهملة عندما تتحرك بالنسبة لبعضها البعض، (أي لا يوجد ضياع للطاقة)

٣.جريانه مستقر: أي أن حركة جسيماته لها خطوط انسياب محددة وسرعة جسيماته عند نقطة معينة تكون ثابتة بمرور الزمن

٤. جريانه غير دوراني: لا تتحرك جسيمات السائل حركة دورانية حول أي نقطة في مجرى الجريان

فسر علميا: عدم تقاطع خطوط الانسياب لسائل

خط الانسياب يمس في كل نقطة شعاع سرعة جسيم السائل في تلك النقطة

تقاطع خطوط الانسياب يعني وجود أكثر من سرعة للجسيم بالمكان نفسه وباتجاهات مختلفة باللحظة نفسها وهذا غير ممكن

الجريان المستقر:

ما هو الجريان المستقر وبين متى يكون الجريان المستقر: أ. غير منتظم ب. منتظم

هو الجريان الذي تكون فيه سرعة جسيمات السائل ثابتة مع مرور الزمن في النقطة نفسها من خط الانسياب

أ. إذا تغيرت السرعة من نقطة إلى أخرى بمرور الزمن كان الجريان المستقر غير منتظم

ب. إذا كانت السرعة ثابتة في جميع نقاط السائل بمرور الزمن فإن الجريان المستقر يكون منتظما

التدفق الكتلي:

عرف معدل التدفق الكتلي لسائل واكتب العلاقة الرياضية المعبرة عنه مع شرح دلالات الرموز والواحدات المستخدمة

هي كتلة كمية السائل التي تعبر مقطع الأنبوب في واحدة الزمن

$$Q = \frac{m}{\Delta t}$$

m : كتلة كمية السائل (kg)

Δt : الزمن (s)

Q : معدل التدفق الكتلي $(kg.s^{-1})$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

فسر علميا باستخدام العلاقات الرياضية:

1. اختلاف سرعة جريان الماء عبر مقاطع مختلفة المساحة في مجرى نهر جريانه أفقي

السرعة تتناسب عكساً مع مساحة المقطع حسب معادلة الاستمرارية $s_1v_1 = s_2v_2$

تزداد السرعة عندما تنقص مساحة مقطع النهر وتنقص السرعة عندما تزداد المساحة

2. ينقص عمود الماء المتدفق من الخرطوم عندما توجه فوهته للأسفل، ويزداد مقطعه عندما توجه فوهته رأسياً للأعلى

السرعة تتناسب عكساً مع مساحة المقطع حسب معادلة الاستمرارية $s_1v_1 = s_2v_2$

عندما توجه الفوهة للأسفل: تزداد السرعة فتنقص مساحة مقطع الماء

عندما توجه الفوهة للأعلى: تنقص السرعة فتزداد مساحة مقطع الماء

3. يندفع الماء بسرعة كبيرة من ثقب صغير حدث في جدار خرطوم ينقل الماء

السرعة تتناسب عكساً مع مساحة المقطع حسب معادلة الاستمرارية $s_1v_1 = s_2v_2$

مساحة مقطع الثقب صغيرة فتكون سرعة اندفاع الماء منه كبيرة

4. تستطيع خراطيم سيارات الإطفاء إيصال الماء لارتفاعات ومسافات كبيرة

السرعة تتناسب عكساً مع مساحة المقطع حسب معادلة الاستمرارية $s_1v_1 = s_2v_2$

فوهة الخرطوم ضيقة فتزداد سرعة خروج الماء منه وتزداد طاقته الحركية

5. تكون مساحة فتحات الغاز في موقد الغاز صغيرة

السرعة تتناسب عكساً مع مساحة المقطع حسب معادلة الاستمرارية $s_1v_1 = s_2v_2$

لكي يندفع الغاز منها بسرعة كبيرة

6. لجعل الماء المتدفق من فتحة خرطوم يصل إلى مسافات أبعد نغلق جزءاً من فتحة الخرطوم

السرعة تتناسب عكساً مع مساحة المقطع حسب معادلة الاستمرارية $s_1v_1 = s_2v_2$

لتنقص مساحة فتحة الخرطوم وتزداد سرعة خروج الماء منه وتزداد طاقته الحركية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تطبيقات معادلة برنولي: 1. أنبوب أفقي:

انطلاقا من معادلة برنولي استنتج العلاقة بين ضغط السائل وسرعته من أجل أنبوب أفقي

$$P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g z_1=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho g z_2$$

من أجل أنبوب افقي:

$$z_1=z_2$$
$$P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2$$
$$P_1-P_2=\frac{1}{2}\rho v_2^2-\frac{1}{2}\rho v_1^2$$
$$P_1-P_2=\frac{1}{2}\rho(v_2^2-v_1^2)$$

يزداد ضغط السائل بنقصان سرعته

2. معادلة المانومتر:

انطلاقا من معادلة برنولي استنتج معادلة المانومتر من أجل السوائل الساكنة

$$P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g z_1=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho g z_2$$

من أجل السوائل الساكنة:

$$v_1=v_2=0$$
$$P_1+\rho g z_1=P_2+\rho g z_2$$
$$P_1-P_2=\rho g z_2-\rho g z_1$$
$$P_1-P_2=\rho g(z_2-z_1)$$
$$P_1-P_2=\rho g h$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

3_ نظرية تورشللي

استنتج العلاقة المحددة لسرعة خروج سائل من فتحة صغيرة تقع قرب قعر خزان واسع انطلاقا من معادلة برنولي

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

$$P_1 = P_2 = P_0, v_1 = 0$$

$$\rho g z_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

$$g z_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + g z_2$$

$$\frac{1}{2} v_2^2 = g z_2 - g z_1 = g(z_2 - z_1) = gh$$

$$v_2^2 = 2gh \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$$

4. أنبوب فنتوري:

انطلاقا من معادلة برنولي من أجل أنبوب أفقي استنتج علاقة فرق الضغط بين الجذع الرئيس والاختناق في أنبوب فنتوري ماذا تستنتج وبماذا يستفاد من هذه الخاصية؟

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

$$s_1 v_1 = s_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{s_1}{s_2} v_1$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{s_1^2}{s_2^2} v_1^2 - v_1^2\right)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho\left[\left(\frac{s_1}{s_2}\right)^2 - 1\right] v_1^2$$

$$s_1 \rangle s_2 \Rightarrow P_1 \rangle P_2$$

الضغط في الاختناق أقل من الضغط في الجذع الرئيس للأنبوب فنتوري

في الطب: قد تنقص مساحة مقطع الشرايين في منطقة ما نتيجة تراكم الدهون والشحوم، وهذا يعيق جريان الدم في هذه الشرايين ويتناقص ضغط الدم في المقاطع المتضيقة عن قيمته الطبيعية اللازمة لمقاومة الضغوط الخارجية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظات ميكانيك المتحرك

① التدفق الحجمي (معدل الضخ) Q' : $Q' = \frac{V}{\Delta t} = \frac{\text{الحجم}}{\text{الزمن}}$ او $Q' = S \cdot v$

② التدفق الكتلي (المنسوب الكتلي) Q : $Q = \frac{m}{\Delta t} = \frac{\text{الكتلة}}{\text{الزمن}}$

③ حساب سرعة التدفق v : $v = \frac{Q'}{S}$

إذا اعطي S_2 , v_1 , S_1 ويطلب حساب v_2 او v_1 : $S_1 . v_1 = S_2 . v_2$

④ حساب قيمة الضغط : نطبق معادلة برنولي

$$P_1 + \frac{1}{2} . \rho . v_1^2 + \rho . g . Z_1 = P_2 + \frac{1}{2} . \rho . v_2^2 + \rho . g . Z_2$$

⑤ حساب التغير في الطاقة الحركية لوحدة الحجوم $\frac{\Delta E_K}{\Delta V}$: (الواحدة $J.m^{-3}$)

$$W = \Delta E_P + \Delta E_K$$

الارتفاع يكون نفسه $\Delta E_P = 0$

$$W = \Delta E_k$$

نقسم الطرفين على ΔV : $\frac{\Delta E_K}{\Delta V} = \frac{W}{\Delta V}$

المسألة الأولى: يُضخّ الماء في أنبوب أفقي من النقطة A إلى النقطة B فيلزم بذل عمل ميكانيكي، قدره $W = 200\ J$ لضخ $\Delta V = 100\ \ell$ من الماء احسب التغيّر في الطاقة الحركيّة لوحدة الحجوم من الماء بين الوضعين B ، A

الحل: $W = 200\ J$ ، $\Delta V = 100\ \ell = 100 \times 10^{-3} = 10^{-1}\ m^3$

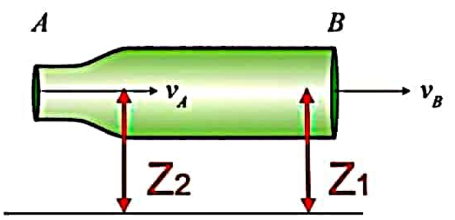
حساب $\frac{\Delta E_K}{\Delta V}$: $W = \Delta E_P + \Delta E_K$

$\Delta E_P = 0$ (الارتفاع نفسه)

$$W = \Delta E_K$$

نقسم على ΔV : $\frac{\Delta E_K}{\Delta V} = \frac{W}{\Delta V}$

$$\frac{\Delta E_K}{\Delta V} = \frac{200}{10^{-1}} = 2000\ J.m^{-3}$$



هناك بعض الاحزان تدخل حياتنا ليست لتقتلنا بل لتقوينا ولتعلمنا كيف نواجه المصاعب ولكي تقوي فينا الامل ......الاسطورة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المسالة الثانية : لملء خزان حجمه $600\ \ell$ بالماء استُخدِم خرطومُ مساحةِ مقطعُه $S=5cm^2$ فاستغرقت العملية $300\ S$ والمطلوب :

دورة 2016

1. احسب معدّل التدفق الحجمي(معدل الضخ) Q'
2. احسب سرعة تدفق الماء من فتحة الخرطوم ؟
3. كم تصبح سرعة تدفق الماء من فتحة الخرطوم إذا نقص مقطعُها <u>ليصبح ربع ما كان عليه</u>

<u>الحل :</u> $V=600\ \ell=600\times10^{-3}=6\times10^{-1}m^3$

$S=5cm^2=5\times10^{-4}\ m^2$ ، $\Delta t=300\ S$

1. حساب Q' : $Q'=\frac{V}{\Delta t}=\frac{6\times10^{-1}}{300}=2\times10^{-3}\ m^3.\ S^{-1}$

2. حساب v:

$$v=\frac{Q'}{S}$$

$$v=\frac{2\times10^{-3}}{5\times10^{-4}}=\frac{2\times\cancel{10}}{\cancel{5}}=4\ m.\ S^{-1}$$

3. حساب v' :

$$v'=\frac{Q'}{\frac{1}{4}S}=\frac{v}{\frac{1}{4}}=\frac{4}{\frac{1}{4}}=16\ m.\ S^{-1}$$

المسألة الثالثة: يفرغ خزان ماء حجمه $8\ m^3$ بمعدل ضخٍّ $0.04\ m^3.S^{-1}$ والمطلوب

1) الزمن اللازم لتفريغ الخزان ؟

2) سرعة خروج الماء من فتحة الخزان عبر أنبوب مقطعه $100Cm^2$

الحل : المعطيات $V=8\ m^3$ ، $Q'=0.04\ m^3.S^{-1}=4\times10^{-2}\ m^3.S^{-1}$

1) حساب Δt :

$$\Delta t=\frac{V}{Q'}=\frac{\cancel{8}}{\cancel{4}\times10^{-2}}=2\times10^{2}\ S$$

٢) حساب v : $S=100\ Cm^2=100\times10^{-4}=10^{-2}\ m^2$

$$v=\frac{Q'}{S}=\frac{4\times\cancel{10^{-2}}}{\cancel{10^{-2}}}=4\ m.S^{-1}$$

لا تستسلم ....اتعب الان ثم عش بطلاً بقية حياتك

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مسألة خارجية . خزان وقود شاحنة حجمه $0.3\ m^3$ يملأ من أنبوب مساحة مقطع فوهته $5\ Cm^2$ بزمن قدره $5\ min$ المطلوب حساب :

❶ احسب التدفق الحجمي (معدل الضخ)

❷ احسب سرعة تدفق الوقود من فوهة الأنبوب.

الحل: $V = 0.3\ m^3 = 3 \times 10^{-1}\ m^3$ ، $S = 5\ cm^2 = 5 \times 10^{-4} m^2$

$\Delta t = 5 min = 5 \times 60 = 300\ S$

❶ حساب Q' : $Q' = \frac{V}{\Delta t}$

$$Q' = \frac{\cancel{3} \times 10^{-1}}{\cancel{3}00} = \frac{10^{-1}}{100} = 10^{-3} m^3 . S^{-1}$$

❷ حساب v : $v = \frac{Q'}{S}$

$$v = \frac{10^{-3}}{5 \times 10^{-4}} = \frac{10^{-3} \times 10^4}{5} = \frac{10}{5} = 2\ m.S^{-1}$$

المسألة الرابعة: ينتهي أنبوب ماء مساحة مقطعه $10 Cm^2$ إلى رشاش استحمام فيه 25 ثقباً متماثلاً مساحة مقطع كلّ ثقب $0.1 Cm^2$ سرعة تدفق في الأنبوب. $v = 50\ cm . S^{-1}$

1) احسب معدل التدفق الحجمي للماء

2) احسب سرعة تدفق الماء من كل ثقب v'

الحل : المعطيات : $S = 10\ Cm^2 = 10 \times 10^{-4} = 10^{-3} m^2$

$S' = 0.1 Cm^2 = 10^{-1} \times 10^{-4} = 10^{-5} m^2$

$v = 50\ cm . S^{-1} = 50 \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-1}\ m . S^{-1}$

❶ حساب Q' : $Q' = S . v = 10^{-3} x 5 x 10^{-1} = 5 x 10^{-4}\ m^3 . S^{-1}$

❷ حساب v' : $v' = \frac{Q'}{25 . s'}$

$$v' = \frac{5 x 10^{-4}}{25 x 10^{-5}} = \frac{5 x \cancel{10^{-4}} x \cancel{10^5}}{25} = \frac{5 x 10}{25}$$

$$v' = \frac{50}{25} = 2\ m . S^{-1}$$

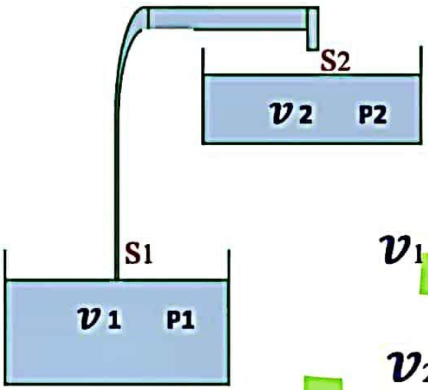
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المسألة الخامسة: تقوم مضخّة برفع الماء من خزان أرضي عبر أنبوب مساحة مقطعه $S1= 10\ Cm^2$ إلى خزان يقع على سطح بناء، فإذا علمت أنّ مساحة مقطع الأنبوب الذي يصب في الخزان العلوي $S2 = 5\ Cm^2$ وأنّ $Q' = 0.005\ m^3.S^{-1}$ حساب :

1) سرعة الماء عند دخوله الأنبوب وعند فتحة خروجه من الأنبوب

2) قيمة ضغط الماء عند دخوله الأنبوب ؟ $P_0=P_2=1x10^5$ Pa والارتفاع $h = 20$ m ،

$\rho_{(H2O)}=1000 Kg.m^{-3}$



الحل: $S1= 10\ Cm^2 = 10 \times 10^{-4} = 10^{-3}\ m^2$

$S2 = 5\ Cm^2 = 5 \times 10^{-4}\ m^2$

$Q' = 0.005\ m^3.S^{-1} = 5 \times 10^{-3}\ m^3.S^{-1}$

1 حساب v_1 : $v_1 = \frac{Q'}{S_1} = \frac{5 \times 10^{-3}}{10^{-3}} = 5\ m.S^{-1}$

