Al sham University
Faculty of Informatic

جامعة الشام الخاصة
كلية الهندسة المعلوماتية

أسس الهندسة الكهربائية
لطلاب السنة الثانية
2019-2020

Dr. Ghada Aldahim
ghadadhem@gmail.com

CHAPTER 2

CAPACITORS

المكثفات

2019-2020

الحالات العابرة في الشبكات السعوية: مرحلة (طور) الشحن

TRANSIENT IN CAPACITIVE NETWORKS: CHARGING PHASE

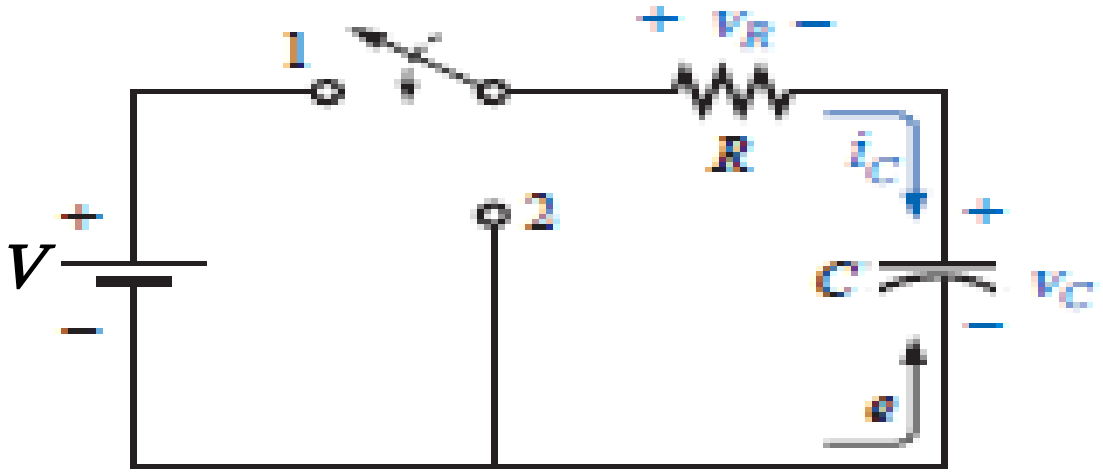
طور الشحن:

عند إغلاق القاطع على الوضع 1: في لحظة الإغلاق ستنتقل الإلكترونات من الصفيحة العليا وتتوضع على الصفيحة السفلى بفعل المدخرة (البطارية). إنتقال الإلكترونات سيكون سريعاً في البداية ثم يتباطأ عندما يقترب التوتر عبرالمكثف من توتر المدخرة. وعندما يصبح التوتر عبر المكثف مساوياً لتوتر المدخرة فإن انتقال الإلكترونات سوف يتوقف وسيكون لصفيحتي المكثف شحنة مقدارها:

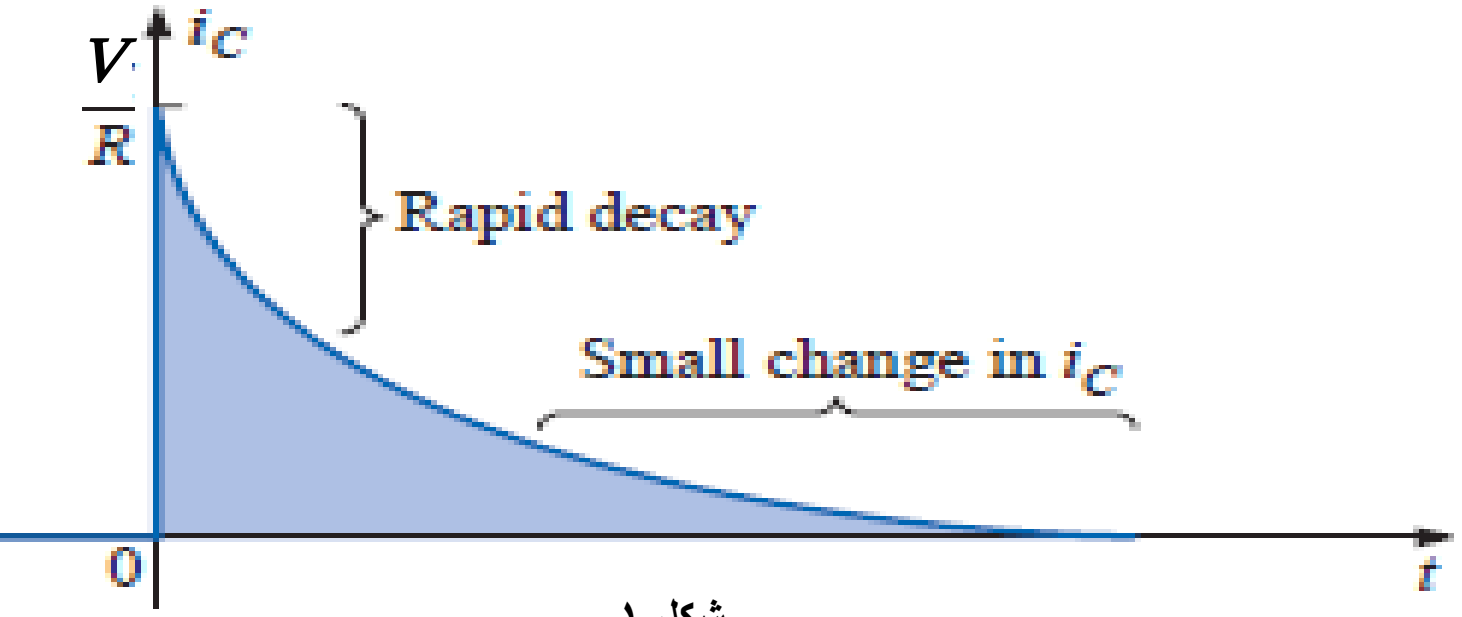
$$q = CV_C = CV$$

حيث V هو توتر المنبع.

