

الجزء الأول  
( ( الصفحة الأولى ) )

( 40 درجة لكل سؤال )

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية :

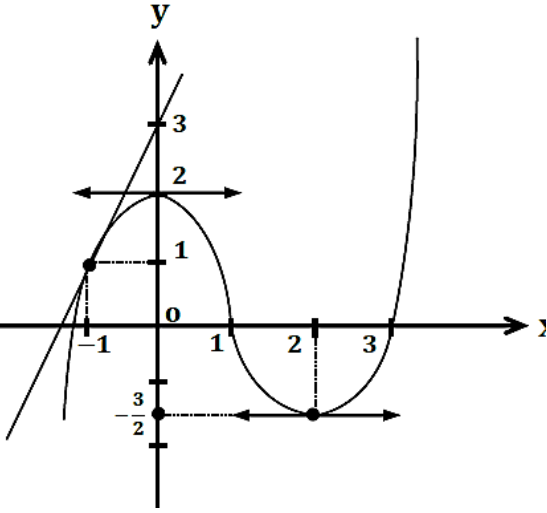
السؤال الأول : نجد جانباً  $C_f$  الخط البياني لتابع  $f$   
المعرف على  $\mathbb{R}$  و المطلوب :

(1) احسب  $f(2)$  ,  $f^{-1}(2)$

(2) ما هو عدد القيم الحدية محلياً للتابع  $f$  ؟

(3) عين صورة المجال  $[1,3]$  وفق  $f$

(4) اكتب معادلة المماس لمنحني التابع في نقطة منه  
فاصلتها  $x = -1$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(e^x)}{x^2 + 1} \quad (2)$$

السؤال الثاني : احسب النهايتين : (1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 - \cos 2x}{x e^x - x} \right)$

السؤال الثالث : حل المعادلة :  $\frac{1}{2} \ln(2x) = \ln(3-x) - \ln \sqrt{x+1}$

السؤال الرابع : أثبت أنه مهما كان  $n \in \mathbb{N}^*$  فإن :  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$

( 60 درجة لكل تمرين )

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية :

التمرين الأول : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة التدرجية وفق :  $u_{n+1} = \frac{u_n}{2 - u_n}$  ،  $u_0 = \frac{1}{2}$

(1) أثبت أن  $0 < u_n < 1$  أي كانت  $n$  من  $\mathbb{N}$

(2) نعرف  $(v_n)_{n \geq 0}$  حيث  $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$  أثبت أن  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية واستنتج  $v_n$  بدلالة  $n$

(3) اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  واحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (u_n)$

التمرين الثاني : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $]-1, +\infty[$  وفق :  $f(x) = \ln(x+1) - x$

(1) ادرس تغيرات التابع  $f$

(2) استنتج صحة المتراجحة :  $\ln(x+1) \leq x$  في حالة  $x > -1$

التمرين الثالث : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  وفق :  $f(x) = x\sqrt{2x-x^2}$

① تحقق أن مجموعة تعريف التابع هي :  $[0,2]$

② هل  $f$  اشتقاقي عند (2) ؟ ولماذا ؟

③ احسب  $f^{-1}(x)$  على المجال  $]0,2[$

التمرين الرابع : التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  بالصيغة :  $f(x) = \ln(e^x + 2)$

① أثبت أن التابع  $f$  يكتب بالصيغة :  $f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-x})$

② أوجد معادلتى المقارب الأفقي و المقارب المائل للخط  $C$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين :

( 100 درجة لكل مسألة )

المسألة الأولى : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق العلاقة :  $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$  خطه البياني  $C$

① أوجد معادلة كل مقارب للخط البياني  $C$  يوازي أحد المحورين الإحداثيين .

② ادرس تغيرات التابع  $f$  و نظم جدولاً بها و بين ماله من قيم حدية

③ أثبت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حل وحيد على المجال  $[-1,1]$

④ ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم  $C$

⑤ ناقش حسب قيم الوسيط  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = m$

⑥ احسب مساحة السطح المحصور بين الخط  $C$  و محور الفواصل و المستقيمين :  $x = -1$  و  $x = 1$

المسألة الثانية : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق :  $f(x) = (2-x)e^x$

① ادرس تغيرات التابع  $f$  و نظم جدولاً بها و دل على القيمة الحدية ثم ارسم  $C$

② احسب  $S$  مساحة السطح المحصور بين  $C$  و محور الفواصل و المستقيمين :  $x = 0$  و  $x = 2$

③ استنتج رسم  $C_1$  الخط البياني للتابع  $f_1(x) = (x-2)e^x$

④ عندما يدور السطح  $S$  حول محور الفواصل فإنه يولد مجسم دوراني حجمه  $V$

( $a$ ) عين الأعداد  $a, b, c$  حتى يكون التابع  $G : x \rightarrow (ax^2 + bx + c).e^{2x}$  هو تابع اصلي للتابع  $f^2$

( $b$ ) استنتج قيمة  $V$

(( انتهت الأسئلة ))

المدرس : كاسر خليل عتيق

مع التمنيات بالنجاح و التوفيق للجميع