مركز أونلاين التعليمي

الجلسات الامتحانية

رياضيات

الثالث الثانوي العلمي

اللاذقية

2022

الأستاذ . فارس جقل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

جلسة مراجعة التحليل

السؤال الأول: ليكن C الخط البياني للتابع المعرف على R وفق: $f(x)=x+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ والمطلوب:

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
2. أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ و الخط C

السؤال الثاني: حل المعادلة: $9^x+3^{x+1}-4=0$ في R

السؤال الثالث: حل المعادلة التفاضلية $y'+3y=0$ علماً أن الخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4,1)$

السؤال الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R/\{-3\}$ وفق: $f(x)=\frac{x^2+2x-2}{x+3}$ والمطلوب:

1. اكتب التابع f بالشكل: $f(x)=ax+b+\frac{1}{x+3}$
2. أثبت أن المستقيم $y=ax+b$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$
3. احسب $\int_0^2 f(x)$

السؤال الخامس: أثبت أن: $\frac{x^2-1}{x^2+1}\le\frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1}\le 1$

ثمّ استنتج $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1}$

السؤال السادس: ليكن التابع : $x\to f(x)=x-\ln x$ المعرف على $I=]0,+\infty[$ والمطلوب:

1. جد $f(1)$, واحسب $f'(x)$ على هذا المجال ثمّ $f'(1)$
2. ما نهاية $\lim_{x\to1}\frac{x-\ln x-1}{x-1}$
3. استنتج مشتق التابع $h(x)=\sqrt{x}-\ln\sqrt{x}$ واستنتج مشتق التابع $f(\ln x)$

السؤال السابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R/\{-2,2\}$ وفق: $f(x)=1+\frac{1}{x^2-4}$ والمطلوب:

1. ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الكبرى محلياً , وأوجد معادلة كل مستقيم مقارب للخط C يوازي المحور xx' أو يوازي المحور yy'
2. ارسم كل مقارب وجدته للخط C ثمّ ارسم C

هام جداً : راجع شرح تابع الجزء الصحيح و حالات استنتاج خط بياني من مكثفة طريقك نحو الـ600 صفحة 39 و 40 وأهم أنماط التغيرات صفحة 18 و المسألة 21 ملحق جزء أول

السؤال الثامن: ليكن f المعرف على المجال $]2,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\sqrt{x-2}$

1. ادرس تغيرات f على المجال $]2,+\infty[$ ونظم جدولاً بها
2. أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً
3. اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3
4. هل يقبل C مماساً موازياً للمستقيم الذي معادلته $y=x$
5. هل يقبل C مماساً أفقياً

السؤال التاسع: أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x)=\frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$

ثمّ أعط عدداً حقيقياً α يحقق الشرط إذا كان $x>\alpha$ كان $f(x)\in]2.9,3.1[$

السؤال العاشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x)=\frac{2e^x-3}{1+e^x}$ والمطلوب:

1. ادرس تغيرات التابع f وننظم جدولاً بها واستنتج المقاربات وادرس وضع C بالنسبة إليه
2. ارسم كل مقارب وجدته وارسم C

السؤال الحادي عشر: أثبت أن للمعادلة $x^3+x+1=0$ حلاً وحيداً α في R ثمّ بيّن $\alpha\in]-1,0[$

السؤال الثاني عشر: ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=xe^{-x}$ والمطلوب:

1. احسب $\int_0^{\ln 3} f(x)\,d(x)$
2. أثبت أن التابع $y=f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y'+y=e^{-x}$

السؤال الثالث عشر: حل المعادلة $4^x=5^{x+1}$

السؤال الرابع عشر: ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{1}{2}(e^{\frac{x}{2}}+e^{\frac{-x}{2}})$

1. أثبت أن التابع f زوجي واستنتج الصفة التناظرية للخط C
2. ادرس تغيرات f ونظم جدولا بها
3. ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور xx' والمستقيمين $x=-1$, $x=1$
4. احسب حجم المجسم الناتج عن دوران السطح السابق دورة كاملة حول xx'

لا تمل ..الملل عدو النجاح ....لا تخاف خليك شجاع ...لا تتلبك ..كول مشبك ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الخامس عشر: ليكن التابع f المعرف على R وفق:

$f(x)=\frac{x^2+|x|}{x^2+1}$ والمطلوب :

1. ما نهاية التابع f عند $-\infty$
2. ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين ثمّ اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطه البياني C_f في النقطة $A(0,0)$

السؤال السادس عشر: حل في R :

① $\ln(x+1)+\ln x=\ln(x-1)$

② $\ln|x-2|+\ln(x+4)=3\ln 2$

السؤال السابع عشر: احسب $\lim_{x\to 0}(\frac{1-\cos x}{x\sin x})$

السؤال الثامن عشر: أوجد المنحني التكاملي (التابع الأصلي) الذي يحقق $F(0)=3$ للتابع $f(x)=3x^2-2x+5$

السؤال التاسع عشر: ليكن التابع $f(x)=e^x-1$

1. حل المتراجحة $f(x)\le 0$
2. احسب $\int_0^{\ln 2} f(x)\,d(x)$

السؤال العشرون: ليكن f التابع المعرف على R وفق :

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & : x\neq 0\\ m & : x=0\end{cases}$$

1. جد نهاية التابع f عند الصفر
2. عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر

السؤال الحادي والعشرون: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=ax+b-\frac{\ln x}{x}$

1. عيّن العددين الحقيقين a و b إذا علمت أن المماس للخط C في النقطة $(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته: $y=3x$
2. من أجل $a=4$ و $b=-4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=4x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

السؤال الثاني والعشرون: أثبت أنه أياً كانت $x>0$ فإن $\ln x<x$

السؤال الثالث والعشرون :

ليكن التابع $f(x)=x\ln x-x$ المعرف على $]0,+\infty[$

1. ادرس التغيرات
2. استنتج أن للمعادلة $x\ln x-x+1=0$ حل وحيد في المجال $]0,+\infty[$
3. ارسم الخط البياني للتابع

السؤال الرابع والعشرون : حل مايلي :

① $(e^x-4)(e^x-1)\le 0$ ② $e^{2x^2+3}=e^{7x}$ ③ $\frac{e^x}{1-2e^x}=5$

السؤال الخامس والعشرون : تحقق أن F و G تابعان أصليان للتابع f نفسه على المجال $I=R$

$F(x)=cos^2 x$ و $G(x)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x$

هام : راجع تدرب صفحة 125 من الكتاب

السؤال السادس والعشرون : ليكن التابع المعرف على R وفق: $f(x)=\sqrt{x^2+2x+4}$

1. a. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثمّ $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(x+1))$

b. استنتج وجود مقارب مائل Δ للخط البياني C الخط البياني للتابع f في جوار ال $+\infty$

c. ادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C

2. a. احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

b. أثبت وجود عدد حقيقي a يحقق $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ وأن نهاية $f(x)-ax$ عند $-\infty$ عدد حقيقي b

c. استنتج وجود مقارب مائل Δ' للخط البياني C للتابع f في جوار ال $-\infty$

السؤال السابع والعشرون : نفترض وجود تابع f معرف على R واشتقاقي عليها، ويحقق $f(0)=0$ و $f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$ عند كل x من R وليكن C خطه البياني في معلم متجانس (لن نبحث عن عبارة $f(x)$).

1. ليكن g التابع المعرف على R وفق $g(x)=f(x)+f(-x)$

a. تحقق أن g اشتقاقي على R. واحسب $g'(x)$

b. احسب $g(0)$ واستنتج ان التابع f فردي

السؤال الثامن والعشرون :

لنتأمل التابع f المعرف على R وفق $f(x)=2\sin x+\sin 2x$

1. تحقق أن f دوري وأن 2π دور له . ادرس الصفة الزوجية أو الفردية للتابع f .

استنتج إمكانية دراسة f على المجال $[0,\pi]$

2. أثبت أنه في حالة عدد حقيقي x لدينا

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$f'(x) = 2(2\cos x - 1)(\cos x + 1)$

3. ادرس تغيرات f على المجال $[0, \pi]$

السؤال التاسع والعشرون: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$

1. احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$
2. اكتب ثلاثي الحدود $x^2 + 4x + 5$ بالصيغة القانونية، (متمماً إلى مربع كامل)
3. استنتج وجود مقارب مائل للخط البياني واكتب معادلته

جلسة مراجعة المتتاليات

السؤال الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_n = 3n + 1$

1. أثبت أنها حسابية وعيّن أساسها ثمّ احسب المجموع $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots u_{14}$
2. برهن أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً

السؤال الثاني: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = 2u_n - 3$

نعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

1. أثبت أن (v_n) هندسية ثمّ عيّن أساسها وحدها الأول
2. اكتب u_n بدلالة n

السؤال الثالث: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n + 1}$

1. أثبت أن $u_n \geq u_{n+1} \geq 1$
2. استنتج أن (u_n) متناقصة

السؤال الرابع: $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية فيها $u_1 = 6$ و $u_0 = -2$

1. أوجد أساس المتتالية ثمّ اكتب u_n بدلالة n
2. احسب المجموع $S = u_2 + u_3 + \cdots u_{10}$

السؤال الخامس: $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية فيها $u_0 = -2$ و $q = 2$

1. احسب u_5
2. احسب المجموع $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. ثمّ احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$

السؤال السادس: لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفتان كما يلي:

$v_n = u_n + \frac{1}{4n}$ و $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}$

أثبت أن هاتين المتتاليتين متجاورتين

السؤال السابع: لتكن المتتاليتان المعرفتان وفق: $u_n = 1 + \frac{1}{n^2}$ و $t_n = 1 - \frac{1}{n}$, أثبت أنهما متجاورتان ثمّ بيّن نهايتهما المشتركة

السؤال الثامن: ليكن n عدد طبيعي اثبت بالتدريج : $4^n + 5$ مضاعف للعدد 3

السؤال التاسع: لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق

$S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots \frac{1}{3^n}$ والمطلوب:

1. أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً
2. أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3^n})$, ثمّ استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبيّن أنها متقاربة

السؤال العاشر: نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية : $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$ والمطلوب عند كل $n \geq 0$

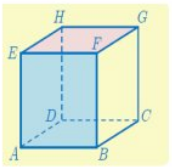
1. أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $[2, +\infty[$
2. أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ أياً كان العدد الطبيعي n
3. استنتج أن المتتالية متقاربة واحسب نهايتها

جلسة مراجعة الهندسة

السؤال الأول:

1. اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$
2. تحقق أن المستوي P الذي معادلته $P: X - Y + Z + 3 = 0$ يمس الكرة S

السؤال الثاني: في الشكل المجاور: ABCDEFGH مكعب طول حرفه 2 ، نتأمل المعلم المتجانس $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{j}$, $\overrightarrow{AE} = 2\vec{k}$



1. اكتب معادلة المستوي (GBD)
2. اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC)
3. جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD)
4. جد إحداثيات النقطة M التي تحقق: $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$
5. أثبت تعامد المستقيمين (EC) و (HM)

لا تمل ..الملل عدو النجاح ....لا تخاف خليك شجاع ...لا تتلبك ..كول مشبك ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الثالث:

اكتب شعاعيّ التوجيه للمستقيمين d و d' :

$$d:\begin{cases}X=t+1\\Y=-3t+2\\Z=-3t+3\end{cases};t\in \mathbf{R}$$

$$d':\begin{cases}X=s\\Y=-3s\\Z=-s+1\end{cases};s\in \mathbf{R}$$

وهل المستقيمان d و d' يقعان في مستوي واحد؟ علل إجابتك..

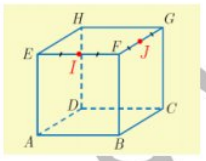
السؤال الرابع :

نتأمل في المعلم المتجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{\kappa})$ النقطتين A(2,0,1) و B(1,2,1) والمطلوب:

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

السؤال الخامس:

① $ABCDEFGH$ مكعب I منتصف $[EF]$، J منتصف $[FG]$



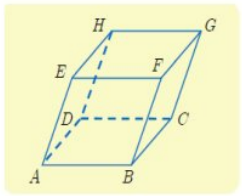
في كل من الحالات الآتية ، حدد موقع النقطة N المحققة للمساواة الشعاعية المفروضة

1. $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{FJ}$
2. $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{EI}$

② أثبت صحة المساواة الشعاعية في كل من الحالات الآتية :

1. $\vec{0}=\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{BE}$
2. $\overrightarrow{FD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FG}$

السؤال السادس:



$ABCDEFGH$ متوازي سطوح فيه $AB=2$ و $BC=GC=1$

وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي $45°$

والنقطة I منتصف $[FE]$ والمطلوب:

1. احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$
2. عيّن موضع النقطة M التي تحقق العلاقة:

$$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$$

السؤال السابع :

في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{\kappa})$ لدينا النقاط

$A(2,1,3)$, $B(1,0,-1)$, $C(4,0,0)$, $D(0,4,0)$, $E(1,-1,1)$

1. جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}.$
2. أثبت أن النقاط C,D,E ليست واقعة على استقامة واحدة
3. أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE)
4. اكتب معادلة المستوي (CDE)
5. احسب بعد B عن المستوي (CDE)
6. اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE)

السؤال الثامن:

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{\kappa})$ النقاط التالية:

$A(0,2,-2)$, $B(-1,2,-1)$

$C(-2,1,1)$, $D(0,3,-3)$

1. أثبت أن النقاط A, B, C, D تقع في مستوي واحد
2. أثبت أن النقاط D, C, B تقع على استقامة واحدة

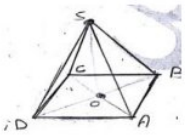
السؤال التاسع:

عيّن طبيعة مجموعة النقاط $M(X,Y,Z)$ التي تحقق:

$$X^2+Y^2+Z^2-2X+6Y-2=0$$

السؤال العاشر:

ليكن $S-ABCD$ هرم قاعدته مربع طول ضلعه يساوي 5 وطول كل حرف من حروفه الجانبية يساوي 5 ولتكن O مرتسم S القائم على القاعدة والمطلوب :



1. احسب $\overrightarrow{SD}.\overrightarrow{SC}$
2. احسب طول القطر BD ثمّ احسب $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DS}$
3. عيّن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(S,1)$, $(C,3)$ $(D,2)$

السؤال الحادي عشر:

في معلم متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{\kappa})$ لدينا النقطتان

$A(2,1,-2)$, $B(7,-2,0)$

والشعاعان $\vec{u}(2,-1,0)$, $\vec{v}(-3,1,2)$

والمطلوب:

1. أثبت أن الأشعة $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطة خطياً
2. اكتب معادلة المستوي الذي يقبل $\vec{v}$ و $\overrightarrow{AB}$ شعاعي توجيه له ويمر من A

السؤال الثاني عشر:

لتكن النقاط

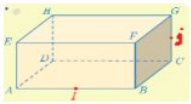
$A(1,0,-1)$, $B(2,2,3)$, $C(3,1,-2)$

$D(-4,2,1)$ بيّن مع التعليل صحة أو خطأ المقولات التالية :

1. المثلث ABC قائم
2. النقاط A,B,C ليست على استقامة واحدة المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الثالث عشر:



$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات
فيه $AB = 4$ و $CG = 2$ و $BC = 2$
والنقطة I منتصف AB والنقطة J منتصف CG ولدينا
المعلم المتجانس $(A, \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$ والمطلوب:

1. اكتب معادلة المستوي (IFH)
2. جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (A, α) , (B, β) , (C, γ)
3. برهن أن الأشعة $\overrightarrow{AF}$ و $\overrightarrow{AH}$ و $\overrightarrow{DB}$ مرتبطة خطياً
4. جد إحداثيات M التي تحقق:
$$\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$$
5. احسب بعد G عن المستوي (IFH) ثمّ أوجد مسقطه القائم على المستوي (IFH)

السؤال الرابع عشر:

في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{\kappa})$ لدينا النقاط $A(1, 0, -1)$
$D(-4, 2, 1)$, $C(3, 1, -2)$,$B(2, 2, 3)$

1. أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته
2. أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2, -3, 1)$ ناظم المستوي (ABC) واستنتج معادلة المستوي(ABC)
3. احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثمّ احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

السؤال الخامس عشر:

في معلم متجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{\kappa})$ لدينا
النقاط $A(1, 1, 0)$
$C(4, 0, 0)$, $B(1, 2, 1)$ والمطلوب:

1. أثبت أن النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة
2. أثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة $X + 3Y - 3Z - 4 = 0$
3. ليكن المستويان Q و P معادلتهما
$$P : X + 2Y - Z - 4 = 0$$
$$Q : 2X + 3Y - 2Z - 5 = 0$$
أثبت أن المستويان يتقاطعان في الفصل المشترك d ذو التمثيلات الوسيطية التالية:
$$d: \begin{cases} X = t - 2 \\ Y = 3 \\ Z = t \end{cases} \quad ; \ t \in R$$
4. ماهي نقطة تقاطع المستويات Q و P و (ABC)
5. احسب بعد A عن المستقيم d

جلسة مراجعة العقدية

السؤال الأول:

ليكن العددان العقديان : $Z_1 = 1 + \sqrt{3}\,i$ و $Z_2 = 1 + i$ والمطلوب:

1. اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد Z_1 و Z_2 و $\frac{Z_1}{Z_2}$
2. اكتب بالشكل الجبري $\frac{Z_1}{Z_2}$, واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$

السؤال الثاني:

لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $Z = -1 + i$ والمطلوب:

1. أثبت أن Z^8 عدداً حقيقياً
2. جد العدد Z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه A (1+ i) وزاويته $\frac{\pi}{4}$ واكتبه بالشكل الأسي

السؤال الثالث:

احسب جداء الضرب
$(Z^2 + 2Z - 3)(Z^2 + 2Z + 5)$
ثمّ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة
$$Z^4 + 4Z^3 + 6Z^2 + 4Z - 15 = 0$$

السؤال الرابع :

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقاط A و B و C و M
التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية
$b = 1 - i$, $a = -i$
$d = 2i$, $m = -1 + i$ والمطلوب:

1. مثّل الأعداد $a = -i$ و $b = 1 - i$ و $m = -1 + i$ و $d = 2i$ في المستوي
2. احسب العدد العقدي c الممثل للنقطة C صورة النقطة D وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$
3. أثبت أن النقاط B و O و M تقع على استقامة واحدة.
4. احسب $\arg\left(\frac{d-c}{m}\right)$ واستنتج أن (OM) و (DC) متعامدان
5. حلل في C ما يلي إلى عوامل خطية من الدرجة الأولى:
$$Z^3 + 4Z^2 + 29Z = 0$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

6. عيّن العددين العقديين Z و W المحققان لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases} 2Z - W = -3 \\ 2\overline{Z} + \overline{W} = -3 + 2\sqrt{3}\,i \end{cases}$$

7. أوجد e صورة m وفق تحاكي مركزه b ونسبته -3
8. أوجد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $Z = 3 + 4\,i$

السؤال الخامس:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقاط A , B , C التي تمثلها الأعداد العقدية $a = 8$, $b = -4 + 4i$, $c = -4i$ على الترتيب والمطلوب

1. احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين
2. جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$
3. جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربع

السؤال السادس: ليكن لدينا كثير الحدود $p(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$ والمطلوب :

1. أثبت أن $p(-1) = 0$
2. اكتب $p(z)$ بالشكل $p(z) = (z+1)Q(z)$
3. حل المعادلة $p(z) = 0$
4. A , B , C ثلاث نقاط تمثل حلول المعادلة ، أثبت أن المثلث ABC متساوي الأضلاع

جلسة مراجعة التحليل التوافقي + الاحتمالات

السؤال الأول:

في إحدى مراكز الخدمة ثلاث مهندسين وخمس عمال, كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة

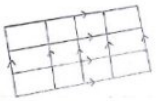
السؤال الثاني:

في إحدى مراكز الخدمة ثلاث مهندسين وخمس عمال ، بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من رئيس ونائب رئيس وأمين سر؟

السؤال الثالث: في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة:

1. بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة؟
2. بكم طريقة يمكن الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية؟

السؤال الرابع : في الشكل المجاور نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب, احسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة



السؤال الخامس: صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء نسحب عشوائيا ثلاث كرات معاً, نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة صفر فيما عدا ذلك والمطلوب:

1. نظم جدول القانون الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي وتباينه وانحرافه المعياري
2. أعِد المسألة السابقة في حال السحب على التتالي مع إعادة

السؤال السادس: عيّن في منشور $(x^2 - \frac{2}{x})^{12}$ الحد الذي يحوي x^{12} والحد المستقل عن x

السؤال السابع: نلقي قطعة نقود غير متوازية ثلاث مرات متتالية, بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل رمية يساوي $\frac{1}{3}$, نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار ، اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X, واكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي وتباينه

السؤال الثامن: صندوق يحوي 11 كرة متماثلة فيها 7 كرات خضراء و واحدة بيضاء و3 كرات حمراء نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين على التتالي مع إعادة ونتأمل المتحول العشوائي X الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة والمطلوب, عيّن قيم المتحول العشوائي X ثمّ نظم جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي

السؤال التاسع: يحوي صندوق 6 بطاقات مرقمة بالأرقام $1,2,3,4,5,6$ نسحب منه عشوائيا بطاقتين على التتالي دون إعادة. ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على أصغر رقمي البطاقتين المسحوبتين والمطلوب:

1. عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي
2. احسب التوقع الرياضي $E(X)$ والتباين $V(X)$

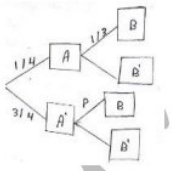
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

♦ الجلسات الامتحانية ..اللاذقية 2022 ♦

السؤال العاشر : أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية (X,Y) علما أن المتحولين العشوائيين X, Y مستقلان احتماليا

X \ Y	0	1	2	قانون X
0				0.4
1			0.04	
2				0.4
قانون Y	0.3			

السؤال الحادي عشر: ليكن A و B حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية معروضة بالمخطط الشجري المجاور... كيف نختار P حتى يكون الحدثان A و B مستقلين احتماليا



السؤال الثاني عشر: يشتري أحد المحلات 70% من قطع الغيار التي يحتاجها من المصنع A ويشتري الباقي من المصنع B...نفترض أن نسبة الإنتاج المعيب في المصنع A هي 5% وفي المصنع B هي 8% نختار عشوائيا قطعة غيار من المحل والمطلوب:

1. أوجد احتمال أن تكون القطعة معيبة
2. إذا كانت القطعة معيبة, فما احتمال أن تكون من إنتاج المصنع B

السؤال الثالث عشر: لدينا مجموعة الأرقام $0,1,2,3,4,5$

1. بكم طريقة يمكن تشكيل عدد مكون من ثلاث منازل
2. بكم طريقة يمكن تشكيل عدد مكون من ثلاث منازل مختلفة
3. كم كلمة من ثلاثة حروف يمكننا تكوينها انطلاقاً من حروف كلمة *yousef*

السؤال الرابع عشر: عيّن الأعداد الطبيعية n التي تحقق الشرط المعطى في الحالات الآتية :

❶ $\binom{n}{2} = 36$ ❷ $3\binom{n}{4} = 14\binom{n}{2}$

❸ $\binom{10}{3n} = \binom{10}{n+2}$

السؤال الخامس عشر: ليكن x متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية..الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات و $P(X=1)=\frac{6}{27}$ و $P(X=0)=\frac{1}{27}$

K	0	1	2	3
$P(X=K)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	...	...

1. جد $P(X=2)$ و $P(X=3)$
2. احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X ؟
3. احسب تباين المتحول العشوائي X ؟

السؤال السادس عشر: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم : $0,1,2,3,4,5$ والمطلوب:

1. ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل
2. ماهو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى

السؤال السابع عشر: يحتوي صندوق على خمس كرات مرقمة بالأرقام $1,2,3,4,5$ نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة :

1. كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب
2. كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي

السؤال الثامن عشر: يحتوي صندوق على خمس كرات,ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام $0,1,2$ وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام $0,1$ نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق:

1. الحدث A: الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته, احسب $P(A)$
2. نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين
3. عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي, ثمّ احسب توقعه الرياضي

السؤال التاسع عشر: نتأمل صندوقاً يحتوي على ثلاث كرات سوداء وأربع كرات حمراء. نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق ثمّ نضاعف عدد الكرات من لونها في الصندوق. وبعدئذ نسحب مجدداً كرة من الصندوق لنرمز بالرمز R_2 إلى الحدث: (الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون) وليكن R_1 الحدث: (الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون)

1. أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة
2. احسب احتمال الحدث R_2
3. إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء اللون؟

السؤال العشرون : تتألف عائلة من أربعة أطفال. نقبل أنه عند كل ولادة احتمال ولادة طفل ذكر يساوي احتمال ولادة طفل أنثى. ونفترض أن

لا تمل ..الملل عدو النجاح ....لا تخاف خليك شجاع ...لا تتلبك ..كول مشبك ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الولادات المتتالية هي أحداث مستقلة احتمالياً. نرمز A و B و C إلى الأحداث:

A : (للأطفال الأربعة الجنس نفسه)

B : (هناك طفلان ذكران وطفلتان)

C : (الطفل الثالث أنثى)

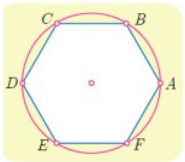
1. احسب احتمال وقوع كل من الأحداث A وB و C
2. احسب $P(A \cap C)$ ثمّ $P(C \mid A)$ أيكون الحدثان A و C مستقلين احتمالياً؟
3. احسب $P(B \cap C)$ ثمّ $P(C \mid B)$ أيكون الحدثان B و C مستقلين احتمالياً؟

السؤال الواحد و العشرون : عين قيمة n في المعادلة الآتية $P_{n+2}^{4} = 14P_{n}^{3}$

السؤال الثاني و العشرون : ترمي سعاد حلقتين لادخالهما في وتر ، احتمال نجاح سعاد في الحلقة الأولى يساوي احتمال فشلها . إذا نجحت بالحلقة الأولى فإن احتمال نجاحها بالثانية $\frac{1}{3}$ و إذا فشلت في الأولى فإن احتمال فشلها في الثانية $\frac{4}{5}$ و المطلوب :

1. ارسم مخططاً شجرياً ثمّ احسب احتمال نجاح سعاد في الحلقة الثانية
2. اذا علمت أنها نجحت في الحلقة الثانية ما احتمال نجاحها في الأولى (النجاح A ، الفشل B)

السؤال الثالث و العشرون : لدينا مسدس منتظم



1. كم عدد المثلثات التي يمكن تشكيلها
2. كم عدد الأقطار التي يمكن تشكيلها
3. كم عدد المصافحات ل n شخص في حفل يصافح كل منهم الآخر مرة واحدة
4. احسب n إذا علمت أن عدد المصافحات 10

هام : راجع 16 و17 تمرينات الوحدة السادسة من الكتاب الثاني

السؤال الرابع و العشرون :

نملأ الخانات ☐☐☐☐ بأحد العددين $3+$ و $3-$ والمطلوب:

1. ما احتمال أن يكون المجموع صفر
2. ما احتمال ألا يظهر العدد ذاته بخانتين متجاورتين
3. ليكن X متحول عشوائي يدل على عدد مرات ظهور العدد $3+$ في الخانات الأربعة ، نظم جدول القانون الاحتمالي

السؤال الخامس و العشرون :

يتواجه لاعبان B و A في مباراة كرة المضرب مكونة من خمسة أدوار ويربح اللاعب المباراه عندما يكسب أكبر عدد من الأدوار ، يكسب A الدور الواحد باحتمال يساوي 0.6

ما احتمال أن يربح B المباراه ؟

مخطط حالات السحب

نوع السحب	الترتيب	القانون	المقام	العكس
السحب معاً	لا يوجد أهمية للترتيب	توافيق $\frac{(\ )}{(\ )}$	توافيق	لا يوجد عكس (3,2) هي نفسها(3، 2)
على التتالي دون إعادة	يوجد أهمية للترتيب	المبدا الأساسي $\frac{\ }{5} \times \frac{\ }{4}$ الكسور بحسب عدد الأشياء المسحوبة	يتناقص	يوجد عكس (2,3) مختلفةعن (3,2)
على التتالي مع إعادة	يوجد أهمية للترتيب	المبدأ الأساسي $\frac{\ }{5} \times \frac{\ }{5}$ الكسور بحسب عدد الأشياء المسحوبة	لا يتناقص	يوجد عكس (2,3) مختلفة عن (3,2)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* حلول جلسة التقليل :

السؤال الأول :

1) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim x + \lim \frac{x}{\sqrt{x^2(1+\frac{1}{x^2})}}$$

$$= +\infty + \lim \frac{x}{\sqrt{x^2}\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$$

$$= +\infty + \lim \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$$

$$= +\infty + \frac{1}{\sqrt{1+0}} = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty + \lim \frac{x}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$$

$$= -\infty - \frac{1}{1} = -\infty$$

2) $f(x) - y_\Delta = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - (x+1)$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 \Rightarrow \lim f(x) - y_\Delta =$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$$

$$= \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} - 1 = \frac{1}{1} - 1 = 0$$

$\Rightarrow y = x + 1$ مقارب مائل في جوار $+\infty$

3) ندرس إشارة الفرق

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 < 0$$

لأن $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} < 1 \Rightarrow$ الخط C تحت المقارب

السؤال الثاني :

$$9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$$

$$(3^x)^2 + 3 \cdot 3^x - 4 = 0$$

$$(3^x + 4)(3^x - 1) = 0$$

أو $3^x + 4 = 0 \Rightarrow 3^x = -4$ مستحيلة

$$\Rightarrow \ln 3^x = \ln -4$$

أو : $3^x - 1 = 0 \Rightarrow 3^x = 1$

$$\Rightarrow \ln 3^x = \ln \Rightarrow x \ln 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

السؤال الثالث :

$y' = ay + b \Rightarrow y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$

$2y' + 3y = 0$

نشرك y' : $2y' = -3y$

$y' = -\frac{3}{2}y \Rightarrow y = ke^{-\frac{3}{2}x}$

* الخط البياني يمر بالنقطة $A(\ln 4, 1)$

$1 = ke^{-\frac{3}{2}\ln 4}$

نحسب k :

$1 = ke^{\ln(4)^{-\frac{3}{2}}}$

$1 = ke^{\ln(4)^{-\frac{3}{2}}} \Rightarrow 1 = k(4)^{-\frac{3}{2}}$

$$k = \frac{1}{4^{-\frac{3}{2}}} = 4^{\frac{3}{2}}$$

$$= \sqrt{(4)^3} = 8$$

$$\Rightarrow y = 8e^{-\frac{3}{2}x}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الرابع:

1) نقسم البسط على المقام ثم نطبق:

$f(x) = \text{ناتج القسمة} + \frac{\text{الباقي}}{\text{المقسوم عليه}}$

2) نوحد $f(x) - y$ ثم نبرهن أن الناتج يساوي الصفر.

3) $\int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^2 \left[x - 1 + \frac{1}{x-1}\right] dx$

$= \left[\frac{x^2}{2} - x + \ln|x-1|\right]_0^2 = \ldots$

السؤال الخامس:

$-1 \leq \cos e^x \leq +1$

لتضييف: x^2

$x^2 - 1 \leq x^2 + \cos e^x \leq x^2 + 1$

لنقسم على: x^2+1

$\frac{x^2-1}{x^2+1} \leq \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1} \leq \frac{x^2+1}{x^2+1}$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = 1$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+1}{x^2+1} = 1$

$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1} = 1$

السؤال السادس:

1)

$f(1) = 1 - \ln(1) = 1 - 0 = 1$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x}$

$f'(1) = 1 - \frac{1}{1} = 0$

2)

$\lim_{x\to 1} \frac{x - \ln x}{x-1} = 0$

3) نلاحظ أن:

$h(x) = f(\sqrt{x})$

$h'(x) = f'(\sqrt{x})\,(\sqrt{x})'$

$= \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2x}$

استنتاج: $f'(x) = f'(\ln x) \cdot (\ln x)'$

$= \left(1 - \frac{1}{\ln x}\right) \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x \ln x}$

السؤال السابع:

1) التابع مستمر واشتقاقي على:

$]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, +\infty[$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1 + 0 = 1$;

$x'x \parallel$ مقارب $y = 1$

$\lim_{x\to-2^-} f(x) = 1 + \frac{1}{0^+} = +\infty$

$y'y \parallel$ مقارب $x = -2$

$\lim_{x\to-2^+} f(x) = 1 + \frac{1}{0^-} = -\infty$

$y'y \parallel$ مقارب $x = -2$

$\lim_{x\to2^-} f(x) = -\infty$

$y'y \parallel$ مقارب $x = 2$

$\lim_{x\to2^+} f(x) = +\infty$

$y'y \parallel$ مقارب $x = 2$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

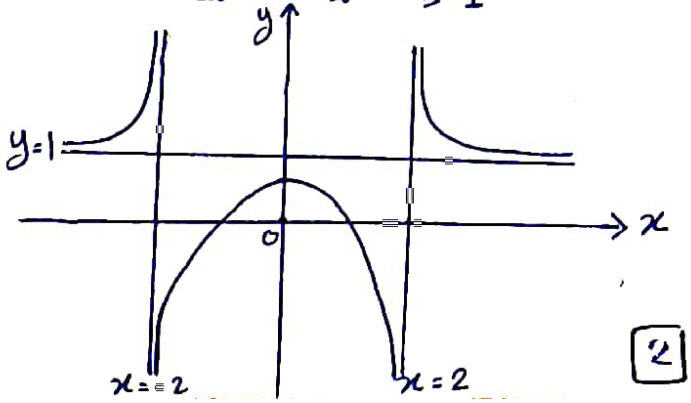
$x'x \parallel$ مقارب $y = 1$

$f'(x) = \frac{2x}{(x^2-4)^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow 2x = 0$

$\Rightarrow \boxed{x = 0}$

$f(0) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$\frac{3}{4}$	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	1



2)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الثامن: [1]

التابع مستمر واشتقاقي على $]2, +\infty[$

$$\lim_{x \to 2} f(x) = -2 \quad , \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x-2}} > 0$$

x	2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$	-2	↗	$+\infty$

[2] $f(x)=0$ ، $f(x)$ مستمر ومتزايد تماماً على $]2, +\infty[$

$$f(x) = 0 \in f([2, +\infty[) =]-2, +\infty[$$

وبالتالي للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في $]2, +\infty[$

[3] $f(3) = 3 - 4 + \sqrt{3-2} = -1 + 1 = 0$

نقطة $(3, 0)$

$$m = f'(3)$$

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x-2}}$$

$$f'(3) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{3-1}} = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}(x-3) \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}$$

[4] حل المعادلة $f'(x)=1$ فإذا وجد حلول فإنه يقبل مماسين.

[5] $f'(x) = 0$ ليس لها حل

السؤال التاسع:

[1] $$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{3}{1} = 3$$

[2] $$\left| \frac{3x+4}{x+1} - \frac{3}{1} \right| < 0.1$$

(1) (x+1)

$$\left| \frac{3x+4-3x-3}{x+1} \right| < 0.1$$

$$\Rightarrow \left| \frac{1}{x+1} \right| < \frac{1}{10} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{x+1} < \frac{1}{10} \Rightarrow x+1 > 10$$

$$\Rightarrow x > 9$$

السؤال العاشر:

$$f(x) = \frac{2e^x - 3}{1 + e^x}$$ (II)

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \frac{2(0)-3}{1+0} = -3$$

مقارب أفقي $y = -3$.

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x(2 - \frac{3}{e^x})}{e^x(\frac{1}{e^x} + 1)} = 2$$

مقارب أفقي $y = 2$

$$f'(x) = \frac{5e^x}{(1+e^x)^2} > 0$$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$	-3	↗	2

دراسة الوضع النسبي:

$y = -3$

$$f(x) - (-3) = \frac{5e^x}{1+e^x} > 0$$

C فوق المقارب

$y = 2$

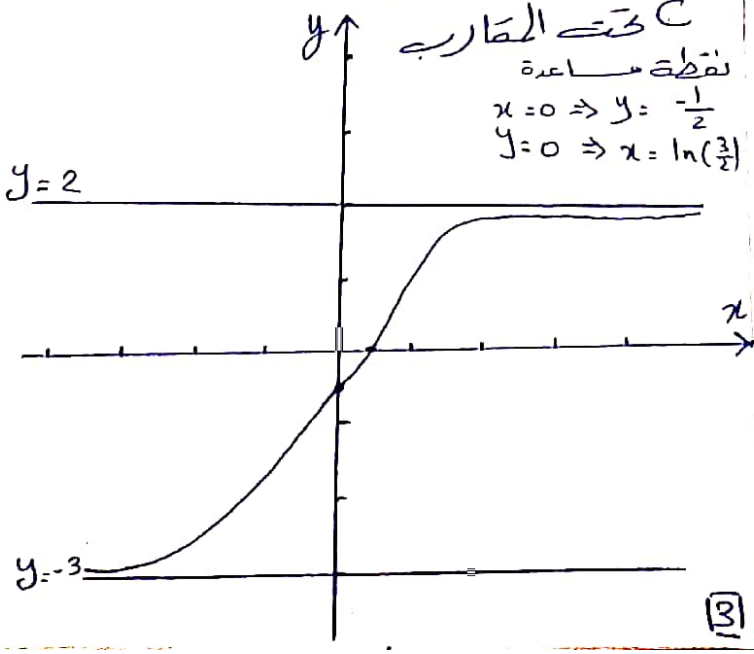
$$f(x) - 2 = \frac{-5}{1+e^x} < 0$$

C تحت المقارب

نقطة مساعدة

$x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$

$y = 0 \Rightarrow x = \ln(\frac{3}{2})$



[3]

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الحادي عشر:

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = 3x^2+1 \Rightarrow f'(x) = 0$

$3x^2+1 = 0 \Rightarrow 3x^2 = -1 \Rightarrow x^2 = \frac{-1}{3}$ مستحيلة

$f'(x) = 3x^2+1 > 0$

التابع متزايد تماماً.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

التابع مستمر ومتزايد تماماً على $]-\infty,+\infty[$

والصفر ينتمي إلى صورة المجال:

$0 \in f$ $]-\infty,+\infty[=]-\infty,+\infty[$

للمعادلة $f(x)=0$ لها حل وحيد

* التابع مستمر ومتزايد تماماً على المجال $]-\infty,+\infty[$ لأنه محتوى في المجال $]-1,0[$

$f(-1)\cdot f(0) = 1\times -1 = -1 < 0$

$\Rightarrow \alpha \in]-1,0[$

السؤال الثاني عشر:

1) $f(x) = x\cdot e^{-x}$

$\int_0^{\ln 3} f(x)\,dx = \int_0^{\ln 3} x\cdot e^{-x}\,dx$

$u = x \Rightarrow u' = 1$

$v' = e^{-x} \Rightarrow v = -e^{-x}$

$\int f(x)\,dx = u\cdot v - \int_0^3 v\cdot u'$

$= -xe^{-x} + \int_0^3 e^{-x}\,dx$

$= \left[-xe^{-x} - e^{-x}\right]_0^{\ln 3}$

$= (\quad) - (\quad) = \ldots\ldots$

2)

$y' + y = e^{-x}$

$e^{-x} - xe^{-x} + xe^{-x} = e^{-x}$

$\Rightarrow e^{-x} = e^{-x}$

حل للمعادلة $y = f(x)$ ⇐

السؤال الثالث عشر:

$4^x = 5^{x+1}$

$\ln 4^x = \ln 5^{x+1}$

$x\ln 4 = (x+1)\ln 5$

$x\ln 4 - x\ln 5 = \ln 5$

$x(\ln 4 - \ln 5) = \ln 5$

$\Rightarrow x = \frac{\ln 5}{\ln 4 - \ln 5}$

السؤال الرابع عشر:

1) نلاحظ أن $x \in]-\infty,+\infty[$

$\Rightarrow -x \in]-\infty,+\infty[$ محقق

$f(-x) = \frac{1}{2}\left(e^{-\frac{x}{2}} + e^{\frac{x}{2}}\right) = f(x)$

⇐ التابع f زوجي وخطه البياني متناظر بالنسبة لمحور التراتيب $y'y$

2) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}} - \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}\right)$

$= \frac{1}{4}\left(e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}}\right) = 0$

$e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}} = 0 \Rightarrow e^{\frac{x}{2}} = e^{-\frac{x}{2}}$

$\frac{x}{2} = -\frac{x}{2} \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$

4)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الخامس عشر:

1) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$

2) نشكل التابع $t(x)$ المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$t(x) = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$t(x) = \frac{\frac{x^2+|x|}{x^2+1} - f(0)}{x - 0} = \frac{\frac{x^2+|x|}{x^2+1} - 0}{x - 0}$$

$$= \frac{x^2+|x|}{x(x^2+1)}$$

$$\lim_{x \to 0^+} t(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{x^2+x}{x^3+x}$$

$$= \lim_{x \to 0^+} \frac{x(x+1)}{x(x^2+1)} = \frac{1}{1} = 1$$

معادلة نصف المماس:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - 0 = 1(x - 0)$$

$$y = x$$

السؤال السادس عشر:

1) $-\ln(x+1) + \ln x = \ln(x-1)$

شرط الحل:

$D =]1, +\infty[$

$$\ln \frac{x}{x+1} = \ln(x-1)$$

$$\frac{x}{x+1} = x - 1 \Rightarrow x = (x-1)(x+1)$$

$$x = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

الناتج لا يحقق شرط الحل.

2) $\ln|x-2| + \ln(x+4) = 3\ln 2$

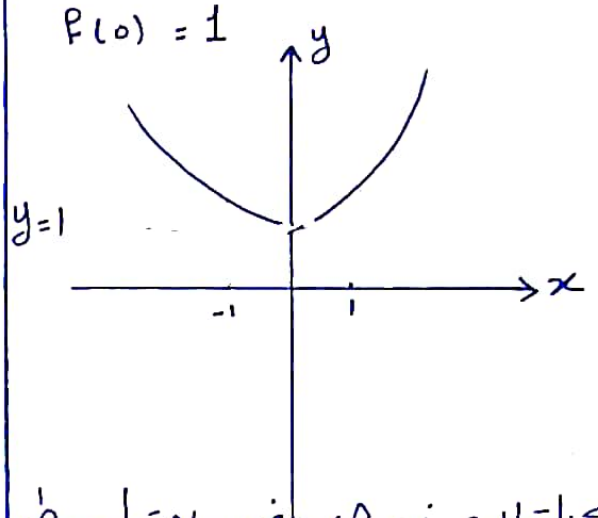
$D_1 =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

$D_2 =]-4, +\infty[$

5

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

$f(0) = 1$



بما أن التابع زوجي فمساحة السطح تساوي ضعفي مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمات $x = 0$ ، $x = 1$

$$2\int_0^1 f(x)\,dx = 2\int_0^1 \frac{1}{2}(e^{\frac{x}{2}} + e^{\frac{-x}{2}})dx$$

$$= \int_0^1 (e^{\frac{x}{2}} + e^{\frac{-x}{2}})\,dx$$

$$= \left[2e^{\frac{x}{2}} - 2e^{\frac{-x}{2}}\right]_0^1$$

$$= \left[2e^{\frac{1}{2}} - 2e^{-\frac{1}{2}} - 2e^0 + 2e^0\right]$$

$$= 2\sqrt{e} - \frac{2}{\sqrt{e}} = \frac{2e-2}{\sqrt{e}}$$

4

$$V = \int_{-1}^{+1} \pi f^2(x)\,dx$$

$V = \cdots\cdots$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$D = D_1 \cap D_2 =]-4, 2[\cup]2, +\infty[$

$\ln\left[|x-2| - (x+4)\right] = \ln 8$

$|x-2|(x+4) = 8$

نفسه $x-2$

عندما $x-2 > 0$

$x > 2$

عندما $x > 2 \Leftarrow$

$(x-2)(x+4) = 8$

$x^2 + 4x - 2x - 8 = 8$

$x^2 + 2x - 16 = 0$ وحلها ....

أو :

$-x+2$

$x-2 < 0$

$\Rightarrow x < 2$

$(-x+2)(x+4) = 8$

عندما $x < 2$:

$-x^2 - 4x + 2x + 8 = 8$

$-x^2 - 2x = 0 \Rightarrow -x(x+2) = 0$

إما $-x = 0 \Rightarrow x = 0$ مقبول

أو $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ مقبول

السؤال السابع عشر:

$$\lim_{x \to 0}\left(\frac{1 - \cos x}{x \sin x}\right)$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{1 - \left[1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}\right]}{x \, 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{2\sin \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{x}{2}}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \lim_{x \to 0} \tan \frac{x}{2}$$

$$= -2(0) = 0$$

السؤال الخامس عشر:

أولا:

حل:

$$F(x) = 3\frac{x^3}{3} - 2\frac{x^2}{2} + 5x + K$$

$K \in \mathbb{R}$:ليكن

الشرط: $F(0) = 3$

$\Rightarrow K = 3$

وعليه :

$$F(x) = 3\frac{x^3}{3} - 2\frac{x^2}{2} + 5x + 3$$

وهو المطلوب .

السؤال التاسع عشر:

1

$f(x) = e^x - 1$

شرط الحل : R

$f(x) \leq 0 \Rightarrow e^x - 1 \leq 0 \Rightarrow e^x \leq 1$

$\ln e^x \leq \ln 1 \Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow x \in]-\infty, 0]$

2

$$\int_0^{\ln 2} f(x)\,dx = \int_0^{\ln 2} (e^x - 1)\,dx$$

$$= \left[e^x - x\right]_0^{\ln 2} = \cdots$$

$$= \cdots\cdots$$

ونكمل الحل ..

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال العشرون:

1

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1}$$

نضرب بمرافق المقام:

$$\frac{(x\sin x)(\sqrt{x^2+1}+1)}{(\sqrt{x^2+1}+1)(\sqrt{x^2+1}-1)}$$

$$= \frac{x\sin x\cdot(\sqrt{x^2+1}+1)}{x^2+1-1} = \frac{x\sin x(\sqrt{x^2+1}+1)}{x\cdot x}$$

$$= \sqrt{x^2+1}+1 = \sqrt{0+1}+1 = \sqrt{1}+1 = 2$$

2

$$\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$$

$$m = 2$$

السؤال الحادي والعشرون:

$$f(x) = ax + b - \frac{\ln x}{x} \qquad A(1,0)$$

$$f(1) = 0 \qquad y = 3x$$

$$a(1) + b - \frac{\ln(1)}{1} = 0$$ 1

$$a + b - \ln(1) = 0$$

$$a + b = 0 \quad \cdots\cdots (1)$$

$$f'(1) = 3$$

$$f'(x) = -a - \frac{1-\ln x}{(x)^2} =$$

$$f'(1) = 3$$

$$a - \frac{1-0}{1} = 3 \Rightarrow a - 1 = 3$$

$$\Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = -4$$

2 يجب أن نحقق

$$\lim_{x\Rightarrow\infty} f(x) - y_D = 0$$

السؤال الثاني والعشرون:

1 ننقل $0 < x - \ln x$

2 نفرض تابع $f(x) = x - \ln x$

ونشتق

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = 0$$

3 ننظم جدول:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖	↘	1	↗	

من الجدول: $f(x) \geq 1$

$$\Rightarrow f(x) > 0 \Rightarrow x - \ln x > 0$$

$$\Rightarrow x > \ln x$$

السؤال الثالث والعشرون:

1 التابع مستمر واشتقاقي على $]0,+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ 0	↘	1	↗	$+\infty$

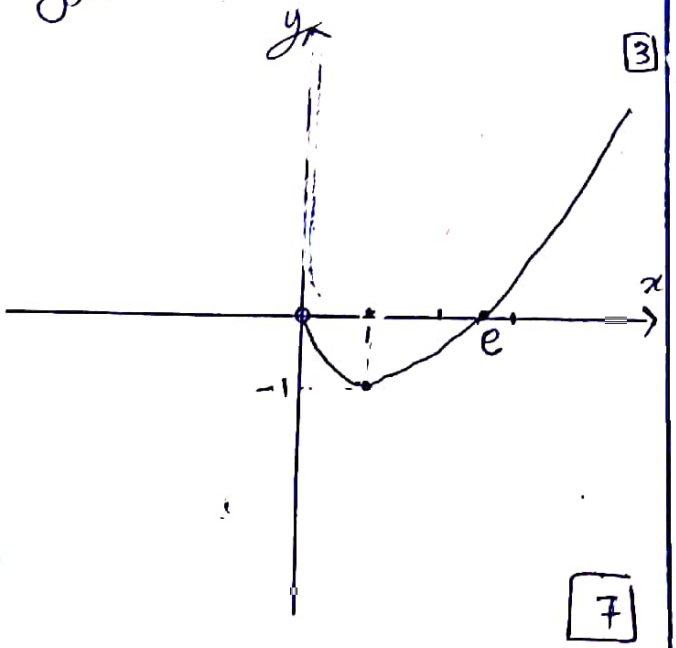
2

$$x\ln x - x + 1 = 0 \Rightarrow x\ln x - x = -1$$

$$f(x) = -1 \Rightarrow \boxed{x = 1}$$

من الجدول حل وحيد

3



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الرابع والعشرون:

① $(e^x - 4)(e^x - 1) \leq 0$

لدرس الإشارة:

$(e^x - 4)(e^x - 1) = 0$

إما $e^x - 4 = 0 \Rightarrow e^x = 4 \Rightarrow x = \ln 4$

أو $e^x - 1 = 0 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0$

x	$-\infty$		0		$\ln 4$		$+\infty$
الإشارة		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S = [0, \ln 4]$

② $e^{2x^2+3} = e^{7x}$

$2x^2 - 7x + 3 = 0$

$\Rightarrow \Delta = 25 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$

$x_1 = 3 \quad , \quad x_2 = \frac{1}{2}$

③ $\frac{e^x}{1 - 2e^x} = 5$

$e^x = 5 - 10e^x$

$11e^x = 5 \Rightarrow e^x = \frac{5}{11}$

$\Rightarrow x = \ln \frac{5}{11}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الأول: (حلول المتتاليات)

1) $u_{n+1}-u_n = 3(n+1)+1-(3n+1)$

$= 3n+3+1-3n-1 = 3 = \text{const}$

متتالية حسابية أساسها $r=3$

$u_0+u_1+u_2+\dots+u_{14}$

$S = 15 \times \frac{u_0+u_{14}}{2}$

$u_0 = 3(0)+1 = 1$, $u_{14} = 3(14)+1 = 43$

$\Rightarrow S = 15 \times \frac{1+43}{2} = \frac{44}{2} \times 15$

$= 330$

2) $u_{n+1} > u_n$

$3n+4 > 3n+1$

محققة.

السؤال الثاني:

1) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{\frac{1}{u_{n+1}-3}}{\frac{1}{u_n-3}} = \frac{\frac{1}{2u_n-6}}{\frac{1}{u_n-3}}$

$= \frac{u_n-3}{2u_n-6} = \frac{u_n-3}{2(u_n-3)} = \frac{1}{2} = \text{const} = q$

متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = -1$

2) نكتب v_n بدلالة n ثم u_n

$\frac{v_n}{v_0} = q^{n-0} \Rightarrow \frac{v_n}{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$\Rightarrow v_n = \frac{-1}{2^n}$

نبحث عن علاقة بين u_n و v_n

$v_n = \frac{1}{u_n-3} \Rightarrow u_n - 3 = \frac{1}{v_n}$

$\Rightarrow u_n = \frac{1}{v_n} + 3 = \frac{1}{\frac{-1}{2^n}} + 3 = -2^n + 3$

السؤال الثالث:

1) نبرهن للقضية $E(n)$.

2) نبرهن صحة $E(n)$ من أجل العدد (0)

$u_0 \geq u_1 \geq 1$; $u_1 = \frac{2u_0}{u_0+1} = \frac{4}{3}$

$2 \geq \frac{4}{3} \geq 1$ محققة

3) نفرض صحة $E(n)$

$u_n \geq u_{n+1} \geq 1$

4) نبرهن صحة العلاقة من أجل $n+1$:

أي سنبرهن $u_{n+1} \geq u_{n+1} \geq 1$

البرهان: نفرض تابع

$f(x) = \frac{2x}{x+1}$

مستمر ومتناقص على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

$f'(x) = \frac{2(x+1)-1(2x)}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$

متزايد تماماً

$u_n \geq u_{n+1} \geq 1$

$\Rightarrow f(u_n) \geq f(u_{n+1}) \geq f(1)$

$u_{n+1} \geq u_{n+2} \geq 1$

وهو المطلوب من الطلب السابق 2

$u_n \geq u_{n+1} \Rightarrow$ متناقصة (u_n)

السؤال الرابع:

1) $u_* - u_\heartsuit = (* - \heartsuit)r$

$u_0 - u_1 = (0-1)r$

$-2-6 = -r \Rightarrow -r = -8 \Rightarrow r = 8$

$u_n - u_0 = nr \Rightarrow u_n = u_0 + nr$

$u_n = -2 + 8n$

2) $S = 9 \times \frac{u_2+u_{10}}{2} = +414$

حيث $u_2 = -2+8(2) = 14$, $u_{10} = -2+8(10) = 78$

السؤال الخامس:

1) $\frac{u_5}{u_0} = q^{5-0} \Rightarrow \frac{u_5}{-2} = 2^5 \Rightarrow u_5 = -64$

2) $S = \text{الحد الأول} \times \frac{1-\text{أساس}^{\text{عدد الحدود}}}{1-\text{أساس}}$

$= -4 \times \frac{1-2^n}{1-2} \Rightarrow S = 4-4(2)^n$

$\lim_{n\to+\infty} S_n = 4-4(+\infty) = -\infty$

لأن 2^n هندسية أساسها $q > 1$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حلول جلسة الهندسة :

السؤال الأول :

1) $(x - x_{المركز})^2 + (y - y_{المركز})^2 + (z - z_{المركز})^2 = R^2$

$(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-0)^2 = \sqrt{3}^2$

$x^2 + y^2 + z^2 = 3$

2) البرهان : $dist(O,P) = R$

$\frac{|0 - 0 + 0 + 3|}{\sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}}$

R = dist

$\Rightarrow \sqrt{3} = R$

السؤال الثاني :

1) نأخذ شعاعين من المستوي : $\overrightarrow{BD}$ ، $\overrightarrow{GB}$

$\overrightarrow{GB} = (0, -2, -2)$ } وهما غير مرتبطان
$\overrightarrow{BD} = (-2, 2, 0)$ } لعدم تناسب مركباتهما

نفرض ناظم : $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n} \perp \overrightarrow{GB} \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{GB} = 0$

$\Rightarrow (0)(a) + (-2)(b) + (-2)(c) = 0$

$\Rightarrow \boxed{-2b - 2c = 0}$ (1)

$\vec{n} \perp \overrightarrow{BD} \Rightarrow \boxed{-2a + 2b = 0}$ (2)

نفرض $c = 1$ ونعوض في (1)

$-2b - 2 = 0 \Rightarrow -2b = 2 \Rightarrow b = -1$

نعوض في (2) :

$-2a + 2(-1) = 0 \Rightarrow a = -1$

الناظم : $\vec{n}(-1,-1,1)$

معادلة المستوي :

$a(x-x_G) + b(y-y_G) + c(z-z_G) = 0$

$\Rightarrow -1(x-2) - 1(y-2) + 1(z-2) = 0$

$\Rightarrow \boxed{-x - y + z + 2 = 0}$

2) قانون :

$x = x_E + at$
$y = y_E + bt$; $t \in \mathbb{R}$
$z = z_E + ct$

نقطة من المستقيم

$\overrightarrow{EC} = (2,2,-2) \Rightarrow$ $x = 0 + 2t$, $y = 0 + 2t$, $z = 2 - 2t$; $t \in \mathbb{R}$

3) نعوض معادلة المستقيم في المستوي :

$-(2t) - (2t) + (2 - 2t) + 2 \Rightarrow t = \frac{2}{3}$

نعوض في x, y, z :

$\Rightarrow x = \frac{4}{3}, y = \frac{4}{3}, z = \frac{2}{3}$

4) نفرض $M(x,y,z)$ $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC} \Rightarrow$

$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow x = \frac{2}{3}, y = \frac{2}{3}$

$z - 2 = \frac{-2}{3} \Rightarrow z = \frac{4}{3}$

5) نضرب شعاعي التوجيه والناتج صفر .

$\overrightarrow{EC}(2,2,-2)$ $\overrightarrow{HM}(\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}, -\frac{2}{3})$

$\Rightarrow \overrightarrow{EC} \cdot \overrightarrow{HM} = \frac{4}{3} - \frac{8}{3} + \frac{4}{3} = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{EC} \perp \overrightarrow{HM}$

الشعاعان متعامدان . فالمستقيمان متعامدان

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الثالث :

$\vec{u_d} = (1, -3, -3)$
$\vec{u_d} = (1, 3, -1)$

$\frac{-3}{3} \neq \frac{-3}{-1}$

المستقيمان غير مرتبطان فالمستقيمان غير متوازيان

ندرس التقاطع :

$t+1 = s$ (1)
$-3t+2 = -3s$ (2)
$-3t+3 = -3+1$ (3)

$\Rightarrow$ بالك، مشترن

نجد مساواة خاطئة فالمستقيمان متخالفان ولا يقعان في مستو واحد

السؤال الرابع :

1)

$\vec{AB} = (-1, +2, 0) = \vec{n}$

$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3}{2}$

$y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 1$

$z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 1$

$\Rightarrow I\left(\frac{3}{2}, 1, 1\right)$

$-1\left(x - \frac{3}{2}\right) + 2(y-1) + 0(z-1) = 0$

$-x + 2y + \frac{7}{2} = 0$

السؤال الخامس :

I ① $\vec{AN} = \vec{AB} + \vec{AE} + \vec{FJ}$

$\vec{AN} = \vec{AF} + \vec{FJ} \Rightarrow \vec{AN} = \vec{AJ}$

N تنطبق على J .

② $\vec{AN} = \vec{AD} + \vec{DC} + \vec{CF} + \vec{GH} + \vec{EI}$

$\vec{AN} = \vec{AF} + \vec{GH} + \vec{EI}$

$\vec{AN} = \vec{AF} + \vec{FE} + \vec{EI}$

$\vec{AN} = \vec{AF} + \vec{FI} \Rightarrow \vec{AN} = \vec{AI}$

N تنطبق على I .

السؤال السادس :

2 ① $\vec{0} = \vec{HD} + \vec{EF} + \vec{BE}$

$\ell_2 = \vec{EA} + \vec{EF} + \vec{BE}$

$\ell_2 = \vec{EA} + \vec{BE} + \vec{EF} = \vec{EA} + \vec{BF}$

$= \vec{FB} + \vec{BF} = \vec{0} = \ell_1$

② $\vec{FD} = \vec{BA} + \vec{FB} + \vec{FG}$

$\ell_2 = \vec{FA} + \vec{FG}$

$= \vec{FA} + \vec{AD} = \vec{FD} = \ell_1$

*

11 $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$

$= \|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AD}\| \cdot \cos 45^\circ$

$= 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

12 $\vec{AM} = \vec{AB} - \vec{FB} + \frac{1}{2}\vec{GH}$

$= \vec{AB} + \vec{BF} + \frac{1}{2}\vec{GH}$

$= \vec{AF} + \frac{1}{2}\vec{GH}$

$= \vec{AF} + \frac{1}{2}\vec{FE}$

$= \vec{AF} + \vec{FI} = \vec{AI}$

$\Rightarrow$ لذلك M تنطبق على I .

السؤال السابع :

11 $\vec{AB} = (-1, -1, -4)$, $\vec{CE}(-3, -1, 1)$

$\vec{CD} = (-4, 4, 0)$

12 $\vec{CE}$, $\vec{CD}$: نأخذ شعاعين

$\Rightarrow \frac{-4}{-3} = \frac{-1}{4} = \frac{1}{0}$

$\Rightarrow$ لا نسبة غير مرتبطة طرديا $\Rightarrow$ النقاط ليست على استقامة واحدة.

12

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تكملة السؤال السابع :

3) $\vec{AB} \perp \vec{CE}$

$\Rightarrow (-1,-1,-4)\times(-3,-1,+1)$

$= +3+1-4 = 0$

$\vec{AB} \perp \vec{CD}$

$\Rightarrow (-1,-1,-4)\times(-4,4,0)$

$= +4-4+0 = 0$

$\Leftarrow AB$ عمودي على المستوي (CDE)

4) $\vec{n} = \vec{AB} = (-1,-1,-4)$

$\Rightarrow a(x-x_c)+b(y-y_c)+c(z-z_c) = 0$

$\Rightarrow (-1)(x-4)+(-1)(y-0)+(-4)(z-0) = 0$

$\Rightarrow \boxed{-x-y-4z+4 = 0}$

5) $dist(B,CDE)$

$= \frac{|(-1)-(0)-4(-1)+4|}{\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-4)^2}} = \frac{|7|}{\sqrt{18}}$

$= \frac{7}{\sqrt{18}}$

6) $(x-x_B)^2+(y-y_B)^2+(z-z_B)^2 = R$

$\Rightarrow (x-1)^2+(y-0)^2+(z+1)^2 = \left(\frac{7}{\sqrt{18}}\right)^2$

السؤال الثامن :

1) $\vec{AB}(-1,0,1)$ ، $\vec{AC}(-2,-1,3)$

$\vec{AD}(0,1,-1)$

$\Rightarrow \vec{AB} = \alpha\vec{AC} + \beta\vec{AD}$

$$\begin{bmatrix}-1\\0\\1\end{bmatrix} = \alpha\begin{bmatrix}-2\\-1\\3\end{bmatrix} + \beta\begin{bmatrix}0\\1\\-1\end{bmatrix}$$

$-1 = -2\alpha \quad \cdots (1)$

$0 = -\alpha+\beta \quad (2)$

$1 = 3\alpha-\beta \quad (3)$

من (1) $\boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$

$\Leftarrow$ نعوض في (2) : $\boxed{\beta = \frac{1}{2}}$

نعوض α و β في (3) :

$1 = 3\frac{1}{2}-\frac{1}{2} \Rightarrow 1 = \frac{3}{2}-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 1 = \frac{2}{2} \Rightarrow \boxed{1 = 1}$

$\Rightarrow \vec{AB} = 1\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{CD}$

$\Leftarrow \vec{AD}, \vec{AC}, \vec{AB}$ أشعة مرتبطة خطياً

فالنقاط D, C, B, A تقع في مستوي واحد.

2) $\vec{DC}(-2,-2,4)$ ، $\vec{CB}(1,1,-2)$

$\Rightarrow \frac{-2}{1} = \frac{-2}{1} = \frac{4}{-2} \Rightarrow -2 = -2 = -2$

$\Leftarrow$ النقاط تقع على استقامة واحدة. أشعة مرتبطة خطياً

السؤال التاسع :

$x^2-2x+y^2+6y+z^2-2 = 0$

$x^2-2x+1-1+y^2+6y+9-9+z^2-2 = 0$

$(x-1)^2-1+(y+3)^2-9+z^2-2 = 0$

$(x-1)^2+(y+3)^2+z^2-12 = 0$

$(x-1)^2+(y+3)^2+z^2 = 12$

$2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ وهي معادلة كرة نصف قطرها $2\sqrt{3}$ ومركزها $(1,-3,0)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال العاشر :

1) $\overrightarrow{SD}\cdot\overrightarrow{SC}$

$= \|\overrightarrow{SD}\|\cdot\|\overrightarrow{SC}\| \cdot \cos 60^\circ$

$= 25 \times \frac{1}{2} = \frac{25}{2}$

2) $BD^2 = 5^2 + 5^2$ $\quad (\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DS} = \overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DO})$

$\Rightarrow BD^2 = 50 \Rightarrow BD = 5\sqrt{2}$

$\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DS} = \overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DO} =$

$\Rightarrow \| \| \cdot \|\overrightarrow{DO}\| \cdot \cos 60$

$= 5\sqrt{2} \times \frac{5\sqrt{2}}{2} \times 1 = 25$

3) $\overrightarrow{CH} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{SG} = \frac{5}{6}\overrightarrow{SH}$

$\Leftarrow (G,6)$ مركز أبعاد متناسبة

للنقاط : $(S,1),(C,3),(D,2)$

السؤال الحادي عشر :

1) الشرط : $\overrightarrow{AB} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$; $\alpha,\beta \in \mathbb{R}$

نفرض ..

2) نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{v} = 0 \Rightarrow$ --- (1)

$n \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow n\cdot\overrightarrow{AB} = 0 \Rightarrow$ --- (2)

نفرض عدد $c =$ ونفرض وجود الناتج ثم نعوض في معادلة المستوى العامة

$x + 2y + \frac{1}{2}z - 3 = 0$

السؤال الثاني عشر :

1) حسب : $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[AC]$

ثم حسب فيثاغورس ..

2) نختبر شرط الارتباط الخطي للشعاعين $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AB}$

3) يجب أن يقاطع $(\overrightarrow{AD})$ شعاعين $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{BC}$ ليكون تبليغ في السؤال.

السؤال الثالث عشر

$A(0,0,0)$

$B(4,0,0)$ ، $C(4,2,0)$ ، $D(0,2,0)$.

$E(0,0,2)$ ، $F(4,0,2)$ ، $G(4,2,2)$

$H(0,2,1)$ ، $I(2,0,0)$ ، $J(4,2,1)$

1) $\vec{n} \perp \overrightarrow{IF} \Rightarrow 2a + 2c = 0$ (1)

$\vec{n} \perp \overrightarrow{FH} \Rightarrow -4a + 2b = 0$ (2)

$\vec{n}(-1,-2,1)$ فنجد $c=1$ نفرض

$\Rightarrow \boxed{-x - 2y + z + 2 = 0}$

2) من السؤال نستنتج :

$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB} \Rightarrow \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} = 0$

$\alpha = 1 \Leftarrow$

$\beta = 1$

$\gamma = -1$

3) الشرط : $\overrightarrow{DB} = \alpha\overrightarrow{AF} + \beta\overrightarrow{AH}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \alpha = 1 \ , \ \beta = -1$

$\Rightarrow \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AH}$

4) نفرض $M(x,y,z)$

$\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC} \Rightarrow$

$\Rightarrow M\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$

5) نوجد معادلات وسطية لمستقيم حامل G و عمودي تقويمه نائم المستوي (IFH) أي :

$\vec{u} = \vec{n} = (-1,-2,1) \Rightarrow x = 4 - t$

$y = 2 - 2t \ ; t \in \mathbb{R}$

$z = 2 + t$

ثم نعوض المعادلات الوسطية في معادلة المستوي (IFH) ونحسب t ثم نعوض في المعادلات الوسطية $\Rightarrow G'\left(\frac{10}{3}, \frac{2}{3}, \frac{8}{3}\right)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تتمة حلول جلسة الهندسة :

السؤال الرابع عشر :

1) نحسب $[AB]$ و $[BC]$ و $[AC]$ ثم نعوض فيثاغورث .

أو : نضرب سداسين فينتج العدد (صفر)

مساحة مثلث قائم = $\frac{1}{2}$ × طول ضلع القائم الأول × طول ضلع القائم الثاني

2) يجب أن يتحقق :

$\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$, $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$

ثم : نكتب معادلة المستوي ونعوض .

3) $dist[D, (ABC)] = \frac{1}{\sqrt{\quad}} = 1$

$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$ ← بالطلب الأول .

السؤال الخامس عشر :

1) نوجد سداسين وبرهن غير مرتبطين خطياً .

2) نعوض A و B و C (واحدا تلو الآخر) في المعادلة فينتج $0 = 0$

3) نعوض المعادلات الوسيطية للفصل المشترك في معادلتي المستويين فينتج $1 = 0$ (!)

4) نعوض معادلات الفصل المشترك لـ P و Q في معادلة (ABC) فينتج t ثم نعوضها مرة أخرى في المعادلات الوسيطية . فينتج نقطة التقاطع $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})$

5) نوجد معادلة مستوي يمر من A ويعامد سداس توجيه d $(1, 0, 1)$ ثم نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي ونحسب t ثم نعوض في معادلات d فينتج المستقط القائم لـ A وليكن A' ثم نوجد $[AA']$ بقانون بعد نقطة عن نقطة

$AA' = \sqrt{(x_{A'} - x_A)^2 + (y_{A'} - y_A)^2 + (z_{A'} - z_A)^2}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* حلول جلسة التقديرية :

السؤال الأول :

II

$$r = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

$$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{1}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{b}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow z_1 = 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$$

$$\Rightarrow z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}} \rightarrow \text{الشكل الأسي}$$

$$r = \sqrt{1+1} \Rightarrow r = \sqrt{2}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}, \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow z_2 = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]$$

$$\Rightarrow z_2 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}} \rightarrow \text{الشكل الأسي}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]}{\sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]}$$

عند القسمة نطرح الزاوية ونقسم الطويلة (r)

$$= \sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$= \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right]$$

II2

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$$

$$= \frac{1-\sqrt{3}i(1-i)}{1+i(1-i)} = \frac{1-i+\sqrt{3}i+\sqrt{3}i^2}{1-i^2}$$

$$= \frac{1-i+\sqrt{3}i-\sqrt{3}}{1+1} = \frac{1+\sqrt{3}+i(\sqrt{3}-1)}{2}$$

$$= \frac{1-\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}-1}{2}i$$

استنتاج الزاوية :

من الطلب الأول

$$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(1+\sqrt{3})(\sqrt{2})}{(2\sqrt{2})(\sqrt{2})}$$

من الكتب

$$= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

$$\sin\theta = \frac{b}{r} = \dots$$

السؤال الثاني :

III

$$z^8 = (-1+i)^8$$

$$r = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{-1}{\sqrt{2}}, \sin\theta = \frac{b}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\theta = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow z = \sqrt{2}\left[\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right]$$

دوموافر :

$$\Rightarrow z^8 = \sqrt{2}^8\left[\cos 8\frac{3\pi}{4} + i\sin 8\frac{3\pi}{4}\right]$$

$$= \sqrt{\ }\left[\cos 6\pi + i\sin 6\pi\right]$$

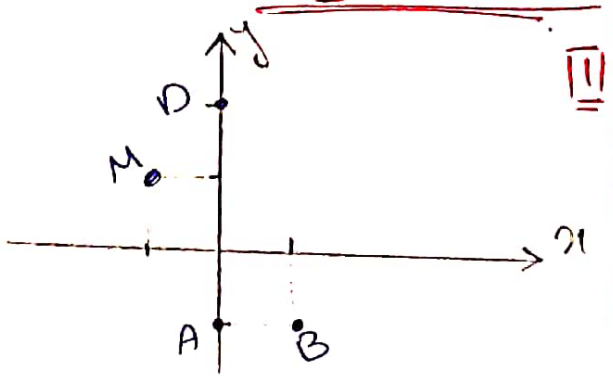
$$= \sqrt{2}^8\left[\cos 6\pi + i\sin 6\pi\right]$$

$$= 2^4\left[1+i0\right] = 16 \in \mathbb{R}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الرابع :

1



2

$$e^{i\frac{\pi}{2}} = i$$

$$C - (0) = i(2i - 0)$$

$$\Rightarrow C = -2$$

3

$$\overrightarrow{Bo}(-1,1) \; , \; \overrightarrow{BM}(-2,2)$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

المركبات متناسبة فالشعاعان مرتبطان خطيًا والنقاط على استقامة واحدة.

4

$$\arg = 0 \; , \; \arg\left(\frac{d-c}{m}\right)$$

$$\arg\left(\frac{2i+2}{-1+i}\right) = \arg\frac{(2i+2)(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)}$$

$$= \arg(-2i) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{cd} \perp \overrightarrow{oM}$$

فالمستقيمان (cd) و (oM) متعامدان.

5

$$z^3 + 4z^2 + 29z$$

$z(z^2 + 4z + 29) \rightarrow$ نحل بطريقة Δ

$$\Delta = b^2 - 4ac = -100$$

$$\Rightarrow z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-4 + 10i}{2} = -2 + 5i$$

$$z_2 = \overline{z_1} = -2 - 5i$$

$$(z - (-2-5i))(z - (-2-5i)) = (z + 2 - 5i) \times (z + 2 + 5i)$$

2

$$z' - (1+i) = e^{i\frac{\pi}{4}}[z - (1+i)]$$

$$z' - 1 - i = \left[1\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right] \times [-1 + i - 1 - i]$$

$$\Rightarrow z' - 1 - i = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right][-2]$$

$$\Rightarrow z' = \sqrt{2} - i\sqrt{2} + 1 + i$$

$$\Rightarrow z' = -\sqrt{2} + 1 + i(1 - \sqrt{2})$$

وهو المطلوب.

السؤال الثالث :

$$(z^2 + 2z - 3)(z^2 + 2z + 5)$$

بالنشر:

$$z^4 + 2z^3 + 5z^2 + 2z^3 + 4z^2 + 10z - 3z^2 - 6z - 15$$

$$= \cdots\cdots$$

فنجد:

$$z^4 + 4z^3 + 6z^2 + 4z - 15 = 0$$

حل المعادلة:

$$(z^2 + 2z - 3)(z^2 + 2z + 5) = 0$$

إما $z^2 + 2z - 3 = 0$

Δ حسب

$x_1 = \cdots$

$x_2 = \cdots$

أو $z^2 + 2z + 5 = 0$

Δ حسب

$x_1 = \cdots$

$x_2 = \cdots$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الخامس:

1) $\frac{b-c}{a-c} = \frac{-4+4i+4i}{8+4i} = \frac{-4+8i}{8+4i}$

$= \frac{(-4+8i)(8-4i)}{64+16} = \frac{80i}{80} = i$

$\Rightarrow \frac{b-c}{a-c} = i$,

$\arg\left(\frac{b-c}{a-c}\right) = \arg(i) = \frac{\pi}{2}$

ABC مثلث قائم في C

2) $\left|\frac{b-c}{a-c}\right| = |i| \Rightarrow \frac{CB}{CA} = 1$

ABC مثلث قائم ومتساوي الساقين.

3) $d - 0 = e^{i\frac{\pi}{4}}(a-0) \Rightarrow d = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)8$

$= 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$

4) بما أن ABC مثلث قائم ومتساوي الساقين

ACBE مربع لكي تكون متوازية

أ) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EB} \Rightarrow z_{AC} = z_{EB}$: نبرهن أن

ب) $\Rightarrow z_C - z_A = z_B - z_E$

$C - a = b - e \Rightarrow -4i - 8 = -4 + 4i - e$

$\Rightarrow e = -4 + 4i + 4i + 8 = 4 + 8i$

ج) $\frac{a+b}{2} = \frac{c+e}{2} \Rightarrow A + B = C + E$

$8 + 4 + 4i = -4i + e \Rightarrow e = 4 + 8i$

السؤال السادس:

1) $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

$P(-1) = 0$ نعوض -1 في $P(z)$

2) بالقسمة الإقليدية أو المطابقة نجد:

$P(z) = (z+1)(z^2 - 4z + 7)$

3) $P(z) = 0$

إما $z_1 = -1$

أو $z_2 = \frac{4 + 2\sqrt{3}i}{2} = 2 + \sqrt{3}i$

$z_3 = \overline{z_2} = 2 - \sqrt{3}i$

حسب د

4)

$AB = BC = AC$

$\sqrt{12} = \sqrt{12} = \sqrt{12}$

فالمثلث متساوي الأضلاع.

6) $2z - w = -3$ ①

$2\overline{z} + \overline{w} = -3 + 2\sqrt{3}i$ ②

نأخذ مرافق المعادلة الثانية:

$2z + w = -3 - 2\sqrt{3}i$ (2')

نجمع ① مع (2'): $4z = -6 - 2\sqrt{3}i$

نقسم على 4 فنجد: $z = \frac{-6 - 2\sqrt{3}i}{4}$

$= \frac{-3}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$

ثم نعوض في ① وحسب w.

7) (المركز - أحد الأعمدة) السنية

$e - b = -3i(m - b)$

$\Rightarrow e - (1 - i)$

$= 3 \times [-1 + i - (1 - i)] \Rightarrow e = \ldots$

8) نفرض $w = x + iy$ حيث x و y حقيقيين

$x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$ ... ①

$x^2 - y^2 = a$ ... ②

$x \cdot y = \frac{b}{2}$ ... ③

نعوض: $x^2 + y^2 = \sqrt{25} = 5$ ①

$x^2 - y^2 = 3$ ②

$x \cdot y = 2$ ③

نجمع ① مع ②: $2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4$

$\Rightarrow x = +2, x = -2$

نعوض في ③:

$x_1 = 2 \Rightarrow 2 \cdot y = 2 \Rightarrow y = 1$

$w = x + iy$

$\Rightarrow w_1 = 2 + 1i \Rightarrow w_2 = -w_1$

أما: $x_2 = -2 \Rightarrow y = -1$

$\Rightarrow w_2 = -2 - i$

انتبه الجذران هنا متعاكسان وليسا مترافقان

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* حلول جلسة (تحليل توافقي + احتمالات)

السؤال الأول:

عدد طرق اختيار مهندس واحد هو $\binom{3}{1}$

عدد طرق اختيار عاملات $\binom{5}{2}$

⇐ عدد طرق اختيار اللجنة:

$$\binom{5}{2} \times \binom{3}{1} = 30$$

السؤال الثاني:

عدد طرق اختيار الرئيس 8

عدد طرق اختيار نائب الرئيس 7

عدد طرق اختيار أمين السر 6

⇐ حسب المبدأ الأساسي في العد:

$$8 \times 7 \times 6 = 336$$

السؤال الثالث:

① $\binom{8}{5} = \frac{8\times7\times6\times5\times4}{5\times4\times3\times2\times1} = 56$

② $\binom{5}{2} \times \binom{3}{3} = 10$

السؤال الرابع:

$\binom{4}{2} \times \binom{5}{2} = \ldots$

السؤال الخامس:

①

$X(\Omega) = \{5, 3, 0\}$

$$P(X=5) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{10}{84}$$

$$P(X=3) = \frac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{40}{84}$$

$$P(X=0) = 1 - \left[\frac{10}{84} + \frac{40}{84}\right] = \frac{34}{84}$$

X_i	5	3	0
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{34}{84}$

$$E(X) = 5\left(\frac{10}{84}\right) + 3\left(\frac{40}{84}\right) + 0\left(\frac{34}{84}\right)$$

$$= \frac{170}{84}$$

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$= \left(25 \times \frac{10}{84} + 9 \times \frac{40}{84} + 0\right) - \left(\frac{170}{84}\right)^2$$

$=$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} =$

② $P(X=5) = \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} =$

$P(X=3) = \left(\frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{9}\right) \times 3 =$

$P(X=0) =$

③ $P(X=5) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} =$

$P(X=3) = \left(\frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{4}{7}\right) \times 3 =$

السؤال السادس:

$$T_r = \binom{12}{r} \cdot (x^2)^{12-r} \cdot \left(\frac{-2}{x}\right)^r$$

$$= \binom{12}{r} \cdot x^{24-2r} \cdot (-2)^r \cdot \frac{1}{x^r}$$

$$= \binom{12}{r} x^{24-2r} \cdot (-2)^r \cdot x^{-r}$$

$$= \binom{12}{r} \cdot x^{24-3r} \cdot (-2)^r$$

$24 - 3r = 12 \Rightarrow r = 4$

$$\binom{12}{4} \cdot x^{24-12} \cdot (-2)^4 = \binom{12}{4} x^{12} \cdot (-2)^4$$

$=$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$\Rightarrow V(x) = \frac{45}{27} - (1)^2 = \frac{18}{27}$$

السؤال الثامن:

$$X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$$

$$P(X=0) = \frac{10}{11} \times \frac{10}{11} = \frac{100}{121}$$

$$P(X=1) = \left(\frac{1}{11} \times \frac{10}{11}\right) \times 2 = \frac{20}{121}$$

$$P(X=2) = \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{1}{121}$$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{100}{121}$	$\frac{20}{121}$	$\frac{1}{121}$

$$E(x) = 0 \cdot \frac{100}{121} + 1 \cdot \frac{20}{121} + 2 \cdot \frac{1}{121}$$

$$= 0 + \frac{20}{121} + \frac{2}{121} = \frac{22}{121}$$

السؤال التاسع:

	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3	3
4	1	2	3	4	4	4
5	1	2	3	4	5	5
6	1	2	3	4	5	6

$$X(\Omega) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$P(X=1) = \frac{10}{30}, \quad P(X=2) = \frac{8}{30}$$

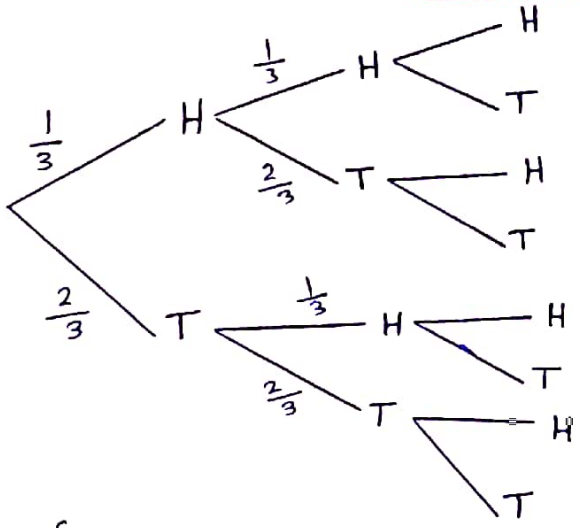
$$P(X=3) = \frac{6}{30}, \quad P(X=4) = \frac{4}{30}$$

$$P(X=5) = \frac{2}{30}$$

$$E(x) = \text{----}$$

$$V(x) = \text{----}$$

السؤال السابع:



$$X = \{(H,H,H), (H,H,T), (H,T,H), (H,T,T), (T,H,H), (T,H,T), (T,T,H), (T,T,T)\}$$

$$X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$P(X=0) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

$$P(X=1) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) \times 3 = \frac{12}{27}$$

$$P(X=2) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}\right) \times 3 = \frac{6}{27}$$

$$P(X=3) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$

$$E(x) = 0 \cdot \frac{8}{27} + 1 \cdot \frac{12}{27} + 2 \cdot \frac{6}{27} + 3 \cdot \frac{1}{27} = \frac{27}{27} = 1$$

$$V(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$= 0 + 1 \cdot \frac{12}{27} + 4 \cdot \frac{6}{27} + 9 \cdot \frac{1}{27}$$

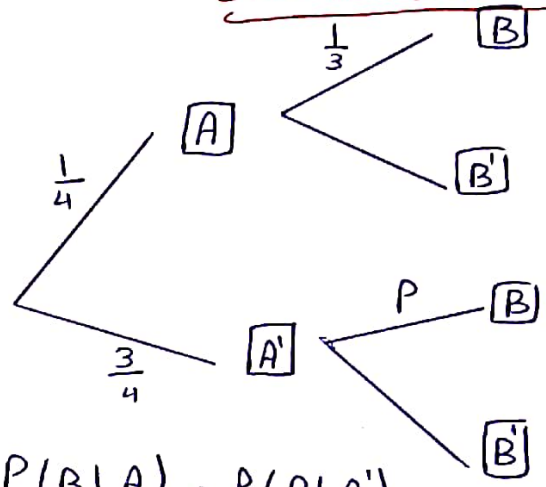
$$= 0 + \frac{12}{27} + \frac{24}{27} + \frac{9}{27} = \frac{45}{27}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال العاشر:

X \ Y	0	1	2	قانون X
0	0.12	0.2	0.08	0.4
1	0.06	0.1	0.04	0.2
2	0.12	0.2	0.08	0.4
قانون Y	0.3	0.5	0.2	1

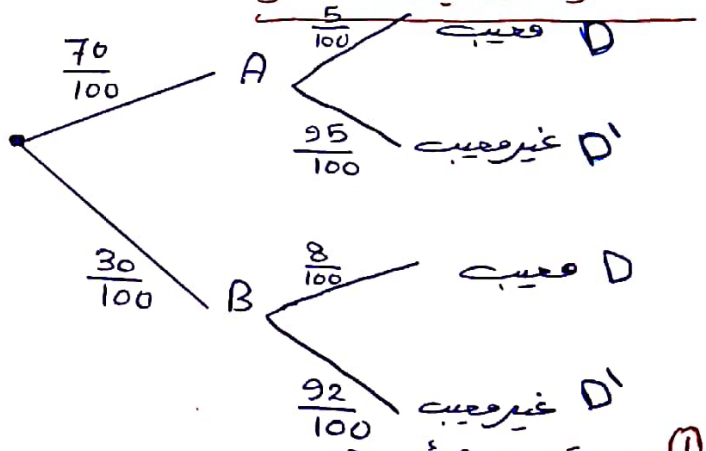
السؤال الحادي عشر:



$P(B|A) = P(B|A')$

$\frac{1}{3} = P$

السؤال الثاني عشر:



① معيبة من A أو B

نفرض D الحدث

معيب

$P(D) = \frac{70}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{8}{100}$

$= \square$

② $P(B|D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)}$

حسب المقام قبل التبسيط.

$= \frac{\frac{30}{100} \times \frac{8}{100}}{\frac{70}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{8}{100}} = \square$

السؤال الثالث عشر:

① $5 \times 6 \times 6 = 180$

② $5 \times 5 \times 4 = 100$

③ $6 \times 6 \times 6 = 216$

السؤال الرابع عشر:

① $\binom{n}{2} = 36$ شرط الحل: $n \geq 2$

$\frac{n(n-1)}{2!} = 36 \Rightarrow n^2 - n = 72$

$n^2 - n - 72 = 0 \Rightarrow (n-9)(n+8) = 0$

إما $n = 9$ مقبول

أو $n = -8$ مرفوض

② $3\binom{n}{4} = 14\binom{n}{2}$ شرط الحل: $n \geq 4$

$3\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 14\frac{n(n-1)}{2 \times 1}$

$\Rightarrow \frac{(n-2)(n-3)}{8} = 7$

$n^2 - 3n - 2n + 6 = 56$

$n^2 - 5n - 50 = 0 \Rightarrow (n-10)(n+5) = 0$

إما $n = 10$ مقبول

أو $n = -5$ مرفوض

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

عدد طرق اختيار الخانة الثانية : 5

عدد طرق اختيار الخانة الثالثة : 4

$\Rightarrow 6 \times 5 \times 4 = 120$

السؤال السابع عشر:

[1] $5 \times 6 = 25$

[2] $2 \times 3 \times 2 = 12$

السؤال الثامن عشر:

[1] $P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{8}{20}$

[2] $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$

$P(X=0) = \frac{2}{20}$ ، $P(X=1) = \frac{8}{20}$

$P(X=2) = \frac{6}{20}$ ، $P(X=3) = \frac{4}{20}$

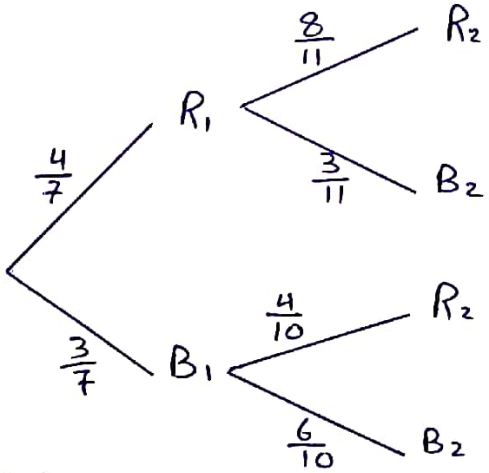
X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{2}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{4}{20}$

$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i \cdot P_i = \frac{0+8+12+12}{20}$

$= \frac{32}{20}$

السؤال التاسع عشر:

[1]



[2] $P(R_2) = \frac{4}{7} \times \frac{8}{11} + \frac{3}{7} \times \frac{4}{10}$

$= \dots\dots$

③ $\binom{10}{3n} = \binom{10}{n+2}$

شرط الحل : $0 \leq n \leq 3.33$

إما $3n = n+2 \Rightarrow 2n = 2$

$\Rightarrow n = 1$ مقبول

أو $n+2 \leq 10 \Rightarrow n \leq 8$

$3n + n + 2 = 10 \Rightarrow n = 2$ مقبول

السؤال الخامس عشر:

$P(X=1) = \frac{16}{27}$ ، $P(X=0) = \frac{1}{27}$

K	0	1	2	3
$P(X=K)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{8}{27}$

$P(X=0) = \binom{3}{0} \cdot P^0 \cdot (1-P)^{3-0}$

$\frac{1}{27} = 1 \cdot 1 \cdot (1-P)^3$

$\frac{1}{3} = 1 - P \Rightarrow P = \frac{2}{3} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$

$P(X=2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1$

$= \frac{12}{27}$

$P(X=3) = \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0$

$= \frac{8}{27}$

$E(X) = n \cdot P = 3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{3}$

$V(X) = n \cdot P \cdot q = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

السؤال السادس عشر:

[1] عدد الرمانات : $6 \times 6 \times 6$

[2] عدد طرق اختيار الخانة الأولى : 6

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الواحد والعشرون :

$$P_{n+2}^{4} = 14\ P_{n}^{3}$$

شرط الحل : $n \geq 3$

$$(n+2)(n+1)(n)(n-1) = 14\, n(n-1)(n-2)$$

$$\Rightarrow n^2 + 3n + 2 = 14n - 28$$

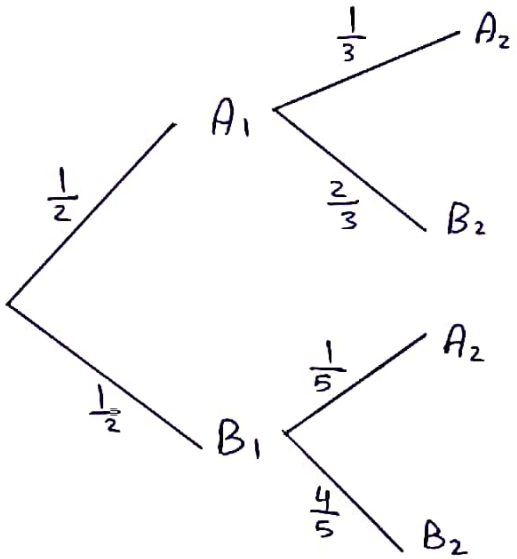
$$\Rightarrow n^2 - 11n + 30 = 0$$

$$\Rightarrow (n-6)(n-5) = 0$$

إما $n = 6$ مقبول

أو $n = 5$ مقبول

السؤال الثاني والعشرون :



$$P(A_2) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}$$

$$= \underset{(10)}{\frac{1}{6}} + \underset{(6)}{\frac{1}{10}} = \frac{10}{60} + \frac{6}{60} = \frac{16}{60}$$

$$P(A_1 | A_2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}} = \cdots$$

$$P(B_1 | R_2) = \frac{P(B_1 \cap R_2)}{P(R_2)}$$

$$= \frac{\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{10}}{\frac{4}{7}\cdot\frac{8}{11} + \frac{3}{7}\cdot\frac{4}{10}} = \cdots$$

السؤال العشرون :

$$P(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 \quad [1]$$

$$= \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$P(B) = \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right) \times 6$$

$$= \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$P(C) = \frac{1}{2}$$

[2]

$$P(A \cap C) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

$$P(C | A) = \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$P(A)\cdot P(C) = \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

$$P(A \cap C) = \frac{1}{16}$$

$\Leftarrow$ مستقلة احتمالياً .

$$P(B \cap C) = \left[\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right] \times 3 \quad [3]$$

$$= \frac{3}{16}$$

$$P(C | B) = \frac{P(C \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{3}{8}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

لعوض :

$$P(B)\cdot P(C) = P(C \cap B)$$

$\Leftarrow$ مستقلان احتمالياً .

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تتمة حلول حلقة الاحتمالات

السؤال الثالث والعشرون:

1. $\binom{6}{3} = \dots$

2. $\dots$: عدد الأضلاع $- \binom{6}{2}$

$\binom{6}{2} - 6 = \dots$

3. $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$

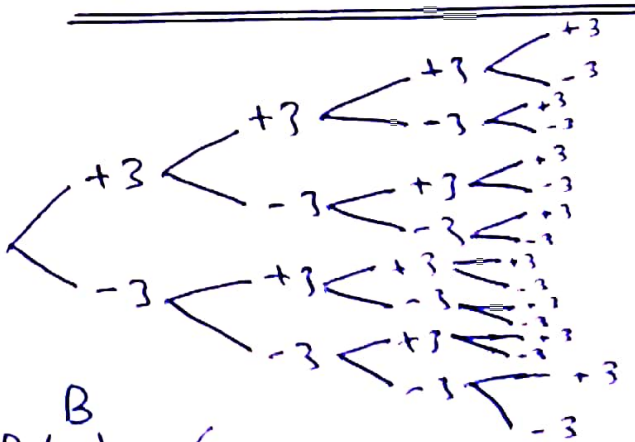
4. $\frac{n(n-1)}{2} = 10$

$n^2 - n = 20 \Rightarrow n^2 - n - 20 = 0$

$(n-5)(n+4) = 0$

إما $n = 5$ مقبول ، أو $n = -4$ مرفوض

السؤال الرابع والعشرون:

1. 

نرمز للحدث B : $P(\overset{B}{\ }) = \frac{6}{16}$

2. نرمز للحدث A : $P(A) = \frac{4}{16} = \frac{1}{8}$

3. $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

x_i	0	1	2	3	4
P_i	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

السؤال الخامس والعشرون:

$P = 0.4 \quad , \quad q = 0.6$

$n = 5$

احتمال ربح B للمباراة هو :

$P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$

$P(X=3) = \binom{5}{3} (0.4)^3 (0.6)^2$

$P(X=4) = \binom{5}{4} (0.4)^4 (0.6)^1$

$P(X=5) = \binom{5}{5} (0.4)^5 (0.6)^0$

ثم نجمع ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تتمة حلول جلسة التحليل

السؤال الخامس والعشرون:

F و G اشتقاقيان على $I = \mathbb{R}$

نبرهن أن الفرق بينهما ثابت.

$$F(x) - G(x) = \cos^2 x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x$$

$$= 0 = \text{Const}$$

السؤال السادس والعشرون:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 4}$$

1

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - (x+1))$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2+2x+4} - (x+1)\right)$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+2x+4} - (x+1)\right)\left(\sqrt{x^2+2x+4} + (x+1)\right)}{\sqrt{x^2+2x+4} + (x+1)}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + 2x + 4 - x^2 - 2x - 1}{\sqrt{x^2+2x+4} + (x+1)}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{3}{\sqrt{x^2+2x+4} + (x+1)} = 0$$

b

ومنه $y = x + 1$ مقارب مائل

c والخط C فوق Δ

2 a.

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$$

b.

$$\lim_{x \to -\infty} (f(x) - ax)$$

$$= \lim_{x \to -\infty} (f(x) + x) = -1$$

$$\lim_{x \to -\infty} (f(x) - (-x-1)) = 0$$

ومنه $y = -x - 1$ مستقيم مقارب للخط البياني C.

السؤال السابع والعشرون:

1 a. لما كان f اشتقاقياً على R

استنتجنا أن $g: x \to f(x) + f(-x)$ اشتقاقي على R ولدينا:

$$g'(x) = f'(x) - f'(-x)$$

$$= \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+(-x)^2} = 0$$

b. بما أن التابع g تابع ثابت ولدينا:

$$g(0) = f(0) + f(-0) = 0 + 0 = 0$$

g اشتقاقي على R وهذا يبرهن أن التابع f فردي أي:

$$f(x) + f(-x) = 0$$

ومنه $f(x) = -f(-x)$

$$\Rightarrow f(-x) = -f(x)$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الثامن والعشرون:

① $f(x+2\pi) = 2\sin(x+2\pi) + \sin(2x+4\pi) = 2\sin x + \sin 2x = f(x)$

فالتابع f تابع دوري ويقبل العدد 2π دوراً فتكفي مثلاً دراسته على المجال $[-\pi, \pi]$ ولدينا أيضاً:

$f(-x) = 2\sin(-x) + \sin(-2x)$

$= -2\sin x - \sin 2x = -f(x)$

f تابع فردي فتكفي دراسته على المجال $[0, \pi]$

②
$f'(x) = 2\cos x + 2\cos 2x$

$= 2(2\cos^2 x + \cos x - 1)$

$= 2(2\cos x - 1)(\cos x + 1)$

وإن: $1 + \cos x \geq 0$ دوماً إذن

إشارة $f'(x)$ تتفق مع إشارة $(2\cos x - 1)$ وعلى المجال $[0, \pi]$.

للمعادلة $\cos x = \frac{1}{2}$ حل وحيد هو $x = \frac{\pi}{3}$.

③

x	0		$\frac{\pi}{3}$		π
$f'(x)$	4	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	↘	0

السؤال التاسع والعشرون:

$$f(x) = \sqrt{x^2+4x+5}$$

① $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

② $f(x) = (x+2)^2 + 1$

③ x كبيرة جداً نهمل العدد 1 أمام $(x+2)^2$ ومنه:

$$\sqrt{(x+2)^2} = x+2$$

ومنه: $y = x+2$ مقارب مائل لـ C_f

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) - (x+2)$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{(x+2)^2+1} + x + 2}$$

$$= 0$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner