

الاسم:	
المدة:	ثلاث ساعات
الدرجة:	300

اختبارات المراجعة لطلاب  
الثالث الثانوي العلمي  
دورة 2018  
النموذج A

الجزء:	الأول
الوحدة:	المتتاليات ونهايتها
التاريخ:	2018 / 3 / 16

أولاً: أجب عن الأسئلة التالية: ( 30° درجة لكل سؤال )

السؤال الأول: أثبت صحة العلاقة "  $2^{3n} - 1$  مضاعف للعدد 7 " أيّ كان العدد الطبيعي  $n$ .

السؤال الثاني:  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية حسابية حدها الأول  $u_0$  وأساسها  $r$  فيها  $u_3 = -11$  و  $u_5 = -21$ ، احسب  $u_0$  و  $r$ .

السؤال الثالث: أثبت أن المتتالية  $u_n = \frac{\sqrt{n+1}}{n+1}$  متقاربة من الصفر.

ثانياً: حل التمرينات التالية: ( 60° درجة لكل تمرين )

التمرين الأول:  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفّة بالعلاقة  $u_{n+1} = u_n^2 + 4u_n + 2$  و  $u_0 = -1$  و المطلوب:

(1) أثبت أن  $-2 \leq u_n \leq -1$  أيّ كان العدد الطبيعي  $n$ .

(2) أثبت أن  $u_{n+1} - u_n = (u_n + 1)(u_n + 2)$  أيّ كان العدد الطبيعي  $n$ ، ثم استنتج أن المتتالية  $u_n$  متقاربة.

التمرين الثاني:  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفّة بالعلاقة  $u_{n+1} = 3u_n - 4$  و  $u_0 = 1$  و المطلوب:

(1) احسب الحدود  $u_1, u_2, u_3, u_4$ .

(2) حَمّن عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ ، ثم عبّر عن  $u_n$  بدلالة  $n$ .

ثالثاً: حل المسألة التالية: ( 90° درجة )

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفّة بالعلاقة  $u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n}$  و  $u_0 = 2$  و المطلوب:

(1) أثبت بالتدرّج أن  $u_n > 1$  و أن  $u_n > u_{n+1}$  ثم استنتج أن المتتالية  $u_n$  متقاربة.

(2) نعرّف المتتالية  $v_n = 3 + \frac{1}{u_n - 1}$ ، أثبت  $v_n$  حسابية، عين حدها الأول وأساسها.

(3) اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أن  $u_n = \frac{n+2}{n+1}$  واحسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

الاسم:	
المدة:	ثلاث ساعات
الدرجة:	300

اختبارات المراجعة لطلاب  
الثالث الثانوي العلمي  
دورة 2018  
النموذج B

الجزء:	الأول
الوحدة:	المتتاليات ونهايتها
التاريخ:	2018 / 3 / 16

أولاً: أجب عن الأسئلة التالية: ( 30° درجة لكل سؤال )

السؤال الأول:  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية حدها الأول  $u_0$  وأساسها  $q$  فيها  $u_3 = -\frac{1}{4}$  و  $u_5 = -\frac{1}{16}$ ، احسب  $u_0$  و  $q$ .

السؤال الثاني:  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة بالعلاقة  $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$  و  $u_0 = 0$ ، أثبت أن  $0 \leq u_n \leq 2$ .

السؤال الثالث: ادرس اطراد المتتالية  $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ .

ثانياً: حل التمرينات التالية: ( 60° درجة لكل تمرين )

التمرين الأول:  $(u_n)_{n \geq 1}$  متتالية معرفة بالعلاقة  $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$  و المطلوب:

(1) أوجد عددين حقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث  $u_n = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$  أيأ كان العدد الطبيعي  $n$ .

(2) ليكن في حالة  $n$  عدد طبيعي  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ ، عبّر عن  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج نهاية المتتالية  $S_n$ .

التمرين الثاني: أثبت أن المتتاليتين  $u_n = 2 - \frac{1}{n}$  و  $v_n = 2 + \frac{1}{n^2}$  متجاورتين، وعيّن نهايتهما المشتركة.

ثالثاً: حل المسألة التالية: ( 90° درجة )

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة  $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 3)$  و  $u_0 = 1$  والمطلوب:

(1) ادرس اطراد المتتالية  $u_n$ .

(2) ليكن  $\alpha$  حل المعادلة  $x = \frac{1}{2}(x + 3)$  و المتتالية  $v_n = u_n - \alpha$ ، أثبت  $v_n$  هندسية، عين حدها الأول وأساسها.