حساب v_2 : $v_2 = \frac{Q'}{S_2} = \frac{5 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-4}} = 10\ m.S^{-1}$

2 حساب P1

$$P_1+ \frac{1}{2}.\rho.v_1^2+\rho.g.Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}.\rho.v_2^2+ \rho.g.Z_2$$

$$P_1-P_2= \frac{1}{2}\rho(v_2^2- v_1^2) + \rho.g.h$$

$$P_1 - 1x10^5 = \frac{1}{2} x\ 1000\ x\ ((10)^2- (5)^2) + 1000\ x\ 10\ x\ 20$$

$$P_1 - 1x10^5 = 500\ x(100-25) + 200000$$

$$P_1 = 500\ x75 + 200000 + 1x10^5$$

$$P_1 = 37500 + 200000 + 100000$$

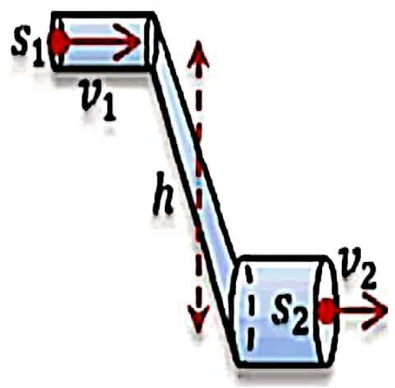
$$P_1 = 37500 + 300000 = 337500\ Pa$$

لا تكثر من الشكوى فيأتيك الهم

ولكن اكثر من الحمد لله تأتيك السعادة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مسألة خارجية. يتدفق الماء عبر الأنبوب الموضّح في الشكل



حيث: $S1=20\ cm^2$ ، $S2=60\ cm^2$ ، $h=10m$ ،

$v1 = 15\ m.S^{-1}$ ، $\rho = 10^3 Kg.\ m^{-3}$

$P1=1x10^5 Pa$ ، $g=10\ m.\ S^{-2}$

1) احسب السرعة v_2

2) احسب الضغط P_2

الحل: المعطيات : $S1=20\ Cm^2 = 20 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-3} m^2$

$S2=60\ Cm^2 = 60 \times 10^{-4} = 6 \times 10^{-3} m^2$

1) حساب $v2$:

$$S_1 .\ v_1 = S_2 .\ v_2$$

$$2\cancel{\times 10^{-3}} \times 15 = 6\cancel{\times 10^{-3}} .\ v2$$

$$30 = 6 .\ v_2 \Longrightarrow v_2 = \frac{30}{6} = 5\ m.\ S^{-1}$$

2) حساب P2 :

$$P_1 + \frac{1}{2} .\rho .\ v_1^2 + \rho.g.Z_1 = P_2 + \frac{1}{2} .\rho .\ v_2^2 + \rho .\ g .\ Z_2$$

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\ \rho\ (v_1^2 - v_2^2) + \rho .g .h$$

$$P2 - 1 \times 10^5 = \frac{1}{2} \times 10^3 \times ((15)^2 - (5)^2) + 10^3 \times 10 \times 10$$

$$P2 - 1 \times 10^5 = \frac{1}{2} \times 10^3 \times (225 - 25) + 10^5$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \times 10^3 \times 200 + 10^5 + 1 \times 10^5$$

$$P_2 = 1 \times 10^5 + 10^5 + 1 \times 10^5$$

$$P_2 = 3 \times 10^5\ Pa$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس الخامس :

((النسبية الخاصة))

- السرعة مفهوم نسبي يختلف باختلاف جهة مقارنة .
- سرعة انتشار الضوء تبقى ثابتة في الوسط نفسه مهما اختلف سرعة المنبع الضوئي أو سرعة المراقب .
- ينقسم علم الميكانيك في الفيزياء إلى :

1) ميكانيك كلاسيكي : يدرس حركة الأجسام التي سرعتها صغيرة بالنسبة لسرعة الضوء .

2) ميكانيك نسبوي : يدرس حركة الأجسام التي سرعتها كبيرة قريبة من سرعة الضوء .

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Subject :

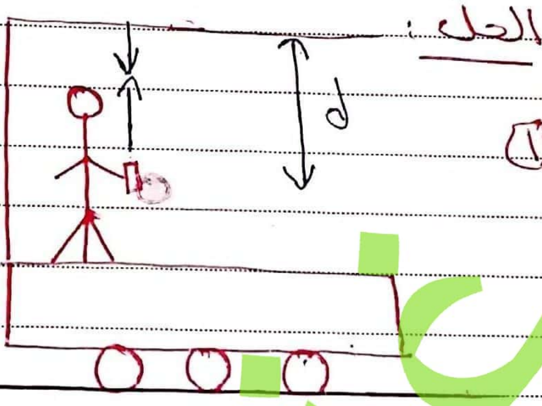
ملاحظة:
سرعة الضوء في الخلاء:
$c = 3\times10^{8}\ m s^{-1}$

س- اكتب نص فرضيتا أينشتاين
1) سرعة الضوء في الخلاء هي نفسها في جميع جمل مقارنة $c=3\times10^{8}\ m/s$
2) قوانين الفيزياء هي نفسها في جميع جمل المقارنة

* تمدد الزمن:

س-
يفرض أن قطار يسير بسرعة ثابتة v وثبت على إحدى سقف عرباته مرآة مستوية ترتفع مسافة d عن منبع الضوئي، المطلوب:
1) مع الرسم المطلوب ماهي قيمة الزمن الذي تستغرقه الومضة الضوئية للعودة إلى منبع بالنسبة لمراقب داخلي؟
2) مع الرسم المطلوب ماهي بعد المنبع الضوئي عن المرآة مستوية بالنسبة لمراقب خارجي؟ (ab)
3) مع الرسم المطلوب ماهي مسافة التي قطعها المنبع الضوئي بالنسبة لمراقب خارجي؟
4) استنتج الزمن t الزمن الذي تستغرقه المنبع الضوئي لقطع مسافة ac؟
5) استنتج المقدار ٧/١ (عامل لورانز) ثم بين كيف يتباطأ الزمن عند الحركة؟
6) هل تتأثر سرعة الضوء بسرعة منبع الضوئي (سرعة مراقب)؟

الحل:

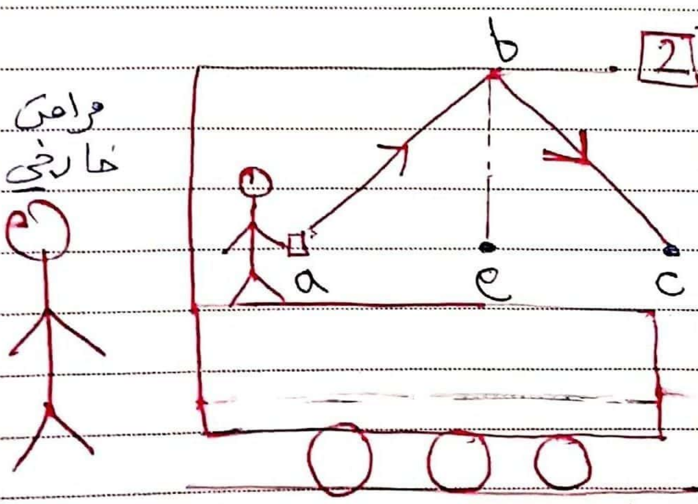
1)


الزمن الذي تستغرقه الومضة الضوئية للعودة إلى منبع هي: (t_0)

السرعة = المسافة / الزمن

$$\Rightarrow c = \frac{2d}{t_0}$$

$$\Rightarrow d = \frac{c\,t_0}{2} \quad \text{---- (1)}$$

2)


الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

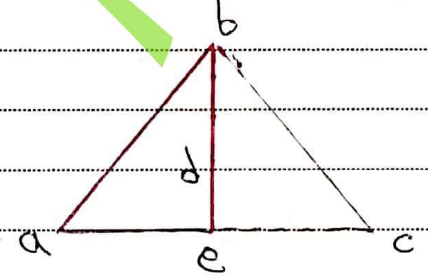
وجود مراقب خارجي خارج العربة يقف على امتداد المنبع الضوئي.
الزمن اللازم لعودة منبع ضوئي هو:

السرعة = مسافة / زمن

$$c = \frac{ab+bc}{t} = \frac{2ab}{t}$$

$$ab = \frac{ct}{2} \quad —— (2)$$

3



حسب فيثاغورس في مثلث abe ⇒ $ab^2 = be^2 + ae^2$ *

المنبع ؟ ينتقل من a إلى c:

$$V = \frac{ae+ec}{t} = \frac{2ae}{t}$$

$$ae = \frac{Vt}{2} \quad —— (3)$$

4 نعوض (1) و (2) و (3) في *:

$$\left(\frac{ct}{2}\right)^2 = \left(\frac{ct_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{Vt}{2}\right)^2$$

$$(ct)^2 = (ct_0)^2 + (Vt)^2$$

$$(ct)^2 - (Vt)^2 = (2d)^2$$

$$(2d)^2 = t^2(c^2 - V^2)$$

$$t^2 = \frac{(2d)^2}{(c^2 - V^2)}$$

$$t = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - V^2}} \quad —— (4)$$

5 عامل لورانتز:

من (1) نجد:

$$t_0 = \frac{2d}{c} \quad —— (5)$$

نقسم (4) على (5):

$$\frac{t}{t_0} = \frac{2dc}{2d\sqrt{c^2 - V^2}}$$

$$\frac{t}{t_0} = \frac{c}{c\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} > 1$$

يتمدد (يتباطأ) الزمن عند حركة.

6 سرعة الضوء تبقى ثابتة مهما اختلف سرعة المراقب.

ملاحظة: لحساب النسبة مئوية للزيادة في كتلة الالكترون نتيجة E_K نقوم بالتالي: $\frac{\Delta m}{m_e} \times 100$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

س — من أجل مراقبين الأول في محطة إطلاق على الأرض والثاني روبوت في مركبة فضائية انطلقت من محطة الفضاء نحو الشمس بسرعة ثابتة بالنسبة لمراقب الأول، استنتج العلاقة المحددة لطول المركبة بالنسبة للمراقبين؟

مراقب أول	مراقب ثاني
محطة إطلاق على الأرض	روبوت في مركبة فضائية

الروبوت انطلقت من محطة الفضاء نحو الشمس بسرعة ثابتة بالنسبة للمراقب الأول

تسجل العدادات في محطة على الأرض:

مسافة بين الأرض والشمس L_0

الزمن الذي تستغرقه مركبة فضائية في رحلتها:

$L_0 = Vt$ — (1)

تسجل العدادات المركبة فضائية معطيات التالية:

مسافة مقطوعة بين الأرض والشمس L وزمن الرحلة t_0 فيكون:

$L = V t_0$ — (2)

نقسم (1) على (2)

$$\frac{L_0}{L} = \frac{Vt}{Vt_0} = \frac{t}{t_0}$$

$$\frac{L_0}{L} = \gamma$$

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

يتقلص (ينكمش) الطول عند الحركة

س — وفق ميكانيك النسبي تزداد كتلة الجسم بازدياد سرعته المطلوب استنتج العلاقة المحددة للزيادة في الكتلة؟

وفق قوانين الميكانيك الكلاسيكي الكتلة تبقى ثابتة بينما في الميكانيك النسبي فالكتلة متغيرة أثناء الحركة.

$$m = \gamma m_0$$

$$\Delta m = m - m_0$$

$$\Delta m = \gamma m_0 - m_0$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{V^2}{c^2})}} = \frac{1}{(1-\frac{V^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}}$$

$$\gamma = (1-\frac{V^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$$

باستخدام دستور التقريب:

$$(1+\varepsilon)^n \simeq (1+n\varepsilon)$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Subject : .... / /

$$\gamma = \left(1 + \frac{V^2}{2C^2}\right)$$

$$\Delta m = m_0(\gamma - 1)$$

$$\Delta m = m_0\left(\left(1 + \frac{V^2}{2C^2}\right) - 1\right)$$

$$\boxed{\Delta m = \frac{E_K}{C^2}}$$

س / انطلاقاً من الميكانيك النسبي استنتج العلاقة المحددة للطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي ثم ارسم المنحني البياني الذي يمثل العلاقة بين الطاقة الحركية لجسم ما وسرعته كلاسيكياً ونسبياً؟

الطاقة الحركية في ميكانيك النسبوي:

$$E_K = (\gamma - 1) m_0 C^2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{V^2}{C^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\gamma = \left(1 - \frac{V^2}{C^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

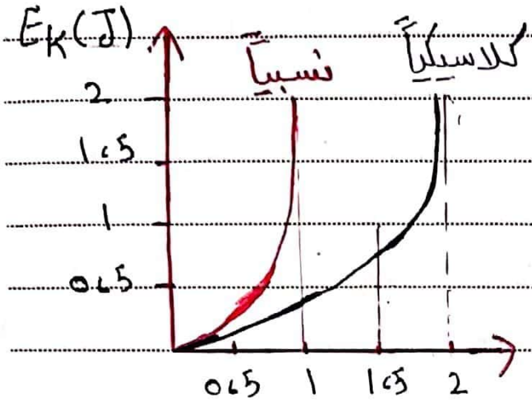
باستخدام دستور التقريب:

$$\gamma = \left(1 + \frac{V^2}{2C^2}\right)$$

$$E_K = \left(1 + \frac{V^2}{2C^2} - 1\right) m_0 C^2$$

$$E_K = \frac{V^2}{2C^2} \times m_0 C^2$$

$$E_K = \frac{1}{2} m_0 V^2$$



س / انطلاقاً من الميكانيك النسبي استنتج العلاقة المعبرة للطاقة الحركية في ميكانيك النسبي؟

$$E = E_K + E_0$$

$$E_K = E - E_0$$

$$E_K = mC^2 - m_0C^2$$

$$E_K = \gamma m_0 C^2 - m_0 C^2$$

$$\boxed{E_K = m_0 C^2(\gamma - 1)}$$

$$\boxed{E_K = (\gamma - 1) E_0}$$

ملاحظة:

* $E_0 = m_0 C^2$ الطاقة سكونية
* $E = mC^2 = \gamma m_0 C^2$ الطاقة الكلية
* (γ ليس لها واحدة)

$$V = 0 \Rightarrow \gamma = 1$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$V <<< C \Rightarrow \gamma > 1$

$V > C \Rightarrow$ غير ممكن عملياً

س- انطلاقاً من ميكانيك النسبي استنتج علاقة كمية الحركة في ميكانيك الكلاسيكي؟

$$E = E_K + E_0$$

$$E = (\gamma - 1) m_0 c^2 + m_0 c^2$$

$$E = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 + m_0 c^2$$

$$E = \gamma m_0 c^2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\gamma = \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(1 + \frac{V^2}{2c^2}\right)$$

$$E = \left(1 + \frac{V^2}{2c^2}\right) m_0 c^2$$

$$E = m_0 c^2 + \frac{V^2}{2c^2} \times m_0 c^2$$

$$m c^2 - m_0 c^2 = \frac{1}{2} m_0 V^2$$

$$(\gamma - 1) m_0 c^2 = \frac{m_0 V \cdot V}{2}$$

$$\left(1 + \frac{V^2}{2c^2} - 1\right) m_0 c^2 = \frac{P_0 V}{2}$$

$$\frac{1}{2} m_0 V^2 = \frac{P_0 V}{2}$$

$$P_0 = m_0 V$$

ملاحظة:

كمية الحركة في الميكانيك النسبوي:

$$P = mV = \gamma m_0 V$$

س- يقف جسم ساكن عند مستوى مرجعي (سطح الأرض مثلاً) ما قيمة طاقته الحركية عندئذٍ؟ وما هي قيمة طاقته الكامنة التثاقلية بالنسبة للمستوى المرجعي؟ هل طاقته الكلية النسبية معدومة؟

الحل:

وقوف جسم $V = 0$ ، $h = 0$

$\Rightarrow E_K = 0$

$E_p = Wh = 0$

وفق ميكانيك النسبي:

$$E = E_K + E_0$$

وقوف جسم $V = 0 \Rightarrow E_K = 0$

$$E = E_0$$

(الطاقة الكلية النسبية تكون طاقة سكونية وهي غير معدومة.)

أختبر نفسي ص 64، 65:

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1) (a) تساوي (c)

2) (b) أكبر

التفسير: حسب معادلة $t = \gamma t_0$

(فيتمدد الزمن عند الحركة)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

3 (a)

التفسير: نختار الشكل الذي لا يتجاوز السرعة فيها سبب السرعة ضوء في الخلاء ويكون السرعة على المحور الأفقي.

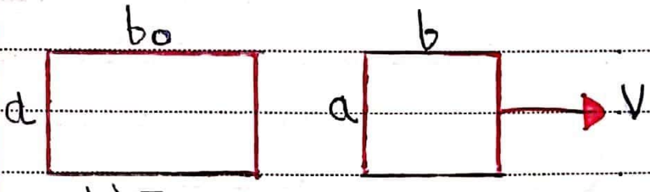
ثانياً: ص 65:

1 لا يمكن أن تصل سرعة الجسم إلى سرعة الضوء بالتالي تزداد كتلة جسيم فتصبح كبيرة جداً بالتالي تحتاج إلى قوة هائلة لتحريكها.

2 الجواب موجود ضمن الدرس.

ثالثاً: حل مسائل:

المسألة الأولى:



مستطيل مربع

عند السكون: $b_0 = 2a$

عند الحركة: $b = a$

$$b = \frac{b_0}{\gamma} \Rightarrow a = \frac{2a}{\gamma}$$

$$\Rightarrow \gamma = 2 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{1}{\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow 2\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 1$$

بالتربيع:

$$4\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right) = 1$$

$$\Rightarrow 4 - \frac{4V^2}{c^2} = 1$$

$$\frac{4V^2}{c^2} = 3 \Rightarrow \frac{2V}{c} = \sqrt{3}$$

$$V = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

المسألة الثانية:

$$V = \frac{2\sqrt{2}}{3} c$$

كمية الحركة وفق ميكانيك الكلاسيكي:

$$P_0 = m_0 V = 9\times10^{-31} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \times 3\times10^{+8}$$

$$P_0 = 18\sqrt{3} \times 10^{-23}\ Kg\,m^2$$

كمية الحركة وفق ميكانيك النسبوي:

$$P = mV = \gamma m_0 V$$

$$P = \gamma P_0$$

حساب γ:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{8c^2}{9c^2}}}$$

$$\gamma = 3$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$P = 3 \times 18\sqrt{3} \times 10^{-23}$$

$$P = 54\sqrt{3} \times 10^{-23} \ Kg\,m^2$$

الأصح كمية الحركة في الحركة النسبية
لأن السرعة قريبة من سرعة الضوء
بالتالي نطبق قانون النسبية.

مسألة ثالثة:

$$m_{p_0} = 1.67 \times 10^{-27} \ Kg$$

$$E = 3E_0 = \gamma m_0 c^2 = \gamma E_0$$

$$\Rightarrow \boxed{\gamma = 3}$$

$$E_0 = m_{p_0} c^2 \qquad (1)$$

$$E_0 = 1.67 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16}$$

$$E_0 = 15.03 \times 10^{-11} \ J$$

$$E_K = (\gamma - 1) m_0 c^2 \qquad (2)$$

$$E_K = (3 - 1) m_0 c^2$$

$$E_K = 2 m_0 c^2 = 2 \times 15.03 \times 10^{-11}$$

$$E_K = 30.06 \times 10^{-11} \ J$$

$$m_p = \gamma m_{p_0} \qquad (3)$$

$$m_p = 3 \times 1.67 \times 10^{-27}$$

$$m_p = 5.01 \times 10^{-27} \ Kg$$

كرم غزي

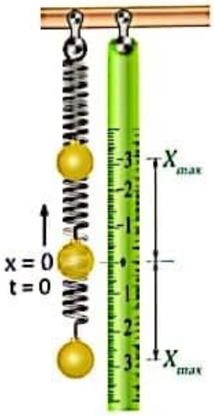
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مسائل عامة

المسألة (1):

نشكّلُ هزّازةً توافقيّةً بسيطةً مؤلّفةً من نابضٍ مرنٍ شاقوليٍّ مهملِ الكتلة، حلقاتُه متباعدةٌ، ثابتُ صلابته $k = 10\,\text{N.m}^{-1}$ مثبّتٍ من إحدى نهايتيه إلى نقطةٍ ثابتةٍ، ويحملُ في نهايته الثانية جسماً كتلتُه $m = 0.1\,\text{kg}$ فإذا علمتَ أنّ مبدأ الزمن لحظةَ مرور الجسم في مركز التوازن، وهو يتحرّك بالاتّجاه السالب بسرعة $v = -3\,\text{m.s}^{-1}$.

المطلوب:



1. احسبْ نبضَ الحركة.
2. استنتج التابعَ الزمنيّ لمطال الحركة.
3. احسبْ شدّةَ قوّة الإرجاع. في نقطة مطالها 3cm

الحل:

١- حساب نبض الحركة: من العلاقة $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{10}{0.1}} = 10\ \text{rad.s}^{-1}$

٢- استنتاج التابع الزمني للحركة:

يعطى التابع الزمني للهزازة التوافقية بالعلاقة: $\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

- إيجاد X_{max} : عند المرور بمركز التوازن : السرعة عظمى:

$\Leftarrow v = -3\text{m.s}^{-1} = v_{max}$ لكن $v_{max} = v = -\omega_0 X_{max}$ أي $\Leftarrow -3 = -10 X_{max} \Leftarrow X_{max} = 0.3\ \text{m}$

- إيجاد $\bar{\varphi}$:

حسب النص : $v < 0$ ، $x = 0$, $t = 0$ يتحرك بالاتجاه السالب نعوض في تابع المطال:

$$0 = X_0 \cos(\omega_0 \times 0 + \varphi)$$

$$\cos\bar{\varphi} = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \quad or \quad \varphi = \frac{3\pi}{2}$$

نختار قيمة $\bar{\varphi}$ التي تعطي سرعة سالبة

في تابع السرعة : $\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$ فنلاحظ:

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 \times 0 + \frac{\pi}{2}) < 0$$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 \times 0 + \frac{3\pi}{2}) > 0$$

لذلك نختار القيمة $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$

وبذلك يكون التابع الزمني هو: $\bar{x} = 0.3\cos(10t + \dfrac{\pi}{2})$

٣- حساب شدة قوة الارجاع في نقطة مطالها : 3cm

$$F = |-k\,x| = 10 \times 3 \times 10^{-2} = 0.3\,\text{N}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المسألة (2):

تهتزُّ نقطة ماديّة كتلتها $0.5\,kg$ بحركة توافقيّة بسيطة بمرونة نابض مهمل الكتلة، حلقاته متباعدة، شاقوليّ وبدور $4\,s$ وبسعة اهتزاز $X_{max} = 8\,cm$ فإذا علمت أنّ النقطة كانت في موضع مطاله $\frac{X_{max}}{2}$ في بدء الزمن وهي متحرّكة بالاتّجاه السالب.

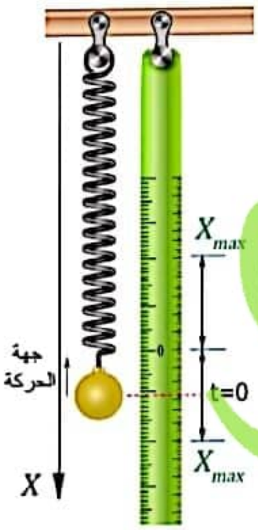
المطلوب:

1. استنتج التابع الزمنيّ لمطال حركة هذه النقطة بعد تعيين قيمة الثوابت.
2. عيّن لحظتي المرور الأوّل والثالث في وضع التوازن.
3. عيّن المواضع التي تكون فيها شدّة محصّلة القوى عظمى، واحسب قيمتها، وحدّد موضعاً تنعدم فيه شدّة هذه المحصّلة.
4. احسب قيمة ثابت صلابة النابض، وهل تتغيّر هذه القيمة باستبدال الكتلة المعلّقة؟
5. احسب الكتلة التي تجعل الدّور الخاصّ $1s$.

الحل:

١- بما أن الحركة توافقية بسيطة فالتابع الزمني لمطال الحركة من الشكل $\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

لنعين ثوابت الحركة : X_{max} , ω_0 , φ :



- حسب النص $X_{max} = 0.08\ m$
- $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\ rad.s^{-1}$
- تعيين φ من شروط البدء ($t = 0 , x = \frac{X_{max}}{2} , v \langle 0$) نعوض في التابع الزمني:

$$\frac{0.08}{2} = 0.08\cos(\frac{\pi}{2}\times 0 + \bar{\varphi})$$

$$\frac{1}{2} = \cos\varphi \Rightarrow \varphi = (\frac{\pi}{3}\ or\ \frac{5\pi}{3})$$

نختار القيمة $\varphi = \frac{\pi}{3}$ لأنها تعطي سرعة سالبة توافق شروط البدء أما القيمة $\varphi = \frac{5\pi}{3}$ فتعطي سرعة موجبة (مرفوض)

وبذلك يكون التابع الزمني $\boxed{\bar{x} = 0.08\cos(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3})}$

٢- عند المرور في وضع التوازن $x = 0$ نعوض في التابع الزمني:

$$0 = 0.08\cos(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}) = 0 \Rightarrow$$

$$\cos(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}) = \cos(\frac{\pi}{2}) \Rightarrow \frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\frac{t}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + k \Rightarrow t = \frac{1}{3} + 2k$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المرور الأول : $k=0 \Leftarrow t_1=\frac{1}{3}\,\text{S}$

المرور الثاني : $k=1 \Leftarrow t_2=\frac{7}{3}\,\text{S}$

المرور الثالث: $k=2 \Leftarrow t_3=\frac{13}{3}\,\text{S}$

٣- بما أنّ $\overline{F}=m\,\overline{a}=m\,(-\omega_0^2\,\overline{x})$ فتكون شدة محصلة القوى عظمى في الوضعين الطرفيين أي $\overline{x}=\pm X_{max}$

وقيمتها $\Rightarrow F_{max}=\left|-m\;\omega_0^2\,X_{max}\right|$

الشدة $\Rightarrow F_{max}=\left|-0.5\,(\frac{\pi}{2})^2(0.08)\right|=0.1\,\text{N}$

٤- حساب ثابت صلابة النابض k من علاقة الدور:

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T_0^2=4\pi^2\frac{m}{k} \Rightarrow k=4\pi^2\frac{m}{T_0^2}$$

$$k=40\times\frac{0.5}{16}=1.25\,\text{N.m}^{-1}$$

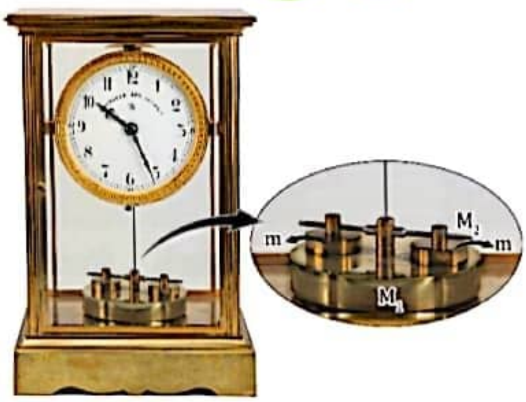
ولا تتغير قيمة ثابت صلابة النابض بتغير الكتلة

٥- حساب قيمة الكتلة التي تجعل الدور $1\,\text{s}$ من علاقة الدور:

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T_0^2=4\pi^2\frac{m}{k} \Rightarrow m=k\,\frac{T_0^2}{4\pi^2}$$

$$m=1.25\times\frac{(1)^2}{40}=0.03125\text{ kg}$$

المسألة (٣)



تتألف ميقاتيه من قرص نحاسي كتلته $M_1=0.12\,\text{kg}$، نصف قطره $R=0.05\,\text{m}$ مثبّت عليه ساق كتلتها $M_2=0.012\,\text{kg}$، طولها $L=0.1\,\text{m}$ تحمل في طرفيها كتلتين متساويتين $m_1=m_2=0.05\,\text{kg}$، نعدّهما كتلتين نقطيتين تبعدان مسافة قدرها $2r=0.04\,\text{m}$ يمكن تغييّرها بواسطة بزال، نعلّق الجملة من مركز عطالتها إلى سلك فتل شاقولي ثابت فتله $k=8\times10^{-4}\,\text{m.N.rad}^{-1}$ كما في الشكل المجاور. **المطلوب:**

١- احسب دور الميقاتية.

٢- إذا أردنا للدور أن يزداد بمقدار 0.86s وذلك بزيادة البعد بين الكتلتين m. كم يجب أن يصبح البعد الجديد بينهما؟

(عزم عطالة القرص حول محور مار من مركز عطالته $I_1=\frac{1}{2}M_1R^2$، وعزم عطالة الساق حول محور عمودي على مستويها ومار من مركزها $I_2=\frac{1}{12}M_2L^2$ ، $\pi=3.14$ ، $\pi^2=10$)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل:

١- حساب دور الميقاتية: $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_\Delta}{k}}$

لنحسب عزم عطالة الجملة: I_Δ(جملة) = I_Δ(قرص) + $2I_\Delta$(كتلة) + I_Δ(ساق)

$$I_\Delta = \frac{1}{2}M_1R^2 + 2(m\,r^2) + \frac{1}{12}M_2L^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{2}(0.12)(0.05)^2 + 2(0.05)(0.02)^2 + \frac{1}{12}(0.012)(0.1)^2$$

$$I_\Delta = 2\times10^{-4}\ \text{kg.m}^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2\times10^{-4}}{8\times10^{-4}}} = \pi \text{ sec}$$

٢- إذا ازداد الدور بمقدار 0.86s سيصبح الدور الجديد $T_0' = 3.14+0.86 = 4$ sec:

$$4 = 2\pi\sqrt{\frac{I'_\Delta}{8\times10^{-4}}} \Rightarrow 16 = 40\,\frac{I'_\Delta}{8\times10^{-4}} \Rightarrow I'_\Delta = \frac{16\times8\times10^{-4}}{40} = 32\times10^{-5}$$

$$I_\Delta = \frac{1}{2}M_1R^2 + 2(m\,r'^2) + \frac{1}{12}M_2L^2$$

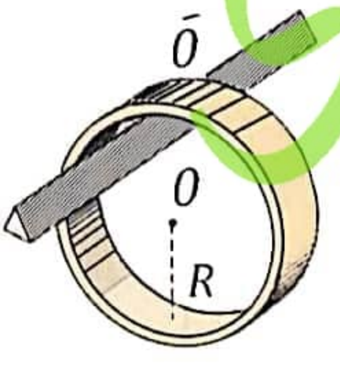
$$32\times10^{-5} = \frac{1}{2}(0.12)(0.05)^2 + 2(0.05)(r')^2 + \frac{1}{12}(0.012)(0.1)^2$$

$$32\times10^{-5} = 15\times10^{-5} + 10^{-1}(r')^2 + 10^{-5}$$

$$16\times10^{-4} = (r')^2$$

$$r' = 0.04\ \text{m}$$

المسألة (٤) :



تعلق حلقة معدنية نصف قطرها $R = 12.5$ cm ، كتلتها $M = 0.05$ kg بمحور أفقي ثابت كما هو موضح بالشكل لتشكل نواساً ثقلياً المطلوب:

١- احسب الدور الخاص لاهتزاز هذا النواس من اجل السعات الزاوية الصغيرة إذا علمت أن عزم عطالة الحلقة حول محور عمودي على مستويها ومار من مركز عطالتها $I_{\Delta/C} = MR^2$

٢- احسب طول النواس البسيط المواقت.

الحل:

١- حساب الدور: بما أن الحلقة تنوس حول محور لا يمر من مركز عطالتها نطبق هايغنز:

$$I_{\Delta/O} = I_{\Delta/C} + M\,d^2$$

$$I_{\Delta/O} = M\,R^2 + M\,R^2 = 2M\,R^2$$

نلاحظ أن $d = R$

نطبق علاقة الدور للنواس الثقلي من أجل السعات الزاوية صغيرة السعة:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/O}}{M\,g\,d}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2MR^2}{M\,g\,R}} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2\times 0.125}{10}} = 1\ s$$

٢- حساب طول النواس البسيط المواقت:

$$T_0(\text{مركب}) = T_0(\text{بسيط})$$

$$1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

بالتربيع والإصلاح: $1 = 4\pi^2\frac{\ell}{g} \Rightarrow \ell = \frac{g}{4\pi^2} = \frac{10}{40} = 0.25\ m$

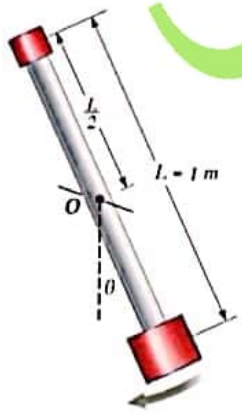
المسألة (٥):

يتألّف نوّاس ثقليّ من ساق شاقوليّة مهملة الكتلة طولها $1\ m$ تحمل في نهايتها العلويّة كتلة نقطيّة $m_1 = 0.2\ kg$ وتحمل في نهايتها السفليّة كتلة نقطيّة $m_2 = 0.6\ kg$ تهتزُّ هذه السّاق حول محور أفقيّ مارّ من منتصفها

المطلوب:

1. احسب دور النوّاس في حالة السّعات الصّغيرة.
2. احسب طول النوّاس البسيط المواقت لهذا النوّاس.
3. احسب دور النوّاس لو ناس بسعة زاوية $\theta_{max} = 0.4\ rad$.
4. نزيح الساق عن وضع توازنها الشاقوليّ بزاوية $\theta_{max} = 60°$ ونتركها دون سرعة ابتدائيّة.
   a. استنتج بالرموز علاقة السّرعة الزاوية لجملة النوّاس لحظة مرورها بشاقول محور التعليق، ثمّ احسب قيمتها عندئذٍ.
   b. احسب السُّرعة الخطيّة لمركز عطالة جملة النوّاس لحظة المرور بالشّاقول.
5. نستبدل بالكتلة m_2 كتلة $m_1 = 0.2\ kg$ ونعلّق السّاق من منتصفها بسلك فتل شاقوليّ لنشكّل بذلك نوّاساً للفتل، نزيح السّاق الأفقيّة عن وضع توازنها بزاوية ونتركها دون سرعة ابتدائيّة فتهتزُّ بدور $T_0 = 2\pi\ s$. احسب قيمة ثابت فتل سلك التعليق.
6. احسب قيمة التّسارع الزاوي لنوّاس الفتل عند المرور بوضع $\theta = 0.5\ rad$.

الحل:



١- حساب دور النواس في حال السعات الصغيرة:

من علاقة الدور : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m\,g\,d}}$

- لنحسب عزم عطالة الجملة (الساق مهملة الكتلة):

$$I_\Delta = I_1 + I_2$$

$$I_\Delta = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = m_1(\frac{L}{2})^2 + m_2(\frac{L}{2})^2$$

$$I_\Delta = (\frac{L}{2})^2(m_1 + m_2) = (\frac{1}{2})^2(0.2 + 0.6) = 0.2\ \ kg.m^2$$

- حساب d :

$$d = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m_1 + m_2} = \frac{0.6\times 0.5 - 0.2\times 0.5}{0.2 + 0.6} = 0.25\ m$$

نعوض بعلاقة الدور:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.2}{0.8\times 10\times 0.25}} = 2\sec$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢- حساب طول النواس البسيط الموافق:

$$T_0(\text{مركب}) = T_0(\text{بسيط})$$

$$2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{10}} \Rightarrow \ell = 1\text{m}$$

٣- حساب الدور بسعة 0.4 rad :

$$T_0' = T_0(1+\frac{\theta_{max}^2}{16})$$

$$T_0' = 2(1+\frac{0.16}{16}) = 2.02 \text{ sec}$$

٤- a – حساب السرعة الزاوية عند المرور بوضع الشاقول:

بتطبيق نظرية تغير الطاقة الحركية بين وضعين الأول عندما تصنع الجملة زاوية $\theta_{max} = 60^0$ والثاني عند المرور بوضع الشاقول:

$$\Delta E_{k(1\to 2)} = \sum \overline{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{k2} - E_{k1} = \overline{W}_{\vec{w}} + \overline{W}_{\vec{R}}$$

$$0 - \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = -(m_1+m_2)\, g\, h + 0 \quad , \quad h = d(1-\cos\theta_{max})$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2(m_1+m_2)\, g\, h}{I_\Delta}} = \sqrt{\frac{2(m_1+m_2)\, g\, d\,(1-\cos\theta_{max})}{I_\Delta}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2(0.2+0.6)\times 10\times 0.25\times(1-0.5)}{0.2}} = \sqrt{10}\ \text{rad.s}^{-1}$$

b – حساب السرعة الخطية لمركز عطالة جملة النواس لحظة المرور بالشاقول:

$$v = \omega \times d = \sqrt{10}\times 0.25 \ \text{m.s}^{-1}$$

٥- حساب قيمة ثابت فتل السلك لنواس الفتل:

- لنحسب عزم عطالة جملة نواس الفتل:

$$I_\Delta' = I_1 + I_2$$

$$I_\Delta' = \text{m}_1 r_1^2 + \text{m}_2 r_2^2$$

$$I_\Delta' = 0.2\times(0.5)^2 + 0.2\times(0.5)^2 = 0.1 \ \text{kg.m}^2$$

من علاقة الدور لنواس الفتل:

$$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta'}{k}} \Rightarrow T_0'^2 = 4\pi^2\frac{I_\Delta'}{k} \Rightarrow k = 4\pi^2\frac{I_\Delta'}{T_0'^2}$$

$$k = 4\pi^2\frac{0.1}{4\pi^2} = 0.1 \ \text{N.m.rad}^{-1}$$

٦- حساب قيمة التسارع الزاوي عند المرور بوضع $\theta = 0.5$ rad من العلاقة :

$$\alpha = -\omega_0^2\,\theta = -(\frac{2\pi}{T_0'})^2.\theta$$

$$\alpha = -(\frac{2\pi}{2\pi})^2\times 0.5 = -0.5 \ \text{rad.s}^{-2}$$

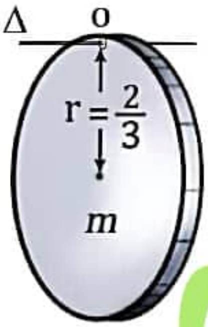
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المسألة (٦):

يتألّف نوّاس ثقليّ مركّب من قرص متجانس كتلته m نصف قطره $r = \frac{2}{3}\text{m}$ يمكن أن يهتزّ في مستوٍ شاقوليّ حول محور أفقيّ مارّ من نقطة على محيطه.

المطلوب:

1. انطلاقاً من العلاقة العامّة لدور النوّاس الثقليّ المركّب، استنتج العلاقة المحدّدة لدوره الخاصّ في حالة السّعات الصّغيرة، ثمّ احسب قيمة هذا الدّور.
2. احسب طول النوّاس البسيط المواقت لهذا النوّاس المركّب.
3. نثبّت في نقطة من محيط القرص كتلة نقطيّة m' تساوي كتلة القرص m ونجعله يهتزّ حول محور أفقيّ مارّ من مركز القرص، احسب دوره في هذه الحالة من أجل السّعات الزاوية الصّغيرة.
4. نزيح القرص من جديد عن وضع توازنه الشاقوليّ بسعة زاوية θ_{max} ونتركه دون سرعة ابتدائيّة فتكون السرعة الخطّيّة للكتلة النقطيّة m' لحظة المرور بالشاقول $\frac{2\pi}{3}\text{m.s}^{-1}$ احسب قيمة السعة الزاوية θ_{max} (إذا علمت أنّ: $\theta_{max} > 0.24\text{ rad}$ ، $g = 10\text{m.s}^{-1}$ ، $\pi^2 = 10$ عزم عطالة القرص حول محور مارّ من مركزه وعموديّ على مستويه $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} m r^2$)



الحل:

١- علاقة الدور العامة للنواس الثقلي المركب هي: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m\,g\,d}}$

- لنوجد عزم عطالة القرص حول المحور المار من o : حسب هايغنز

$$I_{\Delta/o} = I_{\Delta/C} + m\,d^2$$

$$I_{\Delta/o} = \frac{1}{2} m\,r^2 + m\,r^2 = \frac{3}{2} m\,r^2$$

- نلاحظ من الشكل أن $oc = d = r$

نطبق علاقة الدور مع التعويض:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2} m\,r^2}{m\,g\,r}} = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}} = 2\pi\sqrt{\frac{3\times\frac{2}{3}}{2\times 10}} = 2\,\text{sec}$$

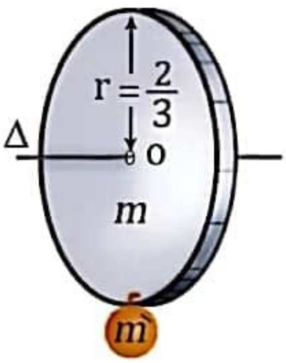
٢- طول النواس البسيط المواقت:

$$T_0(\text{مركب}) = T_0(\text{بسيط})$$

$$2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{10}} \Rightarrow \ell = 1\text{m}$$

٣- حساب الدور عند تعليق كتلة نقطية جديدة: $m' = m$

- لنحسب عزم عطالة الجملة (القرص + الكتلة):



$$I_{\Delta/o} = I_{\Delta/C} + m' r^2$$

$$I_{\Delta/o} = \frac{1}{2} m\,r^2 + m' r^2 \quad , (m = m')$$

$$I_{\Delta/o} = \frac{3}{2} m\,r^2$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

• لنحسب d: $d=\frac{m\times(0)+m'r}{m+m'}$, $(m=m')\Rightarrow d=\frac{m\,r}{2m}=\frac{r}{2}$ نعوض في علاقة الدور:

$$T_0'=2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{M\;g\,d}}=2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}m\,r^2}{2m\;g\,\frac{r}{2}}}=2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}=2\pi\sqrt{\frac{3\times\frac{2}{3}}{2\times10}}=2\sec$$ (حيث M كتلة الجملة)

٤- حساب السرعة الزاوية عند المرور بوضع الشاقول:

بتطبيق نظرية تغير الطاقة الحركية بين وضعين الأول عندما تصنع الجملة زاوية θ_{max} والثاني عند المرور بوضع الشاقول:

$$\Delta E_{k\,(1\to2)}=\sum \overline{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{k\,2}-E_{k\,1}=\overline{W}_{\vec{w}}+\overline{W}_{\vec{R}}$$

$$0-\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2=-(m+m')g\,h+0 \quad ,\ (m=m')\ ,\ \ h=\frac{r}{2}(1-\cos\theta_{max})$$

$$\omega=\sqrt{\frac{2(2m)\;g\,\frac{r}{2}(1-\cos\theta_{max})}{\frac{3}{2}m\,r^2}}=\sqrt{\frac{4g\;(1-\cos_{max})}{3r}}=\frac{v}{r}$$

$$\sqrt{\frac{4g\;(1-\cos_{max})}{3r}}=\frac{v}{r}$$

بتربيع العلاقة الأخيرة:

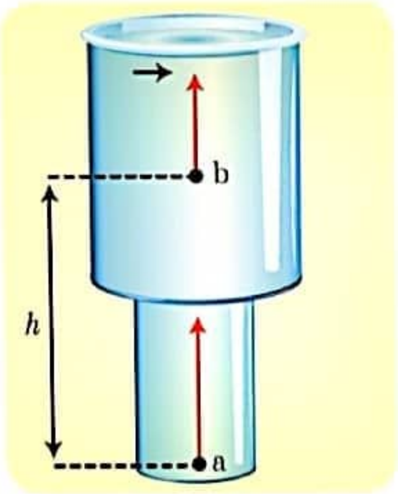
$$\frac{4g\;(1-\cos_{max})}{3r}=\frac{v^2}{r^2}\Rightarrow\frac{4g\;(1-\cos_{max})}{3}=\frac{v^2}{r}$$

$$\cos\theta_{max}=1-\frac{3v^2}{4g\,r}$$

$$\cos\theta_{max}=1-\frac{3\times\frac{4\pi^2}{9}}{4\times10\times\frac{2}{3}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\theta_{max}=\frac{\pi}{3}\text{rad}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المسألة (٧):



يجري الماء داخل الأنابيب الموضّحة في الشكل من (a) إلى (b) حيث نصف قطر الأنبوب عند (a) $r_1 = 5\,cm$ و نصف قطر الأنبوب عند النقطة (b) $r_2 = 10\,cm$ والمسافة الشاقوليّة بين (a) و (b) $h = 50\,cm$،

1. احسب سرعة جريان الماء عند النقطة (b) علماً أنّ سرعة جريان الماء عند النقطة (a) $v_1 = 4\,m.s^{-1}$.
2. احسب قيمة فرق الضّغط (P_{a-b}) $(\rho_{H2O} = 1000\,kg.m^3)$.

الحل:١- من معادلة الاستمرارية :

$$s_1 v_1 = s_2 v_2$$
$$\pi r_1^2 v_1 = \pi r_2^2 v_2$$
$$v_2 = \frac{\pi r_1^2 v_1}{\pi r_2^2} = (\frac{r_1}{r_2})^2 v_1 = (\frac{5\times10^{-2}}{10\times10^{-2}})^2 \times 4 = 1\ m.s^{-1}$$

٢- حساب قيمة فرق الضغط P_{a-b} : من معادلة برنولي:

$$P_a + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_b + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$
$$P_a - P_b = \frac{1}{2}\rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (z_2 - z_1)$$
$$= \frac{1}{2}\rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g h$$
$$= \frac{1}{2}\times 1000 \times (1^2 - 4^2) + 1000\times 10\times 0.5$$
$$P_a - P_b = -2500\ Pa$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المسألة (8):

تخيّل أنّ مركبة فضاء لها شكل مستطيل تقوم برحلة إلى نجم "الشعرى" وفق مسار مستقيم، بحيث يكون شعاع سرعة المركبة دوماً موازياً لطول المركبة، فتسجّل أجهزة المركبة المسافرة القياسات الآتية:

طول المركبة، $100\,m$، عرض المركبة، $25\,m$، المسافة المقطوعة، 4 سنة ضوئيّة، زمن الرحلة، $\frac{8}{\sqrt{3}}$ سنة، وتسجّل أجهزة المحطّة الأرضيّة قياساتها لتلك الرحلة باستخدام تيلسكوب دقيق.

احسب كلّاً من سرعة المركبة وطولها وعرضها في أثناء الرحلة، والمسافة التي قطعتها وزمن الرحلة وفق قياسات المحطّة الأرضيّة.

(سرعة الضّوء في الخلاء $c = 3 \times 10^8\ m.s^{-1}$)

الحل:

- حساب سرعة المركبة: بما أن زمن الرحلة بالنسبة لراصد موجود بالمركبة هو $\frac{8}{\sqrt{3}}$ سنة

من العلاقة ⇐ الزمن × السرعة = المسافة

$d = v\,t_0$: نعوض $4\times365\times24\times3600\times3\times10^8 = v \times \frac{8}{\sqrt{3}}\times365\times24\times3600$

$$4\times3\times10^8 = v\times\frac{8}{\sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$v = \frac{12\times10^8\sqrt{3}}{8} = \frac{3\times10^8\times\sqrt{3}}{2}\,m.s^{-1} = c\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,m.s^{-1}$$

- حساب طول المركبة كما يبدو لراصد من المحطة الأرضية من العلاقة:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$L = 100\times\sqrt{1-\frac{3c^2}{4c^2}} = 100\times\sqrt{\frac{1}{4}} = 100\times\frac{1}{2} = 50\ m$$

- عرض المركبة لا يتغير ويبقى $25\,m$
- زمن الرحلة بالنسبة لراصد من المحطة الأرضية:

$$t = \gamma t_0 = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{8}{\sqrt{3}}}{\sqrt{1-\frac{3c^2}{4c^2}}} = \frac{\frac{8}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{2}} = \frac{16}{\sqrt{3}}\ years$$

- المسافة التي قطعتها : $v\,t = \frac{c\sqrt{3}}{2}\times\frac{16}{\sqrt{3}} = 8c\ m$ = المسافة (ثمان سنوات ضوئية)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner