بل أحببي :

α ألفا

β بيتا

γ غاما

ندعو (A, α) نقطة مثقلة

مركز الأبعاد المتناسبة (م - أ - م) :

→ مركز التوازن

→ كيف نحدده

لتكن النقطتان المثقلتان (A, α) (B, β)

يكون $(G, \alpha+\beta)$ م - أ - م لـ A, B

إذا تحقق

$$\boxed{\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} = 0 \quad \text{حيث} \quad \alpha+\beta \neq 0}$$

لتحديد مكانه نحتاج : الى نقطتان مثقلتان مقط

(A, α) ——— • ——— (B, β)

$(G, \alpha+\beta)$

إما $\overrightarrow{AG} = \dfrac{\text{ثقل } B}{\text{ثقل م-أ-م}} \overrightarrow{AB}$

أو $\overrightarrow{BG} = \dfrac{\text{ثقل } A}{\text{ثقل م-أ-م}} \overrightarrow{BA}$

تدريب: لتكن النقطتان المثقلتان $(B,1)$, $(A,1)$

① عين ثقل G م-أ-م لـ A,B

② عين موضع G

$(A,1)$ —— $(G,2)$ —— $(B,1)$

① $(G,2)$

② $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

تكرورية

إذا كانت النقطتان (B,β) , (A,α)

وكان $\alpha=\beta$

فإن G منتصف AB

تدريب: لتكن النقطتان المثقلتان $(B,2)$, $(A,1)$

① عين ثقل G م-أ-م لـ AB

② عين موضع G

$(A,1)$ —— $(G,3)$ —— $(B,2)$

① $(G,3)$

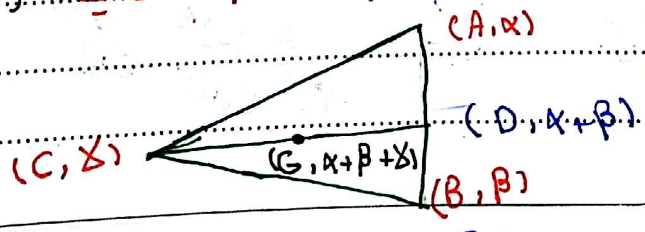
② $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$

الخاصية التجميعية

لتكن النقاط (C,γ) , (B,β) , (A,α)

وكانت $(D,\alpha+\beta)$ م-أ-م لـ A,B

فإن م-أ-م لـ D,C هو م-أ-م الثلاثي والعكس صحيح



كلام خطير :

عندما يذكر أن G مركز ثقل مثلث ABC أو رباعي الوجوه ABCD

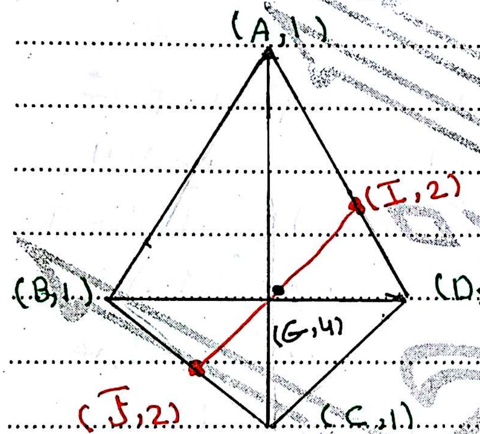
ذلك يعني

G م-أ-م للمثلث (A,1)

أو (B,1)

للرباعي (C,1)

(D,1)



تدريب : ABCD رباعي وجوه منتظم

G مركز ثقل رباعي الوجوه

G م-أ-م (A,1),(B,1)

للرباعي (C,1) (D,1)

عين موضع G

~~خوارزمية الحل~~ خوارزمية الحل :

ليكن (I,2) م-أ-م لـ AD

وليكن (J,2) م-أ-م لـ BC لتكن

G م.أ-م للرباعي = م-أ-م لـ J , I حسب الخاصة التجميعية

الحل : ليكن (I,2) م-أ-م لـ AD ويقع في منتصفها

وليكن (J,2) م-أ-م لـ B,C ويقع في منتصفها لتكن

(G,4) م-أ-م للكل الرباعي

حسب الخاصة التجميعية

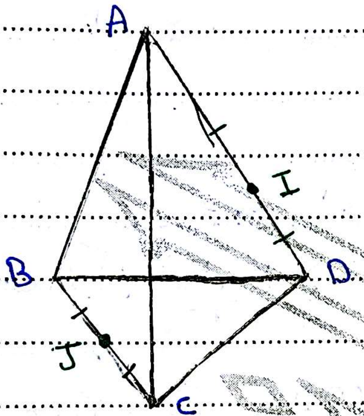
يكون (G,4) م-أ-م لـ J , I ويقع في منتصفها

كلام خطير جداً :

لإثبات أن A, B, C على استقامة واحدة

إما ① نشكل شعاعين من منطلق واحد (لما يكون عندي إحداثيات النقاط) ونثبت أن الشعاعين مرتبطان خطياً

أو ② يكفي أن نبرهن أن إحدى النقاط هي م.م.أ للنقاط الباقية (لما يكون عندي أثقال النقاط)



تدريب : $ABCD$ رباعي الوجوه
G مركز ثقله

G م.م.أ $(A,1)$ $(B,1)$ $(C,1)$ $(D,1)$ للرباعي

I منتصف AD ، J منتصف BC

أثبت أن G و I و J على استقامة واحدة

خوارزمية الحل :

نبرهن أن I م.م.أ لـ AD

J م.م.أ لـ BC

ولدينا

G مركز الأبعاد المتناسبة لكل الرباعي

$\Downarrow$

G م.م.أ لـ J, I

$\Downarrow$

G, J, I على استقامة واحدة

الحل : I منتصف AD ونثقل A ، D بثقل $1 = 1$

$\Downarrow$

$(I,2)$ م.م.أ لـ AD

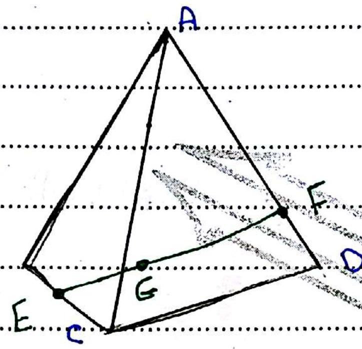
J منتصف BC ونقل B ، ثقل C = ١

⇓

(J , 2) م.أ.م لـ B , C

لكن

(G , 4) م.أ.م لكل الرباعي وحسب الخاصة التجميعية يكون G م.أ.م لـ J , I ⇐ G ، I ، J على استقامة واحدة



تدريب : ABCD رباعي وجوه

E ، F نقطتان تحققان:

$\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{BE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

G مركز أبعاد متناسبة للرباعي

والمطلوب : 1- أثبت أن E ، F ، G على استقامة واحدة

2- عين موضع G على E ، F

خوارزمية الحل:

① من العلاقة المعطى نبرهن أن F م.أ.م لـ AD و E م.أ.م لـ BC

② G م.أ.م للرباعي ⇐ G م.أ.م لـ E ، F

⇐ G ، F ، E على استقامة واحدة

الحل: 1- من العلاقة المعطاة نجد أن :

$\overrightarrow{BE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$
① E م.أ.م لـ BC	① F م.أ.م لـ AD
② (C , 1)	② (F , 3)
③ (E , 4)	③ (D , 2)
④ (B , 3)	④ (A , 1)

لله قدر توقّعي وتمنّي يا شوق يعقوب الذّيه

خيه أ طلعيه

لتكن (G,7) م.أ.م للكل الرباعي حسب الخاصة التجميعية يكون

G م.أ.م لـ F , E

⇓

F , G , E تقع على استقامة واحدة :

2] (E,4) ——— (G,7) ——— (F,3)

$$\vec{EG} = \frac{3}{7}\vec{EF}$$

ملاحظة : (A,α) ——— (G,α+β) ——— (B,β)

$$AG = \frac{\text{ثقل } B}{\text{ثقل } G} AB$$

① G م.أ.م لـ AB   ② (G , مقام)

③ (B , بسط)   ④ (A , المقام - البسط)

تدريب : ABCD رباعي وجوه a عدد حقيقي و J , I منتصفا [AB] , [CD]

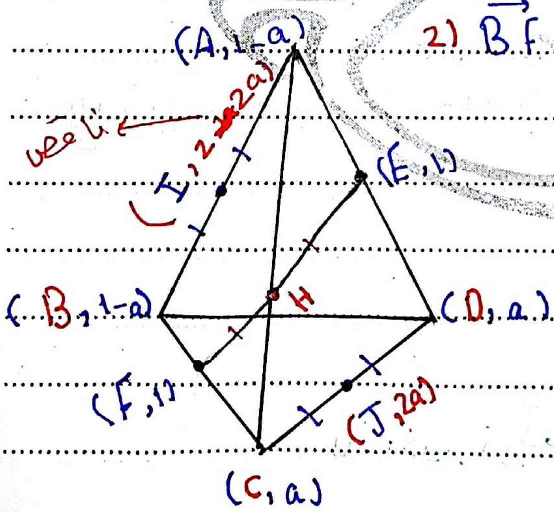
F , E نقطتان تحققان 1) $\vec{AE} = a\vec{AD}$

2) $\vec{BF} = a\vec{BC}$

H منتصف EF

أثبت أن H , J , I على استقامة واحدة

خوارزمية الحل :



1) يكفي أن نبرهن أن H م.أ.م لـ J , I

من العلاقات المعطاة نبرهن :

E م.أ.م لـ AD

F م.أ.م لـ BC

يكن H منتصف EF ⇐ H م.أ.م لهما ⇐ حسب الخاصة التجميعية يكون

H م.أ.م للكل الرباعي

2) نبرهن أن: I م.أ.م لـ AB

J م.أ.م لـ CD

يكن H م.أ.م للكل الرباعي ⇐ H م.أ.م لـ I, J

⇐ على استقامة واحدة

الحل: من العلاقات المعطاة:

$\overrightarrow{AE} = a\overrightarrow{AD}$	$\overrightarrow{BF} = a\overrightarrow{BC}$
1) E م.أ.م لـ AD	1) F م.أ.م لـ BC
2) $(E,1)$	2) $(F,1)$
3) (D,a)	3) (C,a)
4) $(A,1-a)$	4) $(B,1-a)$

يكن: H منتصف EF وثقل E = ثقل $F = 1$ ⇐ $(H,2)$ م.أ.م لـ F, E

⇐ حسب الخاصة التجميعية يكون $(H,2)$ م.أ.م للكل الرباعي

J منتصف CD وثقل C = ثقل $D = a$ ⇐ $(J,2a)$ م.أ.م لـ CD

I منتصف AB وثقل A = ثقل $B = 1-a$ ⇐ $(I,2-2a)$ م.أ.م لـ AB

يكن $(H,2)$ م.أ.م للكل الرباعي حسب الخاصة التجميعية يكون

H م.أ.م لـ I, J ⇐ I, H, J على استقامة واحدة

تكرورية

لإثبات D م.أ.م لـ (C,γ) , (B,β) , (A,α)

يجب أن نبرهن أن:

$$\alpha\overrightarrow{DA} + \beta\overrightarrow{DB} + \gamma\overrightarrow{DC} = \vec{0}$$

$$\alpha + \beta + \gamma \neq 0$$

هامة 2021