V_C هو توتر المكثف.

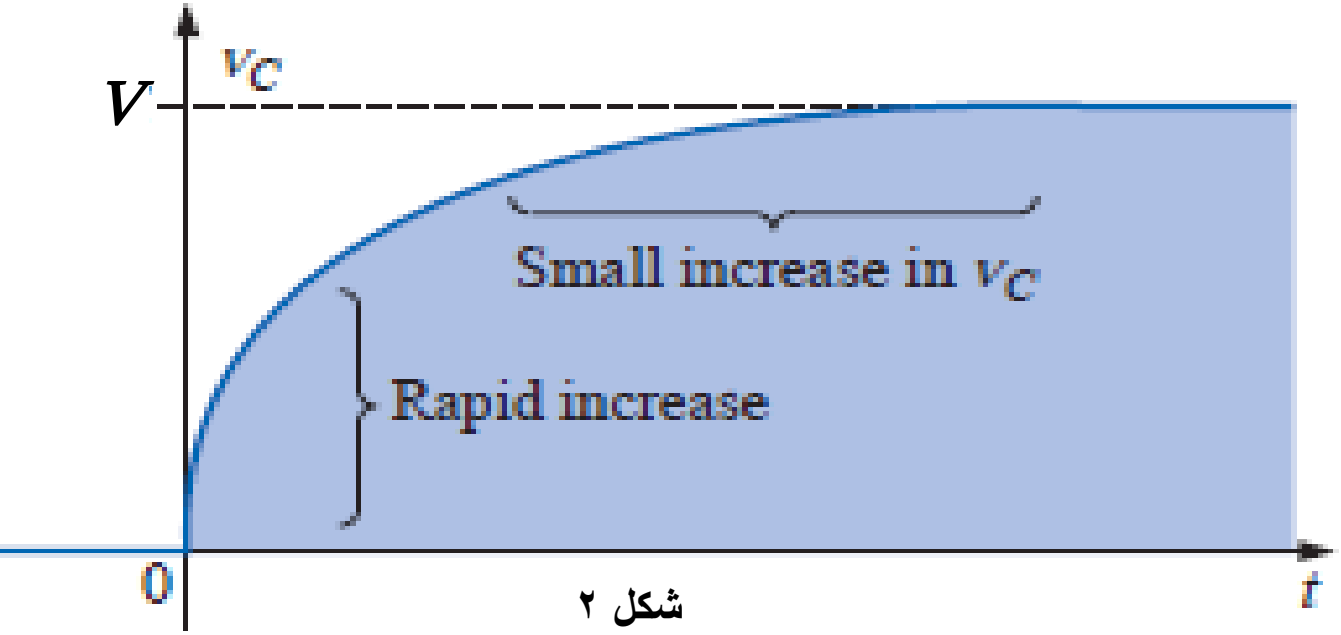


في لحظة إغلاق القاطع يقفز التيار إلى قيمة عظمى يحدها فقط قيمة المقاومة R الموجودة في الدارة ثم يتناقص هذا التيار إلى الصفر عندما تُشحن الصفائح.
شكل ١



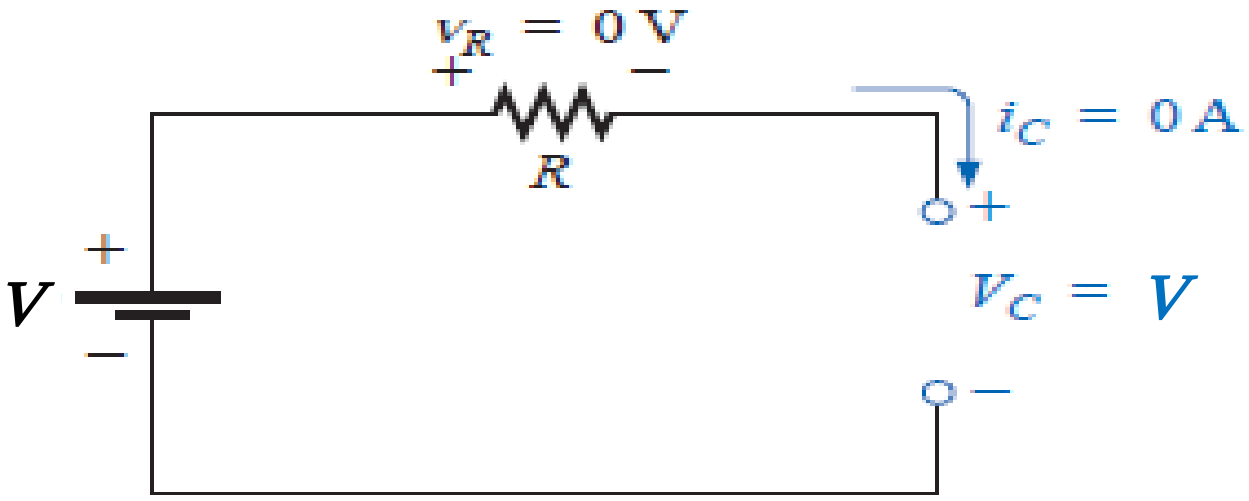
شكل ١

وبما أن التوتر عبر الصفائح يتناسب طرداً مع شحناتها من العلاقة Vc = q/C فإن المعدل السريع الذي تتحرك فيه الشحنات في البداية على الصفائح يؤدي إلى زيادة سريعة في *Vc* . ومن الواضح أنه كما ينخفض معدل تدفق الشحنات *(I)* فإن معدل تغير الجهد سيحذو حذوه. وفي نهاية المطاف سيتوقف تدفق الشحنات وبالتالي ستكون قيمة التيار صفر وقيمة التوتر مساوية لتوتر المنبع، وبذلك ينتهي طور الشحن - شكل ٢ -.



شكل ٢

عند هذه النقطة يأخذ المكثف خصائص الدارة المفتوحة أي: وجود توتر عبر الصفائح دون تدفق للشحنات بينها.
كما هو مبين في الشكل 3، الجهد عبر مكثف هو مصدر الجهد طالما أن :

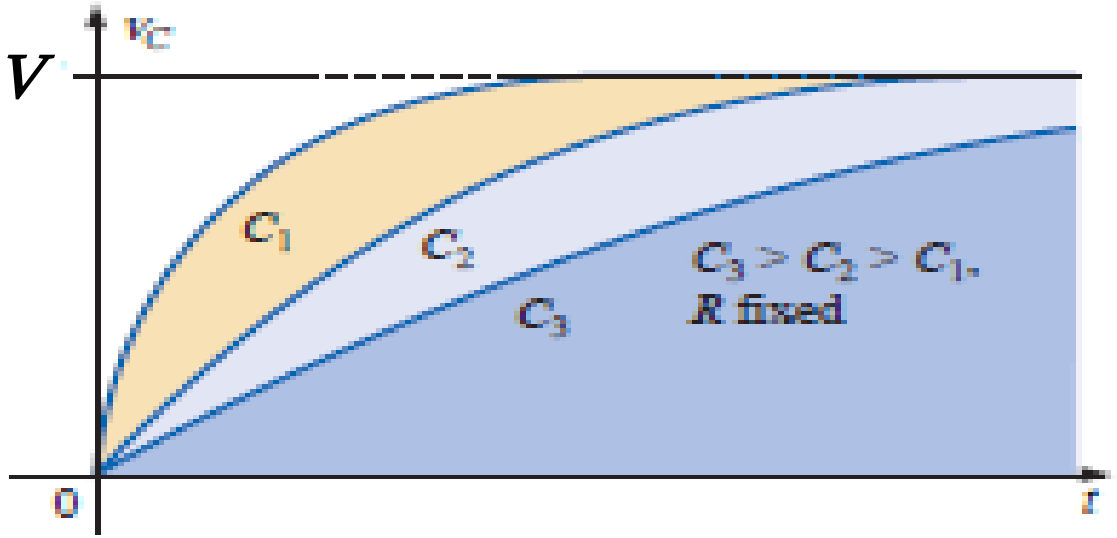


شكل 3

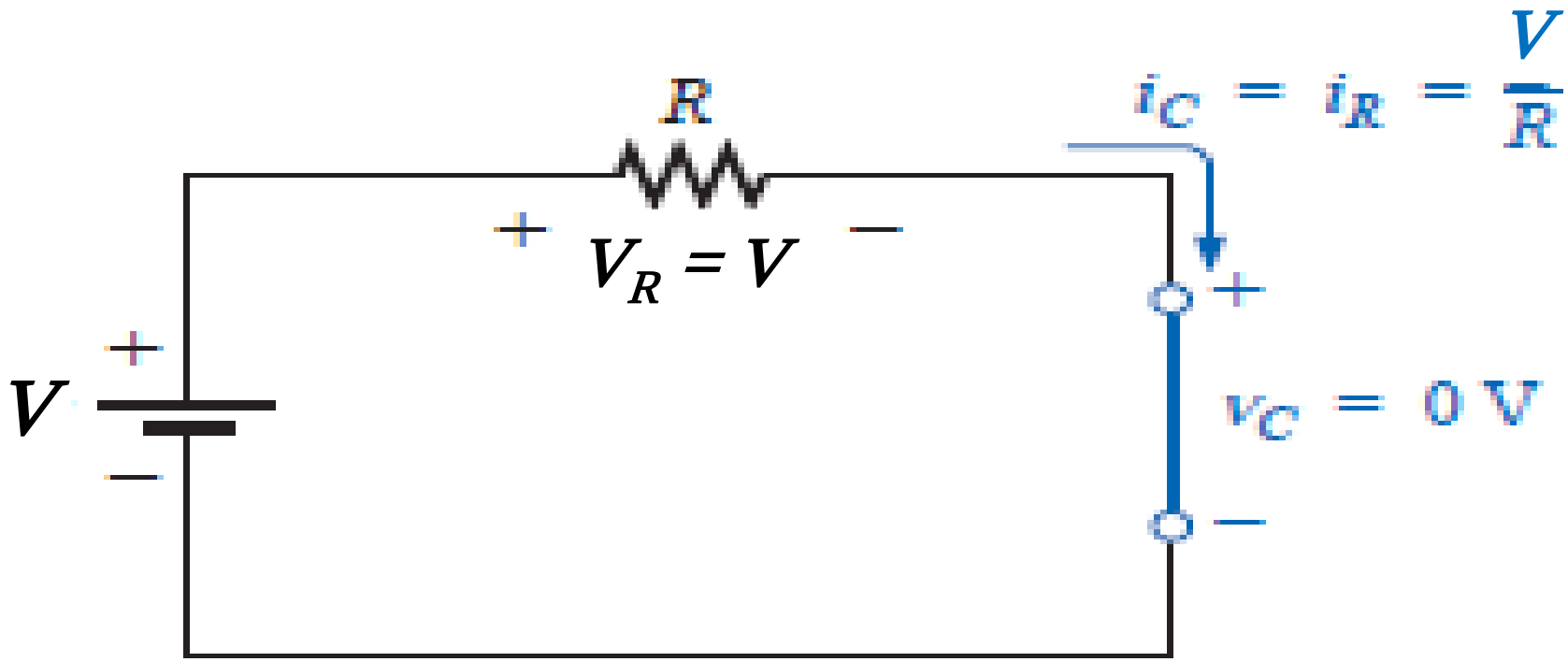
$$i = i_c = i_R = 0\,[A]$$

$$V_R = i_R\,R = (0)\,R = 0\,[V]$$

ومنه:
يمكن استبدال مكثف بدارة مفتوحة مكافئة بمجرد انتهاء مرحلة الشحن في شبكة التيار المستمر.



إذا عدنا للوراء في لحظة إغلاق القاطع نلاحظ أن المكثف يسلك سلوك **الدارة القصرى** في لحظة إغلاق القاطع أي وصل المكثف بشبكة شحن التيار المستمر. كما هو مبين في الشكل التالي:



والتيار:

$$i = i_C = i_R = \frac{V}{R}$$

والتوتر على طرفي المكثف:

$$V_C = V - V_R = V - i_R R$$

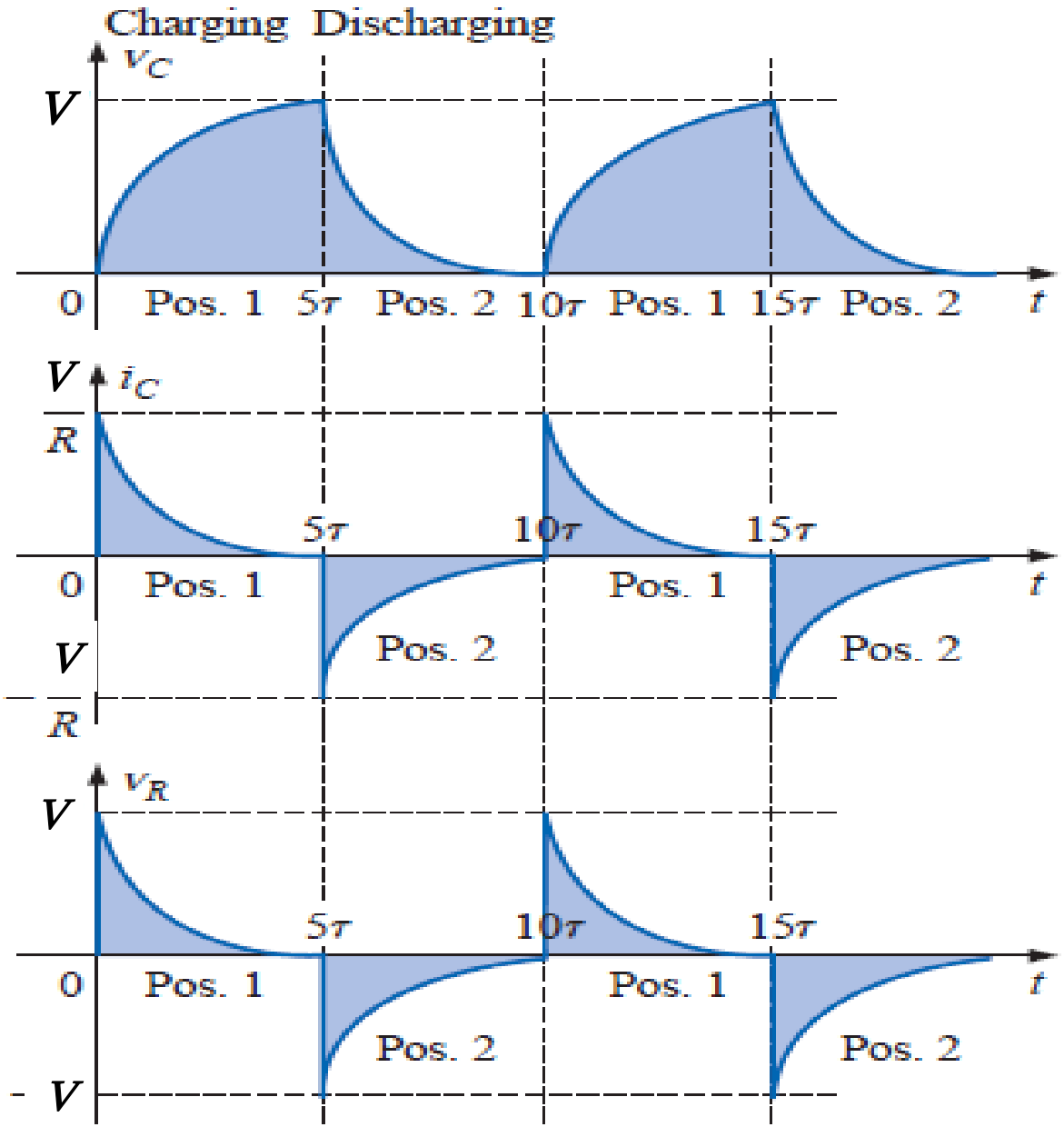
$$= V - \frac{V}{R} R = 0V \quad at: t = 0s.$$

