حل ورقة النشاط المطورة لبحث
النواس الثقلي المركب

نشاط (1):

س1)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$I_{\Delta} = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$
جملة

$= (0.4)(0.2)^2 + (0.6)(0.8)^2$

$= 16\times10^{-3} + 384\times10^{-3} = 400\times10^{-3}$

$= 0.4\ kg\,m^2$

$m = m_1 + m_2 = 0.4 + 0.6 = 1\ kg$
جملة

$$d = \frac{m_1\bar{r}_1 + m_2\bar{r}_2}{m_1+m_2} = \frac{(0.4)(-0.2)+(0.6)(0.8)}{1}$$

$d = -0.08 + 0.48 = 0.4\ m$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{1\times10\times0.4}} = 2\ s$$

س2)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$I_{\Delta/O} = I_{\Delta/C} + md^2$ $\qquad d = OC = \frac{L}{2}$
ساق ساق

$= \frac{1}{12}mL^2 + m\frac{L^2}{4}$
(1) (3)

$= \frac{4}{12}mL^2 = \frac{1}{3}mL^2$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}mL^2}{mg\frac{L}{2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2\times1.5}{3(10)}} = 2\ s$$

س3)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$I_\Delta = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$
جملة

$= m_1\left(\frac{L}{4}\right)^2 + 2m_1\left(\frac{3L}{4}\right)^2$

$= \frac{m_1L^2}{16} + \frac{18m_1L^2}{16}$

$= \frac{19}{16}m_1L^2$

$m = m_1 + m_2 = m_1 + 2m_1 = 3m_1$
جملة

$$d = \frac{m_1\bar{r}_1 + m_2\bar{r}_2}{m_1+m_2}$$

$$d = \frac{m_1\left(-\frac{L}{4}\right) + 2m_1\left(\frac{3L}{4}\right)}{3m_1}$$

$d = \frac{5L}{12} \Rightarrow$

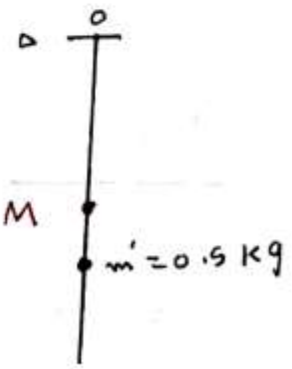
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{19}{16}m_1L^2}{3m_1 g\times\frac{5L}{12}}} \Rightarrow$$

$$T_0 = \sqrt{\frac{19L}{5}} \Rightarrow 1 = \sqrt{\frac{19L}{5}}$$

نربع:

$L = \frac{5}{19}\ m$

س4



$$\Delta E_k = \sum \overline{W}_{\vec F}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec w} + W_{\vec R}$$

الوضع البدائي: $\theta = \theta_{max}$ وبدون سرعة ابتدائية

الوضع النهائي: $\theta = 0$

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 - 0 = (M+m')gh + 0$$

نقطة تأثير $\vec R$ لا تنتقل

$$\omega = \sqrt{\frac{2(M+m')gh}{I_\Delta}}$$

حيث: $h = d(1-\cos\theta_{max})$

$$\omega = \sqrt{\frac{2(M+m')gd(1-\cos\theta_{max})}{I_\Delta}} \quad (*)$$

جملة $d = \frac{M\bar r_1 + m'\bar r_2}{M+m'} = \frac{(\frac12)(\frac34)+(\frac12)(1)}{1}$

$$d = \frac{7}{8} \text{ m}$$

2)

$$\underset{\text{جملة}}{I_\Delta} = \underset{\text{ساق}}{I_\Delta} + I_{\Delta/m'}$$

$$\underset{\text{ساق}}{I_{\Delta/O}} = \underset{\text{ساق}}{I_{\Delta/C}} + Md^2$$ هايغنز

$$= \frac{1}{12}ML^2 + M\frac{L^2}{4} = \frac{1}{3}ML^2$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{9}{4}\right) = \frac{3}{8} \text{ kg m}^2$$

$$I_{\Delta/m'} = m'r^2 = \left(\frac{1}{2}\right)(1)^2 = \frac{1}{2} \text{ kg m}^2$$

$$\underset{\text{جملة}}{I_\Delta} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{7}{8} \text{ kg m}^2$$

