Online center
مركز أونلاين التعليمي

◊مركز أونلاين التعليمي◊

اختبار جزء ثاني الوحدات(1,2,3)

بكالوريا 2019

اسم الطالب/ة : ....

مدة الاختبار : ساعتان

الصف : الثالث الثانوي العلمي

حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأول : في المعلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط:
$D(-4,2,1), C(3,1,-2), B(2,2,3), A(1,0,-1)$

1. أثبت أن المثلث ABC قائم و احسب مساحته
2. أثبت أن الشعاع $\vec{u}(2,-3,1)$ ناظم للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة المستوي (ABC)
3. احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$

التمرين الثاني : $ABCDEFGH$ مكعب حيث K نقطة من CD تحقق : $\overrightarrow{DK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ والنقطة $J\in BC$ بحيث $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ والمطلوب :

1. جد إحداثيات جميع نقاط المكعب في المعلم $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$
2. جد معادلة للمستوي (BFC)
3. أثبت أن الشعاعين $\overrightarrow{EJ},\overrightarrow{EG}$ غير مرتبطين خطياً ، ثم أوجد معادلة المستوي (EGJ)
4. أوجد التّمثيل الوسيطي للفصل المشترك للمستويين (EGJ)و(BFC)
5. أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{EJ},\overrightarrow{EG},\overrightarrow{HK}$ مرتبطة خطياً ثم استنتج أن المستقيم HK يوازي (EGJ)
6. أوجد معادلة للمستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

التمرين الثالث : في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا المستوي (P) المار من النقطة $A(0,1,1)$ و $\vec{u}(1,0,-1)$ متجه ناظم عليه و الكرة (S) التي مركزها $\Omega(0,1,-1)$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$ والمطلوب:

1. جد معادلة للمستوي P
2. أثبت أن المستوي P يمس الكرة (S) وتحقق أن $B(-1,1,0)$ هي نقطة التماس
3. أوجد التّمثيل الوسيطي للمستقيم Δ المار من النقطة A و العمودي على المستوي P
4. أثبت أن المستقيم Δ مماس للكرة في النقطة $C(1,1,0)$

التمرين الرابع : في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,-2,1)$ و المستويين : $\begin{cases} P_1: -x+y+2z+1=0 \\ P_2: -3x+y+z+4=0 \end{cases}$

1. جد تمثيل وسيطي للمستقيم (d) المار بالنقطة A و $\vec{u}(1,5,-2)$ متّجه توجيه له
2. برهن أن المستويين P_1,P_2 متقاطعان ثم تحقّق أن تقاطعهما هو المستقيم (d)
3. اكتب معادلة المستوي Q المار بالنقطة $B(-1,4,0)$ ويعامد كلاً من P_1 و P_2 ثم استنتج نقطة تقاطع المستويات الثلاثة
4. لتكن النقطتان : $H(0,3,-2), E(2,3,-1)$:
   ① برهن أن H هي المسقط القائم للنقطة B على المستوي P_1
   ② عين طبيعة المثلث EBH ثم احسب حجم رباعي الوجوه $AEBH$

انتهت الأسئلة ..

مع أطيب الامنيات لكم بالنجاح ..يلّي بلون القلب رح حطلو صفر

أ.فارس جقل .. دورات (ر ف ك)... اللاذقية 0955186517

سلم تصحيح اختبار الأسئلة $3+2+1$

التمرين الأول:

$\boxed{1}$ $\vec{AB}(1,2,4)$, $\vec{AC}(2,-1,-1)$

$\vec{AB}\cdot\vec{AC} = 1(2)+2(1)+4(-1)=0$

فالمثلث ABC قائم في الزاوية A.

$AB=\sqrt{1+4+16}=\sqrt{21}$

$AC=\sqrt{4+1+1}=\sqrt{6}$

$S_{ABC}=\dfrac{AB\cdot AC}{2}=\dfrac{\sqrt{21}\cdot\sqrt{6}}{2}=\dfrac{\sqrt{126}}{2}$

$\boxed{2}$ إثبات أن الشعاع $\vec{u}$ ناظم المستوي (ABC)

$\vec{AB}\cdot\vec{u}=1(2)+2(-3)+4(1)=0$

$\Leftarrow \vec{AB}\perp\vec{u}$

$\vec{AC}\cdot\vec{u}=2(2)+1(-3)-1(1)=0$

$\Leftarrow \vec{AC}\perp\vec{u}$

وبملاحظة أن $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ غير مرتبطين خطياً لعدم تناسب المركبات المتقابلة.

