المختصر المفيد في مقرر
الرياضيات المالية

المستوى الأول

1439

اعداد فريق عمل متميز:

مودي + سوسو

الإشراف العام

Leader + مودي

الفصل الأول — أساسيات الجبر

أولاً: المجموعات

يقصد بها مجموعات الأعداد، واذا اردنا كتابة أي مجموعة فإننا نكتبها داخل أقواس { } ، وإذا كان لدينا مجموعتين نسمي المجموعة الأولى A ونسمي المجموعة الثانية B ، وتكون الحروف كابيتل.

أنواع المجموعات:

١/ مجموعة الأعداد الطبيعية (N)

ـ هي الأعداد الموجبة من 1 إلى ما لا نهاية.

ـ لا يدخل ضمنها: الأعداد السالبة ، الصفر ، الأعداد العشرية (التي تحتوي فاصلة مثل 3.5).

N ={1,2,3,4,5,6,.........}

ـ رمز الانتماء هو ϵ

3 ϵ N (3 ينتمي إلى مجموعة الأعداد الطبيعية)

-2 ∉ N (-2 لا ينتمي إلى مجموعة الأعداد الطبيعية)

$\frac{6}{2} \in$ N (موجب وأكبر من الصفر، نجري العملية الحسابية، نقسم 6 على 2 الناتج 3)

$\sqrt{4} \in$ N (موجب وأكبر من الصفر، نجري العملية الحسابية، بالآلة الحاسبة نستخرج الجذر يعطينا 2)

٢/ مجموعة الأعداد الكلية (W)

ـ هي الأعداد الطبيعية بالإضافة إلى الصفر، تبدأ من صفر إلى ما لا نهاية.

W ={0,1,2,3,4,5,6 ....}

- 1 ∈ N + W

- 0 ∉ N ، 0 ∈ W

٣/ مجموعة الأعداد الصحيحة (Z)

ـ هي جميع الأعداد الموجبة والسالبة والصفر، مجموعة الأعداد الصحيحة إلى مالا نهاية.

Z = {.........,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,.........}

ـ رمز المجموعة الجزئية هو ⊂

N ⊂ W (الأعداد الطبيعية هي مجموعة جزئية من الأعداد الكلية)

W ⊂ Z (الأعداد الكلية مجموعة جزئية من الأعداد الصحيحة)

٤/ المجموعة الخالية:

وهي التي لا تحتوي على عناصر .

ويرمز لها بالرمز: Ø أو { }.

اختبر نفسك

الترتيب	السؤال				الاجابة
١	أحد الأعداد التالية ينتمي لمجموعة الأعداد الطبيعية $[N]$:				د
	(أ) ٠	(ب) ١-	(ج) $\sqrt{5}$	(د) ٨	
٢	عدد من الأعداد التالية ينتمي لمجموعة الأعداد الطبيعية N:				ج
	أ- 5-	ب- $\frac{3}{12}$	ج- $\frac{12}{3}$	د- 2.5	
٣	أي من العبارات التالية خاطئة :				د
	أ- $N \subset Z$	ب- $٠ \in W$	ج- $-2 \notin N$	د- $Z \subset W$	
٣	أي من العبارات التالية خاطئة :				ب
	أ- $N \subset Z$	ب- $٠ \in N$	ج- $-2 \notin N$	د- $0 \in W$	

ثانياً: جبر المجموعات

١/ الاتحاد (U)

يكون بين مجموعتين أي نضع عناصر كلا المجموعتين في مجموعة واحدة بشرط عدم تكرار العناصر.

A = {1,3,4,6,7}

B = {2,3,5,6,8}

A U B = {1,2,3,4,5,6,7,8}

٢/ التقاطع (∩)

يكون بين مجموعتين بحيث نأخذ الأرقام المتكررة فقط بين المجموعتين.

A = {1,3,4,6,7}

B = {2,3,5,6,8}

A ∩ B = {3,6}

ثالثاً: الخواص الحسابية للأعداد الصحيحة

١/ مضاعفات عدد صحيح (M)

- كل مضاعف يبدأ بالصفر، ثم نفس العدد، ثم نضرب العدد ب 2 ، ثم بـ 3 ، ثم بـ 4 ، وهكذا.
- مجموعة جميع المضاعفات =

يذكر فيها كل الأعداد (الصفر + الموجب والسالب).

$M3 = \{0,\pm3,\pm6,\pm9,\pm12,\pm15,\ldots\ldots\ldots\}$

- المضاعف الصفري 0 موجود في كل المضاعفات.
- العدد الموجب والعدد السالب لهم نفس المضاعفات. $M_7 = M_{-7}$

- ماهي الأعداد التي تقبل القسمة على 10؟

(أي ماهي الأعداد التي أقسم 10 عليها ويكون الناتج عدد صحيح وليس عشري)

{1,2,5,10} وتسمى قواسم العدد 10.

- الأعداد السالبة تدخل ضمن قواسم العدد، فالقواسم لكل عدد تكون موجبة وسالبة، فنقول:

قواسم العدد 10 هي: $D_{10} = \{\pm1,\pm2,\pm5,\pm10\}$

- الصفر لا يدخل ضمن القواسم فهو لا يقبل القسمة.

٢/ قواسم عدد صحيح (D)

- كل الأعداد تقبل القسمة على 1.
- كل عدد يقبل القسمة على العدد المطلوب ويكون الناتج عدد صحيح يعتبر قاسم للعدد.
- لمعرفة قواسم عدد معين لابد من معرفة معنى كلمة (قابلية القسمة) وتعني حينما اقسم عدد على عدد يكون الناتج عدد صحيح (ليس عدد عشري).
- مثال:

> 9 لا يقبل القسمة على 2 ، لأن الناتج يساوي 4,5 (عدد عشري).

> 9 يقبل القسمة على 3 ، لأن الناتج يساوي 3 (عدد صحيح).

- دائما القواسم تكون أصغر من العدد المطلوب إيجاد قواسمه لأن العدد الكبير لا يقبل القسمة على ما هو أصغر منه.

$D_{15} = \{\pm1,\pm3,\pm5,\pm15\}$

- حين يأتي سؤال أوجد (قواسم عدد معين) نجرب جميع الأرقام حتى نصل إلى منتصف العدد المطلوب إيجاد قواسمه، فكل رقم نقسم عليه يكون ناتجه عدد صحيح (غير عشري) هو قاسم للعدد.

نلاحظ في قواسم العدد 10،من بعد الرقم 5 لا يوجد قواسم حتى الرقم 10. ونلاحظ في قواسم العدد 15 ، من بعد الرقم 5 لا يوجد قواسم حتى الرقم 15.

رابعا: الأعداد الأولية

ـ هي الأعداد التي يكون قاسمها العدد 1 والعدد نفسه فقط، ولابد أن تكون أعداد موجبة وأكبر من العدد 1 (لأنه غير أولي) وكذلك 0 (عدد غير أولي).

مثال للأعداد الأولية {2 ,3 , 5 , 7 , 11 , 13 , 17 , 19 , 23 ,..........}

ـ أي عدد من الأعداد التالية يعتبر عدد أولي؟		أ/ 0		ب/ 39		ج/ 1		د/ 23

الجواب هو (د)   ، لأن 0 و1 أعداد غير أولية، والعدد 39 يقبل القسمة على 3.

ـ تحلل عدد إلى عوامله الأولية:

* حلل العدد 6 إلى عوامله الأولية؟

(ماهي الأعداد الأولية ـ فقط الأولية ـ التي ناتج ضربها في بعضها يعطينا العدد 6) ٣ × ٢ = ٦

ـ تحلل أي عدد يكون عن طريق التحليل العمودي:

١/ أكتب خط عمودي ويكون يسار الخط الرقم المراد تحليله،
٢/ ثم أبدأ بقسمته بأقل الأعداد الأولية، نكتب العدد الأولي يمين الخط العمودي،
٣/ نكتب ناتج القسمة يسار الخط تحت الرقم المراد تحليله،
٤/ ثم أقسم على عدد أولي آخر، وتستمر القسمة،
٥/ حتى يكون ناتج القسمة يسار الخط العمودي عدد أولي،
٦/ اقسم العدد الأولي على نفسه ليعطي الناتج 1 هنا تنتهي عملية التحليل.

حلل العدد ٦ الى عوامله الاولية

٢	٦
٣	٣
	١

حلل العدد ١٢ الى عوامله الاولية

٢	١٢
٢	٦
٣	٣
	١

(يجب أن تكون جميع الأعداد يمين العمود هي أعداد أولية وإلا فإن الناتج يكون خطأ، كما يجب أن يكون حاصل ضرب الأعداد يمين العمود يساوي العدد الأساسي المحلل)

*** خطأ نقول (6×2 = 12) لأن العدد 6 غير أولي.**		*** خطأ نقول (3×3×2 = 12) لأن ناتج الضرب يساوي 18.**

الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
١	اذا كان $A=\{2,4,5,6,7,9,10\}$ وَ $B=\{0,1,2,3,5,8,9\}$ فان $A\cap B=$				ب
	أ- $\{0,1,3,6,,8,10\}$	ب- $\{2,5,9\}$	ج- $\{0,1,2,3,4,5,6,7,9,10\}$	د- $\emptyset$	
٢	اذا كان $A=\{0,2,3,4,7,9\}$ وَ $B=\{0,1,3,5,7,9\}$ فان $A\cup B$ تساوي :				ج
	أ- $\{2,4,5\}$	ب- $\{0,3,7,9\}$	ج- $\{0,1,2,3,4,5,7,9\}$	د- $\emptyset$	
٣	مجموعة قواسم العدد ١٥ $[\mathcal{D}_{15}]$ هي :				أ
	أ- $\{\pm1,\pm3,\pm5,\pm15\}$	ب- $\{3,5\}$	ج- $\{[0,\pm1,\pm3,\pm5,\pm15\}$	د- {٠،١،٣،٥،١٥}	
٤	مجموعة قواسم العدد 24 ، (D_{24}) هي المجموعة :				أ
	(أ) $\{\pm1,\pm2,\pm3,\pm4,\pm6,\pm8,\pm12,\pm24\}$	(ب) $\{\pm0,\pm1,\pm2,\pm3,\pm4,\pm6,\pm8,\pm12,\pm24\}$	(ج) $\{+1,+2,+3,+4,+6,+8,+12\}$	(د) $\{+0,+1,+2,+3,+4,+6,+8,+12\}$	
٥	أي من الاعداد التالية يعتبر عدد أولي :				أ
	أ- ١٩	ب- ٢١	ج- ٢٧	د- ٣٩	
٦	أي من الاعداد التالية يعتبر عدد أولي :				ج
	أ- ٢١	ب- ٩	ج- ٢٣	د- ٣٣	

خامساً: القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر

١/ القاسم المشترك الأكبر = gcd(a,b)

يكون أصغر من العددين، ونأخذ القواسم المشتركة فقط ونضربها ببعض، حتى لو تكررت القواسم نأخذها.

ـ أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين (24,30)؟

$24 = 2\times2\times2\times3$

$30 = 2\times3\times5$

$gcd(24,30) = 2\times3 = 6$

ـ أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين (24,60)؟

$24=2\times2\times2\times3$

$60=2\times2\times3\times5$

$gcd(24,60) = 2\times2\times3 = 12$

٢/ المضاعف المشترك الأصغر = lcm(a,b)

يكون أكبر من العددين، ونأخذ كل الأرقام (المشتركة أولاً وبعدين باقي الأرقام) ونضربها ببعضها .

ـ أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين (24,30)؟

$24 = 2\times2\times2\times3$

$30 = 2\times3\times5$

$lcm(24,30) = 2\times3\times2\times2\times5 = 120$

ـ أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين (30,40)؟

$30 = 2\times3\times5$

$40 = 2\times2\times2\times5$

$lcm(30,40) = 2\times5\times2\times2\times3 = 120$

(ملاحظة: السالب ليس له قيمة في إيجاد القاسم أو المضاعف)

40	2
20	2
10	2
5	5
1	

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

30	2
15	3
5	5
1	

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

الترتيب	اختبر نفسك	الاجابة
١	القاسم المشترك الأكبر للعددين 30 وَ 36 هو :	أ
	أ- 6 ، ب- 9 ، ج- 3 ، د-2	
٢	القاسم المشترك الأكبر للعددين 24 وَ 36 هو :	د
	أ- 6 ، ب- 8 ، ج- 2 ، د-12	
٣	القاسم المشترك الأكبر للعددين $[12,30]$ هو :	أ
	(أ) 6 ، (ب) 3 ، (ج) 8 ، (د) 12	
٤	القاسم المشترك الأكبر ل 30 ,45 :	ج
	أ- 5 ، ب- 90 ، ج- 15 ، د- 30	

سادساً: مجموعة الأعداد النسبية (Q)

- هي كل الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة بسط ومقام

مثلاً $\{0.25, \frac{5}{7}, \frac{1}{2}\}$، بشرط أن يكون المقام لا يساوي الصفر.

- كل الأعداد الصحيحة فعليا يمكن كتابتها بصورة بسط ومقام، إذن هي تنتمي لمجموعة الأعداد النسبية.

$\frac{12}{4} \in Q$ ، $3 \in Q$ ، $\sqrt{2} \notin Q$

(لأننا عندما نستخرج جذر 2 يعطينا عدد عشوائي غير نسبي)

- ينتمي للأعداد النسبية العدد العشري المنتهي مثل:

0.3451102 / 1.76 / 2.5

- ينتمي للأعداد النسبية العدد العشري الدوري (متكرر وغير منتهي) مثل:

0.333333........ ويكتب بهذا الشكل $0.\overline{3}$

0.575757........ ويكتب بهذا الشكل $0,\overline{57}$

0.455555........ ويكتب بهذا الشكل $0.4\overline{5}$

- نلاحظ: $N \subset W \subset Z \subset Q$

* أوجد قيمة كل مما يلي باستخدام الآلة الحاسبة:

$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$	$6 \times \frac{1}{2} = 3$	$\frac{5}{7} - \frac{2}{5} = \frac{11}{35}$

سابعاً: تحويل الأعداد من الصورة العشرية إلى الصورة الكسرية وبالعكس

- تحويل العدد الكسري إلى الصورة العشرية يكون بالآلة الحاسبة باستعمال زر التحويل $\boxed{S \Leftrightarrow D}$

- $\frac{1}{8} \Leftrightarrow 0.125$ ، $\frac{4}{125} \Leftrightarrow 0.032$

(نضغط زر الكسر ونكتب البسط وبالسهم ننزل للمقام ونكتب العدد، ثم نضغط علامة يساوي، ثم زر التحويل)

- $0.731 + 0.234 = \frac{193}{200} \Leftrightarrow 0.965$

(نجري العملية بالآلة الحاسبة يعطيني الناتج كسر، نضغط زر التحويل ويعطينا الناتج النهائي)

- عند تحويل عدد عشري إلى عدد كسري لازم نفرق إذا كان العدد العشري منتهي أو دوري:

* إذا كان عدد عشري منتهي: باستخدام الآلة الحاسبة نكتب العدد ثم زر يساوي.

$4.05 = \frac{81}{20}$ ، $0.235 = \frac{47}{200}$

* إذا كان عدد عشري دوري: نكتبه على شكل كسر العدد المكرر في البسط، وفي المقام رقم 9 ونكررها بعدد خانات البسط، ثم نكتب الكسر في الآلة الحاسبة باستخدام زر الكسر ونضغط علامة يساوي.

$\boxed{0.\overline{3}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ، $\boxed{0,\overline{45}} = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$ ،

$\boxed{0,\overline{69}} = \frac{69}{99} = \frac{23}{33}$ ، $\boxed{0,\overline{205}} = \frac{205}{999}$

الترتيب	اختبر نفسك			الاجابة
١	أحد الأرقام التالية لا ينتمي لمجموعة الأعداد النسبية :			د
(أ) 5	(ب) $\frac{1}{2}$	(ج) 0.3	(د) $\sqrt{2}$	
٢	أي من العبارات التالية خاطئة:			ج
أ /- $\frac{10}{-20} < \frac{-8}{15}$	ب/ $\frac{10}{20} > \frac{8}{15}$	ج/ $\frac{11}{-25} > \frac{-4}{9}$	د / $\frac{11}{25} > \frac{4}{9}$	
٣	/٣ قيمة المقدار $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2}$ تساوي :			د
أ / $\frac{9}{8}$	ب / ١٨	ج / ٩	د / ٣٦	

الترتيب	اختبر نفسك			الاجابة
١	عند تحويل الكسر الاعتيادي $\left[\frac{8}{33}\right]$ إلى كسر عشري ويكون بصورة			ج
(أ) $0.2\overline{4}$	(ب) 0,24	(ج) $0.\overline{24}$	(د) 0,23	
٢	الصورة الكسرية للعدد العشري $0.\overline{12}$ هي :			أ
أ / $\frac{4}{33}$	ب/ $\frac{3}{15}$	ج/ $\frac{5}{12}$	د/ $\frac{2}{15}$	
٣	الصورة الكسرية للعدد العشري $0,\overline{35}$ هي:			ج
أ- $\frac{35}{100}$	ب- $\frac{35}{10}$	ج- $\frac{35}{99}$	د- $\frac{35}{9}$	

ثامناً: النسبة المئوية

١/ تحويل النسبة المئوية إلى عدد كسري أو عدد عشري:

ـ بالآلة الحاسبة نقسم النسبة على 100 ويعطينا عدد كسري.

$64\% = \frac{64}{100} = \frac{16}{25}$ ، $7.5\% = \frac{7.5}{100} = \frac{3}{40}$

ـ اذا طلب منا عدد عشري: نقسم النسبة على 100 ثم نضغط علامة التحويل عشان نأخذ العدد العشري.

$35\% = \frac{35}{100} = \frac{7}{20} \Leftrightarrow .35$ ، $64\% = \frac{64}{100} = \frac{16}{25} \Leftrightarrow 0.64$

٢/ تحويل العدد العشري أو العدد الكسري إلى نسبة مئوية:

ـ بالآلة الحاسبة نضرب العدد العشري في 100.

ـ اذا كان عدد كسري اضغط زر الكسر واكتب البسط ثم انزل بالسهم واكتب المقام، ثم اضغط زر السهم يمين واضغط علامة الضرب ثم اكتب 100 ثم علامة يساوي. (في بعض التمارين يكون الناتج كسر نحتاج نضغط زر التحويل عشان تظهر لنا النسبة)

$\frac{11}{25} \times 100 = 44\%$ ، $0.21 \times 100 = 21\%$

$\frac{7}{40} \times 100 = \frac{35}{2} \Leftrightarrow 17.5\%$ ، $0,\overline{61} \times 100 = \frac{61}{99} \times 100 = 61,61\%$

تاسعاً: مجموعة الأعداد غير النسبية (I)

ـ هي مجموعة الأعداد التي يستحيل كتابتها بصورة كسر، مثل العدد العشري العشوائي (مثال: 0.23252211...) ، والجذور التي لا يكون ناتجها عدد صحيح حتى لو كانت ضمن عملية حسابية (مثل: $\sqrt{7}$، $\sqrt{5}$، $\sqrt{3}$ - 4 ، ($\sqrt{2}$ + 1) ، والعدد π (الباي عدد غير نسبي ويدل على زوايا الدائرة وله علاقة بمحيط ومساحة الدائرة) ، والعدد **e** (عدد غير نسبي له علاقة باللوغاريتم والكهرباء).

ـ لا يوجد عدد نسبي وغير نسبي في نفس الوقت، تقاطع المجموعتين يعطينا المجموعة الخالية لأنه لا يوجد عناصر مشتركة .

$Q \cap I = \emptyset$

ـ اتحاد مجموعة الأعداد النسبية وغير النسبية يعطينا أكبر مجموعة وهي مجموعة الأعداد الحقيقة (R)

$Q \cup I = R$

ـ $N \subseteq w \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$

الترتيب	اختبر نفسك	الاجابة
١	الصورة الكسرية للنسبة المئوية [%35] هي :	ج
	(أ) $\frac{5}{12}$ (ب) $\frac{3}{10}$ (ج) $\frac{7}{20}$ (د) $\frac{7}{15}$	
٢	عند تحويل الكسر اللإعتيادي $\frac{7}{8}$ إلى نسبة مئوية يصبح على الصورة	ب
	(أ) 80% (ب) 87.5% (ج) 70% (د) 85%	

* احسب ما يلي باستعمال الآلة الحاسبة:

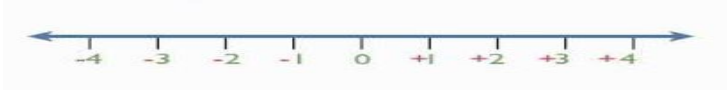
١/ $(-5) + 2$ ٢/ $5 \times (2 \times 3)$ ٣/ $\frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{4}{5}$

الإجابات: ١/ -3 ، ٢/ 30 ، ٣/ $\frac{12-5\sqrt{2}}{15}$

الترتيب	اختبر نفسك	الاجابة
	قيمة المقدار $\left(\frac{\sqrt{4}}{8}\right)^{-2} =$	د
	أـ $\frac{1}{4}$ ب- ٤ ج- $\frac{1}{16}$ دـ ١٦	
	٣/ قيمة $\left[\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}\right]$ تساوي :	ب
	أـ ٤- ب- ٤ ج- $-\frac{1}{4}$ دـ $\frac{1}{4}$	
	٥/ قيمة $\left[\left(\sqrt{\frac{2}{18}}\right)^{-3}\right]$ تساوي:	أ
	(أ) ٢٧ (ب) $\frac{1}{21}$ (ج) ٩ (د) $\frac{1}{9}$	

* خط الأعداد الحقيقية

ـ هو خط لتمثيل الأعداد يتوسطه الصفر وعن يمينه الأعداد الموجبة من 1 إلى مالا نهاية، وعن يساره الأعداد السالبة من -1 إلى مالا نهاية، ويرسم خط الأعداد كما يلي:



ـ واذا اردنا أن نحدد عددين على خط الأعداد نقول مثلا a , b :

الرقم b أكبر من الرقم a ، لأننا كلما اتجهنا في خط الأعداد يميناً تكبر الأرقام، وكلما اتجهنا يساراً تقل الأعداد.

ـ يعبر عنها بالطريقة التالية:

$a < b$ (b أكبر من a) / تكون الفتحة عند الرقم الكبير.

$a > b$ (b أصغر من a)

$a \leq b$ (b أكبر من أو تساوي a)

$a \geq b$ (b أصغر من أو تساوي a)

ـ مثال:

$5 > 9$ (متباينة خاطئة لأن 9 أكبر من 5)

$4 < -8$ (متباينة خاطئة لأن السالب دائما أصغر من الموجب)

$0 > -3$ (متباينة صحيحة لأن الصفر دائما أكبر من أي عدد سالب)

$-1 < -10$ (متباينة خاطئة لأن -10 على خط الأعداد على يسار الرقم -1 ، وقلنا كلما اتجهنا يساراً صغر الرقم، اذا -1 أكبر من -10)

$2 \geq 2$ (متباينة صحيحة لأن العلامة تحتمل المساواة)

$7 < 7$ (متباينة خاطئة لأن العددان متساويان والعلامة لا تحتمل المساواة)

الفترات الحقيقية

ـ طريقة السؤال عليها: يكون متباينة نحولها إلى فترة، أو فترة نحولها إلى متباينة، أو نمثلها على خط الأعداد.

ـ الفترات يذكر فيها عددين، ولابد أن يكون العدد الأول من اليسار أصغر من الثاني.

الفترات قسمين:

١/ القسم الأول من الفترات له أربع أنواع:

النوع الأول: الفترة (a , b) وتسمى الفترة المفتوحة.

هذا القوس يعني أن الفترة تضم الأعداد أكبر من a وأصغر من b ، ولكن a و b غير داخلة ضمن الفترة.

تكتب المتباينة لهذه الفترة $a < X < b$ ، بحيث أن x تمثل العدد داخل الفترة وكما أن العلامات لا تحتمل المساواة (a و b ليست ضمن الفترة).

ـ كيف نرسمها على خط الأعداد؟

ـ قلنا a أصغر من b ، اذا نرسم a يسار خط الأعداد، و b يمين خط الأعداد وما بينهما يكون هو الفترة. نمثل الأعداد بصورة دائرة مفرغة لأنها غير داخلة ضمن الفترة، ونمثل الفترة بخط عريض بين الرقمين.

النوع الثاني: الفترة [a , b] وتسمى الفترة المغلقة.

هذا القوس يعني أن الفترة تضم الأعداد أكبر من a وأصغر من b ، ولكن a و b داخلة ضمن الفترة.

تكتب المتباينة لهذه الفترة $a \leq X \leq b$ ، بحيث أن x تمثل العدد داخل الفترة وكما أن العلامات تحتمل المساواة (a و b ضمن الفترة).

ـ كيف نرسمها على خط الأعداد؟

ـ قلنا a أصغر من b ، اذا نرسم a يسار خط الأعداد، و b يمين خط الأعداد وما بينهما يكون هو الفترة.

ـ نمثل الأعداد بصورة دائرة معبأة لأنها داخلة ضمن الفترة، ونمثل الفترة بخط عريض بين الرقمين.

النوع الثالث: الفترة] a , b) وتسمى الفترة نصف مغلقة أو نصف مفتوحة.

هذا القوس يعني أن الفترة تضم الأعداد أكبر من a وأصغر من b ، ولكن a غير داخلة ضمن الفترة و b داخلة ضمن الفترة.

تكتب المتباينة لهذه الفترة a < X ≤ b ، بحيث أن x تمثل العدد داخل الفترة وكما أن العلامة الأولى لا تحتمل المساواة (a غير داخلة ضمن الفترة) ، و (b داخلة ضمن الفترة) لان العلامة الثانية تحتمل المساواة.

ـ كيف نرسمها على خط الأعداد؟

ـ قلنا a أصغر من b ، اذا نرسم a يسار خط الأعداد، و b يمين خط الأعداد وما بينهما يكون هو الفترة.

ـ نمثل الرقم a بصورة دائرة مفرغة لأنه غير داخل ضمن الفترة و نمثل العدد b بصورة دائرة معبأة لأنها داخلة ضمن الفترة، ونمثل الفترة بخط عريض بين الرقمين.

النوع الرابع: الفترة (a , b] وتسمى الفترة نصف مغلقة أو نصف مفتوحة.

هذا القوس يعني أن الفترة تضم الأعداد أكبر من a وأصغر من b ، ولكن a داخلة ضمن الفترة و b غير داخلة ضمن الفترة.

تكتب المتباينة لهذه الفترة a ≤ X < b ، بحيث أن x تمثل العدد داخل الفترة وكما أن العلامة الأولى تحتمل المساواة (a داخلة ضمن الفترة) ، و (b غير داخلة ضمن الفترة) لان العلامة الثانية لا تحتمل المساواة.

ـ كيف نرسمها على خط الأعداد؟

ـ قلنا a أصغر من b ، اذا نرسم a يسار خط الأعداد، و b يمين خط الأعداد وما بينهما يكون هو الفترة.

ـ نمثل الرقم a بصورة دائرة معبأة لأنه داخل ضمن الفترة و نمثل العدد b بصورة دائرة مفرغة لأنها غير داخلة ضمن الفترة، ونمثل الفترة بخط عريض بين الرقمين.

١/ القسم الثاني من الفترات له أربع أنواع:

النوع الأول: الفترة (a , ∞) وتسمى فترة مفتوحة.

هذا القوس يعني أن الفترة تضم الأعداد أكبر من a إلى مالا نهاية ، ولكن a غير داخلة ضمن الفترة.

تكتب المتباينة لهذه الفترة x > a ، بحيث أن x تمثل العدد داخل الفترة وهو دائماَ أكبر من a . وكما أن العلامة لا تحتمل المساواة (a ليست ضمن الفترة).

ـ كيف نرسمها على خط الأعداد؟

ـ نمثل الرقم a بصورة دائرة مفرغة لأنه غير داخل ضمن الفترة.

ـ ونمثل الفترة بخط عريض ونتجه بالخط جهة اليمين أي الأعداد الموجبة إلى مالا نهاية.

ـ نمثل الأعداد ضمن الفترة بعلامة X فوق الخط العريض.

النوع الثاني: الفترة (a , ∞] وتسمى فترة مغلقة.

هذا القوس يعني أن الفترة تضم الأعداد أكبر من a إلى مالا نهاية ، ولكن a داخلة ضمن الفترة.

تكتب المتباينة لهذه الفترة x ≥ a ، بحيث أن x تمثل العدد داخل الفترة وهو دائماَ أكبر من a . وكما أن العلامة تحتمل المساواة (a داخلة ضمن الفترة).

ـ كيف نرسمها على خط الأعداد؟

ـ نمثل الرقم a بصورة دائرة معبأة لأنه داخل ضمن الفترة.

ـ ونمثل الفترة بخط عريض ونتجه بالخط جهة اليمين أي الأعداد الموجبة إلى مالا نهاية.

ـ نمثل الأعداد ضمن الفترة بعلامة X فوق الخط العريض.

النوع الثالث: الفترة (-∞ , b) وتسمى فترة مفتوحة.

بما أن السالب دائماً أصغر تكون كتابته أولاً لأننا قلنا أن الفترة تبدأ بالرقم الأصغر قبل الأكبر.
هذا القوس يعني أن الفترة تضم الأعداد أصغر من b إلى سالب مالا نهاية ، ولكن b غير داخلة ضمن الفترة.
تكتب المتباينة لهذه الفترة x < b ، بحيث أن x تمثل العدد داخل الفترة وهو دائماَ أصغر من b لأننا نتجه يساراً فتصغر قيمة الأعداد. وكما أن العلامة لا تحتمل المساواة (b ليست ضمن الفترة).

ـ كيف نرسمها على خط الأعداد؟

ـ نمثل الرقم b بصورة دائرة مفرغة لأنه غير داخل ضمن الفترة.
ـ ونمثل الفترة بخط عريض ونتجه بالخط جهة اليسار أي الأعداد السالبة إلى مالا نهاية.
ـ نمثل الأعداد ضمن الفترة بعلامة X فوق الخط العريض.

النوع الرابع: الفترة (-∞ , b] وتسمى فترة مغلقة.

هذا القوس يعني أن الفترة تضم الأعداد أصغر من b إلى سالب مالا نهاية ، ولكن b داخلة ضمن الفترة.
تكتب المتباينة لهذه الفترة x ≤ b ، بحيث أن x تمثل العدد داخل الفترة وهو دائماَ أصغر من b لأننا نتجه يساراً فتصغر قيمة الأعداد. وكما أن العلامة تحتمل المساواة (b داخلة ضمن الفترة).

ـ كيف نرسمها على خط الأعداد؟

ـ نمثل الرقم b بصورة دائرة معبأة لأنه داخل ضمن الفترة.
ـ ونمثل الفترة بخط عريض ونتجه بالخط جهة اليسار أي الأعداد السالبة إلى مالا نهاية.
ـ نمثل الأعداد ضمن الفترة بعلامة X فوق الخط العريض.

*** اكتب المتباينات التالية على صورة فترات:**

١/ -5 ≤ x ≤ 6 ٢/ 0 ≤ x < 3 ٣/ -8 < x ≤ -1 ٤/ x ≥ 5 ٥/ x < 2

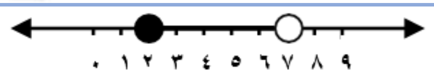
الإجابات: ١/ [-5 , 6] ٢/ [0 , 3) ٣/ (-8 , -1] ٤/ [5 , ∞) ٥/ (-∞ , 2)

ملاحظات:

* مالا نهاية مستحيل تكون فترة مغلقة ، دائماً مالا نهاية تكون مفتوحة، (∞ ، -∞) أو . خطأ نحط [ ] مع ∞ .

* < أو > أكبر أو أصغر (بدون علامة المساواة) على طول تكون الفترة مفتوحة ( ) وتمثيل الدائرة يكون دائرة مفرغة .

* ≤ أو ≥ أكبر من أو يساوي أو أصغر من أو يساوي (علامة مساواة) على طول تكون فترة مغلقة [ ] وتمثيل الدائرة يكون دائرة معبأة.

الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
١	أي مـن الفقرات التاليـة تمثل المنطقـة المظللـة علـى خـط الاعداد الحقيقـية التالـي : 				ج
	أ- (2,7)	ب- [2.7)	ج- [2.7)	د- [2.7]	
٢	عند كتابة الفترة [5 , ∞) على صورة متباينة تكون على الصورة:				ج
	أ / x > 5	ب) x < 5	ج) x ≥ 5	د) x ≤ 5	
٣	X < 5 تمثل :				أ
	أ) (-∞,5)	ب) [5,-∞)	ج) (5,∞)	د) [5,∞)	

* القيمة المطلقة

ـ يرمز لها بأن يكون العدد بين خطين مستقيمين.

ـ دائما العدد الناتج منها يكون بالموجب، أي تحذف الإشارة السالبة إن وجدت، $|5| = 5$ ، $|-5| = 5$ ، $|0| = 0$.

ـ اذا كانت القيمة المطلقة فيها عملية حسابية لابد أن نجري العملية ثم نستخرج القيمة المطلقة منها، $|2-5| = |-3| = 3$.

ـ $-3 = -|-3|$ ، (إشارة السالب خارج القيمة المطلقة تبقى كما هي).

ـ نحسب القيمة المطلقة بالآلة الحاسبة بضغط زر **shift** ثم زر **hyp** ثم ندخل العملية الحسابية ثم علامة يساوي.

ـ نحسب أيضا قيمة الجذور باستخدام الآلة الحاسبة.

الترتيب	اختبر نفسك	الاجابة
١	١/ قيمة المقدار $\frac{11-2}{\lvert 4-7\rvert} + \frac{\lvert 2-10\rvert}{3-1} =$	د
	أ- -١ ، ب- -٧ ، ج- ١ ، د- ٧	
٢	٢/ قيمة المقدار $\frac{5-\lvert 4-1\rvert}{4} + \frac{\lvert 3-5\rvert}{6}$ تساوي :	ب
	أ / $\frac{1}{6}$ ، ب / $\frac{5}{6}$ ، ج / $\frac{3}{4}$ ، د / $\frac{2}{3}$	
٣	قيمة المقدار $\left\lvert\frac{1-7}{3}\right\rvert - \left\lvert\frac{4-10}{2}\right\rvert$ تساوي :	أ
	أ/ ١ ، ب/ -1 ، ج/ ٠ ، د/ ٥	
٤	$\frac{2\lvert 2-8\rvert}{\lvert -4\rvert} + \frac{3-7}{\lvert 5-7\rvert} =$	ج
	أ) -2 ، ب) 4 ، ج) 1 ، د) -5	
٥	قيمة المقدار $\frac{\lvert 3-15\rvert}{4-1}$ - $\frac{\lvert 6-10\rvert}{5-3}$:	د
	أ/ ٦ ، ب/ -6 ، ج/ ٢ ، د/ -٢	

* اللوغريتمات

ـ يمكن أن تكون قيمة اللوغاريتم عدد سالب أو موجب أو صفر.

ـ أساس اللوغاريتم والعدد داخل اللوغاريتم موجب دائماً.

شروط أساس اللوغاريتم:

١/ اللوغاريتم للأساس 1 غير معرف (لانكتب لوغاريتم أساسه 1).

٢/ إذا كان اللوغاريتم مكتوب بدون أساس ذلك يعني أن أساسه 10 ولكن الأساس 10 لا يكتب فقط يحسب.

$$\log_b a = C$$

Log رمز اللوغاريتم
a داخل اللوغاريتم
b أساس اللوغاريتم
c ناتج اللوغاريتم

* أوجد قيمة المقدار $\log_2(\frac{1}{16})$:

بالآلة الحاسبة نضغط زر log. ثم نكتب الأساس وهو 2 ، ثم ننتقل للرقم الآخر بواسطة السهم اليمين ثم نضغط زر الكسر، ثم نكتب البسط 1 ، ثم ننزل بالسهم إلى أسفل ونضع قيمة المقام 16 ، ثم نضغط علامة يساوي، نجد أن الناتج يساوي -4 .

$\log_2(\frac{1}{16})$ = - 4

* أوجد قيمة المقدار $\log_2(4^6)$:

باستعمال الآلة الحاسبة $\log_2(4^6)$ = 12

* أوجد قيمة المقدار log 1000 + log 0,1 ؟

أسس اللوغاريتم غير مكتوبة اذا جميع الأسس تساوي 10 ، وباستعمال الآلة الحاسبة نوجد الناتج:

log 1000 + log 0,1 = 2

ـ ملاحظة: $a = b^c$ ⟺ $\log_b a = C$ — $8 = 2^3$ ⟺ $\log_2 8 = 3$

*** إذا كان $\log_2 X = 5$ فإن قيمة X هي:**

$X = 2^5 = 32$ (X داخل اللوغاريتم وعشان نعرف قيمته، حطينا أساس اللوغاريتم 2 ورفعناه للأس 5 اللي هو ناتج اللوغاريتم).

نتأكد من الحل باستعمال الآلة الحاسبة $\log_2 32$ بيعطينا الناتج يساوي 5.

الترتيب	اختبر نفسك	الاجابة
١	إذا كان $[\log_4 x = 3]$ فإن قيمة $[x]$ تساوي :	أ
	(أ) 64 — (ب) $\frac{3}{4}$ — (ج) 81 — (د) 6	
٢	إذا كان $[\log_2 x = 3]$:	ج
	(أ) 6 — (ب) 4 — (ج) 8 — (د) 9	
٣	قيمة المقدار $\log_2(9)^3$ تساوي :	ج
	أ / ٦ — ب / ٣ — ج / ٣١ — د / ٢٧	
٤	ليكن $\log_3(x) = -2$ فإن قيمة x تساوي:	د
	أ- -٦ — ب- ١ — ج- $\frac{1}{8}$ — د- $\frac{1}{9}$	
٥	عند تحويل العبارة الاسية $[2^3 = 8]$ الى الصورة اللوغاريتمية تكون على الصورة :	أ
	أ- $\log_2(8) = 3$ — ب- $\log_3(8) = 2$ — ج- $\log_2(3) = 8$ — د- $\log_3(2) = 8$	
٦	عند تحويل العبارة الاسية $[3^2 = 9]$ الى الصورة اللوغاريتمية تكون على الصورة :	ب
	أ- $\log_2(9) = 3$ — ب- $\log_3(9) = 2$ — ج- $\log_2(3) = 9$ — د- $\log_3(2) = 8$	

* درجة العبارة الجبرية

العبارة الجبرية: هي عبارة عن أرقام وحروف بينهم عمليات حسابية،
ويسمى كل جزء منها حد (كل جزء بين عمليتين حسابيتين يعتبر حد).
مثال: $3X^4-5X^3+10X^2-2X+4$
$3X^4$ حد من الدرجة الرابعة (درجة الحد هو الأس الموجود في الحد).
$5X^3$ حد من الدرجة الثالثة.
$10X^2$ حد من الدرجة الثانية.
$2X$ حد من الدرجة الأولى (الرقم 1 لا يكتب في ثلاث مواضع:
اذا كان في الاس، او اذا كان مضروب في عدد، واذا كان مقام لكسر)
4 حد درجته صفر (في حال أن الحد لا يوجد معه حرف X تكون درجته صفر)

*** درجة العبارة الجبرية: تكون أعلى درجة بين الحدود (أكبر أس)... درجة العبارة في المثال السابق هي 4 وهي أعلى درجة بين الحدود.**
*** درجة العبارة الجبرية $5X^6-2X^4+X$ هي 6 (لأنها أعلى أس بين الأسس).**

* جمع وطرح العبارات الجبرية

ـ الحدود ذات الاسس المتشابه نجمع أو نطرح الأعداد التي بجانب X ، ولا نجمع الأسس ($2X^3+3X^3=5X^3$).

ـ اذا كان عندي في العبارة الجبرية أقواس افكك الأقواس أولا ثم أقوم بعمليات الجمع والطرح، تفكيك الأقواس يكون بضرب العدد خارج القوس في كل عدد داخل القوس (لازم ننتبه للموجب والسالب). (5 (2X-1) -3 (2X-3) = 10X - 5 - 6X + 9 = 4X + 4).

الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
١	عند تبسيط العبارة الجبرية $[3(2x-1)+2(4-x)]$ تكون على الصورة :				د
	(أ) $4x+7$	(ب) $5x+5$	(ج) $5x+7$	(د) $4x+5$	
٢	عند تبسيط العبارة الجبرية $[2(3x+5)-(2x-3)]$ تكون على الصورة :				ب
	(أ) $4x+7$	(ب) $4x+13$	(ج) $8x+13$	(د) $8x+7$	
٣	عند تبسيط العبارة الجبرية $(7x-3y)-5(x+2y-2)$ تكون على الصورة :				د
	(أ) $2x-y-2$	(ب) $2x-5y+2$	(ج) $2x+7y+10$	(د) $2x-13y+10$	
٤	عند تبسيط العبارة الجبرية $[3(2x-1)-2(4-x)]$ تكون على الصورة:				ب
	أ) $4x-11$	ب) $8x-11$	ج) $5x-9$	د) $4x-9$	

* تحليل ثلاثي الحدود

تكون على الصورة X^2+bX+C مكونة من ثلاثة حدود.

*** حل العبارة الجبرية $X^2 + 5X + 6$ ؟**

١/ نفتح قوسين، ونوزع X على القوسين. (X) (X)

٢/ نبحث عن رقمين حاصل جمعهم الحد الأوسط (5) ، وحاصل ضربهم الحد الأخير (6) ضروري تنتبهوا للموجب والسالب . مثلاً نأخذ الرقمين 2 و 3 . (حاصل الجمع 2+3 =5 وحاصل الضرب 2X3 = 6)

٣/ نضع كل رقم بقوس. (X + 3) (X + 2)

الحل: $X^2 + 5X + 6 = (X + 3) (X + 2)$

*** حل العبارة الجبرية $X^2 + 3X - 10$ ؟**

١/ نفتح قوسين، ونوزع X على القوسين. (X) (X)

٢/ نبحث عن رقمين حاصل جمعهم الحد الأوسط (3) ، وحاصل ضربهم الحد الأخير (-10) ضروري الانتباه للموجب والسالب . مثلاً نأخذ الرقمين 5 و -2 ، (فيه عندي إشارة سالب -10) (نحط السالب للعدد الأصغر عشان ما يأثر على نتيجة الجمع لأنها بالموجب 3) .

(حاصل الجمع -2+5 =3 وحاصل الضرب -2X5 = -10)

٣/ نضع كل رقم بقوس. (X + 5) (X - 2)

الحل: $X^2 + 3X - 10 = (X + 5) (X - 2)$

ملاحظات: ـ في الجمع اذا اختلفت الإشارات نطرح ونأخذ إشارة العدد الأكبر (-2 = 6 – 4 ، 3 = 2 – 5)

ـ في الضرب اذا اختلفت الإشارات النتيجة تكون بالسالب، واذا تشابهت الإشارات تكون النتيجة بالموجب.

(- 2 X 3 = - 6 ، 2 X 3 = 6 ، - 2 X – 3 = 6) نلاحظ إشارة الموجب ما نكتبها بس إشارة السالب تنكتب.

الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
١	عند تبسيط العبارة الجبرية $(x - 4)(x + 5)$ تكون على الصورة :				ج
	أ- $x^2 + 9x - 20$	ب- $x^2 + 9x + 20$	ج- $x^2 + x - 20$	د- $x^2 + x + 20$	
٢	عند تحليل العبارة الجبرية $x^2 - 6x + 8$ تكون على الصورة :				أ
	أ- $(x - 4)(x - 2)$	ب- $(x - 4)(x + 2)$.	ج- $(x + 4)(x - 2)$	د- $(x + 4)(x + 2)$	
٣	عند تبسيط العبارة الجبرية $(x + 4)(x + 5)$ تكون على الصورة :				ب
	أ- $x^2 + 9x - 20$	ب- $x^2 + 9x + 20$	ج- $x^2 + x - 20$	د- $x^2 + x + 20$	
٤	عند تحليل العبارة الجبرية $x^2 - 6x + 5$ تكون على الصورة :				ج
	أ- $(x + 1)(x - 5)$	ب- $(x - 1)(x + 5)$	ج- $(x - 1)(x - 5)$	د- $(x + 1)(x + 5)$	
٥	عند تبسيط العبارة الجبرية $[(x + 2)(x - 3)]$ تكون على الصورة :				د
	أ- $x^2 + x + 6$	ب- $x^2 - x + 6$	ج- $x^2 + x - 6$	د- $x^2 - x - 6$	

* تحليل فرق مربعين

يكون على الصورة $X^2 - a^2$ ، حيث a عدد يمكن إيجاد الجذر له، وسمي فرق لأن العلامة بينهما سالبة دائما أي طرح، فلا تكون علامة جمع ابداً.

* حلل العبارة الجبرية $X^2 - 9$ ؟

١/ نفتح قوسين، ونوزع X على القوسين. (X   ) (X   )

٢/ نوجد قيمة جذر الحد الثاني (9)، يعطينا العدد 3 . ($\sqrt{9} = 3$)

٣/ نضع العدد 3 في القوسين قوس موجب وقوس سالب.

(X + 3) (X - 3)

الحل: $X^2 - 9 = (X + 3)(X - 3)$

حلل العبارة الجبرية $X^2 - 1$ ؟

١/ نفتح قوسين، ونوزع X على القوسين. (X   ) (X   )

٢/ نوجد قيمة جذر الحد الثاني (1)، يعطينا العدد 1 . ($\sqrt{1} = 1$)

٣/ نضع العدد 1 في القوسين قوس موجب وقوس سالب.

(X + 1) (X - 1)

الحل: $X^2 - 1 = (X + 1)(X - 1)$

الترتيب	اختبر نفسك	الاجابة
١	عند تحليل العبارة الجبرية $[x^2 - 81]$ تكون على الصورة :	أ
	أ- $(x + 9)(x - 9)$ ب- $(x - 82)(x + 1)$ ج- $(x - 9)(x - 9)$ د- $x^2 + x + 20$	
٢	عند تحليل العبارة الجبرية $[x^2 - 49]$ تكون على الصورة :	د
	أ- $(x + 7)(x + 7)$ ب- $(x - 7)(x - 7)$ ج- $(x - 50)(x + 1)$ د- $(x + 7)(x - 7)$	
٣	عند تحليل العبارة الجبرية $[4x^2 - 9]$ تكون على الصورة :	ب
	(أ) $(2x-3)(2x-3)$ (ب) $(2x-3)(2x+3)$ (ج) $(4x-3)(x-3)$ (د) $(4x-3)(x+3)$	
٤	عند تبسيط العبارة الجبرية $(2x - y)(2x + y)$ تكون على الصورة:	ب
	أ/ $4x^2 + y^2$ ب/ $4x^2 - y^2$ ج/ $4x^2 - 4xy - y^2$ د/ $4x^2 + 4xy + y^2$	
٥	عند تحليل العبارة الجبرية $(9x^2 - 4)$ تكون على الصورة:	أ
	أ) $(3x - 2)(3x + 2)$ ب) $(9x - 2)(x + 2)$ ج) $(3x - 2)(3x - 2)$ د) $(9x - 2)(x - 2)$	

المعادلات لها ثلاثة أنواع:

١/ المعادلة الخطية في مجهول واحد:

تكون على الصورة 11 = 3 + 2X ، بحيث تكون X غير مرفوعة لأس، والمعادلة يكون فيها علامة يساوي، أما العبارة الجبرية فلا يوجد فيها مساواة.

*** كيفية حل المعادلة الخطية:**

١ـ النقل: نقل المجاهيل لجهة (يسار علامة يساوي)، ونقل المعاليم لجهة (يمين علامة يساوي)، أي أن كل رقم يحمل علامة X يسار علامة المساواة، وكل رقم عادي يمين علامة المساواة، مع مراعاة أن كل رقم ينقل من مكانه تتغير علامته: فالموجب عند نقله يتحول سالب، والسالب يتحول موجب.

٢ـ التبسيط: اجراء عمليات الجمع والطرح في المعادلة.

٣ـ القسمة على معامل X .

٤ـ للتحقق من صحة الحل نعوض الناتج (قيمة X) في المعادلة الأصل، اذا تساوت مع الطرف اليمين اذاَ الحل صحيح.

*** أوجد حل المعادلة الخطية 11 = 3 + 2X ؟**

2X = 11 – 3 (نقل 3 لجهة اليمين وتغيير اشارتها)
2X = 8 (التبسيط واجراء عملية الطرح)
2X/2 = 8/2 (القسمة على معامل X)
X = 4
(للتحقق من صحة الحل نعوض عن قيمة X = 4 في المعادلة الأصلية ، 11 = 3 + 4 X 2 ، تساوى مع الطرف اليمين اذاً الحل صحيح).

*** أوجد حل المعادلة الخطية 12 + 4X -3 = X ؟**

4X – X = 3 + 12 (نقلنا المجاهيل بطرف والمعاليم بطرف وغيرنا الإشارات عند النقل)
3X = 15 (التبسيط واجراء عمليات الجمع والطرح)
3X/3 = 15/3 (القسمة على معامل X)
X = 5 (القسمة على معامل X)
(التحقق: 12 + 5 = 3- 5 X 4 / 17 = 17 ، عوضنا عن قيمة X = 5 في المعادلة الأصلية، تساوى الطرفين اذا الحل صحيح)

ملاحظة:

اذا أعطانا في المعادلة أقواس أفك الأقواس (اضرب العدد خارج القوس في كل عدد داخل القوس) قبل البدء بحل المعادلة وقبل النقل.

الترتيب	اختبر نفسك			الاجابة
١	حل المعادلة الخطية $7x + 6 = 4(x - 3)$ هو :			ب
أـ ٢-	ب ـ ٦-	جـ ٢	د ـ ٦	
٢	حل المعادلة الخطية $[5x - 3 = 2(x + 6)]$ هو			ب
أـ x=٣	ب ـ x=٥	جـ x=٢	د ـ x=٤	
٣	حل المعادلة الخطية $[4(x+1) = 2x+12]$ هي :			د
(أ) $x = 3$	(ب) $x = 1$	(ج) $x = 2$	(د) $x = 4$	
٤	حل المعادلة $3 - 2(x-1) = 7$ هو :			د
(أ) $x = 2$	(ب) $x = -2$	(ج) $x = 1$	(د) $x = -1$	
٥	حل المعادلة $2(x + 10) + 16 = 9 - 3(2x - 1)$			ج
أ / ٣	ب/ ٢	ج / 3 -	د / 2 -	

٢/ حل معادلتين خطيتين في مجهولين:

الصيغة العامة للمعادلتين الخطيتين في مجهولين هي:

$$Ax_1 + By_1 = C_1 \qquad Ax_2 + Bx_2 = C_2$$

حيث أن **A + B + C** تمثل أرقام معدودة ، و **x + y** تمثل مجاهيل.

*** كيفية حل معادلتين خطيتين في مجهولين:**

١/ باستعمال الآلة الحاسبة نضغط زر **mood** .

٢/ ثم نضغط رقم **5** .

٣/ ثم نضغط رقم **1** .

٤/ تظهر شاشة المعادلة مقسمة ثلاثة أقسام، نبدأ بتعبئة الفراغات، ندخل الرقم فقط بدون الحرف مع مراعاة إشارة الرقم موجب أو سالب، ثم نضغط علامة **=** فينتقل المؤشر تلقائياً للخانة التالية، حتى نقوم بتعبئة كل الفراغات، ثم نضغط **=** تظهر قيمة **X** ، ثم نضغط **=** مرة أخرى تظهر قيمة **Y** .

*** أوجد قيمة x , y التي تحقق المعادلتين:**

4x – 2y = 10   x + y = 1

باستعمال الآلة الحاسبة نوجد الناتج :

نضغط mood ثم 5 ثم 1 ، ثم ندخل الأرقام: نكتب الرقم ثم نضغط علامة = للانتقال للخانة التالية حتى ننتهي من المعادلتين، ثم نضغط = فتظهر قيمة x ، ثم نضغط = مرة أخرى فتظهر قيمة y .

x = 2 ، y = -1

في المعادلة الأولى ما ننسى إشارة السالب قبل رقم 2 ، ومعامل x , y في المعادلة الثانية كلها 1 .

ملاحظة: لإعادة الآلة إلى وضعها الطبيعي نضغط mood ثم رقم 1 .

الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
١	قيمة x وَ y التي تحقق المعادلتين $\begin{pmatrix} x+3y=1 \\ x-2y=6 \end{pmatrix}$ هي :				أ
	أ- $x = 4, y = -1$	ب- $x = 4, y = 1$	ج- $x = -4, y = -1$	د- $x = -4, y = 1$	
٢	حل النظام الخطي $\begin{pmatrix} x+2y=5 \\ 2x-y=5 \end{pmatrix}$ هو :				د
	أ- $x = -1, y = 3$	ب- $x = 3, y = -1$	ج- $x = 1, y = 3$	د- $x = 3, y = 1$	
٣	قيمة x, y التي تحقق المعادلتين $\begin{pmatrix} 3x + y = 7 \\ 2x - y = 8 \end{pmatrix}$ هي :				أ
	(أ) $x = 3, y = -2$	(ب) $x = 3, y = 2$	(ج) $x = -3, y = -2$	(د) $x = -3, y = 2$	
٤	حل النظام $\begin{pmatrix} 5X & -y = 5 \\ 3X & +y = 11 \end{pmatrix}$				أ
	أ) $x = 2, y = 5$	ب) $x = -2, y = 5$	ج) $x = -2, y = -5$	د) $x = 2, y = -5$	

٣/ حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد:

الصيغة العامة لهذه المعادلة $aX^2+bX+c=0$ ، ولابد أن تكون نهاية المعادلة = 0 ، اذا لم تساوي 0 المعادلة غير صحيحة.

ـ حسب الأسس يكون عدد الحلول للمعادلة: X^2 لها حلين أو أقل ، X^3 لها ثلاثة حلول أو أقل.

* كيفية حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد:

١/ باستعمال الآلة الحاسبة نضغط زر mood .

٢/ ثم نضغط رقم 5 .

٣/ ثم نضغط رقم 3 ، (لاحظ رقم 3 في شاشة الآلة ، معادلة من الدرجة الثانية)

٤/ تظهر شاشة المعادلة مقسمة ثلاثة أقسام، نبدأ بتعبئة الفراغات، ندخل الرقم فقط بدون الحرف وبدون الرفع للأس 2 فقط الأرقام مع مراعاة إشارة الرقم موجب أو سالب، ثم نضغط علامة = فينتقل المؤشر تلقائياً للخانة التالية، حتى نقوم بتعبئة كل الفراغات ، نعبي ثلاث خانات أرقام فقط، ولا نكتب آخر المعادلة = 0 ، ثم نضغط = تظهر قيمة X_1 ، ثم نضغط = مرة أخرى تظهر قيمة X_2 .

* أوجد حل المعادلة التالية: $2X^2-3X-2=0$ ؟

باستعمال الآلة الحاسبة نوجد الناتج :

نضغط mood ثم 5 ثم 3 ، ثم ندخل الأرقام: نكتب الرقم ثم نضغط علامة = للانتقال للخانة التالية حتى ننتهي من المعادلة، ثم نضغط = فتظهر قيمة X_1 ، ثم نضغط = مرة أخرى فتظهر قيمة X_2 .

$X_1 = 2$ ، $X_2 = -\frac{1}{2}$

ملاحظة: نهاية المعادلة 0 = لا نكتبها في الآلة الحاسبة، وننتبه لإشارة الأرقام موجب وسالب، ونكتب الرقم فقط بدون الحرف وبدون الأس.

الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
١	حل المعادلة التربيعية التالية $2x^2 - 3x + 1 = 0$ هو :				د
	أ- $\{\frac{1}{2},-1\}$	ب- $\{-\frac{1}{2},1\}$	ج- $\{-\frac{1}{2},-1\}$	د- $\{\frac{1}{2},1\}$	
٢	حل المعادلة التربيعية $[x^2-3x-4=0]$ هو :				أ
	أ- $\{-1,4\}$	ب- $\{1,4\}$	ج- $\{1,-4\}$	د- $\{-1,-4\}$	
٣	حل المعادلة $x^2+4x-12=0$ هو :				ج
	(أ) $\{6,2\}$	(ب) $\{6,-2\}$	(ج) $\{-6,2\}$	(د) $\{-6,-2\}$	
٤	٤/ حل المعادلة $2x^2-5x-3=0$ هو :				أ
	أ / $\{-\frac{1}{2},3\}$	ب / $\{\frac{1}{2},-3\}$	ج / $\{\frac{1}{2},3\}$	د / $\{-\frac{1}{2},-3\}$	

الفصل الرابع المستوى الديكارتي

* المستوى الديكارتي

- يتكون المستوى الديكارتي من خطين متعامدين ممثلاً كلا منهما مجموعة الأعداد الحقيقية :
* أحدهما أفقي ويسمى محور X (تكون الأعداد على يمينه موجبة والأعداد على يساره سالبة).
* والآخر عمودي ويسمى محور Y (تكون الأعداد أعلاه موجبة والأعداد أسفله سالبة).

ويتقاطعان في نقطة الصفر وتسمى **نقطة الأصل**، ويسميان معا بالمحاور الإحداثية ودائما في النقاط نقرأ قيم X قبل قيم Y .
ولا ننسى أننا نقرأ من اليسار لليمين (X , Y)..