نعوض بـ (*):

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2\times1\times10\times\frac{7}{8}(1-\frac{1}{2})}{\frac{7}{8}}}$$

$$\omega = \sqrt{10} = \pi \text{ rad.s}^{-1}$$

س5

$$\underset{\text{بسيط}}{T_0} = \underset{\text{مركب}}{T_0}$$

$$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 4$$ نربع

$$40\frac{l}{10} = 16 \Rightarrow 4l = 16$$

$$l = \frac{16}{4} = 4 \text{ m}$$

س6)

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الناظم الذي له نفس حامل وجهة $\vec{T}$

$$-w + T = m a_c$$

$$T = mg + m\frac{v^2}{r} \qquad v = \sqrt{2gl(1-\cos\theta_{max})}$$

$$T = mg + m\frac{2gl(1-\cos\theta_{max})}{l}$$

$$T = mg + 2mg(1-\cos\theta_{max})$$

$$T = 3mg - 2mg\cos\theta_{max}$$

$$T = mg(3 - 2\cos\theta_{max})$$

$$T = 0.5\times10\left(3-2\left(\tfrac{1}{2}\right)\right) = 2.5\ N$$

س7)

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

الوضع الابتدائي: $\theta = \theta_{max}$ وبدون سرعة ابتدائية

الوضع النهائي: $\theta = 0$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - 0 = \cancel{m}gh + 0$$

حامل $\vec{T}$ عمودي على الانتقال في كل لحظة

$$v^2 = 2gh$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gl(1-\cos\theta_{max})}$$

3/

$$2 = \sqrt{2(10)(40\times10^{-2})(1-\cos\theta_{max})}$$

$$2 = \sqrt{8(1-\cos\theta_{max})}$$ نربع

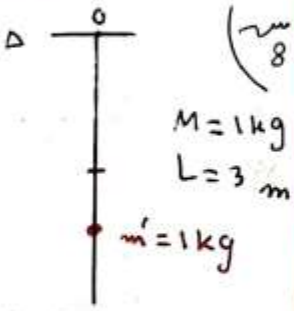
$$4 = 8(1-\cos\theta_{max})$$

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 1-\cos\theta_{max} \Rightarrow$$

$$\cos\theta_{max} = 1-\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$$

س8)



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$I_{\Delta\,(\text{جملة})} = I_{\Delta\,(\text{ساق})} + I_{\Delta/m'}$$

$$I_{\Delta/O\,(\text{ساق})} = I_{\Delta/c} + Md^2$$

$$= \frac{1}{12}ML^2 + M\frac{L^2}{4} = \frac{1}{3}ML^2$$

$$= \frac{1}{3}(1)(9) = 3\ kg\,m^2$$

$$I_{\Delta/m'} = m'r^2 = (1)(2)^2 = 4\ kg\,m^2$$

$$I_{\Delta\,(\text{جملة})} = 3 + 4 = 7\ kg\,m^2$$

$M_{جملة} = M_{ساق} + m' = 1 + 1 = 2\,kg$

$$d = \frac{M r_1 + m' r_2}{M + m'} = \frac{(1)(\frac{3}{2}) + (1)(2)}{2}$$

$$d = \frac{7}{4}\,m$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{7}{2\times10\times\frac{7}{4}}} = 2\sqrt{2}\,s$$

س٩)

$$\Gamma_{\vec{w}/\Delta} = -mgd\sin\theta$$

نشاط (2):

1) $T_0' \simeq T_0\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$

2) تزداد - تنقص - وضع الشاقول

تنقص - تزداد - الوضعين الطرفيين

3) الناظم - نفس حامل وجهة $\vec{T}$

نشاط (3):

1) لأنه حامل القوة $\vec{R}$ يلاقي محور الدوران

2) لأنه حامل $\vec{T}$ يعامد الانتقال في كل لحظة

3) لأنه نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

4) لأنها تحوي على $\sin\theta$ ولا تحوي على θ

٤/

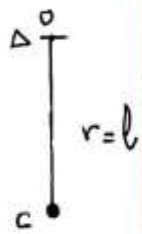
نشاط (4):

1- دور النواس الثقلي المركب

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$ حيث

$I_\Delta = m r^2 = m l^2$ ذرة

$d = OC = l$



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

2) $\sum\vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$

بالإسقاط على المحور الناظم الذي له نفس حامل وجهة $\vec{T}$

$-w + T = m a_c$

$T = mg + m\frac{v^2}{r}$

ولكن $v = \sqrt{2gl(1-\cos\theta_{max})}$

$$T = mg + m\frac{2gl(1-\cos\theta_{max})}{l}$$

$$T = mg + 2mg(1-\cos\theta_{max})$$

$$T = mg + 2mg - 2mg\cos\theta_{max}$$

$$T = 3mg - 2mg\cos\theta_{max}$$

$$T = mg(3 - 2\cos\theta_{max})$$

(3

$$\Delta E_K = \Sigma W_{\vec F}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec w} + W_{\vec T}$$

الوضع الابتدائي: $\theta = \theta_{max}$ بدون سرعة ابتدائية

الوضع النهائي: $\theta = 0$

$$\frac{1}{2}\cancel{m} v^2 - 0 = \cancel{m} g h + 0$$

لأن $\vec T$ يعامد الانتقال في كل لحظة

$$v^2 = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$h = l(1 - \cos\theta_{max})$$

$$v = \sqrt{2gl(1 - \cos\theta_{max})}$$

نربع:

$$v^2 = 2gl(1 - \cos\theta_{max})$$

$$\frac{v^2}{2gl} = 1 - \cos\theta_{max} \Rightarrow$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{v^2}{2gl}$$

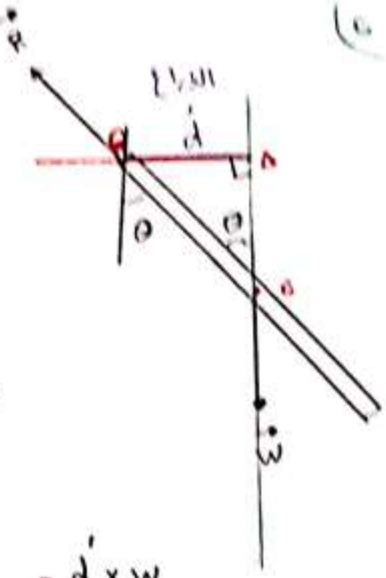
$$= 1 - \frac{4}{2(10)(40\times10^{-2})}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$$

نشاط 5)

1)



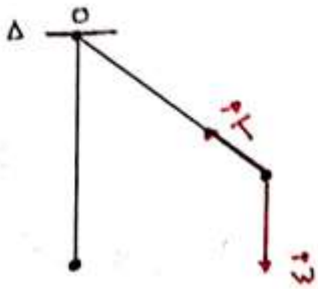
$d = oc$

$$\Gamma_{\vec w/\Delta} = d' \times w$$

$d' =$ مقابل لـ θ = الوتر $\sin\theta = d\sin\theta$

$$\Gamma_{\vec w/\Delta} = -mgd\sin\theta$$

(2



نشاط 6)

1- نظرية الطاقة الحركية

$$\Delta E_K = \Sigma W_{\vec F}$$

2- $h = l(1 - \cos\theta_{max})$

3- $\Sigma\vec F = m\vec a$

4- $-w$

5- $a_t = \alpha . r$

نشاط 7

1) المركب: $\vec{W}, \vec{R}$ — البسيط: $\vec{W}, \vec{T}$

2) المركب: $\sum \Gamma_\Delta = I_\Delta \alpha$ — البسيط: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

3) المركب: $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}} > 0$ — البسيط: $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} > 0$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$ — $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

4) المركب: $E_K = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$ — البسيط: $E_K = \frac{1}{2} m v^2$

5) على الشاقول: $-W + T = m a_c$

عندما يصنع الخيط زاوية θ مع الشاقول

$-W\cos\theta + T = m a_c$

6) المركب حركة جيبية دورانية توافقية بسيطة

البسيط " " " " "