(3) اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أن عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ ، ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

الاسم:	
المدة:	ثلاث ساعات
الدرجة:	300

اختبارات المراجعة لطلاب  
الثالث الثانوي العلمي  
دورة 2018  
النموذج C

الجزء:	الأول
الوحدة:	المتاليات ونهايتها
التاريخ:	2018 / 3 / 19

أولاً: أجب عن الأسئلة التالية: ( 30° درجة لكل سؤال )

السؤال الأول: هل المتتالية  $u_n = \frac{n - 3 \sin n}{n}$  متقاربة؟ علل إجابتك.

السؤال الثاني: لتكن المتتالية المعرفة بالعلاقة  $u_{n+1} = 10u_n - 18$  و  $u_0 = 7$ ، أثبت بالتدريج أن  $u_n = 5 \times 10^n + 2$ .

السؤال الثالث: أثبت أن المتتالية  $u_n = \frac{6}{n^2 + 2n + 4}$  محدودة من الأعلى بالعدد 2.

ثانياً: حل التمرينات التالية: ( 60° درجة لكل تمرين )

التمرين الأول:  $(u_n)_{n \geq 1}$  متتالية معرفة بالعلاقة  $u_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!}$  و المطلوب:

$$(1) \text{ أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن } \frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}.$$

(2) استنتج أن العدد 3 راجح على المتتالية  $u_n$ ، ثم استنتج تقارب المتتالية  $u_n$ .

التمرين الثاني:  $a$  و  $b$  و  $c$  ثلاث حدود متوالية في متتالية هندسية أساسها  $q$ ، كما لدينا  $12a$  و  $5b$  و  $2c$  ثلاث

حدود متوالية في متتالية حسابية، احسب  $q$ .

ثالثاً: حل المسألة التالية: ( 90° درجة )

ليكن لدينا التابع  $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$  و المتتاليتين  $u_{n+1} = f(u_n), u_0 = 1$  و  $v_{n+1} = f(v_n), v_0 = 3$  و المطلوب:

(1) أثبت بالتدريج أن  $u_n \leq 2$  و أن  $u_{n+1} > u_n$  ثم استنتج أن المتتالية  $u_n$  متقاربة، واحسب نهايتها.

(2) أثبت بالتدريج أن  $v_n \geq 2$  و أن  $v_{n+1} < v_n$  ثم استنتج أن المتتالية  $v_n$  متقاربة، واحسب نهايتها.

(3) هل المتتاليتين  $u_n$  و  $v_n$  متجاورتين؟ علل ذلك.

الاسم:	
المدة:	ثلاث ساعات
الدرجة:	300

اختبارات المراجعة لطلاب  
الثالث الثانوي العلمي  
دورة 2018  
النموذج D

الجزء:	الأول
الوحدة:	المتاليات ونهايتها
التاريخ:	2016 / 3 / 19

أولاً: أجب عن الأسئلة التالية: ( 30° درجة لكل سؤال )

السؤال الأول: ادرس اطراد المتتالية  $u_n = \frac{10^n}{n}$ .

السؤال الثاني: أثبت أن  $3n^2 \geq (n+1)^2$  أيأ كان العدد الطبيعي  $n$ .

السؤال الثالث: أثبت أن المتتالية  $u_n = \frac{n + (-1)^n}{3n + 1}$  متقاربة.

ثانياً: حل التمرينات التالية: ( 60° درجة لكل تمرين )

التمرين الأول:  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفّة بالعلاقة  $u_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{n}{3^n}$  و المطلوب:

(1) أثبت مستعملاً البرهان بالتدرّيج أن  $n \leq 2^n$  أيأ كان العدد الطبيعي  $n$ .

(2) استنتج مما سبق عنصراً راجحاً على المتتالية  $u_n$ .

التمرين الثاني: أثبت أن المتتاليتين  $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$  و  $v_n = u_n + \frac{1}{n}$  متجاورتين.

ثالثاً: حل المسألة التالية: ( 90° درجة )

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفّة بالعلاقة  $u_{n+1} = \frac{-1 + 2u_n}{u_n}$  و  $u_0 = 2$  والمطلوب:

(1) أثبت بالتدرّيج أن  $u_n > 1$  و أن  $u_n > u_{n+1}$  ثم استنتج أن المتتالية  $u_n$  متقاربة.

(2) نعرّف المتتالية  $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$ ، أثبت  $v_n$  حسابية، عين حدها الأول وأساسها.

(3) اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أن  $u_n = \frac{n+2}{n+1}$  واحسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .