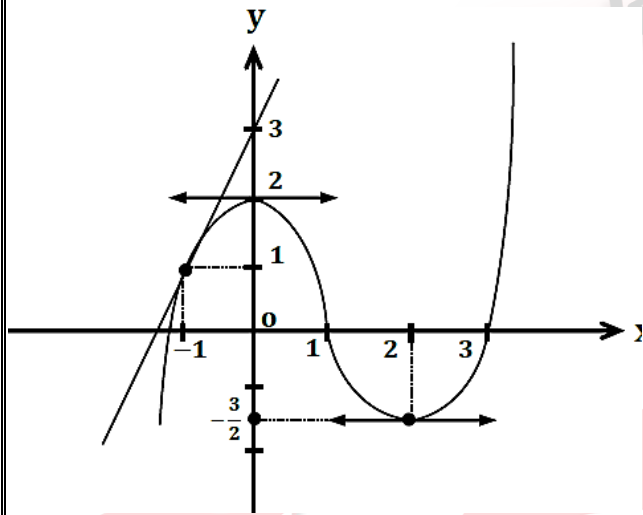


الجزء الأول
((الصفحة الأولى))

(40 درجة لكل سؤال)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية :

السؤال الأول : نجد جانباً C_f الخط البياني لتابع f المعرف على \mathbb{R} و المطلوب :(1) احسب $f(2)$, $f^{-1}(2)$ (2) ما هو عدد القيم الحدية محلياً للتابع f ؟(3) عين صورة المجال $[1,3]$ وفق f

(4) اكتب معادلة المماس لمنحني التابع في نقطة منه

فاصلتها $x = -1$

$$\star \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(e^x)}{x^2 + 1}$$

②

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos 2x}{x e^x - x} \right)$$

①

السؤال الثاني : احسب النهايتين :

$$\frac{1}{2} \ln(2x) = \ln(3-x) - \ln \sqrt{x+1} \quad \text{: حل المعادلة :}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6} \quad \text{: فإن } n \in \mathbb{N}^* \text{ أثبت أنه مهما كان}$$

(60 درجة لكل تمرين)

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدرجية وفق : $u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n}$ ، $u_0 = \frac{1}{2}$ ① أثبت أن $0 < u_n < 1$ أيًا كانت n من \mathbb{N} ② نعرف $(v_n)_{n \geq 0}$ حيث $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$ أثبت أن $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية واستنتج v_n بدلالة n ③ اكتب u_n بدلالة n واحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (u_n)$ التمرين الثاني : ليكن التابع f المعرف على $]-1, +\infty[$ وفق : $f(x) = \ln(x+1) - x$ ① ادرس تغيرات التابع f ② استنتج صحة المتراجحة : $\ln(x+1) \leq x$ في حالة $x > -1$

يتبع في الصفحة التالية

التمرين الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f وفق : $f(x) = x\sqrt{2x-x^2}$

① تحقق أن مجموعة تعريف التابع هي : $[0,2]$

② هل f اشتقاقي عند (2) ؟ ولماذا ؟

③ احسب $f^{-1}(x)$ على المجال $]0,2[$

التمرين الرابع : التابع f المعرف على \mathbb{R} بالصيغة : $f(x) = \ln(e^x + 2)$

① أثبت أن التابع f يكتب بالصيغة : $f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-x})$

② أوجد معادلتى المقارب الأفقي و المقارب المائل للخط C

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن التابع f المعرف على \mathbb{R} وفق العلاقة : $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ خطه البياني C

① أوجد معادلة كل مقارب للخط البياني C يوازي أحد المحورين الإحداثيين .

② ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها و بين ماله من قيم حدية

③ أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد على المجال $[-1,1]$

④ ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C

⑤ ناقش حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$

⑥ احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C و محور الفواصل و المستقيمين : $x = -1$ و $x = 1$

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق : $f(x) = (2-x)e^x$

① ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها و دل على القيمة الحدية ثم ارسم C

② احسب S مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين : $x = 0$ و $x = 2$

③ استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع $f_1(x) = (x-2)e^x$

④ عندما يدور السطح S حول محور الفواصل فإنه يولد مجسم دوراني حجمه V

(a) عين الأعداد a, b, c حتى يكون التابع $e^{2x} \cdot (ax^2 + bx + c)$ هو تابع اصلي للتابع f^2

(b) استنتج قيمة V

((انتهت الأسئلة))

المدرس : كاسر خليل عتيق

مع التمنيات بالنجاح و التوفيق للجميع