نشاط 8

1) هو نقطة مادية تهتز بتأثير قوة ثقلها على بعد ثابت عن محور دوران أفقي وثابت

2) تتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لطول الخيط

" عكساً مع " " لتسارع الجاذبية

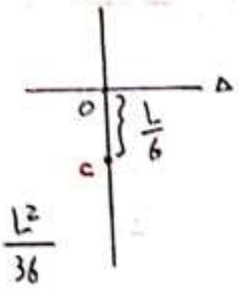
لا علاقة له بالكتلة ولا بنوع المادة التي صنعت منها الكرة

1) E_K
- عظمى في مركز الاهتزاز (وضع الشاقول)
- معدومة في الوضعين الطرفيين

E_P
- عظمى في الوضعين الطرفيين
- معدومة في مركز الاهتزاز (وضع الشاقول)

4) $h = l(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

5) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$



$I_{\Delta/O} = I_{\Delta/c} + md^2$ شتاينر

$= \frac{1}{12}ML^2 + M\frac{L^2}{36}$
(3) (1)

$= \frac{4}{36}ML^2 = \frac{1}{9}ML^2$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{9}\cancel{M}L^{\cancel{2}}}{\cancel{M}g\frac{\cancel{L}}{6}}} = 2\pi\sqrt{\frac{6L}{9g}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$

6) $T = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_{max})$

T أعظمي عندما يكون $\cos\theta = 1 \Leftarrow \theta = 0$
أي في وضع الشاقول

T صغرى عندما يكون $\theta = \theta_{max}$
أي في الوضعين الطرفيين

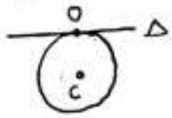
نشاط ٥

$\alpha (rad.s^{-2})$ ، $\omega (rad.s^{-1})$ ، $T_0 (s)$

$T (N)$ ، $I_\Delta (kg.m^2)$

نشاط (10): 1- تم البرهان في النشاط (1) سؤال رقم (6)

2-



صفيحة

$d = oc = R$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$I_{\Delta/O} = I_{\Delta/C} + md^2$$
حلقة

$$= mR^2 + mR^2$$
$$= 2mR^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2mR^2}{mgR}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

3-

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$
$$(\theta)'_t = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$
$$(\theta)''_t = -\omega_0^2\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$
$$\alpha = -\omega_0^2\,\theta$$

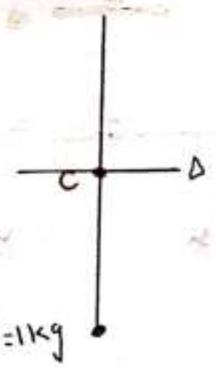
نشاط 11

المسألة الأولى:

$m = 3kg$ ساق

$L = 1m$

$d = oc = \frac{L}{2}$



$m' = 1kg$

1)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta\,ساق} + I_{\Delta/m'}$$

$$I_{\Delta/O\,ساق} = \frac{1}{12}mL^2 = \frac{1}{12}(3)(1)^2$$
$$= \frac{1}{4}\,kg.m^2$$

$$I_{\Delta/m'} = m'r^2 = (1)(\tfrac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}kg\,m^2$$

$$I_{\Delta\,جملة} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}kg\,m^2$$

$$m_{جملة} = m_{ساق} + m' = 3 + 1 = 4\,kg$$

$$d = oc = \frac{m\bar{r}_1 + m'\bar{r}_2}{m + m'}$$

$$d = \frac{0 + 1(\frac{1}{2})}{4} = \frac{1}{8}\,m$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\cancel{\pi}\sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{4\times\cancel{10}\times\frac{1}{8}}} = 2s$$

2)

$$\underset{\text{بسيط}}{T_0} = \underset{\text{مركب}}{T_0}$$

ن ع $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \Rightarrow$

$$40\,\frac{l}{10} = 4 \Rightarrow 4l = 4 \Rightarrow l = 1\,m$$

3) a)

$$\Delta E_K = \Sigma W_{\vec F}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec w} + W_{\vec R}$$

الوضع الابتدائي: $\theta = \theta_{max}$ وبدون سرعة ابتدائية

الوضع النهائي: $\theta = 0$

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 - 0 = mgh + 0$$

نقطة تأثير $\vec R$ لا تنتقل

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgh}{I_\Delta}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgd(1-\cos\theta_{max})}{I_\Delta}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2(4)(10)(\frac{1}{8})(1-\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}}}$$

$$\omega = \pi \ rad.s^{-1}$$

b)

$$v = \omega . r = \pi \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2} \ m.s^{-1}$$

