خطوات حساب نهاية دالة

$\frac{\text{عدد}}{0} = \infty$

$\frac{\text{عدد}}{\infty} = 0$

$\frac{0}{\text{عدد}} = 0$

عندما $x \to$ عدد

1) تعويض مباشر بالعدد

2) كان ناتج التعويض $\frac{\text{عدد}}{0} = \infty$
نحدد إشارة ∞ وذلك باختبار إشارة كلاً من البسط والمقام .

(ينتج من ذلك وجود خط تقاربي vertical asymptote معادلته ($x =$ العدد)

2) إذا كان ناتج التعويض $\frac{0}{0}$ فإننا نلجأ لإحدى هذه الطرق (مايحدد الطريقة هو الدالة نفسها) :

*** الضرب في المرافق وقاعدته :**
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

**** فك التربيع والتكعيب:**

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

الفرق بين مربعين :
$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

الفرق بين مكعبين :

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

***** أخذ عوامل مشتركة ثم الحذف (الاختصارات) .**

****** التحليل لعوامل أولية والاختصار .**

عندما $x \to \pm\infty$

١) تعويض مباشر بـ $(-\infty)$ أو ∞

الدالة كثيرة حدود

نحسب النهاية للحد الذي به أكبر أس (فإذا كان الأس)

زوجي
$\lim_{x \to \pm\infty} x^n = \infty$

فردي
$\lim_{x \to +\infty} x^n = +\infty$
$\lim_{x \to -\infty} x^n = -\infty$

الدالة كسرية

$\frac{p(x)}{Q(x)}$

2) إذا كان الناتج $\frac{\infty}{\infty}$ نقسم كل حد في البسط والمقام على أكبر أس موجود في المقام وللسهولة فإن هناك 3حالات (نقارن درجة البسط بدرجة المقام) :

1) متساوية إذن الناتج = معامل أكبر أس في البسط على معامل أكبر أس في المقام . (ينتج خط تقاربي h. asy. معادلته $y = \dots$)

2) درجة البسط أقل الناتج = 0 (ينتج خط تقاربي h. asy. معادلته $y = 0$)

3) درجة البسط أكبر الناتج = $(-\infty)$ أو ∞

خطوط التقارب asymptote

Horizontal asmy.

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = L \ (\text{عدد})$$

معادلة h asym. هي $y = L$

Vertical asym.

نبحث عن أصفار المقام نعلم أن: $\frac{\text{عدد}}{0} = \infty$

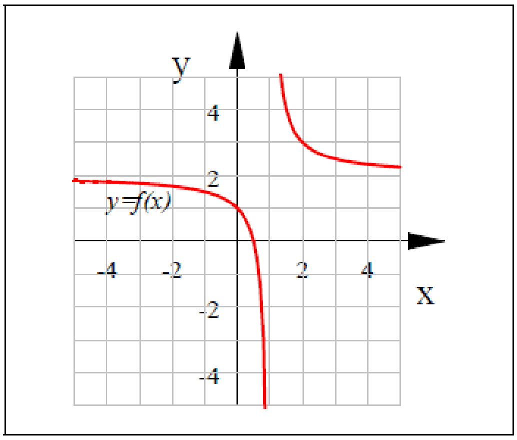
$\lim_{x\to a} f(x) = \infty \quad (\text{or } -\infty)$

$\lim_{x\to a^+} f(x) = \infty \quad (\text{or } -\infty)$

$\lim_{x\to a^-} f(x) = \infty \quad (\text{or } -\infty)$

معادلة v asym. هي $x = a$

مثال :



$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty \quad , \quad \lim_{x\to 1^+} f(x) = \infty \implies x = 1 \ (\text{v asym.})$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = 2 \quad , \quad \lim_{x\to -\infty} f(x) = 2 \implies y = 2 \ (\text{h asym.})$$

