حل ورقة اختبار النموذج ٢
الشامل لوحدة الحركة والتحريك

السؤال الأول:

س1)

$$\omega_{0_1} = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{16}{0.4}} = \sqrt{40} = 2\pi \ rad.s^{-1}$$

$$x_1 = X_{max_1}\cos\omega_{0_1}t = X_{max_1}\cos 2\pi\times\frac{1}{2}$$

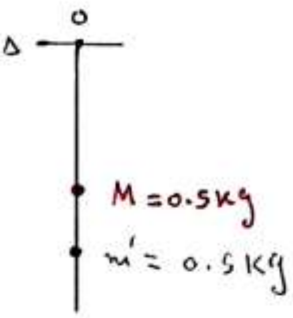
$$= X_{max_1}\cos\pi = -X_{max}$$

$$\omega_{0_2} = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \sqrt{\frac{10}{1}} = \pi \ rad.s^{-1}$$

$$x_2 = X_{max_2}\cos\omega_{0_2}t = X_{max_2}\cos\frac{\pi}{2} = 0$$

∴ يلتقيان الأول مطاله $-X_{max}$ والثاني في مركز الاهتزاز

س2) $L = 1.5\ m$



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$I_{\Delta\,\text{جملة}} = I_{\Delta\,\text{ساق}} + I_{\Delta/m'}$$

هايغنز: $I_{\Delta\,\text{ساق}} = I_{\Delta/c} + Md^2 = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2$

$$= \underset{(1)}{\frac{1}{12}ML^2} + \underset{(3)}{\frac{1}{4}ML^2} = \frac{4}{12}ML^2$$

$$= \frac{1}{3}ML^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$= \frac{3}{8}\ kg\,m^2$$

$$I_{\Delta/m'} = m' r^2 = \frac{1}{2}(1)^2 = \frac{1}{2}\ kg\,m^2$$

$$I_{\Delta\,\text{جملة}} = \underset{(1)}{\frac{3}{8}} + \underset{(4)}{\frac{1}{2}} = \frac{7}{8}\ kg\,m^2$$

$$m_{\text{جملة}} = M + m' = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1\ kg$$

$$d = oc = \frac{M\bar{r}_1 + m'\bar{r}_2}{M + m'}$$

$$d = \frac{(\frac{1}{2})(\frac{3}{4}) + (\frac{1}{2})(1)}{1}$$

$$d = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{7}{8}\ kg\,m^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{7}{8}}{1\times10\times\frac{7}{8}}} = 2\pi\ s$$

س3) كتلة الجملة ثابتة بمرور الزمن

س4) لنحسب أ :

$$T_{0_2} = \frac{1}{2} T_{0_1}$$

$$2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k_2}} = \frac{1}{2} \times 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k_1}}$$

$$\frac{1}{k_2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{k_1} \Rightarrow$$

$$k_2 = 4k_1 \Rightarrow k'\frac{(2r)^4}{l_2} = 4k'\frac{(2r)^4}{l_1}$$

$$\frac{1}{l_2} = \frac{4}{l_1} \Rightarrow l_2 = \frac{l_1}{4}$$

س5)

ساكن $L_0 = 4a$

متحرك $L = 2a$ $\Rightarrow$

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \Rightarrow 2a = \frac{4a}{\gamma} \Rightarrow$$

$$\gamma = 2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

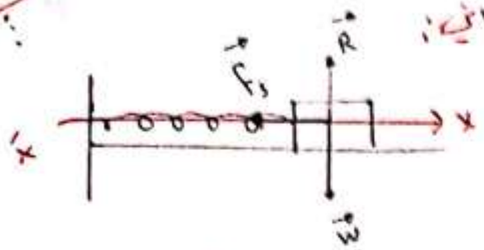
نربع : $4 = \dfrac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow$

$$1-\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1-\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

2

- السؤال الثاني :



2) يخضع النواس المرن لتأثير القوى الخارجية:

1) الجسم الصلب : قوة ثقله $\vec w$

رد فعل السطح $\vec R$

توتر النابض $\vec F_s$

$$\sum \vec F = m\vec a$$

$$\vec w + \vec R + \vec F_s = m\vec a$$

بالإسقاط على محور أفقي موجه بالشكل:

$$-F_s = ma \Rightarrow F_s = -ma$$

2) النابض : قوة شد $\vec F'_s$

$$F'_s = kx$$

لكن $F_s = F'_s$ لأنهما قوى داخلية بالتالي:

$$\Rightarrow -ma = kx \Rightarrow a = -\frac{k}{m}x$$

$$(x)''_t = -\frac{k}{m}x \qquad (1)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar\varphi) \qquad (2)$$

وللتأكد من أن المعادلة (2) حل للمعادلة (1)

نشتق المعادلة (2) مرتين بالنسبة للزمن:

: $(x)'_t = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t+\bar{\varphi})$

$(x)''_t = -\omega_0^2 X_{max}\cos(\omega_0 t+\bar{\varphi})$

$(x)''_t = -\omega_0^2 x \quad (3)$

بمطابقة (1) و(3) نجد أنه:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0$$