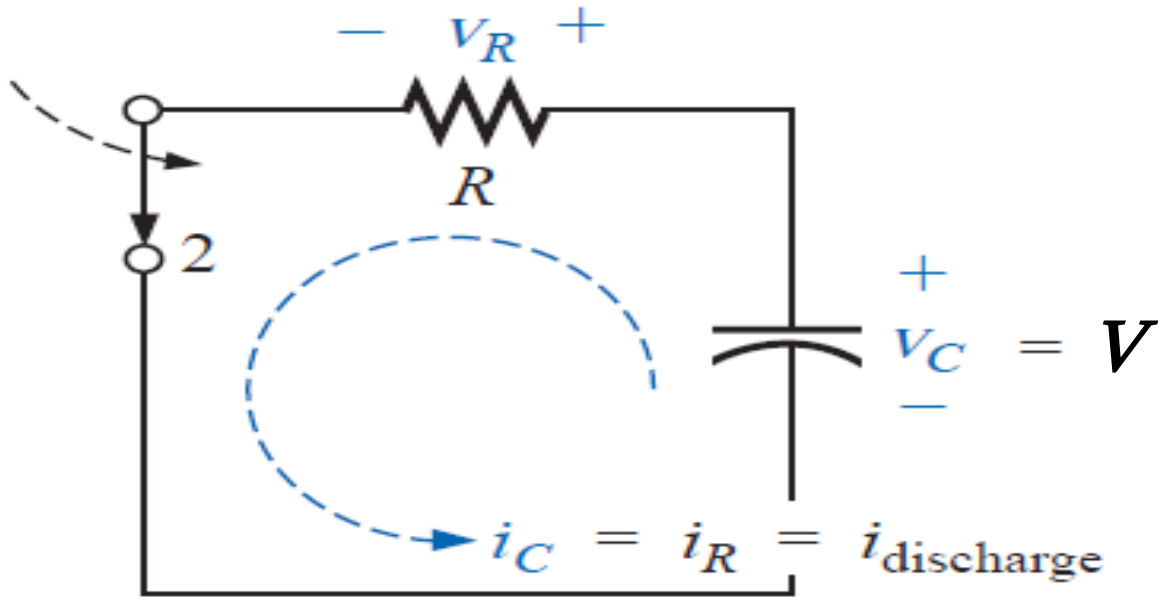
وبالتالي يمكن الحصول على العلاقة الرياضية التي تعطي تيار الشحن i_C

$$i_C = \frac{V}{R} e^{-t/RC}$$

$$\tau = RC$$ [Second]

طور التفريغ:





$$V_C = V\, e^{-t/R}$$

الطاقة الكهربائية المختزنة في مكثف مشحون

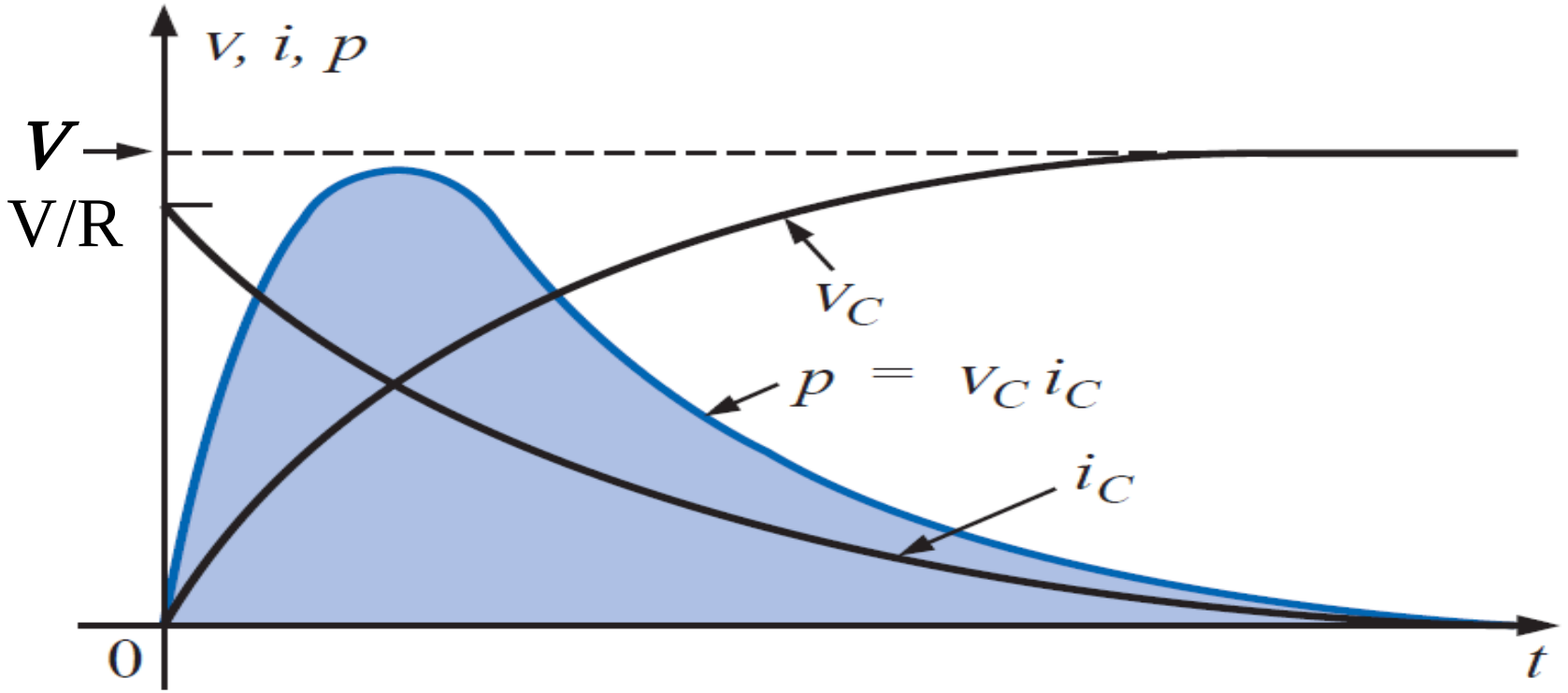
Storage Energy In A Charged Capacitor

إن مقدار الشحنة الكهربائية *(q)* في المكثف يتناسب مع فرق الجهد *(V_C)* بين طرفي المكثف الكهربائي، ومن المعلوم أن الجهد الكهربائي بين طرفي المكثف يبدأ من القيمة صفر *($V_C = 0$)* عندما تكون الشحنة الكهربائية *($q = 0$)* ثم يزداد تدريجياً إلى القيمة *($V_C = V$)* عندما يكتمل شحن المكثف وتصل الشحنة الكهربائية إلى المقدار *(q)*.

أثناء شحن المكثف فإن هناك عمل يبذل لنقل عنصر الشحنة dq من مصدر الشحنات الكهربائية (البطارية)، قيمة العمل المبذول يزداد بزيادة الشحنة على لوحي المكثف وذلك للتغلب على قوة التنافر الكهربائية بين الشحنات على لوح المكثف والشحنة المنقولة إليه، مقدار العمل يكافئ الطاقة المخزنة بالمكثف والتي تعتمد على مقدار الشحنة، فرق الجهد بين لوحي المكثف شدة المجال بينهما.

$$W_C = \frac{q^2}{2C}$$

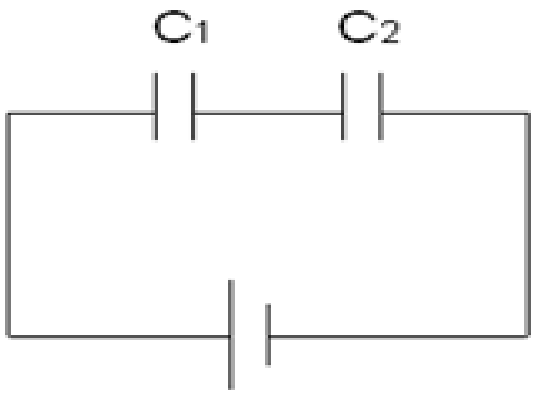
يخزن المكثف الطاقة على شكل حقل كهربائي بين السطحين الناقلين والمكثف المثالي لا يبدد أي من الطاقة الواصلة إليه. ويظهر الشكل منحنيات الجهد والتيار والطاقة للمكثف أثناء مرحلة الشحن. يمكن الحصول على منحنى الاستطاعة من خلال إيجاد جداء كل من الجهد والتيار في كل لحظة زمنية. وتمثل الطاقة المخزنة في المنطقة المظللة تحت منحنى الاستطاعة. عن طريق حساب التكامل في المنطقة تحت المنحنى.



$$W_C = \frac{1}{2}CV^2$$

مسألة 4

مكثفان سعة الأول 4 µF وسعة الثاني 2 µF رُبِطا على التسلسل مع بطارية 60 V ، أوجد شحنة وتوتر كل مكثف، ثم أوجد توتر وشحنة كل منهما والشحنة الكلية إذا غُيِر الربط وأصبح تفرعياً.



الحل: **١- المكثفان على التسلسل:**

السعة المكافئة:

$$C=\frac{C_1\cdot C_2}{C_1+C_2}=\frac{4\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{4\times10^{-6}+2\times10^{-6}}=1.33\times10^{-6}\ F$$

الشحنة الكلية:

$$q=CV=1.33\times10^{-6}\times60=80\times10^{-6}\ C$$

بما أن المكثفين موصولين على التسلسل فإن شحنتيهما متساويتان وتساوي الشحنة الكلية ومنه:

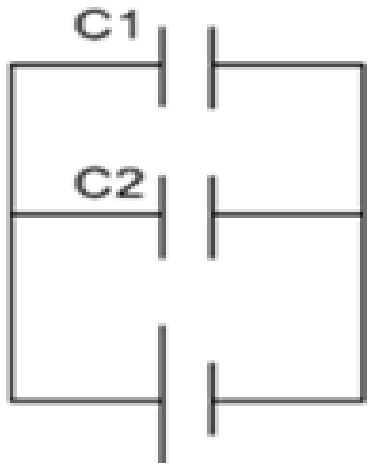
$$q=q_1=q_2=80\times10^{-6}C$$

وبالتالي:

$$V_1=\frac{q_1}{C_1}=\frac{80\times10^{-6}}{4\times10^{-6}}=20\,V$$

$$V_2=\frac{q_2}{C_2}=\frac{80\times10^{-6}}{2\times10^{-6}}=40\,V$$

١- المكثفان على التفرع:



V = 60 V

عند الربط على التفرع يتغير توزيع الشحنات على المكثفين

$$V_1' = V_2' = 60\ V$$

$$q_1' = V_1' C_1 = 60 \times 4 \times 10^{-6} = 240 \times 10^{-6}\ [C]$$

$$q_2' = V_2' C_2 = 60 \times 2 \times 10^{-6} = 120 \times 10^{-6}\ [C]$$

$$q_t' = 240 \times 10^{-6} + \quad 120 \times 10^{-6} = 360 \times 10^{-6}\ [C]$$

مسألة 5

مكثف مؤلف من طبقتين عازلتين مساحة كل منهما $30 \times 40\ Cm^2$ الأولى من الزجاج سماكتها $d_1 = 4\ mm$ و $\varepsilon_{r1} = 8$ ، والثانية سماكتها $d_2 = 1\ mm$ و $\varepsilon_{r2} = 3$. يطبق عليه توتر كهربائي $U = 10\ KV$ والمطلوب:

١- حساب السعة الكلية للمكثف.

٢- التوتر على كل طبقة.

٣- كثافة الشحنة على طرفي المكثف.

٤- شدة الحقل في كل سعة.

٥- القدرة المختزنة في كل طبقة وفي المكثف.

الحل:

-1

$$C_1 = \varepsilon_o \varepsilon_{r1} \frac{S}{d_1} = 8.85\times10^{-12} \times 8 \times \frac{40\times30\times10^{-4}}{4\times10^{-3}} = 212.4\times10^{-11}\, F$$

$$C_2 = \varepsilon_o \varepsilon_{r2} \frac{S}{d_2} = 8.85\times10^{-12} \times 3 \times \frac{40\times30\times10^{-4}}{1\times10^{-3}} = 318.6\times10^{-11} \quad F$$

$$C_{eq} = \frac{C_1 . C_2}{C_1 + C_2} = 1.275 \times 10^{-9}\, F$$

2- لحساب التوتر على كل طبقة يجب أن نحسب الشحنة الكلية:

$$q = C.V = 10 \times 10^3 \times 1.275 \times 10^{-9} = 1.275 \times 10^{-5}\ C$$

$$V_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{1.257 \times 10^{-5}}{2.124 \times 10^{-9}} = 6\ kV$$

$$V_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{1.257 \times 10^{-5}}{3.186 \times 10^{-9}} = 4\ kV$$

طريقة ثانية لحساب التوترات على المكثفات وذلك من خلال قانون مجزئ الجهد

$$U_1 = U\frac{C_2}{C_1 + C_2} \quad , \quad U_2 = U\frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

3 – كثافة الشحنة على أقطاب المكثف: Q

$$Q = \frac{q}{s} = \frac{1.275 \times 10^{-5}}{0.12} = 1.06 \times 10^{-4}\ C/m^2$$

4 – شدة الحقل في كل سعة:

$$E_1 = \frac{V_1}{d_1} = \frac{6 \times 10^3}{4 \times 10^{-3}} = 1.5 \times 10^3\ \ kV/m$$

$$E_2 = \frac{V_2}{d_2} = \frac{4 \times 10^3}{1 \times 10^{-3}} = 4 \times 10^3\ \ kV/m$$

طريقة ثانية لحساب شدة الحقل:

$$E_1 = \frac{Q}{\varepsilon_1} = \frac{1.06 \times 10^{-4}}{8 \times 8.85 \times 10^{-12}} = 1.5 \times 10^3\ KV$$

$$E_2 = \frac{Q}{\varepsilon_2} = \frac{1.06 \times 10^{-4}}{3 \times 8.85 \times 10^{-12}} = 4 \times 10^3\ KV$$

5 – القدرة المختزنة في كل طبقة من طبقات المكثف :

$$W_{C1} = \frac{1}{2} C_1 . {V_1}^2 = \frac{1}{2} \times 2.125 \times 10^{-9} \times 6000^2 = 38.25\, mJ$$

$$W_{C2} = \frac{1}{2} C_2 . {V_2}^2 = \frac{1}{2} \times 3.19 \times 10^{-9} \times 4000^2 = 25.5\, mJ$$

أو :

$$W_C = W_{c1} + W_{C2} = 63.75\, mJ$$

$$W_C = \frac{1}{2} C_{eq} . V^2 = \frac{1}{2} \times 1.275 \times 10^{-9} \times 10000^2 = 63.75\, mJ$$

مسألة 6:

يتألف مكثف من صفيحتين مربعتين متماثلتين من الألمنيوم أبعاد الواحدة $10 \times 10\ cm^2$.
ماهي سعة المكثف إذا كانت المسافة بين اللبوسين 1cm والعازل بينهما الهواء ؟ إذا شحن المكثف بشحنة مقدار 500 *PC*.

1- ماهو فرق الكمون بين هاتين الصفيحتين ؟
2- ماهي قيمة السعة وفرق الكمون إذا أصبح العازل شمعاً ذو سماحية نسبية $\varepsilon_r = 4$ بدلاً من الهواء؟
3- ماهي قيم كل من شدة المجال (الحقل) الكهربائي وكثافة الشحنة الكهربائية في المكثف بحالتي الهواء والشمع؟

الحل

١-

$$C_1 = \varepsilon_o \frac{S}{d} = 8.85\times10^{-12} \times \frac{10\times10\times10^{-4}}{1\times10^{-2}} = 8.85\times10^{-12}\ F$$

$$V_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{500 \times 10^{-12}}{8.85 \times 10^{-12}} = 56.4\ V$$

٢-

- عندما يصبح العازل **شمعاً** تتغير ε وتزداد السعة 4 مرات

$$C_2 = 4 \times 8.85 = 35.4\ P\ F$$

ويتناقص الكمون بنفس القيمة:

$$V_2 = \frac{56.4\ V}{4} = 14.1\ V$$

٣- شدة المجال و كثافة الشحنة:

شدة المجال:

$$E_1 = \frac{V_1}{d} = \frac{56.4}{0.01} = 5640\ V/m$$

كثافة الشحنة:

$$Q_1 = \varepsilon_o E_1 = 8.85 \times 10^{-12} \times 5640 = 5 \times 10^{-8}\ C/m^2$$

- عندما يصبح العازل **شمعاً** تصبح شدة المجال وكثافة الشحنة:

$$E_2 = \frac{V_2}{d} = \frac{14.1}{0.01} = 1410\ V/m$$

$$Q_2 = \varepsilon_o \varepsilon_r E_2 = 8.85 \times 10^{-12} \times 4 \times 1410 = 5 \times 10^{-8}\ C/m^2$$

ملاحظة: نلاحظ أن كثافة الشحنة لم تتغير بتغير نوع العازل.

مسألة 7:

مكثف مؤلف من لبوسين معدنيين متوازيين مساحة كل منهما $100 \times 100\ Cm^2$, والبعد بينهما $d = 2\ mm$ و ثابت العازلية النسبي للعازل $\varepsilon_r = 3.5$ ، فإذا طبق فرق كمون بين اللبوسين مقداره 500 V ، المطلوب حساب:

١- سعة المكثف.

٢- شحنة المكثف.

٣- كثافة الشحنة الكهربائية.

٤- شدة الحقل.

الحل

1-

$$C = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{S}{d} = 8.85\times10^{-12} \times 3.5 \times \frac{100\times100\times10^{-4}}{2\times10^{-3}} = 15.5\times10^{-9}\ F$$

2-

$$\mathrm{q} = \mathrm{C}\,.\,\mathrm{V} = 15.5 \times 10^{-9} \times 500 = 7.75 \times 10^{-6}\ \ C$$

3-

$$Q = \frac{q}{s} = \frac{7.75\times10^{-6}}{100\times100\times10^{-4}} = 7.75\times10^{-6} C\ /\ m^2$$

4-

$$E = \frac{V}{d} = \frac{500}{2\times10^{-3}} = 25\times10^{4}\ V\ /\ m$$

مسألة 8:

مكثف يتألف من صفيحتين متوازيتين مربعتين طول ضلع كل منهما 30 Cm والمسافة بينهما 2 mm، وضع بينهما عازلين سماكة كل منهما 1 mm، السماحية النسبية للعازل الأول $\varepsilon_{r1} = 3$ وللثاني $\varepsilon_{r2} = 5$، إذا طبق بينهما فرق كمون 500 V أوجد تدرج الكمون في كل من العازلين.

الحل:

$$C_1 = \varepsilon_o \varepsilon_{r1} \frac{S}{d_1} = 8.85\times10^{-12} \times 3 \times \frac{30\times30\times10^{-4}}{1\times10^{-3}} = 23.895\times10^{-10}\ F$$

$$C_2 = \varepsilon_o \varepsilon_{r2} \frac{S}{d_2} = 8.85\times10^{-12} \times 5 \times \frac{30\times30\times10^{-4}}{1\times10^{-3}} = 39.825\times10^{-10}\ F$$

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 14.934\times10^{-10}\ F$$

$$q = CV = 14.934 \times 10^{-10} \times 5 \times 10^{2} = 74.67 \times 10^{-8}\ C$$

بما أن المكثفين موصولين على التسلسل مع المنبع فإن:

$$q = q_1 = q_2$$

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{74.67 \times 10^{-8}}{23.895 \times 10^{-10}} = 312.5\,V$$

$$V_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{74.67 \times 10^{-8}}{39.825 \times 10^{-10}} = 187.5\,V$$

$$E_1 = \frac{V_1}{d_1} = \frac{312.5}{1 \times 10^{-3}} = 3.125 \times 10^{5}\ V$$

$$E_2 = \frac{V_2}{d_2} = \frac{187.5}{1 \times 10^{-3}} = 1.875 \times 10^{5}\ V$$

مسألة 9:

سعة مكثفين عند وصلهما على التسلسل $0.03\ \mu F$ وعند وصلهما على التفرع $0.16\ \mu F$ أوجد سعة كل من المكثفين.

الحل:

1- المكثفان على التسلسل:

$$C_{eq1} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 0.03\ \mu F$$

2- المكثفان على التفرع (التوازي):

$$C_{eq2} = C_1 + C_2 = 0.16\ \mu F$$

ومنه

$$\Rightarrow C_1 = 0.12\ \mu F$$

ومنه

$$\Rightarrow C_2 = 0.04\ \mu F$$

END OF LECTURE