المسألة الثانية:

1)

$$\Delta E_K = \Sigma W_{\vec F}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec w} + W_{\vec T}$$

الوضع الابتدائي: $\theta = \theta_{max}$ وبدون سرعة ابتدائية

الوضع النهائي: $\theta = 0$

$$\frac{1}{2}\cancel{m} v^2 - 0 = \cancel{m} g h + 0$$

حامل $\vec T$ يعامد الانتقال في كل لحظة

$$v^2 = 2gh \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g\,l(1-\cos\theta_{max})}$$

$$v = \sqrt{2(10)(1)(1-\frac{1}{2})} = \pi \ m\,s^{-1}$$

2)

$$\Sigma \vec F = m\vec a$$

$$\vec w + \vec T = m\vec a$$

بالإسقاط على محور الناظم الذي له نفس حامل وجهة $\vec T$

$$-w + T = m a_c$$

$$T = mg + m\frac{v^2}{r}$$

$$T = mg + m\frac{2g\cancel{l}(1-\cos\theta_{max})}{\cancel{l}}$$

$$T = mg + 2mg - 2mg\cos\theta_{max}$$

$$T = 3mg - 2mg\cos\theta_{max}$$

$$T = mg(3 - 2\cos\theta_{max})$$

$$T = 0.1 \times 10\,(3 - 2(\tfrac{1}{2})) = 2N$$

(3 $T_0' \simeq T_0 \left[1 + \frac{\theta^2_{max}}{16}\right]$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} = 2s$

$T_0' \simeq 2\left(1 + \frac{(\frac{\pi}{3})^2}{16}\right)$

$\simeq 2\left(1 + \frac{\frac{10}{9}}{\frac{16}{1}}\right) \simeq 2\left(1 + \frac{10}{144}\right)$

$\simeq 2\left(\frac{154}{144}\right) \simeq 2.13 \ s$

(4 $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$

بالإسقاط على المحور المماس الموجب بجهة حركة الكرة

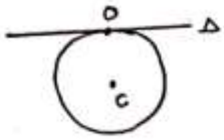
$w\sin\theta + 0 = m a_t$

$mg\sin\theta = m a_t$

$a_t = g\sin\theta$

$= 10\sin(30) = 5 \ m.s^{-2}$

المسألة الثالثة:



(1 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$ $d = oc = r$

زص $I_{\Delta/o} = I_{\Delta/c} + md^2 = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2$

$= \frac{3}{2}mr^2$

$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}\cancel{m}r^{\cancel{2}}}{\cancel{m}gr}} = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3(\frac{1}{6})}{2(10)}} = 1s$

2/

(2 $T_{0\,بسيط} = T_{0\,مركب}$

$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 1$ نربع

$40\frac{l}{10} = 1 \Rightarrow 4l = 1 \Rightarrow$

$l = \frac{1}{4} m$

(3 $\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}$

$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$

الوضع البدائي: $\theta = \theta_{max}$ وبدون سرعة ابتدائية

الوضع النهائي: $\theta = 0$

$\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 - 0 = mgh + 0$

نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$\omega = \sqrt{\frac{2mgh}{I_\Delta}}$

$\omega = \sqrt{\frac{2\cancel{m}gr(1-\cos\theta_{max})}{\frac{3}{2}\cancel{m}r^2}}$

$\omega = \sqrt{\frac{4g(1-\cos\theta_{max})}{3r}}$

$\omega = \sqrt{\frac{4(10)(1-\frac{1}{2})}{3(\frac{1}{6})}}$

$= 2\pi \ rad.s^{-1}$

الفتل: 1)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

نعوض: $4 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{8\times10^{-4}}}$

$$16 = 40\,\frac{I_\Delta}{8\times10^{-4}} \Rightarrow$$

$$I_\Delta = \frac{16\times8\times10^{-4}}{40} = 32\times10^{-5}\ kg\,m^2$$

2) $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t+\bar{\varphi})$

نحسب الثوابت: $\omega_0 ، \theta_{max} ، \bar{\varphi}$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\ rad.s^{-1}$$

$$\left.\begin{matrix} t=0 \\ w=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{6}\ rad$$

نحسب $\bar{\varphi}$ من شروط البدء:

$$\left.\begin{matrix} t=0 \\ \theta=\theta_{max} \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t+\bar{\varphi}) \\ \theta_{max} = \theta_{max}\cos\bar{\varphi} \end{matrix}$$

$$\cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0\ rad$$

$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{6}\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$

3) $E_k = E = \frac{1}{2}k\,\theta_{max}^2$

$$= \frac{1}{2}(8\times10^{-4})\left(\frac{\pi}{6}\right)^2$$

$$= 4\times10^{-4}\times\frac{10}{36} = \frac{1}{9}\times10^{-3}\ J$$

المسألة الرابعة:

1) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$I_\Delta = I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$

حيث:

$$= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

$$= (0.4)(0.2)^2 + (0.6)(0.8)^2$$

$$= 0.16 + 0.384 = 0.4\ kg\,m^2$$

$m = m_1 + m_2 = 0.4 + 0.6 = 1kg$

حيث:

$$d = \frac{m_1\bar{r}_1 + m_2\bar{r}_2}{m_1+m_2} = \frac{0.4(-0.2)+(0.6)(0.8)}{1}$$

$$d = -0.08 + 0.48 = 0.4\,m$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{1\times10\times0.4}} = 2\,S$$

2) $\Delta E_k = \Sigma \bar{w}_{\vec{F}}$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

الوضع البدائي: $\theta = \theta_{max}$ وبدون سرعة ابتدائية

الوضع النهائي: $\theta = 0$

11

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 - 0 = mgh + 0$$

نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgh}{I_\Delta}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgd(1-\cos\theta_{max})}{I_\Delta}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2(1)(10)(0.4)(1-\frac{1}{2})}{0.4}}$$

$$\omega = \pi \ rad.s^{-1}$$

$$v_c = \omega r_c = \omega d = \pi \times 0.4$$

$$v_c = 0.4\pi \ m.s^{-1}$$

3) a)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

$$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2} \qquad r = \frac{l}{2}$$

$$= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = 2m_1 r_1^2$$

$$= 2(50\times10^{-3})(\tfrac{1}{2})^2$$

$$= 25\times10^{-3} \ kg\,m^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{25\times10^{-3}}{10^{-1}}} = 2\pi\sqrt{25\times10^{-2}}$$

$$T_0 = 2\pi\times5\times10^{-1} = \pi \ s$$

b)

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\ rad.s^{-1}$$

$$\left.\begin{array}{l} t=0 \\ \omega=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$$

نحسب $\bar{\varphi}$ من شروط البدء:

$$\left.\begin{array}{l} t=0 \\ \theta=\theta_{max} \end{array}\right| \begin{array}{l} \bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \\ \theta_{max} = \theta_{max}\cos\bar{\varphi} \end{array}$$

$$\cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0\ rad$$

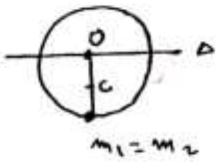
$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{3}\cos(2t)$$

c)

$$\alpha = -\omega_0^2\,\theta$$

$$\alpha = -4\times-\frac{\pi}{4} = +\pi\ rad.s^{-2}$$

المسألة الثالثة:



1)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta\,قرص} + I_{\Delta/m_2} = \frac{1}{2}m_1 r^2 + m_2 r^2$$

$$= \frac{3}{2}m_1 r^2$$

$$m_{جملة} = m_1 + m_2 = 2m_1$$

$$d = oc = \frac{m_1\bar{r_1} + m_2\bar{r_2}}{m_1+m_2}$$

12 :

$$3v^2 = g r (1 - \cos\theta_{max})$$

$$3\left(\frac{\pi}{6}\right)^2 = 10\left(\frac{1}{6}\right)(1 - \cos\theta_{max})$$

$$3 \times \frac{\cancel{10}}{36} = \cancel{10}\left(\frac{1}{6}\right)(1 - \cos\theta_{max})$$

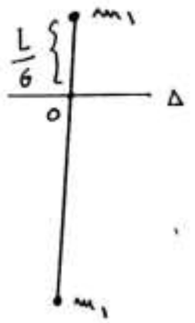
$$\frac{1}{12} = \frac{1}{6}(1 - \cos\theta_{max})$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \cos\theta_{max}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$$

المسألة السادسة:



1)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m g d}}$$

$$I_\Delta = I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2}$$
مهمل

$$= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

$$= m_1\left(\frac{L}{6}\right)^2 + m_1\left(\frac{5L}{6}\right)^2$$

$$= m_1\frac{L^2}{36} + m_1\frac{25L^2}{36}$$

$$= \frac{26}{36} m_1 L^2$$

$$m = 2m_1$$
مهمل

$$d = \frac{0 + m_2 r}{2m_2} = \frac{r}{2}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}\cancel{m_1} r^2}{\cancel{2}\cancel{m_1} g \frac{r}{\cancel{2}}}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3\left(\frac{1}{6}\right)}{2(10)}} = 1s$$

2)

$$\underset{\text{بسيط}}{T_0} = \underset{\text{مركب}}{T_0}$$

ن ب

$$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 1$$

$$4\pi^2\frac{l}{10} = 1 \Rightarrow 4l = 1$$

$$l = \frac{1}{4}\ m$$

3)

$$v_c = \frac{\pi}{6}\ m s^{-1}$$

$$\Delta E_k = \Sigma \overline{W}_{\vec F}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec w} + W_{\vec R}$$

الوضع الابتدائي: $\theta = \theta_{max}$ وبدون سرعة ابتدائية

الوضع النهائي: $\theta = 0$

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 - 0 = 2mgh + 0$$

نقطة تأثير $\vec R$ لا تنتقل

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{2}\cancel{m} r^2 \times \left(\frac{v}{\frac{r}{2}}\right)^2 = 2\cancel{m} g \frac{r}{2}(1 - \cos\theta_{max})$$

$$d = \frac{m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1(-\frac{L}{6}) + m_1(\frac{5L}{6})}{2m_1}$$

$$d = \frac{\frac{2L}{3} m_1}{2m_1} = \frac{L}{3} \ m$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{26}{36}\cancel{m_1} L^{\cancel{2}}}{2\cancel{m_1} g \frac{\cancel{L}}{3}}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{13 L}{12(g)}}$$ نربع

$$T_0^2 = 40 \frac{13L}{12(10)} \Rightarrow$$

$$L = \frac{T_0^2 \times 12}{4 \times 13} = \frac{T_0^2 \times 3}{13}$$

$$L = \frac{1 \times 3}{13} \simeq 0.23 \ m$$

(2
$$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \ rad.s^{-1}$$

$$\left.\begin{matrix} t = 0 \\ w = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \theta = \theta_{max} = \frac{3}{\pi} \ rad$$

نحسب $\bar{\varphi}$ من شروط البدء:

$$\left.\begin{matrix} t = 0 \\ \theta = \theta_{max} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} \bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \\ \theta_{max} = \theta_{max}\cos(\bar{\varphi}) \end{matrix}$$

$$\cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0 \ rad$$

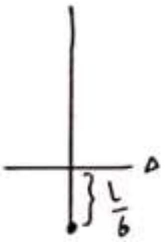
$$\bar{\theta} = \frac{3}{\pi}\cos(2\pi t)$$

13

(3
$$\omega_{max} = |\mp \omega_0 \theta_{max}|$$

$$= 2\pi \times \frac{3}{\pi} = 6 \ rad.s^{-1}$$

(4



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$I_\Delta = m r^2 = m\left(\frac{L}{6}\right)^2$$

$$I_\Delta = \frac{mL^2}{36}$$

$$d = \frac{m(\frac{L}{6})}{m} = \frac{L}{6}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{\cancel{m} L^{\cancel{2}}}{36}}{\cancel{m} g \frac{\cancel{L}}{6}}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{6g}}$$

$$T_0 = \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{\frac{3}{13}}{6(\cancel{10})}}$$

$$T_0 = 2\sqrt{\frac{1 \times 3}{13 \times 6}} = 2\sqrt{\frac{1}{26}}$$

$$T_0 = \frac{2}{\sqrt{26}} \simeq 0.4 \ s$$