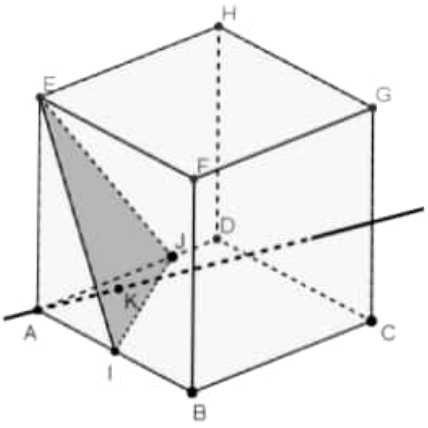
المسألة الثانية: ليكن $ABCDEFGH$ مُكعّباً طول حرفه يساوي 4، ولتكن النقطة I منتصف $[AB]$ والنقطة J تحقق العلاقة $4\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AD}$.
نتأمل المعلم المتجانس $\left(A,\frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AD},\frac{1}{4}\overrightarrow{AE}\right)$، والمطلوب:



1- جدْ احداثيات رؤوس المكعب والنقطتين I و J.
2- أثبت أنّ معادلة المستوي (EIJ) هي $6x+4y+3z-12=0$.
3- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من A وعمودياً على المستوي (EIJ)، ثمّ جدْ احداثيات النقطة K نقطة تقاطع d مع (EIJ).
4- احسب مساحة المثلث AEJ ثمّ استنتج حجم رباعي الوجوه $I-AEJ$
5- احسب بُعد A عن المستوي (EIJ) واستنتج مساحة المثلث EIJ.

انتهت الأسئلة

ضوئيا بـ CamScanner

① مناقشة المسألة الثانية

$A(0,0,0)$, $B(4,0,0)$, $C(4,4,0)$, $D(0,4,0)$

$E(0,0,4)$, $F(4,0,4)$, $G(4,4,4)$, $H(0,4,4)$

$I(2,0,0)$, $J(0,3,0)$

من المعادلة $4\vec{AJ}=3\vec{AD}$

نكتب $\vec{AJ}=\frac{3}{4}\vec{AD}$

②

$\vec{IE}(-2,0,+4)$

$\vec{IJ}(-2,3,0)$

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظمياً للمستوي (EIJ)

نكتب $\vec{n}.\vec{IJ}=0$ $\Rightarrow$ $-2a+3b=0$

$\vec{n}.\vec{IE}=0$ $-2a+4c=0$

من (2) نجد $c=\frac{1}{2}a$ ، من (1) نجد $b=\frac{2}{3}a$

نفرض $a=6$ نجد $\vec{n}(6,4,3)$

ومعادلة المستوي من الشكل $6x+4y+3z+d=0$

لحساب d : نعوض $I(2,0,0)$ نجد $d=-12$

$\Rightarrow$ $(EIJ): 6x+4y+3z-12=0$

③ المستقيم (d) المار من $A(0,0,0)$

وبما أن المستوي (EIJ) ناظمه المستوي مرتبط مع توجيه (d) ومنه

$$d:\begin{cases}x=6t\\y=4t\\z=3t\end{cases}$$

ولحساب إحداثيات K نقطة تقاطع (d) مع (EIJ)

نعوض معادلات d في معادلة المستوي نجد

$36t+16t+9t-12=0$

$61t=12 \Rightarrow \boxed{t=\frac{12}{61}}$

نعوض t في d نجد $K\left(\frac{72}{61},\frac{48}{61},\frac{36}{61}\right)$

④ مساحة المثلث AEJ

لدينا المثلث قائم في A ومنه $AE=4$ ، $AJ=3$

$$S(AEJ)=\frac{3\times4}{2}=6$$

ولدينا الهرم $I-AEJ$ مقتربه I وقاعدته المثلث AEJ وارتفاعه $AI=2$

$$\Rightarrow V=\frac{1}{3}(6)(2)=4$$

ضوئيا بـ CamScanner

تابع مسافة الحالة الثانية :

(5) بعد A عن المستوي (EIJ)

$$dist(A,EIJ) = \frac{|0+0+0-12|}{\sqrt{36+16+9}} = \frac{12}{\sqrt{61}}$$

ولاستنتاج
وحساب مساحة المثلث EIJ
نقارنه بحجم رباعي الوجوه نفسه باعتبار
رأسه I مرة ورأسه A مرة

$$V_{A-EIJ} = V_{I-AEJ}$$

تابعية المثلث EIJ ارتفاعه بعد dist

$$\frac{1}{3}(S).\frac{12}{\sqrt{61}} = 4$$

من الطلب السابق

$$\Rightarrow S = \frac{4 \times 3 \times \sqrt{61}}{12}$$

$$S = \sqrt{61}$$

(مساحة المثلث EIJ)