Techniques of Integration
طرائق التكامل
Math 111
Lecture 15

Dr. Nasser Bin Turki

King Saud University
Department of Mathematics

2016

طرائق التكامل:

(٢) تكاملات قوى الدوال المثلثية:

Integrals of Powers of Trigonometric Functions:

طرائق التكامل:

(٢) تكاملات قوى الدوال المثلثية:

Integrals of Powers of Trigonometric Functions:

الحالة الثانية:

$$\int \tan^m x \sec^n x \; dx.$$

طرائق التكامل:

(٢) تكاملات قوى الدوال المثلثية:

Integrals of Powers of Trigonometric Functions:

الحالة الثانية:

$$\int \tan^m x \sec^n x \; dx.$$

أ) اذا كان $m = 0$ و n عدد فردي ، فإننا نستخدام طريقة الاختزال المتتالي:

طرائق التكامل:

(٢) تكاملات قوى الدوال المثلثية:

Integrals of Powers of Trigonometric Functions:

الحالة الثانية:

$$\int \tan^m x \sec^n x \ dx.$$

أ) اذا كان $m = 0$ و n عدد فردي ، فإننا نستخدام طريقة الاختزال المتتالي:

$$\begin{aligned}\int \tan^m x \sec^n x dx &= \int \sec^n x dx \\ &= \frac{1}{n-1}\sec^{n-2} x \tan x + \frac{n-2}{n-1}\int \sec^{n-2} x dx.\end{aligned}$$

ب) اذا كان $n = 0$ ، فإننا نستخدام طريقة الاختزال المتتالي:

ب) اذا كان $n = 0$ ، فإننا نستخدام طريقة الاختزال المتالي:

$$\begin{aligned}
\int \tan^m x \sec^n x dx &= \int \tan^m x dx = \int \tan^{m-2} x(\sec^2 x - 1)dx \\
&= \int \tan^{m-2} x \sec^2 x dx - \int \tan^{m-2} x dx \\
&= \frac{1}{m-1} \tan^{m-1} x - \int \tan^{m-2} x dx.
\end{aligned}$$

(ج) اذا كان n عدد زوجيا فأننا نأخذ من n تربيع مع dx و نحول الباقي الى $\tan x$ باستخدام التعويض

(ج) اذا كان n عدد زوجيا فأننا نأخذ من n تربيع مع dx و نحول الباقي الى $\tan x$ باستخدام التعويض

$$\sec^2 x = \tan^2 x + 1.$$

(ج) اذا كان n عدد زوجيا فأننا نأخذ من n تربيع مع dx و نحول الباقي الى $\tan x$ باستخدام التعويض

$$\sec^2 x = \tan^2 x + 1.$$

(د) اذا كان m عدد فردي فأننا نأخذ واحد من كلا منهما مع dx و نحول الباقي الى $\sec x$ باستخدام التعويض

(ج) اذا كان n عدد زوجيا فأننا نأخذ من n تربيع مع dx و نحول الباقي الى $\tan x$ باستخدام التعويض

$$\sec^2 x = \tan^2 x + 1.$$

(د) اذا كان m عدد فردي فأننا نأخذ واحد من كلا منهما مع dx و نحول الباقي الى $\sec x$ باستخدام التعويض

$$\tan^2 x = \sec^2 x - 1.$$

الحالة الثالثة:

$$\int \cot^m x \csc^n x \; dx.$$

الحالة الثالثة:

$$\int \cot^m x \csc^n x \; dx.$$

تتم معالجة مثل هذه التكاملات بطريقة مماثلة للتكاملات $\int \tan^m x \sec^n x dx$ واستخدام المتطابقة

الحالة الثالثة:

$$\int \cot^m x \csc^n x \, dx.$$

تتم معالجة مثل هذه التكاملات بطريقة مماثلة للتكاملات $\int \tan^m x \sec^n x dx$ واستخدام المتطابقة

$$\csc^2 x = 1 + \cot^2 x.$$

Examples

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int \sec^4 x \sqrt{\tan x}\, dx.$$

Examples

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int \sec^4 x \sqrt{\tan x}\; dx.$$

$$(2) \int \sec^3 x \tan^5 x\; dx.$$

$$(3) \int \sec^4 x \tan^6 x \; dx.$$

$$(3) \int \sec^4 x \tan^6 x \; dx.$$

$$(4) \int \cot^5 x \csc^5 x \; dx.$$

Exercises

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int (\tan x + \cot x)^2 \; dx.$$

Exercises

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1)\ \int (\tan x + \cot x)^2\ dx.$$

$$(2)\ \int \sec^6 x\ dx.$$

Exercises

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int (\tan x + \cot x)^2 \; dx.$$

$$(2) \int \sec^6 x \; dx.$$

$$(3) \int \sec^3 x \tan^3 x \; dx.$$

Exercises

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1)\int (\tan x + \cot x)^2 \, dx.$$

$$(2)\int \sec^6 x \, dx.$$

$$(3)\int \sec^3 x \tan^3 x \, dx.$$

$$(4)\int \frac{\sec x}{\cot^5 x} \, dx.$$

Exercises

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1)\ \int (\tan x + \cot x)^2\ dx.$$

$$(2)\ \int \sec^6 x\ dx.$$

$$(3)\ \int \sec^3 x \tan^3 x\ dx.$$

$$(4)\ \int \frac{\sec x}{\cot^5 x}\ dx.$$

$$(5)\ \int \csc^4 x \cot^4 x\ dx.$$

Thanks for listening.