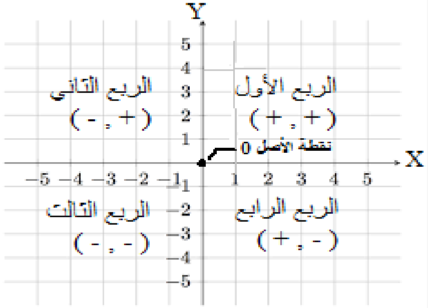
- المستوى الديكارتي ينقسم إلى أربع أرباع وقلنا تبدأ الإحداثيات ب X ثم احداثيات Y :

١/ الربع الأول: يقع في اليمين الأعلى (+ , +) ، مثال: (2 , 3)

٢/ الربع الثاني: يقع في اليسار الأعلى (- , +) ، مثال: (-2 , 3)

٣/ الربع الثالث: يقع في اليسار الأسفل (- , -) ، مثال: (-2 , -3)

٤/ الربع الرابع: يقع في اليمين الأسفل (+ , -) ، مثال: (2 , -3)



ملاحظة:

- النقطة (± , 0) قيمة الإحداثي Y = 0 ، النقطة تقع على محور X ،

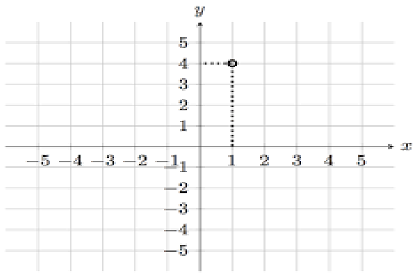
مثال: (2 , 0) ، (-4 , 0) هاتان النقطتان تقعان على محور X .

- النقطة (0 , ±) قيمة الإحداثي X = 0 ، النقطة تقع على محور Y ،

مثال: (0 , 5) ، (0 , -3) هاتان النقطتان تقعان على محور Y .

* كيف نحدد النقطة (1 , 4) على المستوى الديكارتي؟

قلنا أن قراءة الإحداثيات من اليسار لليمين، وقلنا إننا دائماً نبدأ بالإحداثية X ثم الإحداثية Y ، نحدد قيمة X = 1 ، ثم نحدد قيمة Y = 4 ، نمد خط متقطع من 1 على محور X للأعلى ، ثم نمد خط متقطع من 4 على محور Y ليتقاطع مع الخط السابق ، فنقطة تلاقي الخطين تمثل النقطة المطلوبة على المستوى الديكارتي .
(نلاحظ هنا أن احداثيات النقطة كلها بالموجب ، اذا تقع في الربع الأول)



الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
١	النقطة $(-2,0)$ تقع :				ب
	أ- على محور y	ب- على محور x	ج- في الربع الثاني	د- في الربع الثالث	
٢	النقطة $(0,-2)$ تقع :				أ
	أ- على محور y	ب- على محور x	ج- في الربع الثاني	د- في الربع الثالث	
٣	النقطة (-5 , 9) تقع في:				ب
	أ ـ الربع الأول	ب ـ الربع الثاني	ج ـ الربع الثالث	ج ـ الربع الرابع	
٤	نقطة من النقاط التالية تقع في الربع الرابع:				ج
	أ- (-6 , 1)	ب- (4 , 0)	ج- (3 , -9)	د- (-2 , -3)	

* ميل المستقيم من معادلة

- رمزه m ، - معادلته: Y = m x + b (معامل X هو الميل)

* أوجد ميل المستقيم الذي معادلته 12X +3Y = 15 ؟

- نرتب المعادلة على شكل معادلة المستقيم (ننقل جميع الأطراف إلى جهة اليمين، ونترك Y فقط جهة اليسار)

3Y = - 12X + 15 (نقلنا 12X جهة اليمين وغيرنا اشاراتها الى السالب)

- نحل المعادلة الخطية وذلك بقسمة جميع الأطراف على معامل Y .

Y = - 4X + 5 (قسمنا جميع الأطراف على 3)

- اذا ميل المستقيل هو معامل X

M = - 4

* أوجد ميل المستقيم الذي معادلته 6X + 2Y = 10 ؟

2Y = - 6X + 10

Y = - 3X + 5

M = - 3

* ميل المستقيم المار بنقطتين

* قانونه: $M = \frac{Y2 - Y1}{X2 - X1}$ ،

حيث ان النقاط هي : (X1 , Y1) و (X2 , Y2)

* بكيفنا نختار النقطة الأولى والنقطة الثانية، ولو عكسنا النقاط يعطينا نفس النتيجة، المهم نركز بحدود كل نقطة، ونعوض عنها بالقانون.

* نستخرج النتيجة باستخدام الآلة الحاسبة.

* أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (2 , 1 -) و (10 , 3) ؟

نعوض عن القيم في المعادلة ونجري العملية الحسابية:

$M = \frac{2 - 10}{-1 - 3}$

M = 2

* معادلة مستقيم بدلالة ميل ونقطة

قانونه: Y = m (X – X1) + Y1

حيث أن m هو الميل ، والنقطة هي (X1 , Y1)

* اكتب معادلة المستقيم الذي ميله m = 3 ، ويمر بالنقطة (2 , 4) ؟

- نعوض عن القيم في القانون ، ونحل المعادلة.

Y = 3 (X – 2) + 4

Y = 3X – 6 + 4

Y = 3 X – 2 (هذه هي معادلة المستقيم)

- وللتحقق من صحة الحل : نعوض عن قيمة الحد السيني X في المعادلة ، اذا اعطاني الناتج الحد الصادي للنقطة Y ، يكون الحل صحيح.

Y = 3 (2) – 2 = 6 – 2 = 4 (الناتج اعطانا 4 نفس الحد الصادي للنقطة اذاً حلنا للمعادلة صحيح)

* معادلة المستقيم الذي ميله m = 5 ، ويمر بالنقطة (5 , 3-) هي؟

Y = 5 (X + 3) + 5 (هنا القانون أصلا طرح (X – X1) ، والحد السيني للنقطة بالسالب ، لما نعوض سالب وسالب صار موجب (X + 3)

Y = 5X + 15 + 5

Y = 5X + 20

- التحقق من صحة الحل: (نعوض عن قيمة X للنقطة والناتج يعطينا قيمة Y)

Y = 5 (-3) + 20 = - 15 + 20 = 5

الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
١	أي من النقاط التالية تقع على المستقيم الذي معادلته $[2x+3y=1]$:				ب
	(أ) $(0,1)$	(ب) $(-1,1)$	(ج) $(3,-2)$	(د) $(1,0)$	
٢	ميل المستقيم الذي معادلته $20x + 5y = 50$ يساوي :				ب
	أ / ١٠	ب / 4 -	ج / 20 -	د- في الربع الثالث	
٣	نقطة تقاطع المستقيم الذي معادلته y=3x-4 مع محور Y هي :				ج
	أ / (٤،٠)	ب / (٠،٤)	ج/ $(0,-4)$	د / $(-4,0)$	
٤	ميل المستقيم $y - 2x = 0$:				ب
	أ) $m = 0$	ب) $m = 2$	ج) $m = -2$	د) لا يوجد	
٥	ميل المستقيم المار بالنقطتين (٦- ، ٣) وَ (٤ ، -٢) يساوي :				ج
	أ- $m= -\frac{1}{2}$	ب- $m=\frac{1}{2}$	ج- $m= -2$	د- $m= +2$	
٦	ميل المستقيم المار بالنقطتين $(1,7)$ و $(3,-1)$ هو :				ب
	(أ) $m=4$	(ب) $m=-4$	(ج) $m=3$	(د) $m=-3$	
٧	ميل المستقيم المار بالنقطتين $A(6, 2)$ و $B(-3, 5)$ هو:				د
	أ - ٣	ب - -٣	ج- $\frac{1}{3}$	د- $-\frac{1}{3}$	
٨	معادلة المستقيم الذي ميله $m= 3$ ويمر بالنقطة (٤- ، ٢) هي :				ج
	أ- $y = 3x + 2$	ب- $y = 3x - 2$	ج- $y = 3x - 10$	د- $y = 3x + 10$	
٩	معادلة المستقيم الذي ميله $m= 3$ ويمر بالنقطة (٤ ، -٢) هي :				ب
	أ- $y = 3x - 10$	ب- $y = 3x + 10$	ج- $y = 3x + 2$	د- $y = 3x - 2$	
١٠	معادلة المستقيم المار بالنقطة $[(3,-3)]$ وميله $[m=-2]$ هي :				ب
	(أ) $y=-2x+9$	(ب) $y=-2x+3$	(ج) $y=-2x-9$	(د) $y=-2x-3$	
١١	معادلة الخط المستقيم الذي ميله $[m=1]$ ويمر بالنقطة $(-3,-4)$ هي :				د
	(أ) $y=x-7$	(ب) $y=x+7$	(ج) $y=x+1$	(د) $y=x-1$	
١٢	معادلة المستقيم الذي ميله m=6 و يقطع محور x في 2– هي :				د
	أ / y=6x-2	ب / y=6x+2	ج / y=6x-12	د / y=6x+12	
١٣	معادلة المستقيم الذي ميله3 $m = 3$ ويقطع y في 5 :				د
	أ) $y = 3x - 15$	ب) $y = 3x + 15$	ج) $y = 3x + 8$	د) $y = 3x + 5$	

الفصل الخامس — المتتاليات ومجموعها

* المتتاليات

- هي مجموعة أو سلسلة أرقام بينها فواصل تربط بينها صيغة رياضية أو قاعدة،

تكتب على الشكل $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots\dots\dots, a_n$

- كل رقم عبارة عن حد ويسمى حسب تسلسله: الحد الأول، الحد الثاني، الحد الثالث، وهكذا..
- a_n هي الحد النوني، وتسمى الحد العام، فنعوضها بالحد المطلوب، مثلا الحد العاشر a_{10} ، والحد الخامس a_5 ، وهكذا..

مثال:

- متتالية الأعداد الموجبة الفردية: 1 , 3 , 5 , 7 , 9 , 11 , ...
- متتالية الأعداد الموجبة الزوجية: 2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12 , ...

*** اكتب الحدود الخمسة الأولى من المتتالية $a_n = 3n + 2$ ؟**

نعوض عن قيمة n كل مرة بالحد المراد استخراجه، هنا طلب الحدود من 1 إلى 5 .

الحد الأول: $a_1 = 3(1) + 2 = 5$ ، إذن $a_1 = 5$

الحد الثاني: $a_2 = 3(2) + 2 = 8$ ، إذن $a_2 = 8$

الحد الثالث: $a_3 = 3(3) + 2 = 11$ ، إذن $a_3 = 11$

الحد الرابع: $a_4 = 3(4) + 2 = 14$ ، إذن $a_4 = 14$

الحد الخامس: $a_5 = 3(5) + 2 = 17$ ، إذن $a_5 = 17$

*** أوجد الحد العاشر للمتتالية $a_n = 2n - 6$ ؟**

نعوض عن n في القاعدة برقم الحد المطلوب 10

$$a_{10} = 2(10) - 6$$
$$a_{10} = 20 - 6$$
$$a_{10} = 14$$

*** أوجد الحد الخامس للمتتالية $a_n = n^2 - 2n + 3$ ؟**

$$a_5 = (5)^2 - 2(5) + 3$$
$$a_5 = 25 - 10 + 3$$
$$a_5 = 18$$

*** أوجد الحد السادس للمتتالية $a_n = n^2 - 5n$ ؟**

$a_6 = (6)^2 - 5(6) = 36 - 30 = 6$ ، إذن $a_6 = 6$

الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
١	الحدود الأربع للمتتالية التالية $a_n = n^2 - 2n$ هي :				ب
	أ- ٠ ، ٠ ، ٠ ، ٠	ب- -١ ، ٠ ، ٣ ، ٨	ج- ١٥ ، ٨ ، ٣ ، ٠	د- ١٤ ، ٧ ، ٢ ، -١	
٢	الحدود الأربع للمتتالية التالية $a_n = n^2 - n$ هي :				ب
	أ- ٠ ، ٠ ، ٠ ، ٠	ب- ١٢ ، ٦ ، ٢ ، ٠	ج- ٢٠ ، ١٢ . ٦ ، ٢	د- ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١	
٣	الحد العاشر $[a_{10}]$ للمتتالية $[a_n = (n-5)^2]$ يساوي :				أ
	أ- $a_{10} = 25$	ب- $a_{10} = 95$	ج- $a_{10} = 100$	د- $a_{10} = 10$	
٤	الحد العشرون المتتالية $a_n = 2(n-5)$ هو :				ب
	أ / -30	ب / ٣٠	ج / -35	د / ٣٥	
5	الحدود الخمسة الأولى لـ $a_n = 2(n-5)$				ب
	أ) -8,-4,-,4,8	ب) -8,-6,-4,-2,0	ج) -10,-8,-6,-4,-2	د) 8,6,4,2,0	

* للمتتالية نوعان: حسابية وهندسية

أولاً/ المتتالية الحسابية:

حتى نحكم على متتالية أنها متتالية حسابية: نطرح كل حد من الحد الذي قبله حتى نهاية الحدود، فإذا كانت جميع عمليات الطرح رقم ثابت لا يتغير، نقول عنها متتالية حسابية، ويسمى العدد الناتج عن الطرح : (أساس المتباينة الحسابية) ويرمز له بالرمز d

* هل المتتالية التالية هي متتالية حسابية

2 , 5 , 8 , 11 , 14 , ... ؟

نطرح كل حد من الحد الذي قبله لنتأكد أنها متتالية حسابية:

$a_5 - a_4 = 14 - 11 = 3$

$a_4 - a_3 = 11 - 8 = 3$

$a_3 - a_2 = 8 - 5 = 3$

$a_2 - a_1 = 5 - 2 = 3$

نواتج الطرح ثابته ولم تتغير، إذن فهي متتالية حسابية أساسها d = 3

* هل المتتالية التالية هي متتالية حسابية

1 , 2 , 4 , 6 , 8 , 10 , ... ؟

$a_6 - a_5 = 10 - 8 = 2$

$a_5 - a_4 = 8 - 6 = 2$

$a_4 - a_3 = 6 - 4 = 2$

$a_3 - a_2 = 4 - 2 = 2$

$a_2 - a_1 = 2 - 1 = 1$

ليست متتالية حسابية لأن ناتج من نواتج الطرح اختلف.

الحد العام للمتتالية الحسابية:

لها قانون: $a_n = a_1 + d(n-1)$ وهذا القانون حفظ

a_n هو الحد العام أو يسمى الحد النوني، نعوض عن قيمة n برقم الحد الذي يذكر بالسؤال.

a_1 هو الحد الأول للمتتالية ، d هو أساس المتتالية الحسابية.

* أوجد الحد العاشر للمتتالية الحسابية ، حدها الأول $a_1 = 10$ ، وأساسها $d = 5$ ؟

نعوض في القانون عن القيم، وثم نجري العمليات الحسابية لنحصل على الحد العاشر.

