Chapter 3

الاستاذة : سامية النجار

0580957642

المدينة المنورة

Chapter 3

3 – 1

Functions

* relation and function :- العلاقات والدوال

* تمثيل العلاقات بعدة أشكال

1- الأزواج المرتبة (x, y) ← Order pair

مثال :- ←$(2\,,3)$, $(-5\,,4)$ ومن غير صحيح عكسهما

$$(3\,,2) \neq (2\,,3)$$

1- Relation :- is a set of ordered pairs

العلاقة :- هي مجموعة من الأزواج المرتبة

2- Function :- is a relation in which for each distinct value of first component of order pairs

الدالة :- هي علاقة فيها كل مركبة أولى ترتبط بمركبة order pairs ثانية .

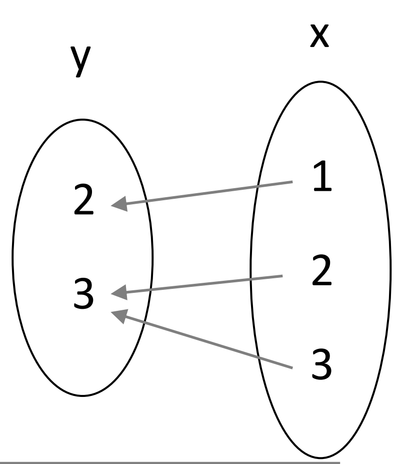
1- لتحديد ما إذا كانت العلاقة دالة أو غير دالة يجب أن يخرج معهم واحد فقط من x إلى y أو أن x لا تتكرر في العلاقة

$(3\,,4)\ (5\,,2)\ (1\,,2)$

↓ ↓ ↓

x x x

نلاحظ قيمة x لم تتكرر (Function) دالة



دالة Function خرج من كل عنصر x سهم واحد

أسئلة امتحانات على هذه الجزئية :

Example :

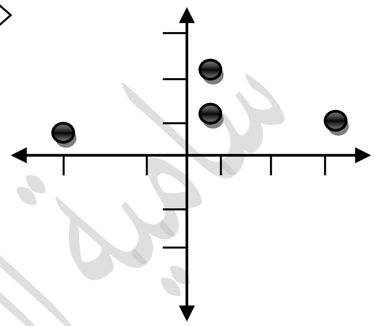
1- Which of following set is a function

أي من العبارات التالية يمثل دالة

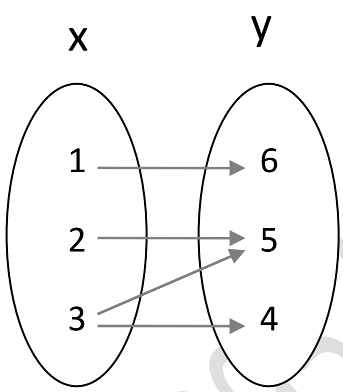
a

X	Y
-4	0
-2	2
0	4
-2	5
4	2

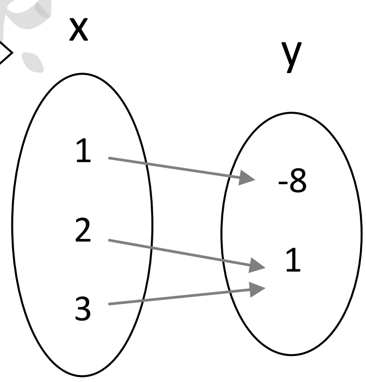
b



c



d



الحل الصحيح هو d لأن الاختيار a نجد أن 2- تكرر مرتين وفي الخيار b نجد أن X أخذت 1 مرتين و الخيار c خرج سهمين من 3

2- Which of these relation choices represent a function

a- (0 , 0) (2 , 5) (3 , 4) (2 , 0)

b- (1 , 5) (2 , 3) (5 , 5) (3 , 4)

نلاحظ هنا X لم تتكرر بالتالي هي دالة Function

تابع الأسئلة :

Given the relation D = $\{(6,4),(8,-1),(x,7),(-3,-6)\}$ which of the following values for x will make relation D a function ?

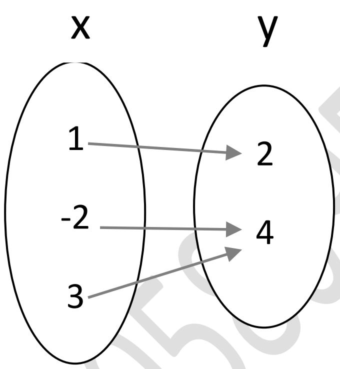
A- -3 b- -6 c- 8 d- 6

من العلاقة التالية ما هي قيمة x التي تجعل العلاقة دالة

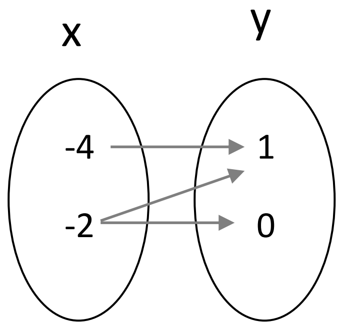
* لكي تصبح دالة لابد من أن x لا تتكرر

فإن قيمة x في العلاقة $(6\ ,8\ ,-3)$ فإن x هي -6

2- من الأشكال التي تمثل بها العلاقات هي mapping (المخطط السهمي)



Not function



function

* Domain and range :-

Domain → مجال , range → المدى

Domain → X دائماً يكون قيم

Range → y دائماً يكون قيم

Example :-

a- $(3,-1)\ (4\ ,2)\ (4\ ,5)\ (6\ ,8)$ Find Domain and range

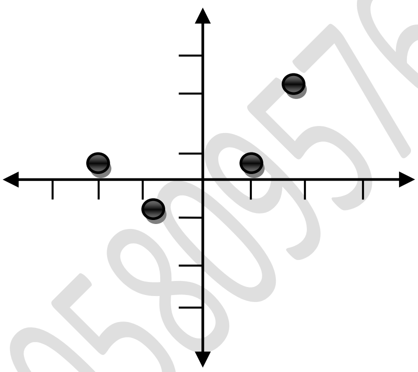
Domain $\{3\ ,4\ ,6\}$, Range $\{-1\ ,2\ ,5\ ,8\}$

b-

X	Y
-5	2
0	2
5	2

$\rightarrow$ Domain $\{-5\ ,0\ ,5\}$, Range $\{2\}$

c-

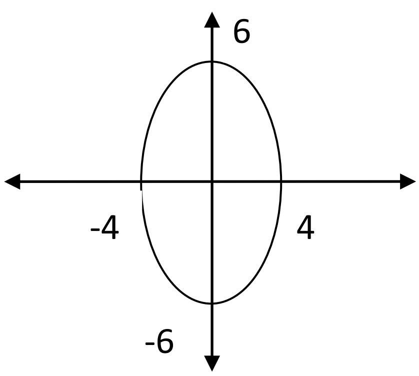


النقاط

$(-2,1)\ (-1\ ,-1)\ (1\ ,1)\ (2\ ,2)$

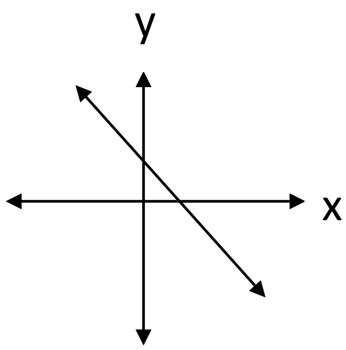
Domain $\{-2\ ,-1\ ,1\ ,2\}$

Range $\{1\ ,-1\ ,2\}$



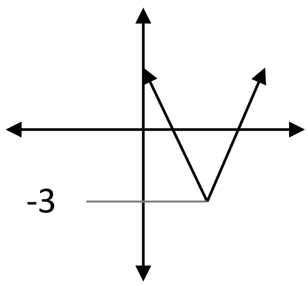
Domain $[-4\ ,4]$

Range $[-6\ ,6]$



Domain $(-\infty , \infty)$

Range $(-\infty , \infty)$



Domain $(-\infty , \infty)$

Range $(-3 , \infty)$

* ملاحظة مهم :-

إذا لم يحدد المجال و المدى فإنه يفترض أن مجال العلاقة هي الأرقام الحقيقية .

Example :- Find the domain and range

إيجاد المجال والمدى

* حالات إيجاد المجال والمدى :-

1- إذا كانت الدالة معادلة خطية على صورة aX + b

مثلاً : 3x + 4 فإن المجال والمدى هو مجموعة الأعداد الحقيقية $(-\infty , \infty)$

2- إذا كانت الدالة نسبية أي على شكل فإن المجال هو المقام = صفر

مثلا $\frac{3x+4}{5x+1}$ نأخذ المقام ونساويه بالصفر 5x + 1 = 0

$\frac{5x}{5} = \frac{-1}{5} \rightarrow x = \frac{-1}{5}$ فالتالي المجال جميع الأعداد الحقيقة ما عدا $\frac{-1}{5}$ $R/\left\{\frac{-1}{5}\right\}$

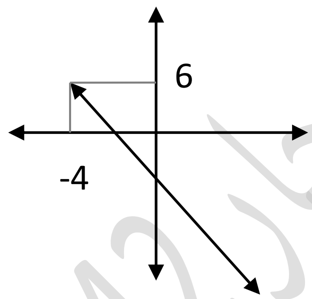
3- إذا كانت الدالة جذرية فإن المجال يساوي ما تحت الجذر الأكبر من أو يساوي الصفر .

مثلاً : $f(x) = \sqrt{x-4}$

Domain $x - 4 \geq 0 \;\rightarrow\; x \geq 4 \;\rightarrow\; [\,4\,,\infty\,)$

أسئلة اختبارات على هذه الجزئية :

1- Determine The range and domain of the following



a- $(-\infty\,,\infty)$

Range → b- ($-\infty$, 2]

c- [-4 , ∞)

Domain → d- ($-\infty$, -4]

المجال :- يكون دائما من محور السينات (x)

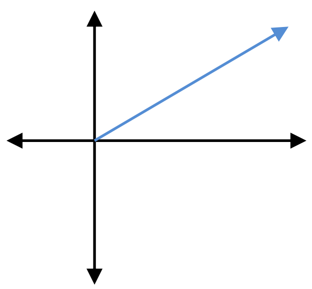
Domain ($-\infty$, -4]

المدى:- على محور الصادات (y)

Range ($-\infty$, 2]

2- Determine the domain (D) and range (R) of this graph

حددي المجال و المدى من الرسم



Domain = $x \geq 0$; Range = $y \geq 0$

Determine the domain of function $y = \frac{1}{x^2-4}$

Domain= المقام = الصفر

$X^2 - 4 = 0$

$X^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$

1- $R/\{-2\,,2\}$ تمثل بعدة طرق

2- $-\infty$ ∞ -2 2 $\rightarrow (-\infty, -2) \cup (2\,,\infty) \cup (-2\,,2)$

The domain of the relation $y = \frac{x}{3x^2-27}$ is

$3X^2 - 27 = 0 \rightarrow \frac{3x^2}{3} = \frac{27}{3} \rightarrow X^2 = 9 \rightarrow X = \pm 3$

Domain : $R/\{-3\,,3\}$

Domain : $(-\infty, -3) \cup (-3\,,3) \cup (3\,,\infty)$

The domain of the relation $y^2 \le x$ is

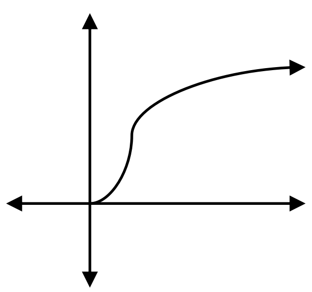
$Y^2 \le x$ بأخذ الجذر للطرفين

$$\sqrt{y^2} \le \sqrt{x}$$

$$y \le \sqrt{x}$$

Domain = $[\,0\,,\infty\,)x \ge 0 \rightarrow$

ممثلة بالرسم :

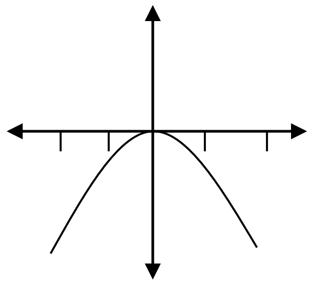


The domain and the range of the function

$$f(x) = -x^2$$

أولاً : أن هذه الدالة هي تربيعية نرسمها و نحدد مجالها ومداها

قيمة سالبة = a $\quad y = -x^2$ أن قيمة الدالة إلى أسفل



Y	X
0	0
-1	1
-4	-2
-1	1

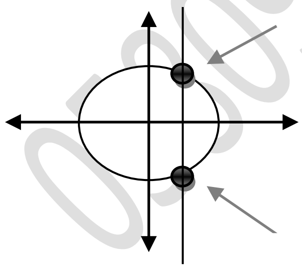
Domain $(-\infty , \infty)$

Range $(-\infty , 0)$

Vertical line test → اختبار الخط الرأسي

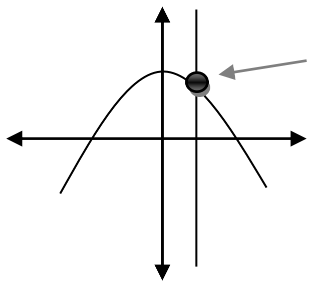
يستخدم اختبار الخط الرأسي لمعرفة إذا ما كانت العلاقة دالة أو غير دالة.

1- تكون دالة إذا كان الخط الرأسي يقع في نقطة واحدة



قطع في نقطتين فهي ليست دالة

Not function

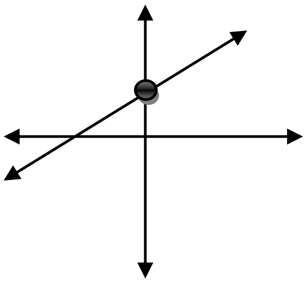


قطع في نقطة واحدة فهو دالة

function

Example 3 :-

a- $y = x + 4$



لأنها دالة خطية

Domain $(-\infty , \infty)$

Range $(-\infty , \infty)$

---

b- $y = \sqrt{2x - 1}$

Domain : $2x - 1 \geq 0 \rightarrow 2x \geq 1 \rightarrow [\frac{1}{2} , \infty)$

Range $[0 , \infty)$

لأنها دالة جذرية نأخذ جميع القيم الموجبة وهو ثابت

Find domain and range

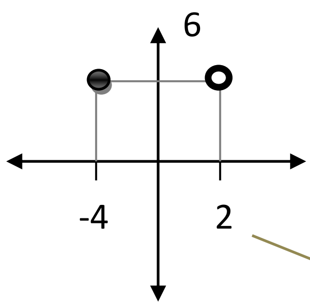
فترة مغلقة

فترة مفتوحة

Domain $[-4 , 2) \cup (2 , \infty)$

المجال

$\{x | x \geq -4 , x \neq 2\}$



مفتوحة

Range $(-\infty , -2) \cup \{6\}$

لأنها نقطة نضعها داخل مجموعة

Find the domain $\frac{4x + 1}{3x^2 + 2} \rightarrow 3x^2 + 2 = 0 \rightarrow 3x^2 - 2$

R تربيع ولا يمكن أخذ الجذر السالب بالتالي فإن المجال هو $X^2 = \frac{-2}{3}$

* Function notation :-   تعويض القيم بـ x

$f(x) = y \rightarrow$ معادلة بالمتغير x

Example :-

$$y = f(x) = 3x - 5$$

Name of function

Name the independent variable

and $g(x) = 2x + 3f(x) = -x^2 + 5\text{x} - 3$

Find , $g(a+1)$, $f(2)$

1- $g(a+1) = g(a+1) = 2(a+1) + 3 = 2a + 2 + 3 = 2a + 5$

2- $f(2) = -(2)^2 + 5(2) - 3 = -4 + 10 - 3 = 3$

Example 4 :-

تعني x

For each function find $f(3)$

$$f = \{(-3\,,5)\,,(0\,,3)\,,(3\,,1)\,,(6\,,-1)\}$$

Form ordered pair $x = 3 \rightarrow y = 1$

Using function notation , then find $f(2)$, $f(a)$

$$x - 4y = 5$$

$$* \ f(x) = y$$

$$-4y = -x + 5$$ بالقسمة على 4-

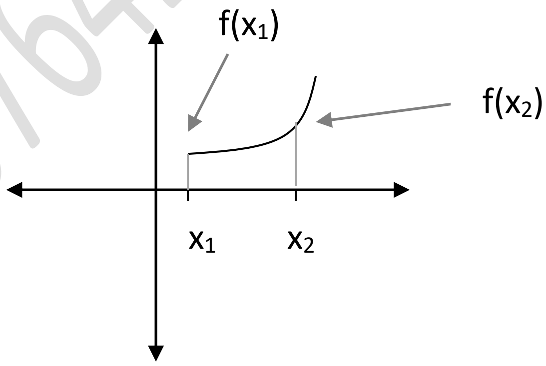
$$y = \frac{-x}{-4} + \frac{5}{-4} \rightarrow y = \frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$$

So $f(-2) = \frac{1}{4}(-2) - \frac{5}{4} = \frac{-7}{4}$

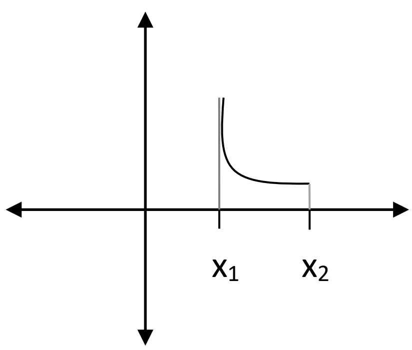
1- increasing , Decreasing , and constant function

تزايدية تناقصية الثابتة دالة

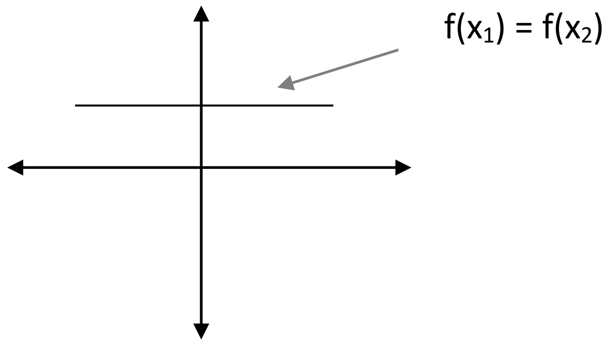
a- increasing if $X_1 < X_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$



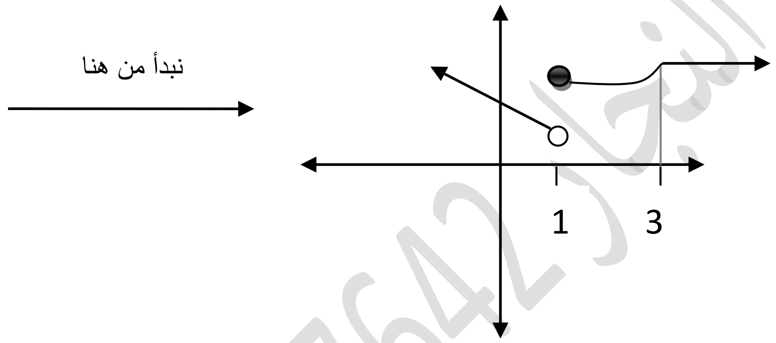
2- Decreasing $X_1 < X_2$, $f(x_1) > f(x_2)$



3- Constant $f(x_1) = f(x_2)$



Example :



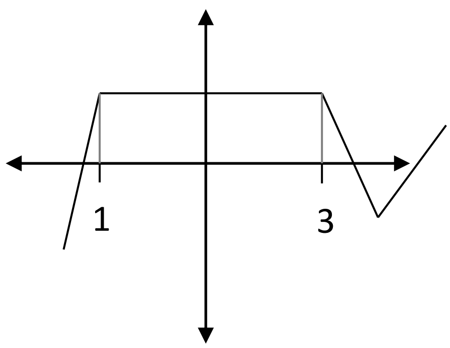
نبدأ من اليسار لليمين

decreasing $(-\infty, 1)$

increasing $[1, 3]$

$[3, \infty)$ constant

Where is the function constant



constant $(1, 3)$

3 – 2

Equation of lines

المعادلات الخطية

–slope – point form   صيغة الميل و نقطة

* معادلة الميل و نقطة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

m → slope → الميل

يكون معطى في السؤال نقطة (x_1 , y_1) و slope الميل

Point $(3 , 4)$, Slope (-4)

Write the linear equation

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 4 = -4(x - 3)$

$y - 4 = -4x + 12$

$y = -4x + 12 + 4$

$y = -4x + 16$

* إذا طلب مني كتابة المعادلة على الصورة القياسية

Write the equation in stander form

$$Ax + By = C$$

من المعادلة السابقة أو المثال السابق

$y = -4x + 16 \rightarrow$ بدلالة الميل والمقطع

$$y = mx + b$$

Slope and intercept

لكي أكتبها بدلالة الصورة القياسية تصبح

$$y + 4x = 16$$

إذا ملخص ما هو قبل :

1- slope – point   بدلالة الميل والمقطع

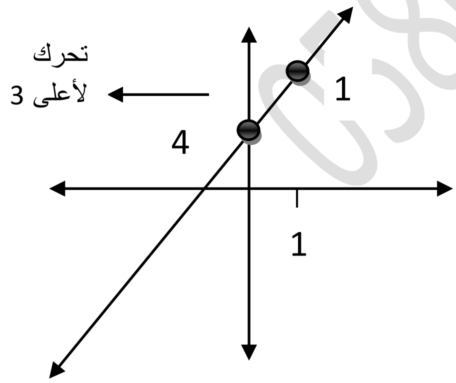
$y - y_1 = m(x - x_1)$

point , slope معطى في السؤال

2- slope – intercept   الميل و المقطع

$$\underset{\text{slope}}{y = \underbrace{mx}} + \underbrace{b}_{\text{Intercept with } y \text{ axies}}$$

تقاطع مع المحور y



$$y = 3x + 4$$

$$\frac{3}{1} \leftarrow$$

تحرك لأعلى 3 و لليمين 1

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

3- على الصورة القياسية (stander – form)

$$Ax + By = C$$

أسئلة امتحانات :

10- Find the equation the line pass

Two point $\left(1\,,\frac{16}{3}\right)$ and $\left(-1\,,\frac{20}{3}\right)$

المطلوب : معادلة الخط المستقيم بدلالة نقطية

أولاً : $y = mx + b$

$$\mathrm{m} = \frac{\mathrm{y}_2 - \mathrm{y}_1}{\mathrm{x}_2 - \mathrm{x}_1} = \frac{\frac{20}{3} - \frac{16}{3}}{-1 - 1} = -\frac{2}{3}$$

و بعد ذلك نختار نقطة من النقاط ونعوض في معادلة الميل و المقطع

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

نحن اخترنا النقطة $(x_1\,,\,y_1) = \left(1\,,\frac{16}{3}\right)$

$$y - \frac{16}{3} = -\frac{2}{3}(x - 1)$$

$$y - \frac{16}{3} = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3} + \frac{16}{3}$$

$$\text{D} \rightarrow \quad y = \frac{-2}{3}x + 6$$

Write the equation of line through

having slope -3$(-4\,,1)$

$$y-y_1=m(x-x_1) \longleftarrow$$ قانون الميل ونقطة

$$y-1=-3(x-4)$$

$$y=-3x-12+1$$

$$y=-3x-11$$

معادلة الخط المستقيم بدلالة الميل و المقطع

$y=-3x-11$ فرضاً طلب بالصورة القياسية

* Write the equation of line through

write the result in stander form$(-3\,,2)$ and $(2\,,-4)$

اكتبيه بالصيغة القياسية

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{2-(-3)}=\frac{-6}{5}$$

$$m=\frac{-6}{5}$$

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

نختار النقطة $(-3\,,2)$

$$y-2=\frac{-6}{5}(x+3)$$

$$5(y-2)=-6(x+3)\ \rightarrow 5y-10=-6x-18$$

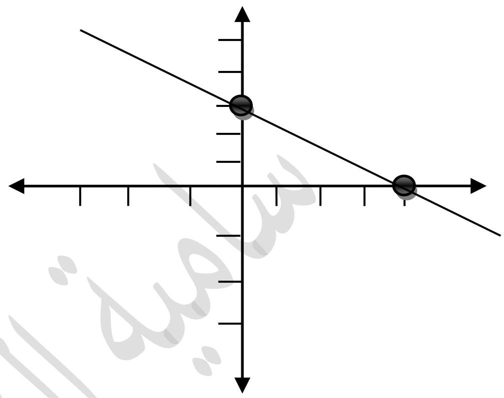
$$5y+6x=-18+10$$

Stander form$5y+6x=-8$ $\leftarrow$

* سؤال امتحان :

Write the equation of the line show in figure :-

أعطانا رسمه مطلوب منا إيجاد معادلة الخط المستقيم



$y = mx + b$

m نختار نقطتين على الخط

$(0\,,3)\ (4\,,0)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-3}{4-0} = \frac{-3}{4}$$

$$y = \frac{-3}{4}x + 3$$

---

* سؤال امتحان :

Write the equation of line show in the figure :-

رسمه سؤال 11

$(1\,,0)\ (0.2\ ,\ 0.6)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0.6-0}{0.2-1} = \frac{-3}{4}$$

إيجاد قيمة b

$$y = mx + b$$

$$= \frac{-3}{4}x + b$$

نختار نقطة من النقاط $(1\,,0)$

$$y = \frac{-3}{4}x + y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 0 = \frac{-3}{4}(x - 1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (A)$$

Find the slope of the line through the point
$(a\,,b)$ and $(b\,,a)$

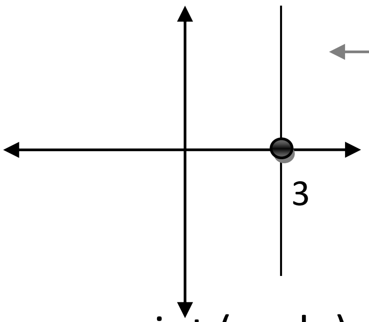
$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{a-b}{b-a}=\frac{-(b-a)}{b-a}=-1$$

---

* معادلات خطية مهمة جداً

Vertical and horizontal line

الخط الأفقي و الخط الرأسي



الخط الرأسي

Vertical line

m = undefined

غير معرفة

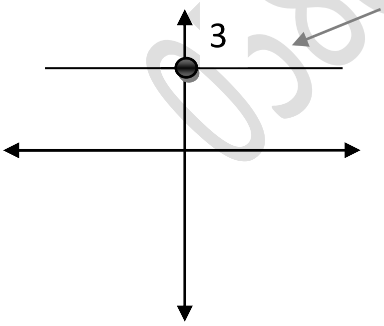
$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{\square}{\circ}=\infty$$

point (a , b) x = a

X = k , X = 3 ومعادلته

الخط الأفقي

horizontal line



slop = zero

$$m=\frac{0}{3}=0$$ مثلاً

y = k , y = 3 ومعادلاته

(a , b) → y = b

مثال : $(3\,,4)\;(5\,,4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-4}{5-3}=\frac{0}{2}=0$$

y = k → y = 4

parallel lines — 1 - المستقيمان المتوازيان

إذا ميل المستقيم الأول = ميل المستقيم الثاني

$$m_1 = m_2$$

2- المستقيمان المتعامدان

إذا حاصل ضرب الميل الأول × الميل الثاني = 1-

$$m_1 \times m_2 = -1$$

Homework 3

Write with slop – intercept and stander form of the line pass point (3 , 5) :-

a- Parallel to the line $2x + 5y = 4$

$$2x + 5y = 4 \;\rightarrow\; \frac{5y}{5} = \frac{-2x}{5} + \frac{4}{5} \;\rightarrow\; y = \frac{-2}{5}x + \frac{4}{5}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \qquad \rightarrow \qquad y - 5 = \frac{-2}{5}(x - 3)$$

$$m = \frac{-2}{5}$$

$$y - 5 = \frac{-2}{5}x + \frac{6}{5} \qquad \rightarrow \qquad y = \frac{-2}{5}x + \frac{31}{5}$$