نهاية دالة من

اليمين

$\lim\limits_{x\to a^{+}} \mathrm{f(x)}$

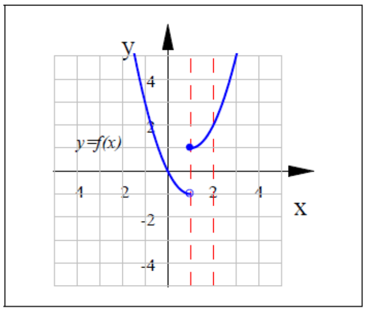
$x > a$

اليسار

$\lim\limits_{x\to a^{-}} \mathrm{f(x)}$

$x < a$

مثال (1) :



$$\lim_{x\to 1^{-}} \mathrm{f(x)} = -1 \quad , \quad \lim_{x\to 1^{+}} \mathrm{f(x)} = 1 \implies \lim_{x\to 1} \mathrm{f(x)} \ \textit{does not esxit}$$

$$\lim_{x\to 2^{-}} \mathrm{f(x)} = 2 \quad , \quad \lim_{x\to 2^{+}} \mathrm{f(x)} = 2 \implies \lim_{x\to 2} \mathrm{f(x)} = 2$$

مثال (2) :

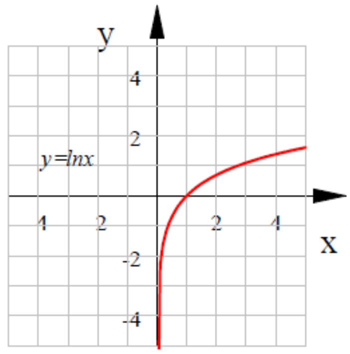
$$\mathrm{f(x)} = \begin{cases} \mathrm{x}+3, & x < 3 \\ 2\mathrm{x}+5, & x \geq 3 \end{cases}$$

$$\therefore \lim_{x\to 3^{-}} \mathrm{f(x)} = \lim_{x\to 3^{-}} (\mathrm{x}+3) = 6 \quad , \quad \lim_{x\to 3^{+}} \mathrm{f(x)} = \lim_{x\to 3^{+}} (2\mathrm{x}+5) = 11 \implies \lim_{x\to 3} \mathrm{f(x)} \ \textit{does not esxit}$$

مثال (3) :

$$\mathrm{f(x)} = \begin{cases} \mathrm{x}-1, & x < 4 \\ 2\mathrm{x}-5, & x \geq 4 \end{cases}$$

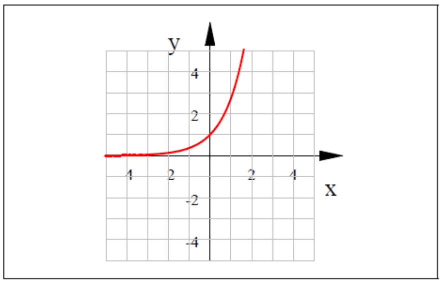
$$\therefore \lim_{x\to 4^{-}} \mathrm{f(x)} = \lim_{x\to 4^{-}} (\mathrm{x}-1) = 3 \quad , \quad \lim_{x\to 4^{+}} \mathrm{f(x)} = \lim_{x\to 4^{+}} (2\mathrm{x}-5) = 3 \implies \lim_{x\to 4} \mathrm{f(x)} = 3$$



$$\lim_{x\to\infty} \ln x = \infty \quad , \quad \lim_{x\to-\infty} \ln x = does\ not\ exists$$

$$\lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty \quad , \quad \lim_{x\to 0^-} \ln x = does\ not\ exists$$

$y = e^x$



$$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty \quad , \quad e^{\infty} = \infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} e^x = 0 \quad , \quad e^{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x\to\infty} \tan^{-1} x = \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x\to-\infty} \tan^{-1} x = -\frac{\pi}{2}$$

Theorem 3.5.6:

If $f(x)$ is continuous at a and g is continuous at $f(a)$, then the composite $g \circ f$ is continuous at a .

$$\lim_{x\to a} f(g(x)) = f(\lim_{x\to a} g(x))$$