لأن k، m موجبات

لكن:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

وحركة النواس حركة جيبية انسحابية توافقية بسيطة

b) 1)

$$E_{k_A} = E - E_p$$

$$= \frac{1}{2}kX_{max}^2 - \frac{1}{2}kx_A^2$$

$$= \frac{1}{2}k\left(X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{2}k\left(\frac{3}{4}X_{max}^2\right) = \frac{3}{8}kX_{max}^2$$

$$= \frac{3}{4}E$$

2)

$$E_{k_B} = E - E_p = \frac{1}{2}kX_{max}^2 - \frac{1}{2}kx_B^2$$

$$= \frac{1}{2}k\left(X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}k\left(\frac{X_{max}^2}{2}\right) = \frac{1}{4}kX_{max}^2$$

$$= \frac{1}{2}E$$

نستنتج: عند الانتقال من A إلى B نلاحظ أن قيمة المطال للمحطة تزداد بالتالي تزداد الطاقة الكامنة المرونية وتنقص الطاقة الحركية

السؤال الثالث:

$$E = E_k + E_p$$

$$\frac{1}{2}kX_{max}^2 = \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 + \frac{1}{2}k\theta^2$$

نشتق طرفي المعادلة:

$$0 = \frac{1}{2}I_\Delta 2\omega\omega'_t + \frac{1}{2}k\,2\theta\theta'_t$$

$$0 = I_\Delta\omega\alpha + k\theta\omega$$

$$0 = \omega(I_\Delta\alpha + k\theta)$$

لكن $\omega \neq 0$ لأن النواس متحرك

$$\Rightarrow I_\Delta(\theta)''_t + k\theta = 0 \Rightarrow$$

$$(\theta)''_t = -\frac{k}{I_\Delta}\theta \quad (1)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \quad (2)$$

للتأكد من أن المعادلة (2) حل للمعادلة (1) نشتق المعادلة (2) مرتين بالنسبة للزمن:

$$(\theta)'_t = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \theta \qquad (3)$$

بمطابقة (1)، (3) نجد أن:

$$\omega_0^2 = \frac{K}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}} > 0$$

لأن I_Δ، K موجبتان

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{I_\Delta}} \Rightarrow \frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

وحركة النواس حركة جيبية دورانية توافقية بسيطة

السؤال الرابع: صفحة 32 من الكتاب مشابهة
الملاحظة + استنتج صفحة 34

السؤال الخامس: 1) صفحة 49 من الكتاب فقرة (3)

2) نبين $P = m v = \gamma m_0 v$

$$P = \left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right] m_0 v = \left[\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right] m_0 v$$

لكن عندما: $v \ll c \Leftarrow \frac{v}{c} \ll 1$

وحسب دستور التقريب:

$(1+\varepsilon)^n \simeq 1 + n\varepsilon$ بشرط $\varepsilon \ll 1$

$$\therefore P = \left[1 + \frac{v^2}{2c^2}\right] m_0 v$$

لكن $\frac{v^2}{2c^2} \ll 1$ يهمل أمام الواحد

$$P = m_0 v$$

السؤال السادس:

المعطيات:

$m = 2\,kg$ ، $K = 20\,N\,m^{-1}$ ،

$$\underbrace{x = 8\,cm \,,\; v = 0 \,,\; t = 0}_{\text{شروط البدء}}$$

1) $$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{20}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} = 2\,s$$

2) $$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نحسب الثوابت ω_0 ، X_{max} ، $\bar{\varphi}$:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad.s^{-1}$$

$$\left.\begin{array}{l} t=0 \\ v=0 \end{array}\right\} \Rightarrow X_{max} = x = 8 \times 10^{-2}\,m$$

نحسب $\bar{\varphi}$ من شروط البدء:

$$\left.\begin{array}{l} t=0 \\ x = X_{max} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \\ X_{max} = X_{max}\cos\bar{\varphi} \end{array}$$

$$\cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0\ rad$$

بالتالي التابع الزمني:

$$x = 8\times10^{-2}\cos(\pi t)$$

3) لحظة المرور بوضع التوازن $\Leftarrow x = 0$

$$\cos\pi t = 0 \Rightarrow \pi t = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{2} + k$$

لحظة المرور الأول بوضع التوازن $k = 0$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{2}\,s \Rightarrow$$

$$v = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$v = -\pi\times8\times10^{-2}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$v = -8\pi\times10^{-2} = -0.25\ m.s^{-1}$$

4)

$$E = \frac{1}{2}KX_{max}^2$$

$$= \frac{1}{2}(20)(64\times10^{-4})$$

$$= 64\times10^{-3}\ J$$

المسألة الثانية:

1)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

$$I_\Delta = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}(2)(4\times10^{-2})^2$$

قرص

$$= 16\times10^{-4}\ kg\,m^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{16\times10^{-4}}{16\times10^{-3}}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} = 2\,s$$

2)

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نحسب الثوابت: ω_0 θ_{max} $\bar{\varphi}$:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad.s^{-1}$$

$$\left.\begin{matrix} t = 0 \\ \omega = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \theta_{max} = \theta = \frac{\pi}{4}\ rad$$

نحسب $\bar{\varphi}$ من شروط البدء:

$$\left.\begin{matrix} t = 0 \\ \theta = \theta_{max} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} \bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \\ \theta_{max} = \theta_{max}\cos\bar{\varphi} \end{matrix}$$

$$\cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0\ rad$$

$$\Rightarrow \bar{\theta} = \frac{\pi}{4}\cos(\pi t)$$

3)

$$E_p = \frac{1}{2}K\theta^2$$

$$= \frac{1}{2}\times16\times10^{-3}\times\frac{10}{64}$$

$$= \frac{1}{8}\times10^{-2}\ J$$

حساب E_K:

$$E = \frac{1}{2}K\theta_{max}^2$$

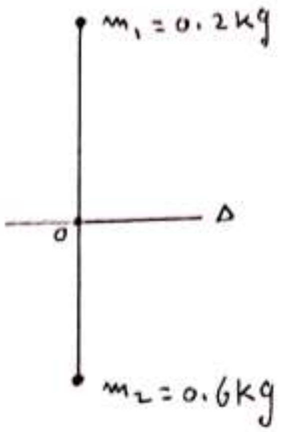
$$= \frac{1}{2}\times16\times10^{-3}\times\frac{10}{16} = \frac{1}{2}\times10^{-2}\ J$$

$$E_K = E - E_p$$

$$= \frac{1}{2}\times10^{-2} - \frac{1}{8}\times10^{-2}$$

$$= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right)\times10^{-2} = \frac{3}{8}\times10^{-2}\ J$$

المسألة الثالثة:



1)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$I_\Delta = \underset{\text{ساق مهملة}}{I_\Delta} + I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$$

$$= 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

$$= (0.2)\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (0.6)\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{4}(0.2 + 0.6) = \frac{1}{4} \times 0.8$$

$$= 0.2\ kg\,m^2$$

$$m = m_1 + m_2 = 0.2 + 0.6 = 0.8\ kg$$

$$d = \frac{m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{(0.2)(-\frac{1}{2}) + (0.6)(\frac{1}{2})}{0.8}$$

$$d = \frac{-0.1 + 0.3}{0.8} = \frac{0.2}{0.8} = \frac{1}{4}\ m$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.2}{0.8 \times 10 \times \frac{1}{4}}} = 2\ s$$

2)

$$\underset{\text{بسيط}}{T_0} = \underset{\text{مركب}}{T_0}$$

نربع $2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2$

$$40\,\frac{L}{10} = 4 \Rightarrow L = 1\,m$$

3)

$$T_0' \simeq T_0\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$$

$$T_0' = 2\left[1 + \frac{0.16}{16}\right] = 2[1 + 0.01]$$

$$= 2[1.01] = 2.02\ s$$

4) a)

$$\Delta E_K = \sum \overline{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

الوضع البدائي: $\theta = \theta_{max}$
بدون سرعة ابتدائية

الوضع النهائي: $\theta = 0$

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 - 0 = mgh + 0$$

نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgh}{I_\Delta}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgd(1 - \cos\theta_{max})}{I_\Delta}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2(0.8)(10)(\frac{1}{4})(1-\frac{1}{2})}{0.2}}$$

$$\omega = \pi \ rad.s^{-1}$$

(b

$$v_c = \omega r_c = \omega . d = \pi \times \frac{1}{4}$$

$$v_c = \frac{\pi}{4} \ m.s^{-1}$$

(5

$$K = \omega_0^2 I_\Delta \quad (*)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \ rad.s^{-1}$$

$$I_\Delta = I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2} = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

$$= 2 m_1 r_1^2 = 2(0.2)(\frac{1}{2})^2$$

$$= 0.1 \ kg\,m^2$$

نعوض ب (*):

$$\Rightarrow K = (1)^2 (0.1) = 0.1 \ m N rad^{-1}$$

(6

$$\alpha = -\omega_0^2 \theta = -(1)^2 \times 0.5$$

$$= -0.5 \ rad.s^{-2}$$

المسألة الرابعة:

(1

$$Q' = \frac{V}{\Delta t} = \frac{600 \times 10^{-3}}{300} = 2 \times 10^{-3} \ m^3.s^{-1}$$

(2

$$Q' = S v \Rightarrow v = \frac{Q'}{S}$$

$$v = \frac{2 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-4}} = 4 \ m.s^{-1}$$

(3

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$S_1 v_1 = \frac{1}{4} S_1 v_2$$

$$v_2 = 4 v_1 = 4 \times 4 = 16 \ m.s^{-1}$$

المسألة الخامسة:

- $E_0 = m_0 c^2 = 1.67 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16}$

$$= 15.03 \times 10^{-11} \ J$$

- $E_K = E - E_0 = 3E_0 - E_0$

$$E_K = 2 E_0 = 2 \times 15.03 \times 10^{-11}$$

$$= 30.06 \times 10^{-11} \ J$$

- $E = 3E_0 \Rightarrow m c^2 = 3 m_0 c^2 \Rightarrow$

$$m = 3 m_0 = 3 \times 1.67 \times 10^{-27}$$

$$m = 5.01 \times 10^{-27} \ kg$$