$a_{10} = 10 + 5(10-1)$

$a_{10} = 10 + 5(9)$

$a_{10} = 10 + 45$

$a_{10} = 55$

ثانياً/ المتتالية الهندسية:

حتى نحكم على متتالية أنها متتالية هندسية: نقسم كل حد على الحد الذي قبله حتى نهاية الحدود، فإذا كانت جميع عمليات القسمة رقم ثابت لا يتغير، نقول عنها متتالية هندسية، ويسمى العدد الناتج عن القسمة (أساس المتباينة الهندسية) ويرمز له بالرمز r

* هل المتتالية التالية هي متتالية هندسية

2 , 4 , 8 , 16 , 32 , ... ؟

نقسم كل حد على الحد الذي قبله لنتأكد أنها متتالية هندسية:

$a_5 / a_4 = 32/16 = 2$

$a_4 / a_3 = 16/8 = 2$

$a_3 / a_2 = 8/4 = 2$

$a_2 / a_1 = 4/2 = 2$

نواتج القسمة ثابتة ولم تتغير، إذن فهي متتالية هندسية أساسها r = 2

* هل المتتالية التالية هي متتالية هندسية :

1 , 2 , 6 , 18 , ... ؟

$a_4 / a_3 = 18/6 = 3$

$a_3 / a_2 = 6/2 = 3$

$a_2 / a_1 = 2/1 = 2$

ليست متتالية هندسية لأن ناتج من نواتج القسمة اختلف.

الحد العام للمتتالية الهندسية:

لها قانون: $a_n = a_1 \; r^{n-1}$ وهذا القانون حفظ

a_n هو الحد العام أو يسمى الحد النوني، نعوض عن قيمة n برقم الحد الذي يذكر بالسؤال.

a_1 هو الحد الأول للمتتالية ، r هو أساس المتتالية الهندسية.

* لدينا متتالية هندسية حدها الأول 3 ، وأساسها 2 ، أوجد الحدود الخمسة الأولى لهذه المتتالية؟

نعوض في قانون المتتالية الهندسية عن قيمة n كل مرة بالحد المراد استخراجه، هنا طلب الحدود من 1 إلى 5 .

الحد الأول: $a_1 = 3$ ، اعطانا الحد الأول في السؤال، إذن $a_1 = 3$

الحد الثاني: $a_2 = 3(2)^{(2-1)} = 3(2) = 6$ ، إذن $a_2 = 6$

الحد الثالث: $a_3 = 3(2)^{(3-1)} = 3(2)^2 = 3(4) = 12$ ، إذن $a_3 = 12$

الحد الرابع: $a_4 = 3(2)^{(4-1)} = 3(2)^3 = 3(8) = 24$ ، إذن $a_4 = 24$

الحد الخامس: $a_5 = 3(2)^{(5-1)} = 3(2)^4 = 3(16) = 48$ ، إذن $a_5 = 48$

الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
١	الحد الخامس a_5 لمتتابعة هندسية حدها الأول $a_1 = 5$ و أساسها $r = 2$ هو :				أ
	أ- ٨٠	ب- ١٦٠	ج- ٥٠	د- ١٠٠	
٢	أي من المتتاليات التالية تمثل متتالية هندسية :				أ
	أ- 1,-3,9,-27,81…	ب- 1,3,6,9,12…	ج- -1,-2,-4,-8,-12,…	د- 0,1,2,4,8,16,…	
٣	الحد السادس $\left[a_6\right]$ لمتتالية هندسية حدها الأول $\left[a_1=3\right]$ وأساسها $\left[r=2\right]$ يساوي :				ج
	(أ) 15	(ب) 13	(ج) 96	(د) 192	
٤	الحدود الأربعة الأولى للمتتالية الهندسية التي حدها الأول $a_1=-5$ وأساسها $r=2$ هي:				ج
	(أ) $-5,-3,-1,1$	(ب) $-5,-7,-9,-11$	(ج) $-5,-10,-20,-40$	(د) $-5,10,-20,40$	
٥	الحد العام لمتتالية هندسية حدها الأول $a_1 = 3$ وأساسها $r = -5$ هو:				أ
	أ / $a_n = 3(-5)^{n-1}$	ب / $a_n = 3(-5)^n$	ج / $a_n = -5(3)^{n-1}$	د / $a_n = -5(3)^n$	
٦	أساس المتتالية الهندسية ……. 1 , -3 , 9 , -27 , 81 , يساوي:				أ
	أ- r = - 3	ب- r = 3	ج- $r = -\frac{1}{3}$	د- $r = \frac{1}{3}\ 2$	
٧	الحد السادس عشر a_{16} لمتتالية حسابية حدها الأول $a_1 = -5$ و أساسها $d = 3$ هو :				د
	أ- ٧٧-	ب- ٧٢-	ج- ٤٣	د- ٤٠	
٨	الحد الواحد و العشرين a_{21} لمتتالية حسابية حدها الأول $a_1 = 3$ و أساسها $d = 3$ هو :				ج
	أ- ٩٧-	ب- ١٠٢-	ج- ٦٣	د- ٥٨	
٩	قيمة الحد رقم عشرون $\left[a_{20}\right]$ لمتتالية حسابية حدها الأول $\left[a_1=5\right]$ وأساسها $\left[d=3\right]$ يساوي :				أ
	(أ) $a_{20}=62$	(ب) $a_{20}=65$	(ج) $a_{20}=98$	(د) $a_{20}=103$	
١٠	الحد رقم عشرون (a_{20}) للمتتالية الحسابية التي حدها الأول $a_1 = 50$ وأساسها $d = -2$ هو:				ب
	أ- $a_{20} = 88$	ب- $a_{20} = 12$	ج- $a_{20} = 10$	د- $a_{20} = 90$	
١١	متتالية من المتتاليات التالية تعتبر متتالية حسابية:				ج
	أ) 2 , 4 , 8 , 12 , 16 , …	ب) 2 , -2 , 2 , -2 , …..	ج) 15 , 12 , 9 , 6 , 3 , ….	د) 4 , 6 , 8 , 10 , 13 , …..	
١٢	أساس المتتالية الحسابية ……. 4 , 8 , 12 , 16 , 20 هو:				ج
	أ- d = 4	ب- d = 20	ج- d = - 4	د- d = 2	

الفصل السادس   الدوال

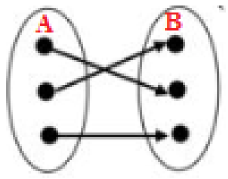
* أشكال الدوال

ـ نلاحظ مجموعتين الأولى A تسمى المجال، والثانية B تسمى المجال المقابل.

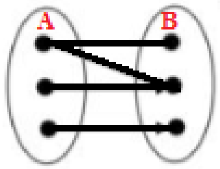
ـ الذي يهمنا المجال A ، وحتى نقول عن الشكل أنه دالة لابد أن يخرج سهم واحد فقط من كل عنصر في المجال A ، أي كل عنصر في المجال مرتبط بالمجال المقابل B.

*** أي من الأشكال التالية لا تمثل دالة :**

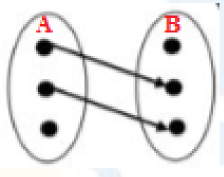
(أ)



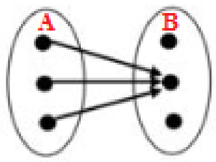
(ب)



(ت)



(ث)



أ) تعتبر دالة لأن كل عنصر من المجال خرج منه سهم واحد فقط.
ب) لا تعتبر دالة لأن يوجد عنصر في المجال خرج منه أكثر من سهم، أي ارتبط بأكثر من عنصر في المجال المقابل.
ت) لا تعتبر دالة لأنه يوجد عنصر في المجال لم يخرج منه سهم، أي لم يرتبط بعنصر آخر.
ث) تعتبر دالة لأن كل عنصر من المجال خرج منه سهم واحد فقط، لا يهمنا المجال المقابل.

* الدوال معرفة على فترات حقيقية

إيجاد قيمة الدالة عند نقطة (صورة الدالة عند عدد معين):

ليس لها قانون، نعوض عن قيمة X بالعدد المعطى ونحل الدالة.

*** إذا كان $f(x)=2x^2-5x+6$ ، أوجد $f(1)$ ؟**

نعوض عن قيمة X بالرقم 1.

$$f(1)=2(1)^2-5(1)+6$$
$$f(1)=2-5+6$$
$$f(1)=3$$

*** إذا كان $f(x)=5x^2-6x-10$ ، أوجد $f(3)$ ؟**

$$f(3)=5(3)^2-6(3)-10$$
$$f(3)=5(9)-18-10$$
$$f(3)=45-28$$
$$f(3)=17$$

* الدالة التربيعية

ـ الصيغة العامة للدالة التربيعية هي $f(x)=ax^2+bx+c$

وسميت تربيعية لأن أعلى قوة لها هي 2 (أكبر أس في الدالة يساوي2)

ملاحظة:

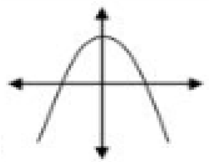
ليس شرطاً أن تكون x^2 في مقدمة الدالة، قد تكون آخر الدالة، لا يهم موقعها، المهم معامل x^2 أياً كان مكانها في الدالة.

ـ عند تمثيل الدالة التربيعية على المستوى الديكارتي يسمى هذا التمثيل القطع المكافئ، وهو إما يكون:

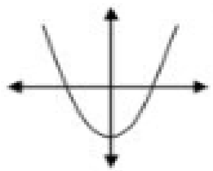
١/ مفتوح لأعلى: إذا كان معامل x^2 (أي العدد بجانب x^2) يكون العدد موجباً.

٢/ مفتوح لأسفل: إذا كان معامل x^2 (أي العدد بجانب x^2) يكون العدد سالباً.

مفتوح لأسفل
(معامل x^2 سالب)



مفتوح لأعلى
(معامل x^2 موجب)



مثال: $f(x)=3x^2-5x-100$ >> مفتوح لأعلى لأن معامل x^2 موجب.

$f(x)=6x-2x^2$ >> مفتوح لأسفل لأن معامل x^2 سالب.

* إذا كانت $f(x)=2x^2+8x-1$ ، أوجد معامل x^2 و معامل x والحد المطلق؟

معامل x^2 : هو العدد بجانبها وهو **2**

معامل x : هو العدد بجانيها وهو **8**

الحد المطلق: هو الحد الذي لا يكون بجانبه مجهول وهو **1 −**

* معيار تمثيل منحنى الدالة

لأحكم على شكل ما هل يعتبر دالة أو لا يعتبر دالة: ارسم أعمدة عمودية تمر بالدالة:

١/ اذا كان كل عمود من الأعمدة يقطع الدالة في نقطة واحد فقط نقول ان الشكل دالة.

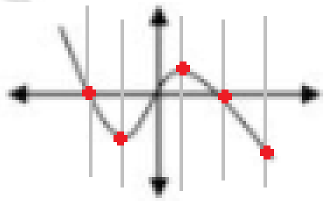
٢/ اذا كان هناك عمود او أعمدة قطعت المنحنى في أكثر من نقطة نقول ان الشكل ليست دالة.

ملاحظة:

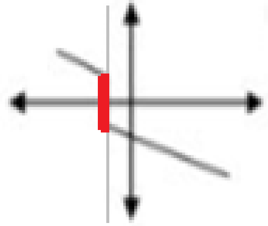
أي شكل يحتوي خط مستقيم عمودي تلقائياً يكون غير دالة.

* أي من المنحنيات التالية تمثل دالة :

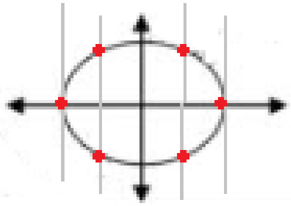
(أ)



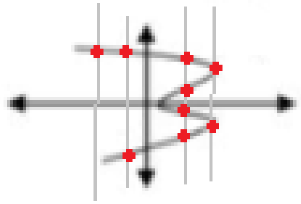
(ب)



(ت)



(ث)

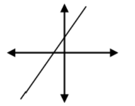
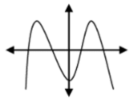
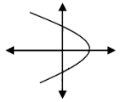
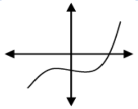
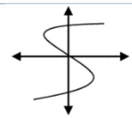
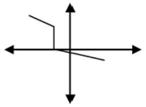
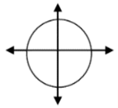
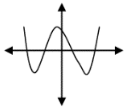


أ) يمثل دالة: لأن كل عمود يقطع الدالة في نقطة واحدة فقط.

ب) لا يمثل دالة: لأن الشكل يحتوي على خط مستقيم عمودي.

ت) لا يمثل دالة: لأن الأعمدة قطعت المنحى في أكثر من نقطة.

ث) لا يمثل دالة: لأن الأعمدة قطعت المنحى في أكثر من نقطة.

الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
١	أي من المنحنيات التالية لا تمثل دالة :				ج
	أ- 	ب / 	ج / 	د / 	
٢	منحنى من المنحنيات التالية تمثل دالة:				د
	أ / 	ب / 	ج / 	د / 	
٣	عند رسم الدالة $f(x)=x^2+2x+2$ في المستوى الديكارتي فإنها تمثل قطع مكافئ مفتوحاً إلى :				أ
	أ / الأعلى	ب / الأسفل	ج / اليسار	د / اليمين	
٤	عند رسم الدالة $f(x)=-2x^2+2x+2$ تمثل قطع مكافئ مفتوح الى:				أ
	أ) أسفل	ب) أعلى	ج) يمين	د) يسار	
٥	دالة من الدوال التربيعية التالية قطعها المكافئ مقعراً لأعلى:				ب
	(أ) $f(x)=6x-x^2$	(ب) $f(x)=3(x^2+2x)$	(ج) $f(x)=2(1+x-x^2)$	(د) $f(x)=5(2x-3x^2)$	
٦	اذا كان $f(x)=(2x+7)^2$ فان قيمة $f(-٢)$ تساوي :				ب
	أ- ٣	ب- ٩	ج- ١٢١	د- ١١	
٧	اذا كان $f(x)=(2x+7)^2$ فان قيمة $f(-3)$ تساوي :				ا
	أ- 1	ب- 16	ج- 169	د- 2	
٨	٤/ إذا كان $[f(x)=5x^2-6x-12]$ فإن $[f(2)]$ يساوي:				د
	(أ) 4	(ب) 8	(ج) -12	(د) -4	
٩	للدالة $[f(x)=3x^2+5x-4]$ فإن قيمة $[f(-2)]$ تساوي :				ا
	(أ) -2	(ب) -26	(ج) 18	(د) 2	
١٠	للدالة $f(x)=\frac{\lvert x^2-8\rvert}{4-3x}$ فإن قيمة $f(2)$ تساوي :				ب
	(أ) 2	(ب) -2	(ج) 4	(د) -4	
١١	للدالة $f:x\to 4$ والمعرفة بالقاعدة $f(x)=x^2+4$ فإن قيمة $f(-2)$ تساوي :				د
	أ / ٠	ب / -٤	ج / ١٢	د / ٨	

الفصل السابع — مدخل للتفاضل

التفاضل

- وهي تعني نهاية الدالة، قلنا ان رمز الدالة هو fx ، أما رمز نهاية الدالة هو $lim(x)$.

- الصيغة العامة للنهاية: $\lim_{x\to a}(x)$ حيث يكون مكان x دالة، ومكان a رقم ، فنعوض x بالرقم في الدالة.

- يمكن تعويض قيمة x في الدالة بشكل مباشر، وتكون النتيجة رقم صحيح أو 0 ، اذا اعطتنا النتيجة رقم صحيح انتهى الحل للدالة.

- اذا اعطتنا النتيجة 0 ، لابد أن نستخدم طريقة أخرى للحل، حتى نحصل على القيمة المطلوبة.

* أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to1}\left(\frac{2x+4}{x+1}\right)$ ؟

نعوض عن قيمة x = 1 بشكل مباشر في الدالة:

$$\lim_{x\to1}\left(\frac{2x+4}{x+1}\right)$$

$$\lim_{x\to1}\left(\frac{2(1)+4}{1+1}\right)$$

$$\lim_{x\to1}\left(\frac{6}{2}\right)=3$$

هذا مثال عن أن ناتج النهاية يكون رقم صحيح.

* أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to2}\left(\frac{x^2-4}{x-2}\right)$ ؟

نعوض عن قيمة x = 2 بشكل مباشر في الدالة:

$$\lim_{x\to2}\left(\frac{x^2-4}{x-2}\right)=\frac{(2)^2-4}{2-2}=\frac{0}{0}$$

هنا النتيجة 0 وهي لا تعتبر قيمة، فنقول نهاية غير معرفة، ونحتاج طريقة أخرى للحل.

كيف أوجد حل النهاية غير المعرفة؟

عن طريق ثلاث خطوات:

١. التحليل: مع ملاحظة أن المقام لا يحلل ، والبسط يكون عبارة عن فرق مربعين أو ثلاثي حدود ، احد القوسين نفس الموجود بالمقام.
٢. الحذف: نحذف المقام مع القوس الذي يماثله من البسط.
٣. التعويض: نعوض عن قيمة x ونوجد الناتج، ويكون هو ناتج النهاية.

نطبق هذه الطريقة على النهاية السابقة:

* أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to2}\left(\frac{x^2-4}{x-2}\right)$ ؟

١/ التحليل:

اخذنا في الدروس السابقة طريقة تحليل العبارة الجذرية فرق مربعين، نفتح قوسين، ونوزع X على القوسين. (X   ) (X   ) ثم نوجد قيمة جذر الحد الثاني (4)، يعطينا العدد 2 . ($\sqrt{4}=2$)، ثم نضع العدد 2 في القوسين قوس موجب وقوس سالب. (X + 2) (X - 2)

$$\lim_{x\to2}\left(\frac{(x+2)(x-2)}{x-2}\right)$$

٢/ الحذف:

$$\lim_{x\to2}\left(\frac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{\cancel{x-2}}\right)$$

$$\lim_{x\to2}(x+2)$$

٣/ التعويض:

$$\lim_{x\to2}(2+2)=4$$

* أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to7}\left(\frac{x^2-49}{x-7}\right)$ ؟

$$\lim_{x\to7}\left(\frac{x^2-49}{x-7}\right)=\frac{(7)^2-49}{7-7}=\frac{0}{0}$$

- التعويض المباشر عن قيمة x ، يعطينا الناتج 0 نستخدم طريقة حل أخرى.

١/ التحليل:

$$\lim_{x\to7}\left(\frac{(x+7)(x-7)}{x-7}\right)$$

٢/ الحذف:

$$\lim_{x\to7}\left(\frac{(x+7)\cancel{(x-7)}}{\cancel{x-7}}\right)=x+7$$

٣/ التعويض:

$$\lim_{x\to7}(7+7)=14$$

* أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to6}\left(\frac{x^2-36}{x-6}\right)$ ؟

- التعويض المباشر:

$$\lim_{x\to6}\left(\frac{x^2-36}{x-6}\right)=\frac{(6)^2-36}{6-6}=\frac{0}{0}$$

- نستخدم طريقة حل النهايات الأخرى: التحليل والحذف والتعويض.

$$\lim_{x\to6}\left(\frac{x^2-36}{x-6}\right)=\frac{(x+6)\cancel{(x-6)}}{\cancel{x-6}}=x+6=6+6=12$$

* قوانين الاشتقاق

- لازم ننتبه انه عند اشتقاق أي دالة تتغير الدالة، الاشتقاق خطأ يكون نفس الدالة.

- نلاحظ وجود شرطة عند الاشتقاق $f'(x)$ ، تعني انها المشتقة الأولى، ولو كانت شرطتين تكون المشتقة الثانية، وهكذا.

١/ اشتقاق الدالة الثابتة (رقم بدون x):

$$f(x)=a \Rightarrow f'(x)=0$$

أي عدد لوحده بدون x اشتقاقه =0

أمثلة:

$$f(x)=\frac{1}{2} \Rightarrow f'(x)=0$$

$$f(x)=12 \Rightarrow f'(x)=0$$

$$f(x)=-6 \Rightarrow f'(x)=0$$

٢/ اشتقاق دالة القوة:

$$f(x)=x^n \Rightarrow f'(x)=nx^{n-1}$$

نضرب العدد في x ونطرح الأس.

أمثلة:

$$f(x)=x^5 \Rightarrow f'(x)=5x^4$$

$$f(x)=x^2 \Rightarrow f'(x)=2x$$

(لأن الاس هنا 2 نطرح منه 1 ، يصبح الأس الجديد 1 ، لكن العدد 1 لا يكتب في الأس)

٣/ اشتقاق x :

$$f(x)=x \Rightarrow f'(x)=1$$

(لأن x بدون قوة يعني انها مرفوعة للأس 1 ، ولما نطرح 1-1=0 ، الأس الجديد 0 ، وأي عدد مرفوع للأس 0 يكون الناتج 1)

أي x بدون عدد وبدون قوة اشتقاقه =1

٤/ اشتقاق عدد مضروب في x وغير مرفوع لقوة:

$$f(x)=ax \Rightarrow f'(x)=a$$

(قلنا كل x بدون قوة اشتقاقها 1 ، واذا ضربنا 1 بأي عدد يعطينا نفس العدد، يكون اشتقاق الدالة نفس الرقم اذا كان x بدون اس)

يكون الاشتقاق نفس الرقم إذا كان x بدون أس (غير مرفوع لقوة)

أمثلة:

$$f(x)=-3x \Rightarrow f'(x)=-3$$

$$f(x)=6x \Rightarrow f'(x)=6$$

٥/ اشتقاق الدالة المضروبة بعدد ثابت:

$$f(x)=ax^n \Rightarrow f'(x)=(na)x^{n-1}$$

نضرب العدد في الأس ، ونطرح الأس.

أمثلة:

$$f(x)=5x^3 \Rightarrow f'(x)=(3\times5)x^{3-1}=15x^2$$

$$f(x)=7x^3 \Rightarrow f'(x)=(3\times7)x^2=21x^2$$

$$f(x)=-4x^2 \Rightarrow f'(x)=-8x$$

٦/ اشتقاق حاصل جمع أو طرح دالتين:

نعامل كل حد على أنه دالة منفصلة، ونستخرج المشتقة لكل حد بنفس الطرق السابقة.

$$f(x)=g(x)\pm h(x)$$

$$f'(x)=g'(x)\pm h'(x)$$

أمثلة:

$$f(x)=4x^3-5x^2+6x+8$$

$$f'(x)=12x^2-10x+6$$

$$f(x)=5x^4-3x^2-8x+1$$

$$f'(x)=20x^3-6x-8$$

٧/ قيمة المشتقة عند نقطة:

نستخرج المشتقة، ثم نعوض عن قيمة x .

* إذا كانت $f(x)=2x^3-5x^2$ ، فأوجد قيمة $f'(2)$ ؟

نوجد المشتقة ثم نعوض x = 2 .

$$f'(x)=6x^2-10x$$

$$f'(2)=6(2)^2-10(2)$$

$$f'(2)=6(4)-20$$

$$f'(2)=24-20=4$$

* إذا كانت $f(x)=x^3-5x^2+x-7$ أوجد قيمة $f'(-1)$ ؟

$$f'(x)=3x^2-10x+1$$

$$f'(-1)=3(-1)^2-10(-1)+1$$

$$f'(-1)=3(1)+10+1=14$$

٨/ المشتقة من رتب أعلى:

- رمز المشتقة الأولى $f'(x)$ ، ورمز المشتقة الثانية $f''(x)$ ، ورمز المشتقة الثالثة $f'''(x)$.

- من المشتقة الرابعة نحط الرقم بأقواس مكان الشرطة، المشتقة الرابعة $f^{(4)}(x)$ ، المشتقة الخامسة $f^{(5)}(x)$.

- اذا طلب مني مشتقة من أي رتبة ، نطلع كل المشتقات التي قبلها حتى نصل إلى المشتقة المطلوبة.

* إذا كان $f(x)=x^4-3x^2+6x-5$ أوجد المشتقة الثالثة؟

نوجد المشتقة الأولى والثانية حتى نصل الى المشتقة لثالثة.

$$f'(x)=4x^3-6x+6$$

$$f''(x)=12x^2-6$$

$$f'''(x)=24x$$

* إذا كان $f(x)=2x^5-3x^4+6x$ ، أوجد المشتقة الثانية $f''(x)$ ؟

$$f'(x)=10x^4-12x^3+6$$

$$f''(x)=40x^3-36x^2$$

الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
1	قيمة النهاية $\lim_{x\to5}\left(\frac{x^2-100}{x-10}\right)$ تساوي :				د
	أ- ٠	ب- ١٠	ج- ٢٠	د- غير موجودة	
2	قيمة النهاية $\lim_{x\to5}\left(\frac{x^2-25}{x-5}\right)$ تساوي :				ب
	أ- ٠	ب- ١٠	ج- 5	د- غير موجودة	
3	قيمة $\left[\lim_{x\to4}\left(\frac{x^2-16}{x-4}\right)\right]$ تساوي :				ب
	أ- 4	ب- 8	ج- ٠	د- 16	
٤	قيمة النهاية $\left[\lim_{x\to-1}\frac{x^2-1}{x-1}\right]$ تساوي :				ب
	(أ) -2	(ب) 0	(ج) 1	(د) 2	
٥	اذا كان $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 5x^2 + 12x - 1$ فان المشتقة الثانية $f''(x)$ هي :				د
	أ- $6x^2 - 12x + 12$	ب- $12x - 1$	ج- $6x^2 - 12x$	د- $12x - 12 - 10$	
٦	اذا كان $f(x) = x^3 + 5x^2 + 5$ فان $f'(-2)$ تساوي :				أ
	أ- -٨	ب- ١٧	ج- ٣٢	د- -٣٢	
٧	اذا كان $[f(x) = x^3 - 6x + 1]$ فان $[f'(-1)]$ تساوي :				د
	أ- -١٢	ب- ٠	ج- ٩	د- -٣	
٨	إذا كان $f(x) = 2x^6 - 5x^4 + 3x^{-1}$ فإن المشتقة الثانية $f''(x)$ تساوي :				د
	(أ) $f''(x) = 12x^5 - 20x^3 - 3x^{-2}$	(ب) $f''(x) = 60x^4 - 60x^2 + 6x^{-3}$	(ج) $f''(x) = 12x^5 - 20x^3 + 3x^{-2}$	(د) $f''(x) = 60x^4 - 60x^2 - 6x^{-3}$	
٩	اذا كان $f(x) = 5x^3 - 3x^{-5} + 10$ فإن $f'(-1)$ يساوي :				ب
	أ) 21	ب) 30	ج) -1	د) 9	
١٠	إذا كان $f(x) = x^3 + x^2$ فإن $f'(-2)$:				ج
	أ) 12	ب) -4	ج) 8	د) 16	
١١	اذا كان $f(x) = x^3 + 5x^2 + 5$ فان $f'(-1)$ تساوي :				د
	أ- ١٣	ب- ١١	ج- ٩	د- -٧	

*** كيفية إيجاد النقاط الحرجة للدالة:**

١/ نوجد المشتقة الأولى. | ٢/ نساوي المشتقة الأولى بالصفر. | ٣/ نحل المعادلة الناتجة من الخطوة الثانية. | ٤/ حل المعادلة هي النقاط الحرجة.

* أوجد النقاط الحرجة للدالة $f(x)=2x^2-12x+7$ ؟

١/ $f'(x)=4x-12$

٢/ $4x-12=0$

٣/ $4x=12$ ، نقسم الطرفين على معامل x ، يكون الناتج $x=3$

٤/ النقاط الحرجة هي : $x=3$

* أوجد النقاط الحرجة للدالة $f(x)=x^3-12x-1$ ؟

١/ $f'(x)=3x^2-12$

٢/ $3x^2-12=0$

٣/ نحلها بالآلة لأنها معادلة تربيعية ، اخذناه في دروس سابقة، نضغط mood ثم 5 ثم 3 ، نعبي الفراغات مع ملاحظة أن معامل x = 0،

ندخل 3 ثم يساوي ، ثم صفر (لأن معامل x غير موجود) ثم يساوي ، ثم 12 – ثم يساوي ، يعطينا النتيجة $x=2$ ثم يساوي مرة أخرى يعطينا $x=-2$

٤/ النقاط الحرجة هي: $x=2$ و $x=-2$

الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
1	جميع النقاط الحرجة للدالة $f(x) = 2x^2 - 24x + 22$ هي :				ج
	أ- $\{-1,-11\}$	ب- $\{-6\}$	ج- $\{6\}$	د- $\{0\}$	
2	جميع النقاط الحرجة للدالة $[f(x) = 2x^2 - 12x + 10]$ هي :				ج
	أ- $\{-3\}$	ب- $\{1,5\}$	ج- $\{3\}$	د- $\{6\}$	
3	جميع النقاط الحرجة للدالة $[f(x) = 2x^2 + 12x + 10]$ هي :				ب
	أ- $\{1,5\}$	ب- $\{-3\}$	ج- $\{3\}$	د- $\{3,-3\}$	
4	جميع النقاط الحرجة للدالة $\left[f(x)=3x^2+24x+1\right]$ هي :				ب
	(أ) $\{4\}$	(ب) $\{-4\}$	(ج) $\{8\}$	(د) $\{-8\}$	
5	جميع النقاط الحرجة للدالة $f(x) = 4x^2 - 24x + 1$ هي:				أ
	أ- $\{3\}$	ب- $\{-3\}$	ج- $\{-3,3\}$	د- لا يوجد نقاط حرجة.	
6	النقاط الحرجة للدالة $f(x) = x^2 - 10x + 16)$				ب
	أ) $\{-5\}$	ب) $\{5\}$	ج) $\{10\}$	د) $\{2,8\}$	

الفصل الثامن — مدخل لتكامل الدوال

التكامل

ـ التكامل عكس التفاضل.
ـ اذا عندي دالة: اذا كاملتها تعطي دالة جديدة، واذا اشتققت الدالة الجديدة ترجع للدالة الأصل.

