

تمرين:

f معرف على D وفق:

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{1 - x^2}$$

• عين D

• احسب نهاية f عند $+\infty, 1, -1, -\infty$

الحل:

$$1 - x^2 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = -1, x = 1$$

$$D = R \setminus \{-1, 1\}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{-x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x \\ &= +\infty \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

عند (1) لدينا حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{0}{0}$

$$f(x) = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(1-x)(1+x)}$$

$$f(x) = \frac{-(1-x)(x^2+x+1)}{(1-x)(1+x)}$$

$$f(x) = \frac{-(x^2+x+1)}{1+x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\frac{3}{2}$$

ملاحظة هامة:

إذا ما عرفنا نحل البسط أو المقام نقسمه على $x - a$

شرح $x^2 + x + 1$

$$x - 1$$

$$x^3 - 1$$

$$-x^3 - x^2$$

$$x^2 - 1$$

$$-x^2 - x$$

$$x - 1$$

$$-x - 1$$

$$0 - 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\frac{2}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\frac{2}{0^+} = -\infty$$