تمرين:

لدينا التابع f معرف على $D =]-5, +\infty[$

$$f(x) = \frac{x-3}{x+5}$$

- أوجد $\lim_{x \to +\infty} f(x)$
- استنتج $\lim_{x \to +\infty} f(f(x))$
- أعد حساب $\lim_{x \to +\infty} f(f(x))$ بدلالة x

م.مريم القادري

حل الطلب الأول

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$$

نفرض $f(x) = t$

$$\lim_{x \to} f(f(x)) = \lim_{t \to 1} f(t) = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

حل الطلب الثاني

$$f(f(x)) = f\left(\frac{x-3}{x+5}\right) = \frac{\frac{x-3}{x+5} - 3}{\frac{x-3}{x+5} + 5}$$

$$= \frac{\left(\frac{x-3-3(x+5)}{x+5}\right)}{\frac{x-3+5(x+5)}{x+5}}$$

$$= \frac{-2x-18}{6x+22}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f\big(f(x)\big) = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

مريم القاري

تمرين:

لدينا g معرف على $D =]3,+\infty[$

$$g(x) = \frac{3x-1}{x-3}$$

- $\lim_{x\to+\infty} g(x)$
- استنتج

$$\lim_{x\to+\infty} g(g(x))$$

- أعد حساب $\lim_{x\to+\infty} g(g(x))$ بعد كتابة g(g(x)) بدلالة x

الحل:

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = 3$$

نفرض $g(x) = t$

$$\lim_{x\to+\infty} g\big(g(x)\big)$$

$$= \lim_{t\to 3} g(t) = \frac{8}{0^+} = +\infty$$

ملحوظة 0^+ بحسب D

حل الطلب الثاني:

$$g\big(g(x)\big) = g\left(\frac{3x-1}{x-3}\right)$$

$$= \frac{3\left(\frac{3x-1}{x-3}\right) - 1}{\left(\frac{3x-1}{x-3}\right) - 3}$$

$$= \left(\frac{\frac{9x-3-(x-3)}{x-3}}{\frac{3x-1-3(x-3)}{x-3}}\right) = \frac{8x}{8}$$

$$= x$$

د. مريم القادري

$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$$

ج.مريم القاري