$\Leftarrow$ $\vec{u}$ ناظم المستوي (ABC)

◆ استنتاج معادلة المستوي (ABC)

$(ABC): 2(x-1)-3(y-0)+1(z+1)=$

$\Rightarrow (ABC): 2x-3y+z-1=0$

$\boxed{3}$ بعد النقطة D عن المستوي (ABC)

$h=dist(D,ABC)=\dfrac{|2(-4)-3(2)+1(1)-1|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+1^2}}$

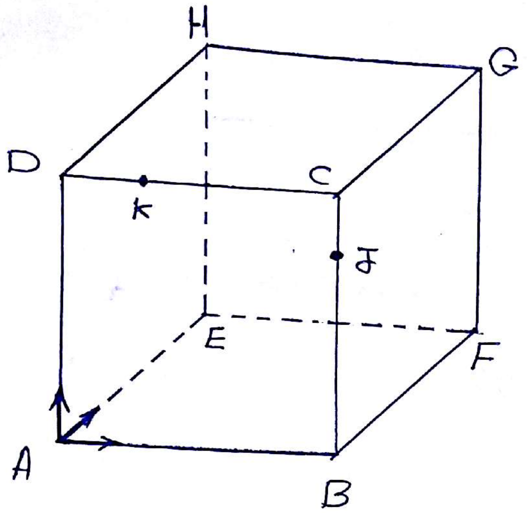
$=\sqrt{14}$

◆ حجم رباعي الوجوه $DABC$:

$V_{DABC}=\dfrac{1}{3}S_{ABC}\cdot h=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{\sqrt{126}}{2}\right)(\sqrt{14})$

$=7$

التمرين الثاني: $(A;\vec{AB},\vec{AE},\vec{AD})$



$\boxed{1}$ $A(0,0,0)$, $B(1,0,0)$

$C(1,0,1)$, $E(0,1,0)$, $D(0,0,1)$,

$F(1,1,0)$, $G(1,1,1)$, $H(0,1,1)$

$K(\frac{1}{4},0,1)$, $J(1,0,\frac{3}{4})$

$\boxed{2}$ $\vec{n}=\vec{AB}=(1,0,0)$

$BFC: x-1=0$

$\boxed{3}$ $\vec{EJ}(1,-1,\frac{3}{4})$, $\vec{EG}(1,0,1)$

$\frac{1}{1}\neq\frac{0}{-1}$

$\Leftarrow$ الشعاعان غير مرتبطان خطياً.

نفرض $\vec{n}_{EGJ}(a,b,c)$

$\Rightarrow \vec{n}\perp\vec{EJ} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{EJ}=0$

$\Rightarrow a-b+\frac{3}{4}c=0$ ... (1)

$\vec{n}\perp\vec{EG} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{EG}=0$

$\Rightarrow a+c=0$ ... (2)

$\Rightarrow \vec{n}(-1,-\frac{1}{4},1)$

$\Rightarrow EGJ: x+\frac{1}{4}y-z-\frac{1}{4}=0$

$$dist(\Omega, P) = \frac{|1(0)+0(1)-1(-1)+1|}{\sqrt{(1)^2+(0)^2+(-1)^2}}$$ **2**

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} = R$$

⇐ المستوي يمس الكرة .

♦ التحقق من نقطة التماس :

$$\Omega B = \sqrt{(-1)^2+(0)^2+(1)^2} = \sqrt{2}$$

ويجب أن تنتمي B للمستوي

⇐ نعوض النقطة في معادلة المستوي :

$-1-(1)+1$

$$\left.\begin{array}{l} x = t \\ y = 1 \\ z = 1-t \end{array}\right\} ; t \in \mathbb{R}$$ **3**

4 طريقة أولى :

نوجد بعد المركز عن المستقيم يجب أن = R

نكتب معادلة المستوي ناظمه $(1,0,-1)$

ويمر بالمركز $\Omega(0,1,-1)$

$$\Rightarrow 1(x-0)+0(y-1)-1(z+1)=0$$

$$x - z - 1 = 0$$

نعوض المعادلات الوسيطية في المستوي :

$$t-1+t-1=0$$

$$2t = 2 \Rightarrow \boxed{t=1}$$

نعوضها في المعادلات الوسيطية .

$x = 1$, $y = 1$, $z = 0$

⇐ $C(1,1,0)$ هو المسقط القائم للمركز على المستقيم

$$\Omega C = \sqrt{(1)^2+(0)^2+(1)^2} = \sqrt{2} = R$$

مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ الممثلة للفصل المشترك

$$M\left(1, y, \frac{3}{4}+\frac{1}{4}y\right)$$

نفرض : $y = t$

$$\left.\begin{array}{l} x = 1 \\ y = t \\ z = \frac{3}{4}+\frac{1}{4}t \end{array}\right\} ; t \in \mathbb{R}$$

5

$$\vec{HK} = \alpha \vec{EJ} + \beta \vec{EG}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ \frac{3}{4} \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

بالحل نجد : $\alpha = 1$, $\beta = \frac{-3}{4}$

$$\Rightarrow \vec{HK} = \vec{EJ} - \frac{3}{4}\vec{EG}$$

الأشعة الثلاثة مرتبطة خطياً .