stander form $5y + 2x = 31$

b- perpendicular التعامد

$$2x + 5y = 4$$

$$\frac{5y}{5} = \frac{-2x}{5} + \frac{4}{5}$$

$$y = \frac{-2}{5}x + \frac{4}{5}$$

$$m_2 = \frac{5}{2}$$

$$y - y_1 = \frac{5}{2}(x - x_1)$$

$$y - 5 = \frac{5}{2}(x - 3)$$

$$y - 5 = \frac{5}{2}x - \frac{15}{2}$$

$$y = \frac{5}{2}x - \frac{15}{2} + 5$$

$$y = \frac{5}{2}x - \frac{5}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(5x - 5)$$

$$2y = 5x - 5$$

$$2y - 5x = -5 \quad \text{stander}$$

3 – 3

Function operation and cam position

العمليات على الدوال و التراكيب

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

Example :-

$$,\quad g(x) = 2x^2 + x + 5 f(x) = 3x^2 + 1$$

$$(f+g)(x) = 3x^2 + 1 + 2x^2 + x + 5$$

$$= 5x^2 + x + 6$$

$$(f-g)(x) = (3x^2 + 1) - (2x^2 + x + 5)$$

$$= 3x^2 + 1 - 2x^2 - x - 5$$

$$= x^2 - x - 4$$

$$(f\,g)(x) = f(x)\,.\,g(x)$$

$$= (3x^2 + 1)\,.\,(2x^2 + x + 5)$$

$$= 6x^4 + 3x^3 + 15x^2 + 2x^2 + x + 5$$

$$= 6x^4 + 3x^3 + 17x^2 + x + 5$$

ملاحظات مهمة :-

For function f, g the domain of $f+g$, $f-g$ and $f.\,g$ include all real number in the intersection of domain of f and g . while the domain of $\frac{f}{g}$ includes these real numbers in the intersection of domain of f and g for which $g(x) \neq 0$.

Example :-

1- $f(x) = x^2 + 1 \quad , \quad g(x) = 3x + 5$

$$(f+g)(x) = x^2 + 1 + 3x + 5$$

$$= x^2 + 3x + 6$$

$$(f+g)(1) = 1^2 + 3(1) + 6 = 10$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(0) = \frac{x^2+1}{3x+5} = \frac{0^2+1}{3(0)+5} = \frac{1}{5}$$

Homework 1

2- $f(x) = 8x - 9 \quad , \quad g(x) = \sqrt{2x+1}$

$$(f\ g)(x) = 8x - 9\ .\ \sqrt{2x+1}$$

Find the domain of function

$f(x) = 8x - 9 \quad (-\infty, \infty)$ هي معادلة خطية فإن مجالها الأعداد الحقيقة

$$g(x) = \sqrt{2x-1}$$

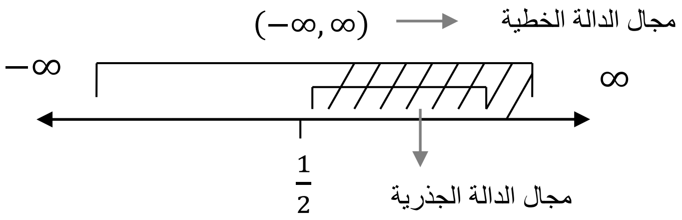
$$2x - 1 \geq 0 \quad \rightarrow \quad x \geq \frac{1}{2}$$

Domain $= [\frac{1}{2}, \infty)$

لإيجاد المجال تأخذ مجال الدالة الأولى تقاطع مجال الدالة الثانية

$$f(x) \cap g(x)$$

$$(-\infty, \infty) \cap \left(\frac{1}{2}, 0\right)$$



يتقاطعوا في $[\frac{1}{2}, \infty)$

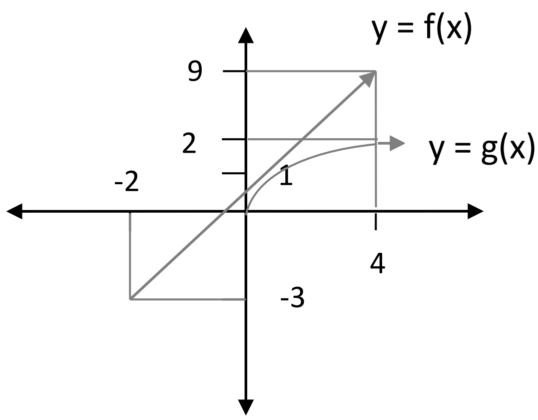
* ملاحظة هامه :

$$f + g \quad , \quad f - g$$

مجالها هو حاصل تقاطع مجال f مع g

مجالها $\frac{f(x)}{g(x)} = g(x) \neq 0$

الدالة النسبية مجالها المقام ≠ الصفر .



Find $(f + g)(x)$

$f(4) = 9 \quad , \quad g(4) = 9$

$f(4) + g(4) = 9 + 2 = 11$

For $(f - g)(-2)$ although

$f(-2) = -3$

is undefined because -2 is not in the domain g$g(-2) =$

قيمة غير معرفة لأن النقطة 2- غير معرفة على مجال الدالة g

---

* ملاحظات مهمة :-

Domain المجال

1- Polynomial كثيرات الحدود

Domain = R , all real number $(-\infty, \infty)$

2- Fraction $\frac{f(x)}{g(x)}$ كسري

Domain = $D_f \cap D_g - \{\text{المقام أصفار}\}$

3- Even root الجذر الزوجي

$$\sqrt{f(x)} \ , \sqrt[4]{f(x)} \ , \sqrt[6]{f(x)}$$

إذا كان $\rightarrow$ polynomial $f(x) \geq 0$ ما بداخل الجذر أكبر أو يساوي الصفر

إذا لم يكن $D_{f(x)} \ \cap$ polynomial $f(x) \geq 0$.

4- Odd root $\rightarrow$ الجذر الفردي

$$D = D_{f(x)} \ . \ \sqrt[3]{f(x)}$$

5- $f(x) \pm g(x) = D = D_f \cap D_g$.

6- $f(x) \ . \ g(x) \rightarrow D = D_f \cap D_g$.

1- $f(x) = \frac{x^2 + 5x}{x^2 - 4x}$

$R - \{\text{المقام أصفار}\}$ Domain $= R - \{0\,, 4\}$

$x(x-4) = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0\ ,\ x = 4$

2- $f(x) = \frac{1 - x}{x^2 - 3}$

$R - \{\text{المقام أصفار}\}$

$x^2 + 3 = 0 \ \rightarrow \ x = \sqrt{-3}$ خطأ

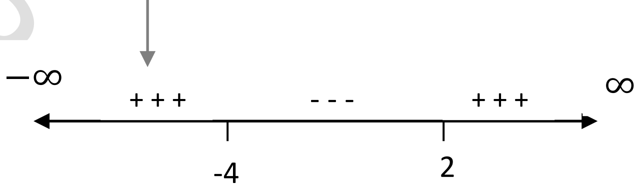
Domain = R فالتالي

3- $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

$x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 4 \quad \rightarrow \quad x = \pm 2$

إذا عوضنا داخل الجذر :



Domain = ($-\infty$, -2] ∪ [2 , ∞)

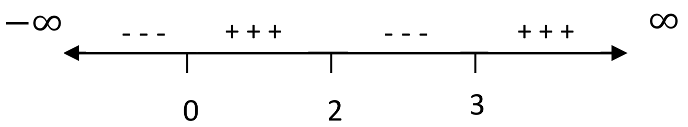
جذر زوجي

$$f(x) = \sqrt[4]{x^3 - 5x^2 + 6x}$$

$$x(x^2 - 5x + 6)$$

$$x = 0 \;,\; x = 3 \;,\; x = 2$$

نعوض لازم يطلع قيم موجبة



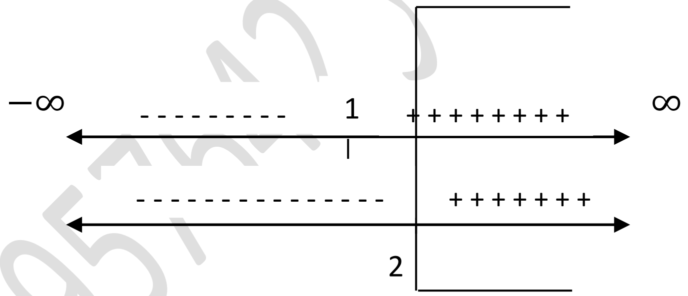
Domain = [0 , 2] ∪ [3 , ∞)

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$$ كسري

Domain البسط $x \geq 1$

Domain المقام $x \geq 2$

للبسط $x \geq 1$



المنطقة الموجبة نأخذ

D = [2 , ∞) − {2}

التقاطع أصفار المقام

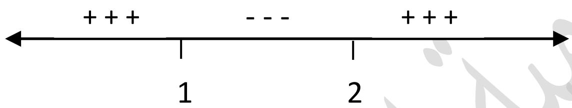
$$D = (2 \,, \infty)$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$$ جذر كامل للبسط و المقام

$$\frac{x-1}{x-2} \geq 0$$

$$x - 2 = 0x - 1 = 0$$

$$x - 2x = 1$$



Domain = $(-\infty, 1] \cup (2, \infty)$

مفتوحة لأنها صفر المقام

1- $f(x) = \sqrt[3]{\frac{5}{x}}$

$\frac{5}{x} \rightarrow x = 0$

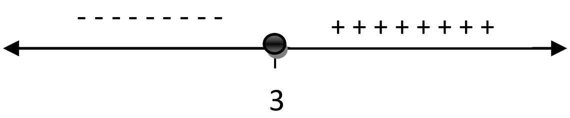
$R - \{0\}$

2- $\sqrt[3]{x-5}$

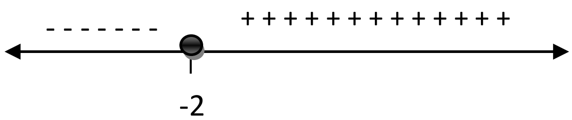
Domain = R

$(-\infty, \infty)$

$$f(x) = \sqrt{x-3} - \sqrt{x+2}$$



$\sqrt{x-3}$



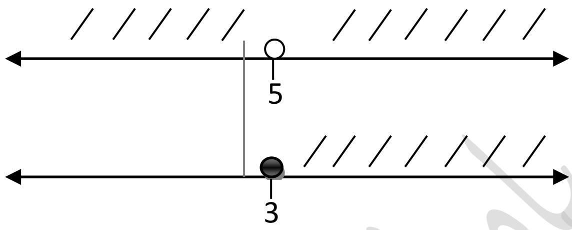
$\sqrt{x+2}$

$Domain \ [-2, \infty)$

$f(x) = \frac{1}{x-5} \quad , \quad g(x) = \sqrt{x-3}$

$f(x) = Domain \;\; x = 5 \;\; \rightarrow \;\; R - \{5\}$

$g(x) = Domain \;\; x - 3 \geq \;\; x \geq 3$



$[\,3\,,5\,) \cup (5\,,\infty)$

5 مفتوحة لأنها صفر المقام

Composition of function and domain

$$(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big)$$

The domain of $g \circ f$ is the set of all numbers x in the domain of f such that $f(x)$ is in the domain of g

$f(x) = 2x - 1 \quad , \quad g(x) = \frac{4}{x-1}$

Find $(g \circ f)(2)$

$f\big(g(x)\big) = 2\left(\frac{4}{x-1}\right) - 1$

$= \frac{8}{x-1} - 1 = \frac{8}{2-1} - 1$

$\frac{8}{1} - 1 = 8 - 1 = 7$

Example :-

Let the Function

$f(x) = x^2 - 1 \quad , \quad g(x) = \frac{1}{x^2+1}$

$(g \circ f)(x)$

$$g\big(f(x)\big) = \frac{1}{(x^2-1)^2+1} = \frac{1}{x^4-2x^2+1+1} = \frac{1}{x^4-2x^2+2}$$

خطوات إيجاد المجال $f \circ g$

1- Find Domain of inside function $[g(x)]$

2- Find Domain of composite function $f \circ g(x)$

3- $D_{g(x)} \cap D_{f \circ g(x)}$

* $f(x) = \sqrt{x-1} \quad , \quad g(x) = x^2 + 1$

Find $D_{f \circ g(x)}$

أولاً لإيجاد مجال الداخلية

inside

$(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big)$

-1 $D_{\mathrm{f}} = [1, \infty)$

2- Composition نوجد مجال الترتيب التركيب

$(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big) = g\big(\sqrt{x-1}\big) = \big(\sqrt{x-1}\big)^2 + 1$

Domain IR $(g \circ f)(x) = x - 1 + = x$

$D_{f \circ g(x)} = [1, \infty) \cap R = [1, \infty)$

$f(x) = \frac{1}{x-1}$, $g(x) = \frac{3x-10}{x+2}$

Find domain $f \circ g(x)$

1- أولاً نوجد مجال الداخل

$$f(g(x))$$

$$g(x) \to Domain\ x + 2 = 0 \to x = -2$$

2- أوجد composition

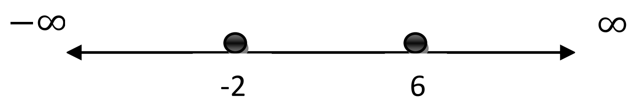
$$f(g(x))$$

$$\frac{1}{\left(\frac{3x-10}{x+2}\right)-1} = \frac{1}{\frac{3x-10-x-2}{x+2}} = \frac{1}{\frac{2x-12}{x+2}} = \frac{x+2}{2x-12}$$

$$= D_{f \circ g(x)} = 2x = 12 \ \to x = 6$$

$$D_{f \circ g} = D_{g(x)} \cap D_{f \circ g}$$

$$= R - \{-2\} \cap R - \{6\}$$



Homework 5

$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = 4x + 2$

$f \circ g(x)$

$f\left(g(x)\right) \rightarrow$ أولاً نوجد مجال الداخل $g(x)$

$g(x) = Domain = R$

ثانياً نوجد Composition

$f\left(g(x)\right) = \sqrt{4x + 2}$

Domain = $4x + 2 \geq 0$

$x \geq \frac{-2}{4} \rightarrow x \geq \frac{-1}{2} \rightarrow \left[\frac{-1}{2}, \infty\right)$

$D_{f \circ g} = D_{g(x)} \cap D_{f \circ g}$

$R \cap \left[\frac{-1}{2}, \infty\right) = \left[\frac{-1}{2}, \infty\right)$

$f(x) = \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = 4x + 2$

$g \circ f \rightarrow g\left(f(x)\right)$

أولاً نوجد ما بداخل $Domain \;\; f(x)$

$f(x) \rightarrow x \geq 0 \;, [0, \infty)$

ثانياً نوجد Composition

$g \circ f = \mathrm{g}\left(\mathrm{f}(\mathrm{x})\right) = 4\sqrt{\mathrm{x}} + 2$

$D_{g \circ f} = R \;, \; D_{g \circ f} = D_f \cap D_{g \circ f} = [0, \infty) \cap R = [0, \infty)$

Example 2 :-

$$f(x)=\frac{6}{x-3}\quad,\quad g(x)=\frac{1}{x}$$

Find domain

$f \circ g(x)$

أولاً نوجد ما بداخل $\rightarrow f\big(g(x)\big)$

$$g(x)=\frac{1}{x}\ \rightarrow\ Domain\ \ R-\{0\}$$

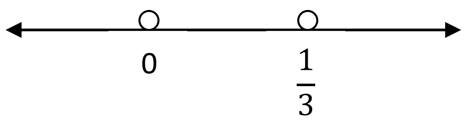
$$D_{f\circ g(x)}=\frac{6}{\frac{1}{x}-3}$$

$$D_{f\circ g(x)}=\frac{6}{\frac{1-3x}{x}}=\frac{6x}{1-3x}$$

Domain = $1-3x=0\ \rightarrow x=\frac{1}{3}\ \rightarrow\ R-\left\{\frac{1}{3}\right\}$

$$D_{f\circ g}=D_{g(x)}\cap D_{f\circ g}$$

$$(-\infty,0)\cup\left(0\,,\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3}\,,\infty\right)$$



b- The same Example but find domain

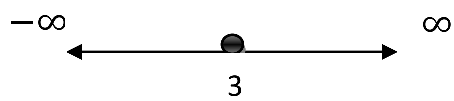
$$g\circ f(x)\ \rightarrow g\big(f(x)\big)\rightarrow Domain\ f(x)\,,x=3\rightarrow R-\{3\}$$

$$g\big(f(x)\big)=\frac{1}{\frac{6}{x-3}}=\frac{x-3}{6}\ \rightarrow\ \ Domain=R$$

لأنه استخدام رقم 6 = الصفر

$$D_{g\circ f}=D_{f(x)}\cap D_{g\circ f}=R-\{3\}\cap R=R-3$$

$$(-\infty\,,3)\cup(3\,,\infty)$$



ملاحظة :-

$$g\circ f(x) \neq f\circ g(x)$$

Find function f and g such that

$f\circ g = (x^2 - 5)^3 - 4(x^2 - 5) + 3$

Solution

$g(x) = x^2 - 5 \quad , \quad f(x) = x^3 - 4x + 3$

So $f\circ g = f\big(g(x)\big)$

$f(x^2 - 5) = (x^2 - 5)^3 - 4(x^2 - 5) + 3$