مثال:

$$\int 12x^2\, dx = 4x^3$$

$$f(x) = 4x^3 \underset{\text{تكامل}}{\overset{\text{اشتقاق}}{\rightleftarrows}} f'(x) = 12x^2$$

* التكامل غير المحدود

يكون التكامل غير المحدود على الصورة $\int f(x)dx$ ، قلنا غير محدود لأنه لا توجد قيم تحد التكامل.

$$\int \boxed{}\; dx = \boxed{} + C$$

اشارة التكامل — داخل التكامل — تكامل بالنسبة إلى x — ناتج التكامل — ثابت التكامل

* قوانين التكامل:

١/ تكامل العدد الثابت:

$$\int a\, dx = ax + c$$

ـ تكامل العدد الثابت هو نفس العدد مضروب في x ، ومضاف له ثابت التكامل C .
ـ تكامل الصفر يساوي صفر.

* أمثلة:

$$\int 5\, dx = 5x + c$$
$$\int -6\, dx = -6x + c$$
$$\int \frac{1}{2}\, dx = \frac{1}{2}x + c$$
$$\int 1\, dx = x + c$$
$$\int -1\, dx = -x + c$$
$$\int 2.5\, dx = 2.5x + c$$

٢/ تكامل دالة القوة:

$$\int x^{n}\ dx \rightarrow \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

في تكامل دالة القوة نضيف للأس 1 ونقسم على الأس الجديد، ثم نضيف ثابت التكامل.

$$\int x^5\ dx = \frac{x^6}{6} + c$$

$$\int x\, dx = \frac{x^2}{2} + c$$

(هنا x مرفوع للأس 1 ، قلنا الاس 1 لا يكتب، نضيف 1 للاس ، ونقسم على الأس الجديد)

$$\int x^{19}\ dx = \frac{x^{20}}{20} + c$$

٣/ تكامل الدالة مضروبة بعدد ثابت:

$$\int a\, x^n\ dx = \frac{a\, x^{n+1}}{n+1} + c$$

في تكامل الدالة المضروبة بعدد ثابت، ينزل العدد قبل x كما هو ، ثم نضيف للأس 1 ، ونقسم على الأس الجديد ، ثم نجري عملية القسمة بين معامل x والعدد في المقام ، يعطينا الناتج النهائي.

أمثلة:

$$\int 6\, x^2\, dx = \frac{6\, x^3}{3} + c = 2\, x^3 + c$$

(قسمنا البسط 6 على المقام 3 واعطانا الناتج 2)

$$\int 20\, x^4\, dx = \frac{20\, x^5}{5} + c = 4\, x^5 + c$$

(قسمنا البسط 20 على المقام 5 واعطانا الناتج 4)

٤/ تكامل مجموع أو فرق دالتين:

في الاشتقاق كنا نشتق كل حد على انه دالة منفصلة ، كذلك في التكامل، نعامل كل حد على انه دالة منفصلة.

$$\int f(x) \pm g(x)\, dx = \int f(x)\, dx \pm \int g(x)\, dx$$

أمثلة:

$$\int (21x^2 - 6x + 4)\, dx = \frac{21\, x^3}{3} - \frac{6\, x^2}{2} + 4x + c = 7x^3 - 3x^2 + 4x + c$$

$$\int (16x^3 - 9x^2 + 2x - 1)\, dx = \frac{16\, x^4}{4} - \frac{9\, x^3}{3} + \frac{2\, x^2}{2} - x + c$$
$$= 4x^4 - 3x^3 + x^2 - x + c$$

$$\int (24x^2 - 10x + 3)\, dx = \frac{24\, x^3}{3} - \frac{10\, x^2}{2} + 3x + c = 8x^3 - 5x^2 + 3x + c$$

ملاحظة:

١/ في الاشتقاق كنا نطرح 1 من الاس، اما في التكامل نضيف 1 للاس، ونقسم على الاس الجديد.

٢/ في التكامل غير المحدود لازم نضيف ثابت التكامل C للناتج.

٣/ عشان أتأكد من صحة التكامل، نشتق الدالة الجديدة، اذا اعطانا الدالة الأصلية ، فالتكامل صحيح.

الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
1	ناتج التكامل $\int (12x^2 - 8x + 4)\, dx$ يساوي :				ج
	أ- $4x^3 - 4x^2 + 4 + c$	ب- $4x^3 - 4x^2 + c$	ج- $4x^3 - 4x^2 + 4x + c$	د- $12x^3 - 8x^2 + c$	
2	ناتج التكامل $\int (9x^2 - 6x + 3)\, dx$ يساوي :				ج
	أ- $3x^3 - 3x^2 + 3 + c$	ب- $3x^3 - 3x^2 + c$	ج- $3x^3 - 3x^2 + 3x + c$	د- $9x^3 - 6x^2 + c$	
3	٣/ قيمة التكامل $[\int (3x^2 - 10x - 2)\, dx]$ تساوي :				أ
	أ- $x^3 - 5x^2 - 2x + c$	ب- $x^3 + 5x^2 + c$	ج- $3x^3 + 10x^2 - 2x + c$	د- $12x^3 + 10x^2 + c$	
4	قيمة التكامل $[\int (3x^2 + 2x - 2)\, dx]$ تساوي :				أ
	أ- $x^3 + x^2 - 2x + c$	ب- $x^3 + x^2 + c$	ج- $3x^3 + 2x^2 - 2x + c$	د- $3x^3 + 2x^2 - 2x$	

5	قيمة التكامل $\int (20x^3 - 9x^2 + 1)dx$ يساوي :		د
(أ) $5x^4 - 9x^3 + 1 + c$	(ب) $5x^4 - 3x^3 + 1 + c$	(ج) $20x^4 - 9x^3 + x + c$	(د) $5x^4 - 3x^3 + x + c$
٦	قيمة التكامل $\int (12x^3 - 10x - 5)dx$ يساوي		د
أ) $12x^4 + 10x^2 - 5x + c$	ب) $3x^4 + 5x^2 + c$	ج) $3x^4 + 5x^2 - 5x$	د) $3x^4 - 5x^2 - 5x + c$

* التكامل المحدود

- رمز التكامل المحدود هو $\int_a^b f(x)\,dx$ ، حيث إن a و b هما حدود التكامل.
- لا نضيف ثابت التكامل C في التكامل المحدود.
- نوجد التكامل بنفس القوانين السابقة ولا نضيف C ، ثم نعوض عن حدود التكامل ، ثم نطرح بين الحدود، ونوجد الناتج.
- ممكن نحل التكامل المحدود يدوي ، وممكن باستعمال الآلة الحاسبة.

*** أوجد ناتج التكامل التالي:**

$$\int_0^2 (6x + 1)\,dx \text{ ؟}$$

أولاً: بنحل المسألة يدوياً، نوجد التكامل باستعمال القوانين السابقة.

$$\int_0^2 (6x+1)\,dx = \frac{6x^2}{2} + x = (3x^2 + x)\Big|_0^2$$

ثانياً: نعوض عن قيمة حدود التكامل 0 و 2 ، ونطرح بين الحدود ونوجد الناتج، نبدأ بتعويض الحد اللي فوق، بعدين اللي تحت.

$$= (3(2)^2 + 2) - (3(0)^2 + 0)$$
$$= (12 + 2) - (0)$$
$$= 14$$

*** كيف نستخدم الآلة الحاسبة في حل مسائل التكامل؟**

١/ نضغط زر التكامل $\boxed{\int}$ ، تظهر لنا الشاشة، نقوم بتعبئة الدالة.

٢/ ندخل الرقم ثم نضغط ALPHA ثم الزر $\boxed{)}$ ، حتى ندخل المجهول x .

٣/ اذا كان عندي اس ، نضغط زر الأس $\boxed{x}$ وندخل قيمة الأس ، اذا كان عندي عملية جمع او طرح ندخلها بالآلة.

٤/ ننتقل بالزر الأعلى وندخل حدود التكامل ، ندخل القيمة التي فوق ، ثم ننتقل بالسهم الأسفل وندخل حد التكامل الأسفل.

٥/ نضغط علامة يساوي = ، فتظهر النتيجة .

* ما قيمة تكامل $\int_1^2 (3x^2-5)\,dx$ ؟

باستعمال الآلة الحاسبة:

١/ نضغط زر التكامل $\boxed{\int \square}$ ، تظهر لنا الشاشة، نقوم بتعبئة الدالة.

٢/ ندخل الرقم 3 ثم نضغط ALPHA ثم الزر $\boxed{)}$ ، حتى ندخل المجهول x .

٣/ نضغط زر الأس $\boxed{x}$ وندخل قيمة الأس 2 .

٤/ نضغط زر اليمين ونضغط علامة الطرح ثم الرقم 5 .

٤/ ننتقل بالزر الأعلى وندخل حدود التكامل ، ندخل القيمة التي فوق 2 ، ثم ننتقل بالسهم الأسفل وندخل حد التكامل الأسفل 1 .

٥/ نضغط علامة يساوي = ، فتظهر النتيجة 2 .

إذن الجواب هو 2 .

* تكامل $\int_1^2 10x+1\ dx$ هو؟

باستعمال الآلة الحاسبة :

الجواب هو 16

* تكامل $\int_1^2 8x\,dx$ يساوي؟

باستعمال الآلة الحاسبة :

الجواب هو 12

* خواص حدود التكامل:

١/ اذا عكسنا حدود التكامل تنقلب الإشارة.

* إذا كان تكامل $\int_0^3 f(x)dx = -7$ ، فإن قيمة $\int_3^0 f(x)dx$ تساوي؟

هو اعطانا بالسؤال قيمة التكامل -7 = ، وقلنا من خواص التكامل إذا عكسنا حدود التكامل تنقلب الإشارة.

الجواب هو : 7

* إذا كان تكامل $\int_1^5 f(x)dx = 9$ ، فإن قيمة $\int_5^1 f(x)dx$ تساوي؟

الجواب هو : 9 -

٢/ إذا عندنا عدد مضروب في دالة داخل التكامل ، نخرج العدد خارج التكامل ونوجد التكامل ثم نضرب العدد في ناتج التكامل ، لنحصل على النتيجة.

$$\int_a^b d\,f(x)\,dx = d\int_a^b f(x)dx$$

* إذا كان $\int_1^2 f(x)dx = 4$ ، أوجد قيمة $\int_1^2 3\,f(x)dx$ ؟

هو اعطانا بالسؤال قيمة الدالة يساوي 4 ، وطلب منا تكامل 3 مضروبة في الدالة ، ومن خواص التكامل اننا نخرج العدد خارج التكامل، ونضربه بتكامل الدالة يعطينا الناتج.

$$\int_1^2 3\,f(x)dx = 3\int_1^2 f(x)dx = 3(4) = 12$$

الجواب هو : 12

* اذا كان تكامل $\int_1^3 f(x)dx = 2$ ، فإن تكامل $\int_1^3 4\,f(x)dx$ يساوي؟

$$\int_1^3 4\,f(x)dx = 4\int_1^3 f(x)dx = 4(2) = 8$$

الجواب هو : 8

* إذا كان $\int_1^4 f(x)dx = 5$ ، أوجد قيمة $\int_4^1 2\,f(x)dx$ ؟

هو اعطانا بالسؤال قيمة الدالة يساوي 5 ، وقلنا من خواص التكامل إذا عكسنا حدود التكامل تنقلب الإشارة. يعني التكامل يساوي 5 − .

وطلب منا تكامل 2 مضروبة في الدالة ، ومن خواص التكامل اننا نخرج العدد خارج التكامل، ونضربه بتكامل الدالة يعطينا الناتج.

$$\int_4^1 2\,f(x)dx = 2\,(-5) = -10$$

الجواب هو : 10 -

الترتيب	اختبر نفسك				الاجابة
1	قيمة التكامل $\int_1^2 (2x-1)\,dx$ يساوي :				ب
	أـ -٢	ب- ٢	ج- ٠	د- ١	
2	قيمة التكامل $\int_0^2 (2x-1)\,dx$ يساوي :				أ
	أـ ٢	ب- -٢	ج- ٠	د- ٣	
3	قيمة التكامل $\left\|\int_0^2 (8x-7)\,dx\right\|$ تساوي :				ج
	أـ٩	ب- -٢	ج- ٢	د- -٦	
4	قيمة التكامل $\left\|\int_0^2 (8x-5)\,dx\right\|$ تساوي :				ب
	أـ ٩	ب- 6	ج- -2	د- 11	
5	قيمة التكامل $\left[\int_0^3 (8x-10)dx\right]$ يساوي :				ج
	(أ) 4	(ب) 26	(ج) 6	(د) 24	
6	قيمة التكامل $\int_0^2 (15x^2-2x-10)dx$ يساوي :				ج
	(أ) 40	(ب) 46	(ج)16	(د) −16	
٧	قيمة التكامل $\int_1^2 (3x^2-8x-5)\,dx$ تساوي:				أ
	أـ -١٠	ب- ١	ج- -١	د- ١٠	
٨	$\int_{-2}^2 (4x^3-4x-4)dx$ _ :				أ
	أ) - 16	ب) 16	ج) 0	د) 20	
٩	/ قيمة التكامل $\int_0^2 (3x^2-1)dx$ يساوي:				أ
	أ) 6	ب) 5	ج) 7	د) 4	

تم بحمد الله....

وختاماً: اللهم اجعل أمي وأبي ممن تقول لهم النار اعبروا فإن نوركم أطفأ ناري..

وتقول لهم الجنة اقبلوا فقد اشتقت إليكم قبل أن أراكم..