الرياضيات

الصف التاسع الأساسي

أ. ماهر بربر

نموذج اختبار محلول

الوحدة الثانية هندسة

الاختبار الأول

نموذج اختبار شامل في الوحدة الثانية هندسة

إن هذا الاختبار ماهو إلا عمل متمم للأسئلة التي وردت سابقا في الدروس .

فلتحقيق الفائدة المرجوه منه يجب عدم البدء فيه حتى الانتهاء الكامل من كل المعلومات المتعلقة بالدروس التي تم شرحها وإتقان حل الأسئلة التي تم ادرجها بعد كل درس سواء تدرب أو تحقق من فهمك أو أسئلة الدورات التي تم حلها .

وبعد ذلك حاول بحل هذا الاختبار دون الاطلاع على الحل المرفق به ، واخيرا صحح حلك بالقلم الأحمر وأشر الى أخطائك بشكل صريح وتعلم منها لعدم الوقوع بها مجددا

الكتاب:	الرياضيات	اختبارات المراجعة لطلاب		الدرجة	400
الوحدة:	الثانية هندسة	الصف التاسع الأساسي		المدة:	ساعتان
التاريخ:	5/11/2022	دورة 2023			

T.Maher BarBar

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يلي :

① المثلث ABC تصغير للمثلث $A'B'C'$ ويحقق $\frac{S(ABC)}{S(A'B'C')} = \frac{16}{49}$ فإن نسبة التصغير تساوي:

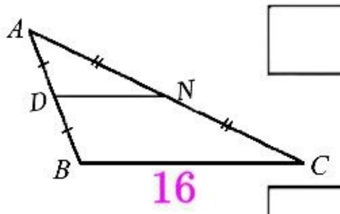
$\frac{8}{14}$	$\frac{16}{49}$	$\frac{4}{7}$

② مربعان متشابهان ، مساحة الأول $0.3cm^2$ ومساحة الثاني $1.2cm^2$ فإن نسبة التصغير تساوي:

$4 \times 10^{\circ}$	25×10^{-2}	5×10^{-1}

③ إذا ضربنا أطوال أضلاع مثلث بالعدد 6 ، فإن قياسات زواياه

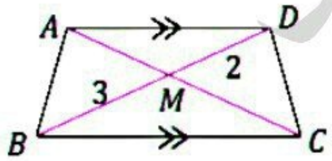
تضرب بالعدد 6	تضرب بالعدد 36	لا تتغير



④ طول القطعة $[DN]$ يساوي :

$DN = 8$	$DN = 2$	$DN = 4$

السؤال الثاني : اجب بصح أو خطأ على كل من العبارات التالية :



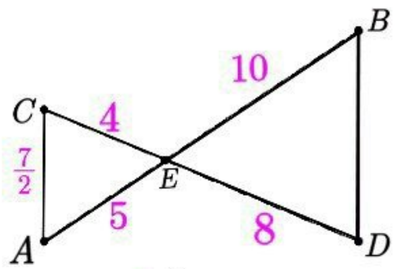
في الشكل المرسوم جانباً $ACBD$ شبه منحرف فإن :

① المثلثين $\overset{\triangle}{MAB}$, $\overset{\triangle}{MDC}$ تشملهما مبرهنة النسب الثلاث .

② إن $\frac{AD}{BC} = \frac{2}{3}$

③ $\frac{S_{(AMD)}}{S_{(BMC)}} = \frac{9}{4}$

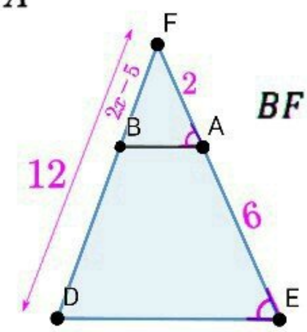
④ إن العلاقة $3AM = 2MC$ صحيحة .



السؤال الثالث : أجب عن التمارين التالية :

التمرين الأول : في ا لشكل المجاور أثبت أن $CA // BD$

ثم احسب طول BD



التمرين الثاني : DEF مثلث مرسوم جانباً حيث $F\hat{A}B = F\hat{E}D$

$BF = 2x - 5$, $DF = 12$, $AF = 2$, $AE = 6$

والمطلوب : احسب قيمة x ثم أوجد طول FB .

