ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$

❶ جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه . واستنتج معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي

❷ ادرس تغيّرات التابع f و نظّم جدولاً به .

❸ جِدْ نقطة تقاطع C مع محور الفواصل ثمّ ارسم C .

❹ ناقش بحسب قيم $m\in\mathbb{R}$ عدد حلول المعادلة $f(x)=m$.

❺ استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع f_1 المعيّن بالعلاقة : $f_1(x)=\dfrac{|1+\ln x|}{x}$ من الخط C .

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=ax+b+\dfrac{1}{x}\ln x$ حيث $a,b\in\mathbb{R}$

أولاً : عيّن العددين a و b إذا علمتَ أنّ المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ منه يوازي المستقيم $y=3x+2$.

ثانياً : بافتراض $a=2$ و $b=-2$ نحصل على التابع $f(x)=2x-2+\dfrac{\ln x}{x}$.

❶ أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته : $y=2x-2$ مقارب للخط C . وادرس وضع الخط C بالنسبة إلى d .

❷ لنعرّف التابع g على $]0,+\infty[$ وفق العلاقة : $g(x)=2x^2+1-\ln x$

ادرس اطراد التابع g واستنتج أنّ $g(x)>0$ أياً تكن $x\in]0,+\infty[$.

❸ تحقّق أنّ $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ واستنتج أنّ f متزايدٌ تماماً على $]0,+\infty[$.

❹ ادرس تغيّرات التابع f على المجال $]0,+\infty[$ و نظّم جدولاً به . ثمّ ارسم خطّه البياني بعد رسم مستقيماته المقاربة .

المسالة الثالثة:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ وفق : $f(x)=x+\ln(\frac{x-1}{x+1})$

1- أثبت أنّ $f(x)+f(-x)=0$ ، ماذا تستنتج ؟

2- أثبت أنّ المستقيم $\Delta: y=x$ مقارب مائل للخط C ، و ادرس وضعه بالنسبة للخط C .

3- ادرس تغيّرات التابع f على المجال $]1,+\infty[$.

4- أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]1,+\infty[$ ، ثم اثبت أنّ $\alpha\in]1,2[$.

5- في معلم متجانس ارسم Δ و ارسم الخط C على المجال $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$.