التمرين الثالث :

نتأمل كثير الحدود : $P(z)=z^3+2z^2+z-4$

1) بين أن العدد 1 حلاً للمعادلة $p(z)=0$

2) أوجد كثير حدود $Q(Z)$ يحقق $P(Z)=(z-1)Q(Z)$

3) حل في C المعادلة : $P(z)=0$

التمرين الرابع :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$ والمطلوب :

1) اثبت أن المستقيم $\Delta: y=2x$ مقارب للخط C وادرس وضعه النسبي

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها

3) اوجد $f(R)$ ثم اثبت أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلاً وحيداً

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

لتكن في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقاط :

$A(-1,1,0), B(1,2,-3), C(2,3,-2), \ D(2,1,5)$ المطلوب :

أولاً : 1) بين أن النقاط $A\ ,\ B\ ,C$ لاتقع على استقامة واحدة

2) بين أن $\vec{n}(4,-5,1)$ شعاعاً ناظماً على المستوي (ABC)

3) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

4) استنتج أن المثلث ABC مثلثاً قائماً ثم احسب مساحته

5) بين أن النقطة D لاتنتمي إلى المستوي ABC ثم احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$

ثانياً : لتكن النقطة $D'(\alpha,\beta,\gamma)$ المسقط القائم للنقطة D على المستوي (ABC)

a) بين لماذا يقبل المستقيم (DD') الشعاع $\vec{n}(4,-5,1)$ شعاعاً موجهاً له

b) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DD') ثم استنتج احداثيات النقطة D'

المسألة الثانية :

ليكن التابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ خطه البياني C والمطلوب :

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ثم استنتج معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على كل قيمة حدية للتابع f

3) جد معادلة المماس T للخط البياني C عند نقطة تقاطعه مع محور الفواصل

4) أثبت بالاستفادة من اطراد التابع f أن $0\le\frac{\ln a}{a}\le\frac{1}{e}$ مهما كانت $a\ge 1$

5) ارسم المماس T ثم ارسم C

6) احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيم $x=e$

انتهت الأسئلة

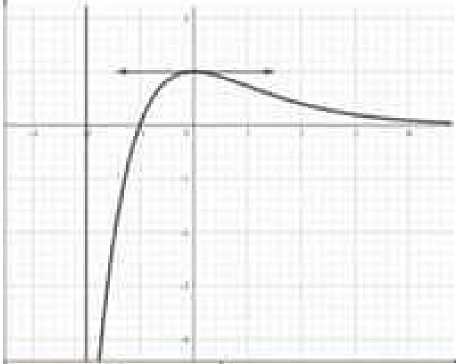
كل الأمنيات لكم بالتوفيق والنجاح **أ. وضاح بطرس أ. مهند الدالي**

سلم التصحيح

إعداد : أ. وضاح بطرس أ. مهند الدالي

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	خط بياني
2	السؤال الثاني	تحليل توافقي
3	السؤال الثالث	أشعة
4	السؤال الرابع	مبرهنة القيمة الوسطى
5	السؤال الخامس :التمرين الأول	نهاية متتالية
6	السؤال السادس : التمرين الثاني	احتمالات
7	السؤال السابع : التمرين الثالث	عقدية
8	السؤال الثامن : التمرين الرابع	اشتقاق – مقارب مائل – إيجاد حلول معادلة
9	السؤال التاسع : المسألة الأولى	أشعة / هندسة
10	السؤال العاشر : المسألة الثانية	مسألة تحليل

السؤال الأول



السؤال الأول : ليكن C (الموضح بالشكل) الخط البياني للتابع f المعرف على R

1- دل على كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C

2- دل على القيمة الحدية للتابع f مبيناً نوعها

3- عين $f(0)$ و $f'(0)$ و $f[-1,1]$

4 – ماحل المعادلة $f(x)=0$ ؟

رقم الخطوة	الخطوة	توزيع الدرجات
1	$y=0$ مقارب أفقي و $x=-2$ مقارب شاقولي	$5+5$
2	$f(0)=1$ قيمة كبرى محلياً	$5+5$
3	$f(0)=1$ و $f'(0)=0$ و $f([-1,1])=[0,1]$	$5+5+5$
4	$x=-1$	5

السؤال الثاني :

عين n في الحالة الآتية : $P_{n+2}^{4}=14P_{n}^{3}$

رقم الخطوة	الخطوة	توزيع الدرجات
1	$n\geq 3$ و $n\geq 2$ ومنه $n\geq 3$	$5+5$
2	$P_{n+2}^{4}=(n+2)(n+1)(n)(n-1)$	5
3	$P_{n}^{3}=(n)(n-1)(n-2)$	5
4	$(n+2)(n+1)=14(n-2)$	$5+5$
5	$n^2-11n+30=0$	$5+5$
	إما $n=6$ أو $n=5$	

السؤال الثالث :

في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ أثبت تقاطع المستقيم $d=(AB)$ مع المستوي P حيث $A(-1,2,3)$ و $B(1,2,-1)$ و $p: x+y+z=1$ ثم عين نقطة التقاطع

رقم الخطوة	الخطوة	توزيع الدرجات
1	$\overrightarrow{AB}(-2,0,4)$	$5+5$ (قانون + تعويض)
2	$(AB):\begin{cases} x=-2-t \\ y=2t \\ z=3+4t \end{cases}$	$5+5+5$
3	$-2-t+2t+3+4t=1$	5
4	$t=0$	5
5	نقطة التقاطع $(-2,0,3)$	5
	المجموع	40

سلم تصحيح الاختبار الشامل أ. وضاح بطرس أ. مهند الدالي

	السؤال الرابع	

نتأمل التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=x+\sin x+1$

1 – أحسب $f(-\frac{\pi}{2})$ و $f(0)$

2 - برهن أن التابع $x \to x+\sin x+1$ متزايد تماماً على المجال

واستنتج أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد على هذا المجال

توزيع الدرجات	الخطوة	رقم الخطوة
$5+5$	$f(-\frac{\pi}{2})=-\frac{\pi}{2}$ و $f(0)=1$	1
5	$x \to x+1$ متزايد تماماً على المجال $\left]-\frac{\pi}{2},0\right[$	2
5	$x \to \sin x$ متزايد تماماً على المجال $\left]-\frac{\pi}{2},0\right[$	3
5	مجموع تابعين متزايدين تماماً فهو هو تابع متزايد تماماً على $\left]-\frac{\pi}{2},0\right[$	4
$5+5+5$	f مستمر ومتزايد تماما على $\left]-\frac{\pi}{2},0\right[$ و $f(0)\times f(\frac{-\pi}{2})<0$ ومنه للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد	5
40	المجموع	

	التمرين الأول	

لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ و $(v_n)_{n\geq 0}$ المتتاليتان المعرفتان وفق : $u_n=\frac{2n^2+1}{n^2+4}$ و $v_n=2+e^{-n^2-n}$

1 – أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ محدودة من الأعلى بالعدد 2

2 – اثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة

3 – أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ متناقصة

4– هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 0}$ و $(v_n)_{n\geq 0}$ متجاورتان ؟ علل اجابتك

توزيع الدرجات	الخطوة	رقم الخطوة
5	$u_n-2=\frac{-7}{n^2+4}$	1
5	$u_n-2\leq 0$ المتتالية محدودة من الأعلى	2
5	ليكن التابع f تابعاً معرفاً على وفق : $f(x)=\frac{2x^2+1}{x^2+4}$	3
5	$f'(x)=\frac{14x}{(x^2+4)^2}$	4
5+5	$f'(x)>0$ التابع متزايد تماماً ومنه المتتالية متزايدة تماماً	5
5	ليكن التابع g المعرف على $[0,+\infty[$ وفق : $g(x)=2+e^{-x^2-x}$	6
5	$g'(x)=(-2x-1)e^{-x^2-x}$	7
5+5	$g'(x)<0$ التابع متناقص تماماً ومنه المتتالية متناقصة تماماً	8

5	$\lim_{n\to\infty}(u_n - v_n) = 0$	8
5	المتتاليتان إحداهما متزايدة والأخرة متناقصة ونهاية فرقهما تساوي الصفر فهما متجاورتان	9
	المجموع	

التمرين الثاني

يحتوي صندوق على عشر كرات خمسة منها حمراء وثلاثة سوداء وكرتان بيضاوان
نسحب أربع كرات معاً ، ليكن الحدثان A و B
الحدث A : " الحصول على كرتين حمراء اللون وكرتين سوداء اللون "
الحدث B : " لا توجد أي كرة بيضاء من بين الكرات الأربعة المسحوبة "
1 - احسب $P(A)$ و $P(B)$
2 – ليكن المتحول العشوائي X الذي يمثل عدد الكرات البيضاء المسحوبة ، اكتب قيم X ثم عين القانون الاحتمالي
للمتحول العشوائي X ثم احسب التوقع الرياضي

توزيع الدرجات	الخطوة	رقم الخطوة
2×5 كل توفيقة 2 واشارة الضرب 2 الناتج 2	$p(A)=\dfrac{\binom{5}{2}\times\binom{3}{2}}{\binom{10}{4}}=\dfrac{30}{210}=\dfrac{1}{7}$	1
4	$p(B)=\dfrac{\binom{8}{4}}{\binom{10}{4}}$	2
$2+2+2$	$p(B)=\dfrac{\dfrac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}}{\dfrac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}}=\dfrac{6\times5}{10\times9}=\dfrac{2}{15}$	3
$3+3+3$	$X=\{0,1,2\}$	4
$2+2+2$	$p(X=0)=\dfrac{70}{210}$, $p(X=1)=\dfrac{112}{210}$, $p(X=2)=\dfrac{28}{210}$	5
5	الجدول الموافق للحل	6
$5+5+5$	التوقع : قانون + تعويض + نتيجة	7
	المجموع	8

سلم تصحيح الاختبار الشامل إعداد : أ. وضاح بطرس أ. مهند الدالي

التمرين الثالث :

نتامل كثير الحدود : $P(z)=z^3+2z^2+z-4$

1) بين أن العدد 1 حلاً للمعادلة $p(z)=0$

2) أوجد كثير حدود $Q(Z)$ يحقق $P(Z)=(z-1)Q(Z)$

3) حل في C المعادلة : $P(z)=0$

رقم الفقرة	الخطوة	توزيع الدرجات
1	$P(1)=0$	5
2	$P(z)=z^3-1+2z^2-2+z-1=(z-1)(z^2+z+1)+2(z-1)(z+1)+(z-1)$	5+5+5
3	$p(z)=(z-1)(z^2+z+4)$	5+5
4	$z^2+z+4=0$	5
5	$z_1=\dfrac{-b+\sqrt{-\Delta}i}{2a}$, $z_2=\dfrac{-b-\sqrt{-\Delta}i}{2a}$	5+5
6	إيجاد z_1 ، z_2	5+5
7	تعيين الحلول	5

التمرين الرابع :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$ والمطلوب :

1) أثبت أن المستقيم $\Delta: y=2x$ مقارب للخط C وادرس وضعه النسبي

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها

3) أوجد $f(R)$ ثم أثبت أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلاً وحيداً

رقم الفقرة	الخطوة	توزيع الدرجات
1	$g(x)=f(x)-2x$	5
2	الضرب والتقسيم على المرافق	5
3	إيجاد النهاية	5
4	$\sqrt{x^2+1}>x$: لأن $g(x)=\sqrt{x^2+1}-x>0$	5+5
5	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$	5+5
6	$f'(x)=1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ التابع متزايد تماماً على R	5
7	جدول التغيرات (أدناه)	5+5
8	$f(R)=]0,+\infty[$	5
9	التابع مستمر ومتزايد تماماً على R و $1\in f(R)$	5

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

سلم تصحيح الاختبار الشامل

أ. وضاح بطرس   أ. مهند الدالي

المسألة الأولى :

لتكن في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقاط :

$A(-1,1,0), B(1,2,-3), C(2,3,-2),\ \ D(2,1,5)$ المطلوب :

أولاً : 1) بين أن النقاط A , B , C لاتقع على استقامة واحدة

2) بين أن $\vec{n}(4,-5,1)$ شعاعاً ناظماً على المستوي (ABC)

3) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

4) استنتج أن المثلث ABC مثلثاً قائماً ثم احسب مساحته

5) بين أن النقطة D لاتنتمي إلى المستوي ABC ثم احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$

ثانياً : لتكن النقطة $D'(\alpha,\beta,\gamma)$ المسقط القائم للنقطة D على المستوي (ABC)

a) بين لماذا يقبل المستقيم (DD') الشعاع $\vec{n}(4,-5,1)$ شعاعاً موجهاً له

b) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DD') ثم استنتج احداثيات النقطة D'

توزيع الدرجات	الخطوة	رقم الخطوة
$5+5$	$\overrightarrow{AB}(2,1,-3)\quad,\quad\overrightarrow{AC}(3,2,-2)$	1
5	الشعاعان غير مرتبطين خطياً لأن مركباتهما غير متناسبة	2
5	ومنه النقاط لا تقع على استقامة واحدة	3
$5+5$	$\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0\quad,\quad\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$	4
5	$4x-5y+z+9=0$ $ax+by+cz+d=0$	5
$5+5+5$	($\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=0$: أو) $AB=\sqrt{14}\quad,\quad AC=\sqrt{17}\ ,\ BC=\sqrt{3}$	6
5	$s=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{\sqrt{42}}{2}$	7
5	تعويض احداثيات D في المستوي	
5	$h=\frac{17}{\sqrt{42}}$ ارتفاع رباعي الوجوه $h=dist(D,ABC)$	8
$5+5$	$v=\frac{1}{3}sh=\frac{\sqrt{17}}{2}$	9
5	المستقيم (DD') يعامد المستوي فالشعاع $\overrightarrow{DD'}$ فهو مرتبط خطياً مع $\vec{n}$	10
5	$(DD'):\begin{cases}x=2+4t\\y=1-5t\quad;t\in R\\z=5+t\end{cases}$	11
5	نعوض المعادلات الوسيطية للمستقيم في معادلة المستوي	12
5	$t=\frac{-17}{42}$	13
5	$D'(\frac{16}{21},\frac{127}{42},\frac{193}{42})$	14
	سلم تصحيح الاختبار الشامل أ. وضاح بطرس أ. معتد الدالي	

المسألة الثانية :

ليكن التابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ خطه البياني C والمطلوب :

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ثم استنتج معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على كل قيمة حدية للتابع f

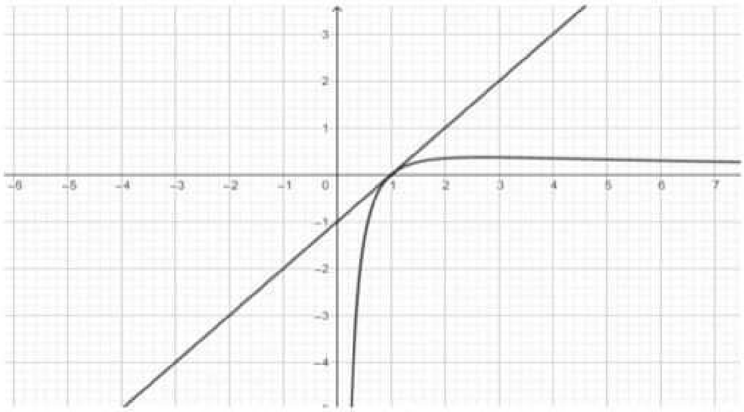
3) جد معادلة المماس T للخط البياني C عند نقطة تقاطعه مع محور الفواصل

4) أثبت بالاستفادة من اطراد التابع f أن $0\le\dfrac{\ln a}{a}\le\dfrac{1}{e}$ مهما كانت $a\ge 1$

5) ارسم المماس T ثم ارسم C

6) احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيم $x=e$

<table>
<tr><th>رقم الفقرة</th><th>الخطوة</th><th>توزيع الدرجات</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0 \quad , \quad \lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$</td><td>5 + 5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$x=0$ مقارب شاقولي $y=0$ مقارب أفقي</td><td>5 + 5</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$</td><td>5</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$f'(x)=0 \quad , \quad x=e \quad , \quad f(e)=\dfrac{1}{e}$</td><td>5 + 5</td></tr>
<tr><td>5</td><td><table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>e</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow$</td><td>$\dfrac{1}{e}$</td><td>$\searrow$</td><td>0</td></tr>
</table></td><td>5
إشارة المشتق
5 توافق
الأسهم مع إشارة
المشتق</td></tr>
<tr><td>6</td><td>$f(e)=\dfrac{1}{e}$ قيمة كبرى محلياً</td><td>5</td></tr>
<tr><td>7</td><td>$f(x)=0 \quad , \quad x=1$</td><td>5 + 5</td></tr>
<tr><td>8</td><td>$y=f'(1)(x-1)+f(1)$
$y=x-1$</td><td>5 + 5</td></tr>
<tr><td>9</td><td>$a\ge 1 \quad , \quad \ln a\ge 0 \quad , \quad \dfrac{\ln a}{a}\ge 0$</td><td>5</td></tr>
<tr><td>10</td><td>التابع متناقص تماما على $[1,+\infty[$ ومنه $\dfrac{\ln a}{a}\le\dfrac{1}{e}$</td><td>5</td></tr>
<tr><td></td><td>سلم تصحيح الاختبار الشامل أ. وضاح بطرس أ. مهند الدالي</td><td></td></tr>
</table>

5 درجات لفرع الخط 5 درجات للماس		11
$5+5$	$S=\int_{1}^{e}\frac{\ln x}{x}dx=\left[\frac{(\ln x)^2}{2}\right]_1^e=\frac{1}{2}$	12

انتهى سلم التصحيح

الطلاب الأعزاء لكم منّا كل الأمنيات والدعاء لكم بالتوفيق والنجاح وتحقيق أحلامكم

أ. وضاح بطرس أ. مهند الدالي

الرقم :
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : 600 درجة

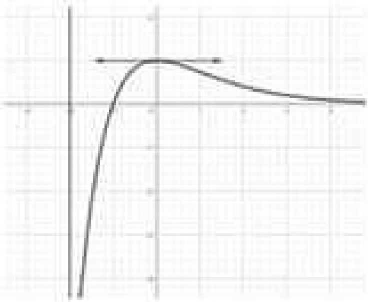
اختبار رياضيات

رياضيات الثالث الثانوي العلمي

- الصفحة الأولى -

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن C (الموضح بالشكل) الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$



1- دل على كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C
2- دل على القيمة الحدية للتابع f مبيناً نوعها
3- عين $f(0)$ و $f'(0)$ و $f[-1,1]$
4 – ماحل المعادلة $f(x)=0$ ؟

السؤال الثاني :

عين العدد الطبيعي n في الحالة الآتية : $P_{n+2}^{4}=14P_{n}^{3}$

السؤال الثالث :

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ أثبت تقاطع المستقيم $d=(AB)$ مع المستوي P حيث
$A(-1,2,3)$ و $B(1,2,-1)$ و $p: x+y+z=1$ ثم عين نقطة التقاطع

السؤال الرابع :

نتأمل التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=x+\sin x+1$

1 – أحسب $f(-\frac{\pi}{2})$ و $f(0)$

2 - برهن أن التابع $x \to x+\sin x+1$ متزايد تماماً على المجال $\left]-\frac{\pi}{2},0\right[$

واستنتج أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد على هذا المجال

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ و $(v_n)_{n\geq 0}$ المتتاليتان المعرفتان وفق : $u_n=\frac{2n^2+1}{n^2+4}$ و $v_n=2+e^{-n^2-n}$

1 – أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ محدودة من الأعلى بالعدد 2

2 – اثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة

3 – أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ متناقصة

4– هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 0}$ و $(v_n)_{n\geq 0}$ متجاورتان ؟ علل اجابتك

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على عشر كرات خمسة منها حمراء وثلاثة سوداء وكرتان بيضاوان
نسحب أربع كرات معاً ، ليكن الحدثان A و B
الحدث A : " الحصول على كرتين حمراء اللون وكرتين بيضاء اللون "
الحدث B : " لا توجد أي كرة بيضاء من بين الكرات الأربعة المسحوبة "
1 - احسب $P(A)$ و $P(B)$
2 – ليكن المتحول العشوائي X الذي يمثل عدد الكرات البيضاء المسحوبة ، اكتب قيم X ثم عين القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X ثم احسب التوقع الرياضي

يتبع في الصفحة الثانية