⇐ HK يوازي المستوي (EGJ)

المعين بالشعاعين $\vec{EG}$, $\vec{EJ}$ لأن الأشعة الثلاثة تقع في مستوٍ واحد .

6 نفرض I منتصف القطعة [AB]

$$\Rightarrow I\left(\frac{1}{2}, 0, 0\right)$$

$$\Rightarrow \vec{n} = \vec{AB} = (1,0,0)$$

⇐ معادلة المستوي المحوري هي :

$$x + y + z - \frac{1}{2} = 0 .$$

التمرين الثالث

1 $P: 1(x-0)+0(y-1)-1(z-1)=0$

$$\Rightarrow P: x - z + 1 = 0$$

طريقة ثانية:

نبرهن $\vec{\Omega C}\cdot\vec{u}=0 \Leftarrow \vec{\Omega C}\perp\vec{u}$

$(1,0,1)\cdot(1,0,-1)\overset{?}{=}0 \Rightarrow 0=0$ محقق

$\Omega C=\sqrt{2}=R$

و C تنتمي للمستقيم لأنه: $t=1$

التمرين الرابع:

$\boxed{1}$

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+5t \\ z=1-2t \end{cases} ;\ t\in\mathbb{R}$$

$\boxed{2}$ $\vec{n}_{P_1}(-1,1,2)$, $\vec{n}_{P_2}(-3,1,1)$

$$\frac{-1}{-3}\neq\frac{1}{1}$$

الناظمان غير مرتبطان فالمستويان متقاطعان

♦ نعوض d في معادلتي المستويين:

$P_1: -1-t-2+5t+2-4t+1=0$

$\Rightarrow 0=0$

وبالمثل نعوض في P_2

$\Leftarrow$ d فصل مشترك للمستويين.

♦ نفرض $\vec{n}_Q(a,b,c)$

$\vec{n}_Q\perp\vec{n}_{P_1} \Rightarrow \vec{n}_Q\cdot\vec{n}_{P_1}=0$

$-a+b+2c=0 \ldots (1)$

$\vec{n}_Q\perp\vec{n}_{P_2} \Rightarrow \vec{n}_Q\cdot\vec{n}_{P_2}=0$

$\Rightarrow -3a+b+c=0 \ldots (2)$

$\Rightarrow \vec{n}_Q(-1,-5,2)$

$\boxed{3}$ معادلة المستوي:

$Q: -1(x+1)-5(y-4)+2(z-0)=0$

$\Rightarrow Q: -x-5y+2z+19=0$

♦ الاستنتاج: نعوض معادلات الفصل المشترك في معادلة Q:

$-1-t+10-25t+2-4t+19=0$

$\Rightarrow \boxed{t=1}$

نعوض في المعادلات الوسيطية:

$\Leftarrow$ نقطة التقاطع $(2,3,-1)$

$\boxed{4}$. (1) $\vec{n}_{P_1}(-1,1,2)$, $\vec{BH}(1,-1,-2)$

$$\frac{-1}{1}=\frac{1}{-1}=\frac{2}{-2}$$

الشعاعان مرتبطان خطياً.

نعوض H في معادلة المستوي P_1 نجد:

$3-4+1\overset{?}{=}0 \Rightarrow 0=0$

$\Leftarrow$ H مسقط قائم لـ B على المستوي

(2) $EB=\sqrt{11}$, $EH=\sqrt{5}$, $BH=\sqrt{6}$

حسب عكس فيثاغورث:

$(\sqrt{11})^2\overset{?}{=}(\sqrt{5})^2+(\sqrt{6})^2$

$\Leftarrow$ المثلث قائم $11=11$

$V_{AEBH}=\frac{1}{3}S_{EHB}\cdot h$

♦ نوجد معادلة المستوي (EBH)

$-x-5y+2z+19=0$

أو نكتشف أن (Q) هي (EBH)

لأن H تنتمي له أما E و B فرضاً

$\Rightarrow h=dist(A,EBH)=\sqrt{30}$

$\Rightarrow V=\frac{1}{3}\left(\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{6}}{2}\right)\cdot\sqrt{30}$

$=\frac{30}{6}=\boxed{5}$

انتهى السلم ....

أ. دعاء كاظم