

السؤال الأول : جد نهاية كل من التوابع التالية عند a المُعطاة :

1) $f(x) = \frac{\sqrt{x+6}-3}{x^3-5x^2+3x+9}$; $a = 3$

2) $f(x) = \frac{\pi-\pi \cos(x)}{\sqrt{\pi^2+x^2}-\pi}$; $a = 0, +\infty$

السؤال الثاني :

(i) ليكن التابع f المُعرَّف على $R \setminus \{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$. **المطلوب :**

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، واستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$.

(2) أوجد مجالا I يحقُّ الشرط إذا انتمى x إلى المجال I ، انتمى $f(x)$ إلى المجال $[2.8, 3.2]$.

(ii) في حالة $x > 0$ أثبت أن $\frac{2-x^3}{3x} \geq \frac{2-x^2E(x)}{3x} > \frac{2-x^3+x^2}{3x}$ ، واستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-x^2E(x)}{3x}$.

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المُعرَّف على R وفق : $f(x) = \sqrt{9x^2 - 12x + 5}$. **المطلوب :**

(1) اكتب $9x^2 - 12x + 5$ بالشكل القانوني .

(2) ادرس نهاية التابع h المُعرَّف وفق $h(x) = f(x) - \sqrt{(3x-2)^2}$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

(3) استنتج أن الخط C يقبل مقاربتين مائلتين Δ_1 و Δ_2 يُطلب إيجاد معادلتيهما .

(4) أثبت أن الخط C يقع فوق كلٍّ من هذين المقاربتين .

السؤال الرابع : f التابع المُعرَّف على R وفق : $f(x) = \begin{cases} \frac{-2x^2+2x+2 \sin^2(2x)}{x} ; x \neq 0 \\ 2 ; x = 0 \end{cases}$. **المطلوب :**

(1) هل f مستمرًا على R ؟ علّل .

(2) تَحَقَّق أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = -2x + 2$ يقارب مائل للتابع في جوار $-\infty$ ، وادرس الوضع النسبي بينهما .

السؤال الخامس : ليكن التابع f المُعرَّف على R وفق : $f(x) = -x - \cos(x)$. **المطلوب :**

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. (2) أثبت أن f متناقص .

(3) أثبت أن للمعادلة $f(x) = -1$ حل وحيد هو الصفر .

السؤال السادس : ليكن C الخط البياني للتابع f المُعرَّف على $R \setminus \{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x^3-3x+2}{(x+1)^2}$. **المطلوب :**

(1) احسب نهاية التابع عند أطراف مجموعة تعريفه ، و اكتب معادلة المقارب الشاقولي للخط C .

(2) اكتب التابع بالشكل $f(x) = x + \alpha + \frac{\beta}{(x+1)^2}$ حيث α و β أعداد حقيقية يُطلب تعيينها .

(3) استنتج Δ معادلة المقارب المائل للخط C ، وادرس الوضع النسبي بينهما .

(4) تَحَقَّق أن : $f'(x) = \frac{(x-1)(x+1)(x^2+4x+7)}{(x+1)^4}$ ، واستنتج جدولاً بتغيُّرات التابع f .

(5) في معلم متجانس ارسم C مع مقارباته ، واستنتج رسم الخط C_g حيث : $g(x) = \frac{x^3-3x-2}{(x-1)^2}$.

(6) ناقش بيانياً بحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $x^3 - mx^2 - x(2m+3) - m + 2 = 0$.