التمرين الثالث : في الشكل المرسوم جانباً :

ABC مثلث قائم في A **والمطلوب :**

① احسب طول الوتر BC واحسب $\cos B$.

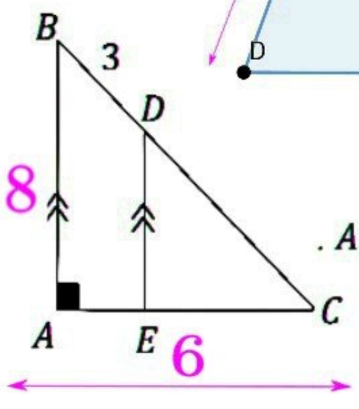
② إذا كان $(BA) \parallel (DE)$

أثبت تشابه المثلثان ECD ABC ثم أثبت أن : $CE = 4.2$

③ ارسم من D عموداً على AB يقطعه في N ما طبيعة الرباعي $AEDN$.

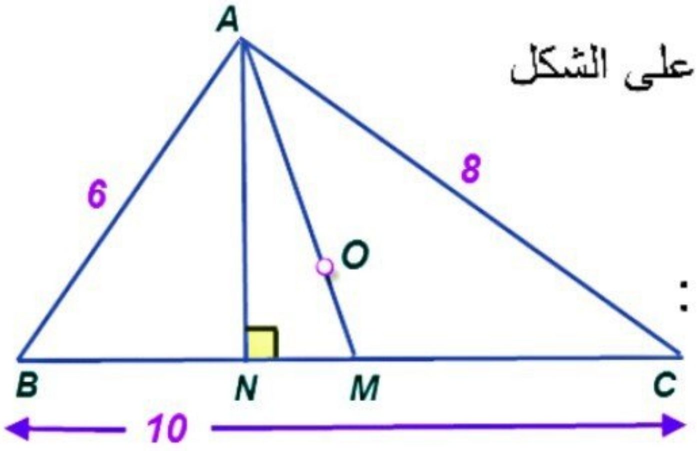
ثم استنتج صحة العلاقة : $BN \times AC = BA \times AE$

④ احسب مساحة المثلث EDC



السؤال الرابع **حل المسائل الآتيه**

المسألة (1)



تأمل الشكل المجاور ، والأطوال موضحة على الشكل

فيه : $AN \perp BC$ ، M منتصف BC

O مركز ثقل المثلث ABC والمطلوب :

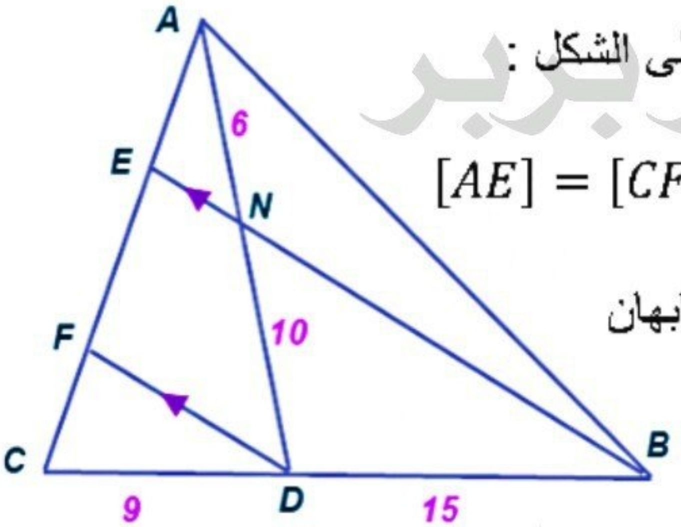
1 – برهن أن المثلث ABC قائم في $\hat{A}$

2 – أحسب كلاً من : AN ، AM ، AO ، $tan(A\widehat{M}N)$

3 –بفرض D منتصف AC

أثبت ان المثلثان MDC ABC متشابهان واحسب $S_{(MDC)}$

المسألة (2)



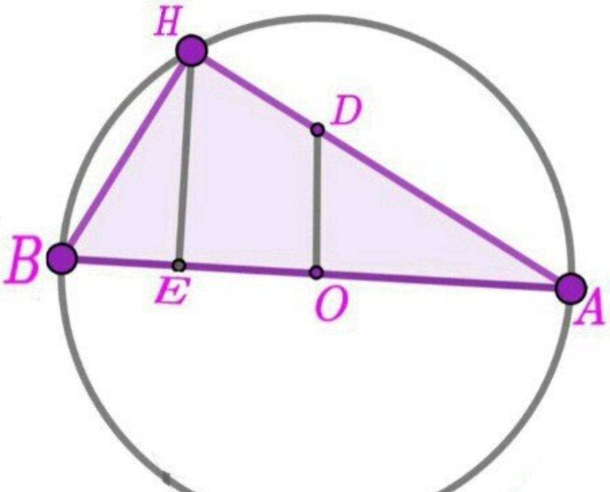
تأمل الشكل المجاور ، والأطوال موضحة على الشكل :

1 – أحسب : $\frac{[CF]}{[FE]}$ ، $\frac{[AE]}{[EF]}$ واستنتج أن : $[AE] = [CF]$

2 – بين أن المثلثين : ANE ، ADF متشابهان

ثم أحسب النسبة بين محيطيهما

المسألة (3) مسألة شاملة /دورات/



في الشكل المجاور دائرة مركزها النقطه O

ونصف قطرها R=6 cm فإذا علمت أن:

$H\hat{B}A = 2H\hat{A}B$

$HE \perp AB$, $DO \perp AB$

1) احسب قياسات المثلث HAB وأطوال أضلاعه.

2) احسب AE , HE

3) برهن أن المثلثين HEA, DOA متشابهين

ثم احسب OD واحسب مساحة المثلث DOA بطريقتين

الحلول التفصيلية للاختبار: أنت غير ملزم بكتابة الشرح المرفق مع الحل ، ولكنه للتوضيح ولمعرفة الانتقال السليم بين الخطوات

*السؤال الأول:

(1) نعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه ومنه:

$$\frac{S(ABC)}{S(A'B'C')} = k^2 = \frac{16}{49}$$

$$\Rightarrow k = \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}}$$

$$\Rightarrow k = \frac{4}{7}$$

(2) بنفس الأسلوب السابق نجد حيث المطلوب معامل التصغير لذلك نضع الصغير على الكبير:

$$\frac{0.3}{1.2} = k^2 \Rightarrow k^2 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow k = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\Rightarrow k = 5\times 10^{-1}$$

(3) عند ضرب أطوال أضلاع المثلث بأي عدد فإن قياسات زواياه لا تتغير (تذكر: التشابه يحافظ على قياس الزوايا) فعند ضرب أطوال أضلاع المثلث المتشابهين بنسبة التشابه k فإن الزوايا لا تتغير)

(4) لا، لاحظ أن $[DN]$ قطعة مستقيمة واصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث ABC ، فهي توازي الضلع الثالث وتساوي نصفه أي أن $[DN]=8$
(يوجد طرائق أخرى للحل)

*السؤال الثاني:

(ملاحظة هامة: قاعدتا شبه المنحرف متوازيتان حتى لو لم يوضح ذلك ضمن الفرضيات على الرسم)

(1) جملة خاطئة: لا يوجد في المثلثين المذكورين مستقيمين متوازيين فلا نطبق عليهما مبرهنة النسب الثلاث (تذكر: الضلعان المائلتان في شبه المنحرف غير متوازيين)

(2) لنكتب النسب الثلاث في المثلثين $\hat{AMD}$ ، $\hat{BMC}$ حيث $AD \parallel BC$
(قاعدتا شبه المنحرف)

$$\frac{MD}{MB} = \frac{MA}{MC} = \frac{AD}{BC} = k$$

$$\frac{2}{3} = \frac{MA}{MC} = \frac{AD}{BC} = k$$

فالعبارة صحيحة

(3)

صغير

$$\frac{S(AMD)}{S(BMC)} = \underset{\text{تصغير}}{k^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

كبير

فالعبارة خاطئة / الصح / الكبير على الصغير $\frac{S(BMC)}{S(AMD)} = \frac{9}{4}$ صحيحة

(4) وجدنا $\frac{MA}{MC} = \frac{2}{3}$

ومنه:

بتطبيق خاصية الضرب التقاطعي

نجد: $3MA = 2MC$

فالعبارة صحيحة.

* السؤال الثالث:

(التمرين الأول)

حتى يكون $CA \parallel BD$ يجب

أن تتحقق المساواة:

$$\frac{EA}{EB} = \frac{EC}{ED}$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{EA}{EB} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \\ \\ \frac{EC}{ED} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

المساواة محققة بالتالي $CA \parallel BD$

حسب عكس خاصة النسب الثلاث العكسية

حيث ترتيب النقاط E, A, B

على المستقيم (EB) يماثل ترتيب

النقاط على المستقيم (CD)

C, E, D

ومنه وحسب عكس خاصة النسب الثلاث

في المثلثين EAC, EBD

يكون $CA \parallel BD$ (وهو المطلوب)

$$\frac{EA}{EB} = \frac{EC}{ED} = \frac{AC}{BD}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{\frac{7}{2}}{BD} \Rightarrow$$

$$BD = \frac{7}{2} \times 2 = 7$$

(التمرين الثاني)

بداية وكما نلاحظ لا يوجد مستقيمين متوازيين بشكل صريح ولكن هنالك معلومة مخفية ينتج من خلالها التوازي.

لدينا فرضًا $\hat{FAB} = \hat{FED}$

وهما زاويتان متبادلتان ومنه المستقيمان

(BA) ، (DE) متوازيان وبالتالي

وحسب مبرهنة تالس (النسب الثلاث) في

المثلث $\overset{\triangle}{FED}$ نجد:

$$\frac{FB}{FD} = \frac{FA}{FE} = \frac{BA}{DE} = k$$

$$\frac{2x-5}{12} = \frac{2\div 2}{8\div 2} = \frac{BA}{DE} = k = \frac{1}{4}$$

ومنه:

$$\frac{2x-5}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{(خاصة الضرب التقاطعي)}$$

$$8x - 20 = 12 \Rightarrow$$

$$8x = 32 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow$$

$$FB = 2(4) - 5 = 8 - 5 = 3$$

ملاحظة مهمة /

عند إثبات توازي مستقيمين لا نستطيع تطبيق مبرهنة النسب الثلاث العكسية في حال وجود مجهول كما في المسألة السابقة، أما إذا كانت الأطوال مكتوبة بدلالة هذا المجهول عندئذٍ قد نتمكن من ذلك.

(التمرين الثالث)

(1) حسب مبرهنة فيثاغورث في المثلث القائم ABC نجد: $BC=10$

$\cos\hat{B} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{10}$

(استنتاج $BC=10 \Rightarrow DC=7$)

(2) لدينا فرضاً: $DE \parallel BA$ ومنه:

ومنه وحسب مبرهنة النسب الثلاث في المثلث ABC (أو نقول في المثلثين BAC ، DEC) يكون

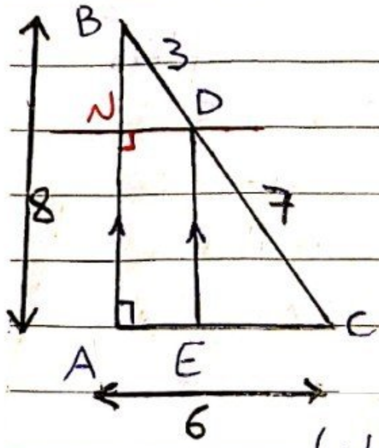
$$\frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB} = \frac{ED}{AB} = K$$

فالمثلثان متشابهان لتناسب أطوال الأضلاع المتقابلة

$$\frac{CE}{6} = \frac{7}{10} = \frac{ED}{AB} = K$$

ومنه:

$$CE = \frac{7\times 6}{10} = \frac{42}{10} = 4.2$$



(3) لدينا فرضاً $DE \parallel BA$

وفي الرباعي $NAED$ لدينا: $DN \parallel ED$

(عموديان على المستقيم NA)

أصبح لدينا الرباعي $NAED$ متوازي أضلاع لأن كل ضلعين متقابلين متوازيين، فيه زاوية قائمة فهو مستطيل.

وحسب مبرهنة النسب الثلاث في المثلث BAC نجد (حيث $ND \parallel AC$)

$$\frac{BN}{BA} = \frac{BD}{BC} = \frac{ND}{AC}$$

من النسبتين الأولى والأخيرة نجد:

$$\frac{BN}{BA} = \frac{ND}{AC} \Rightarrow$$

$$BN \times AC = BA \times ND$$

$[ND]=[AE]$ لأن $NAED$ مستطيل:

ومنه:

$$BN \times AC = BA \times AE$$

وهو المطلوب. / انتبه لمثل هذه الطلبات /

(4) $\overset{\triangle}{CED}$ ، $\overset{\triangle}{ABC}$ مثلثان متشابهان برهاناً ومنه:

نعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين هي مربع نسبة التشابه ومن وجدنا في الطلب الثاني $k=\frac{7}{10}$ نسبة تصغير.

$$\frac{S(EDC)_{\text{صغير}}}{S(ABC)_{\text{كبير}}} = k^2_{\text{تصغير}} \ldots \star$$

نحتاج حساب مساحة المثلث ABC وهو مثلث قائم مساحته تساوي نصف جداء ضلعيه القائمين:

$$S(ABC) = \frac{[BA]\times[AC]}{2} = \frac{8\times 6}{2}$$

$$\Rightarrow S(ABC) = 24$$ (وحدة مربعة)

ومنه نعوض في $\star$:

$$\frac{S(EDC)}{S(ABC)} = k^2 \Rightarrow$$

$$S(EDC) = k^2 \times S(ABC)$$

$$= \left(\frac{7}{10}\right)^2 \times 24$$

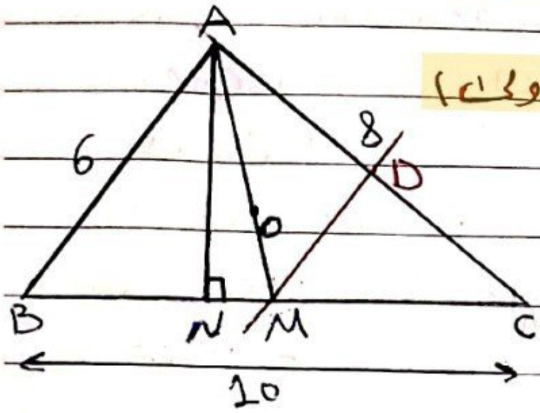
$$= \frac{49\times 24}{100}$$

$$= \frac{1176}{100} = 11.76$$ (وحدة مربعة)

(انتهى حل هذه المسألة بطريقة أولى)

* السؤال الرابع:

(المسألة الأولى)



(1) بتطبيق عكس مبرهنة فيثاغورث على المثلث ABC نجد:

$$[BC]^2 = 100 \quad , \quad [AB]^2+[AC]^2 = 36+64 = 100$$

$$\Rightarrow [BC]^2 = [AB]^2 + [AC]^2$$

فالمثلث قائم الزاوية في الرأس المقابل للضلع الأكبر أي في A.

(2) حساب AN.

نعلم أن مساحة المثلث تساوي نصف القاعدة في الارتفاع المتعلق بها:

$$S(ABC) = \frac{[AN]\times[BC]}{2} \ldots \star$$

ويكون المثلث ABC قائم مساحته نصف جداء الضلعين القائمين:

$$S(ABC) = \frac{[AB]\times[AC]}{2} \ldots \star\star$$

بالمقارنة بين $\star$ ، $\star\star$ نجد:

$$\frac{[AN]\times[BC]}{2} = \frac{[AB\times AC]}{2} \Rightarrow \times 2$$

$$[AN]\times[BC] = [AB]\times[AC]$$

نعوض:

$$[AN] \times 10 = 6 \times 8$$

ومنه:

$$AN = \frac{6\times 8}{10} = \frac{48}{10} = 4.8 = \frac{24}{5}$$

• حساب AM.

لدينا فرضاً: M منتصف BC أي أن AM متوسط في مثلث قائم ومتعلق بالوتر.

نعلم أن: في المثلث القائم المتوسط المتعلق بالوتر يساوي نصف طول الوتر

ومنه $AM = \frac{10}{2} = 5$

• حساب AO

لدينا فرضاً: O مركز ثقل المثلث ABC

ونعلم أن:

$$AO = \frac{2}{3}\underbrace{AM}_{5}$$

$$AO = \frac{2}{3} \times 5 \Rightarrow AO = \frac{10}{3}$$

ويكون:

$$OM = \frac{1}{3}\underbrace{AM}_{5} \Rightarrow OM = \frac{5}{3}$$

أو مباشرة
$AO = 2(OM)$

• حساب $\tan A\hat{M}N$.

AMN مثلث قائم فرضاً:

$$\tan A\hat{M}N = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AN}{MN}$$

• ولكن MN مجهولة، نحسبه من فيثاغورث

في المثلث القائم AMN فنجد $NM = \frac{7}{5}$

(تأكد من ذلك)

ومنه:

$$\tan A\hat{M}N = \frac{AN}{MN} = \frac{\frac{24}{5}}{\frac{7}{5}} = \frac{24}{7}$$

:(3)

D منتصف AC فرضاً
M منتصف BC فرضاً
$\Rightarrow MD \parallel AB$ (لماذا؟؟)

وبالتالي المثلثان MDC ، ABC متشابهان لتناسب أطوال أضلاعهما المتقابلة أي

ومن النسب التالية:

$$\frac{CM}{CB} = \frac{CD}{CA} = \frac{MD}{BA} = k = \frac{1}{2}$$

ونعلم أن: نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه:

$$\frac{S(MDC)_{\text{صغير}}}{S(ABC)_{\text{كبير}}} = k^2_{\text{صغير}}$$

$$S(ABC) = \frac{[AB]\times[AC]}{2} = \frac{6\times 8}{2} = 24 \text{ وحدة مربعة}$$

$$S(MDC) = k^2 \times S(ABC)$$

$$= \frac{1}{4} \times 24 = 6 \text{ وحدة مربعة}$$

(احسب المساحة بطريقة أخرى)

المسألة الثانية

(1): حساب النسبة $\frac{[CF]}{[FE]}$ ، بتطبيق مبرهنة النسب الثلاث في المثلثين CDF ، CBE حيث $EB \parallel FD$:

$$\frac{CF}{CE} = \frac{CD}{CB} = \frac{FD}{EB} \Rightarrow$$

من النسبتين الأولى والثانية:

$$\frac{CF}{CE} = \frac{9 \div 3}{24 \div 3} \Rightarrow \frac{CF}{CE} = \frac{3}{8}$$

فبطرح البسط ونظيره من المقام (خواص التناسب) نجد:

$$\frac{CF}{\underbrace{CE - CF}_{FE}} = \frac{3}{8-3} \Rightarrow \frac{[CF]}{[FE]} = \frac{3}{5} \quad \ldots\ldots (1)$$

• حساب النسبة $\frac{[AE]}{[EF]}$

بنفس الأسلوب السابق على المثلثين AEN ، AFD نجد:

$$\frac{[AE]}{[EF]} = \frac{3}{5} \quad \ldots\ldots (2)$$

(تأكد من ذلك)

• من النسبتين (1) ، (2) نجد:

$$\frac{[CF]}{[EF]} = \frac{[AE]}{[EF]}$$

وبضرب طرفي المساواة بـ $[EF]$

نجد $[CF] = [AE]$

(2): المثلثان ANE ، ADF متشابهان لتناسب أطوالهما المتقابلة حسب مبرهنة النسب الثلاث حيث $EN \parallel FD$:

$$\frac{AF}{AF} = \frac{AN}{AD} = \frac{EN}{FD} = k = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

والنسبة بين محيطيهما تساوي نسبة التشابه:

$$\frac{P(AEN)}{P(ADF)} = k = \frac{3}{8}$$

• إضافي: والنسبة بين مساحتيهما تساوي مربع نسبة التشابه:

$$\frac{S(AEN)}{S(ADF)} = \frac{9}{64}$$

مسألة امتحانية ب 100 درجة ، كل الطلبات الموجوده ضمنها تتكرر باستمرار

$R = 6cm \Rightarrow BO = OA = 6cm$

$\Rightarrow BA = 12cm$

(دائماً وأبداً ضع الرسم جانباً وثبت عليه كل معلومة تحصل عليها، ذلك سيساعدك في التفكير نحو طريق الحل.)

$\boxed{1}$ نلاحظ أن BA هو أحد أضلاع المثلث HBA وهو قطر أيضاً في دائرة بالتالي المثلث HBA قائم في H أي أن $\hat{H} = 90°$

• لدينا فرضاً: $H\hat{B}A = 2H\hat{A}B$

وبما أن المثلث HBA قائم الزاوية فإن $H\hat{B}A + H\hat{A}B = 90°$

وحسب الفرض يكون: $2H\hat{A}B + H\hat{A}B = 90°$

$\Rightarrow H\hat{A}B = 30°$

ومنه $H\hat{B}A = 60°$

• حساب أطوال أضلاع المثلث HBA.

"يوجد عدة طرائق للحل"

HB ضلع مقابل للزاوية 30 في المثلث القائم HBA فهو يساوي نصف طول الوتر أي أن:

$$HB = \frac{BA}{2} = \frac{12}{2} = 6\ cm$$

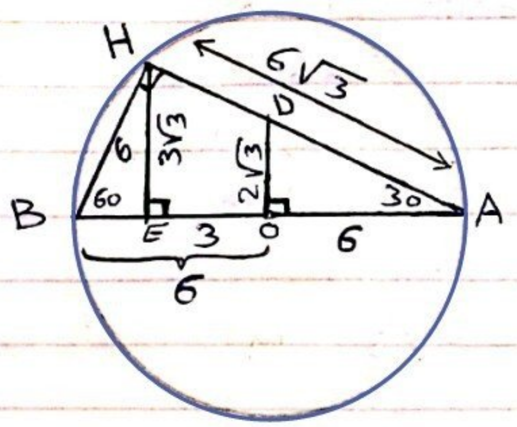
وحسب فيثاغورث في نفس المثلث نجد:

$$HA^2 = BA^2 - HB^2$$

$$HA^2 = 144 - 36 = 108$$

$$\Rightarrow HA = 6\sqrt{3}$$

"أو عن طريق الاستفادة من النسب المثلثية للزوايا 30 ، 60"



$\boxed{2}$ حساب HE ، AE

من المثلث القائم HEA نجد:

HE ضلع مقابل للزاوية $30°$ فهو يساوي نصف طول الوتر HA ومنه:

$$HE = \frac{HA}{2} = 3\sqrt{3}\ cm$$

ومن نفس المثلث وحسب فيثاغورث يتم حساب AE ، أو بالاستفادة من $\cos(30)$:

$$\cos\hat{A} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos 30° = \frac{AE}{HA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AE}{6\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow AE = 9\ cm$$

$\boxed{3}$ $HE \parallel OD$ (عمودان على مستقيم واحد)

وبالتالي المثلثان DOA ، HAE متشابهان لأنه وحسب طالس النسب الثلاث:

$$\frac{AO}{AE} = \frac{AD}{AH} = \frac{OD}{EH} = K$$

$$\frac{6}{9} = \frac{AD}{6\sqrt{3}} = \frac{OD}{3\sqrt{3}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow OD = 2\sqrt{3}$$

• حساب مساحة المثلث OAD بطريقتين

طريقة أولى:

المثلث OAD قائم الزاوية في O فيه $OD = 2\sqrt{3}\ cm$ ، $OA = 6\ cm$

وهما ضلعاه القائمتين ومنه: مساحة المثلث القائم تساوي:

جداء الضلعين القائمتين $\div 2$ ⇐

$$S_{OAD} = \frac{OD \times OA}{2} = \frac{2\sqrt{3} \times 6}{2} = 6\sqrt{3}\ cm^2$$

طريقة ثانية:

المثلث HEA هو تصغير للمثلث OAD ونسبة التصغير

هي وكما وجدنا $k = \frac{2}{3}$ بالتالي:

$$S_{OAD} = k^2 \times S_{HEA}$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{9 \times 3\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{9}} \times \frac{\cancel{27}^{3}}{\cancel{2}}\sqrt{3} = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}\ cm^2$$

$\boxed{4}$ طلب إضافي: ما نوع المثلث OHB؟ احسب مساحته.

لاحظ أن $HO = OB = R = 6$ فهو مثلث متساوي

الساقين فيه $\hat{B} = 60°$ بالتالي فهو متساوي الأضلاع

$$S_{3} = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4} = \frac{36\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}\ cm^2$$

أو: القاعدة $\times$ الارتفاع $\div 2$:

$$S_{OHB} = \frac{OB \times HE}{2} = \frac{6 \times 3\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}\ cm^2$$

انتهى الحل.