للتحصيلي Ghasham22

للقدرات Ghasham23

أ. غشام
قدرات وتحصيلي Ghasham_22

قوانين الرياضيات

وسيتم حل جميع الاسئلة على قناة التجميعات والاختبار المقنن

قناة التجميعات والاختبار المقنن

قناة التحصيلي أ. غشام https://t.me/Ghasham22

رابط تجميع ومقنن أ. غشام https://t.me/Ghasham22/473

قناة أ. غشام يوتيوب

أ. غشام قدرات وتحصيلي

قناة القدرات أ. غشام

قناة التحصيلي أ. غشام

العبارات المنطقية

- **عبارة الوصل** $(p \wedge q)$: عبارة مركبة تربط عبارتين بأداة الربط " و "
- **عبارة الفصل** $(p \vee q)$: عبارة مركبة تربط عبارتين بأداة الربط " أو "
- **العبارة الشرطية** $(p \longrightarrow q)$: عبارة تكتب على الصورة إذا كان ..... فإن.....

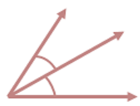
قيم الصواب للعبارات

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \longrightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

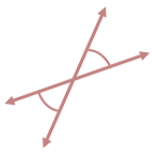
▪ العبارات الشرطية المرتبطة :

العبارة الشرطية	العكس	المعكوس	المعاكس الايجابي
$p \longrightarrow q$	$q \longrightarrow p$	$\sim p \longrightarrow \sim q$	$\sim q \longrightarrow \sim p$

- **الزوايتان المتتامتان** : مجموع قياسيهما 90°
- **الزوايتان المتجاورتان** : لهما الرأس نفسه ، وبينهما ضلع مشترك ، وعلى جهتي الضلع المشترك

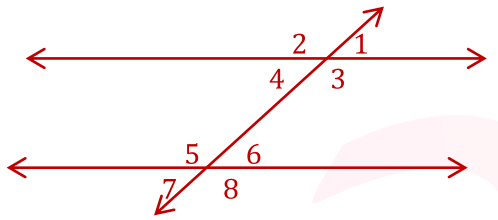


- **الزوايتان المتكاملتان** : مجموع قياسيهما 180°
- **الزوايتان المتقابلتان بالرأس** : لهما الرأس نفسه ، وكل ضلع من أحدهما هو امتداد لضلع من الأخرى ، ومتطابقتان



التوازي والتعامد

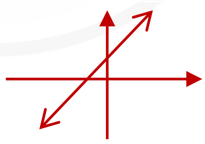
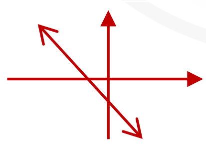
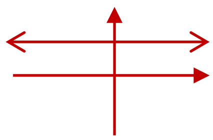
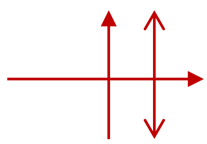
- إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين فإن
  - كل زاويتين متناظرتين متطابقتين
  - كل زاويتين متبادلتين داخليا أو خارجياً متطابقتين
  - كل زاويتين متحالفتين متكاملتين



زوايتان متناظرتان	زوايتان متبادلتان داخليا	زوايتان متبادلتان خارجيا	زوايتان متحالفتان
$\angle 1, \angle 6$	$\angle 3, \angle 5$	$\angle 2, \angle 8$	$\angle 3, \angle 6$
داخلية و خارجية في جهة واحدة من القاطع	داخليتان في جهتين من القاطع	خارجيتان في جهتين من القاطع	داخليتان أو خارجيتان في جهة واحدة من القاطع

- ميل المستقيم الذي يحوي النقطتين $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ هو نسبة الإرتفاع الرأسي إلى المسافة الأفقية

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

الميل موجب	الميل سالب	الميل يساوي صفر	الميل غير معروف
			

- يتوازى المستقيمان ⟺ الميل نفسة $(m_1 = m_2)$
- يتعامد المستقيمان ⟺ حاصل ضرب ميليهما $= -1$

▪ معادلة الخط المستقيم :

▪ صيغة الميل والمقطع الصادي $y = mx + b$ m الميل b المقطع الصادي	▪ صيغة الميل ونقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$ m الميل (x_1, y_1) أي نقطة على المستقيم	▪ صيغة المقطعين السيني والصادي $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ a المقطع السيني b، المقطع الصادي	▪ المستقيم الرأسي $x = a$ ▪ المستقيم الأفقي $y = b$

▪ صيغ البعد :

▪ البعد بين نقطتين $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	▪ البعد بين نقطة (x_1, y_1) ومستقيم $ax + by + c = 0$ $d = \frac{\lvert ax_1 + by_1 + c \rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}}$	▪ البعد بين مستقيمين متوازيين $ax + by + c = 0$ $ax + by + d = 0$ $d = \frac{\lvert c - d \rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}}$	▪ منتصف قطعة مستقيم $M = \left(\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$

الأشكال الرباعية

▪ مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب = $(n - 2) \times 180$ حيث n هي عدد الأضلاع

▪ مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع محدب (زاوية واحدة عند كل رأس) يساوي $360°$

▪ خصائص شبه المنحرف المتطابق الساقين :-

▪ القطران متطابقان ▪ زاويتا كل قاعدة متطابقان

▪ قياس زاوية داخلية في المضلع المنتظم = $\frac{(n-2)\times 180}{n}$

▪ في مضلع منتظم عدد أضلاعه n قياس الزاوية الخارجية = $\frac{360}{n}$

=

عدد الأضلاع = $\frac{360+\theta}{180}$ ، θ مجموع قياسات الزوايا الداخلية

عدد الأضلاع = $\frac{360}{180-\theta}$ ، θ قياس زاوية داخلية لمضلع منتظم

النسبة والتشابه

- **مفهوم أساسي : التناسب**

إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftarrow a.d = c.b$

- مقياس الرسم = $\frac{\text{المسافة على الرسم}}{\text{المسافة الحقيقية}}$
- التغيرالطردي : $y = kx$ ويكون $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$
- التغيرالمشترك : إذا كانت (y تتغير طردياً مع $x \cdot z$) فإن $y = kx \cdot z$ ويكون $\frac{y_1}{x_1 \cdot z_1} = \frac{y_2}{x_2 \cdot z_2}$

- **في التمدد**

الطول في الصورة = معامل التمدد × الطول في الأصـــل

معامل التمدد = $\frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصـــل}}$

- التغيرالعكسي: $y \cdot x = k$ ويكون $y_1 \cdot x_1 = y_2 \cdot x_2$
- التغيرالمركب : لتكن (y تتغير طردياً مع x وعكسياً مع z) إذاَ $y \cdot z = kx$ ويكون $\frac{y_1 \cdot z_1}{x_1} = \frac{y_2 \cdot z_2}{x_2}$

- إذا تشابه مثلثين فإن
- النسبة بين محيطيهما تساوي النسبة بين أضلاعهما المتناظرة
- النسبة بين مساحتيهما تساوي مربع النسبة بين الأضلاع المتناظرة

- حالات تشابه مثلثين :-

(SSS). إذا تناسبت اطوال الاضلاع المتناظرة لمثلثين.

(SAS) إذا تناسب ضلعين وتطابقت الزاوية المحصورة

(AA) إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث اخر

- **الدوران :**

الدوران	النقطة	الصورة
زاوية 90°	(x, y)	$(-y, x)$
زاوية 180°	(x, y)	$(-x, -y)$
زاوية 270°	(x, y)	$(y, -x)$

دوران بزاوية -90° يساوي دوران بزاوية 270°

دوران بزاوية -270° يساوي دوران بزاوية 90°

دوران بزاوية -180° يساوي دوران بزاوية 180°

- تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين هو دوران زاويته ضعف الزاوية التي بين المستقيمين

- **الانعكاسات في المستوى :-**

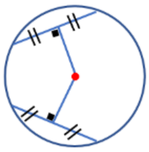
الإنعكاس	النقطة	صورتها
حول محور x	(a, b)	$(a, -b)$
حول محور y	(a, b)	$(-a, b)$
حول نقطة الأصل	(a, b)	$(-a, -b)$
حول المستقيم $y = x$	(a, b)	(b, a) نبدل الاحداثيات

- تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين هو انسحاب ومقداره ضعف المسافة بين المتوازيين

الدائرة

▪ الوتران المتطابقين في دائرة
▪ لهما البعد نفسه عن المركز • يتطابق قوساهما.

▪ إذا عامد نصف القطر وترا في دائرة فإنه ينصف الوتر وينصف قوسه ايضا



▪ محيط الدائـرة = $C = 2\pi r$ أو $C = \pi d$

حيث r نصف القطر حيث d هي القطر

قياس الزاوية المركزية في مضلع منتظم = $\frac{360}{\text{عدد الأضلاع}}$

طول القوس: $L = r \cdot \theta \Leftarrow \frac{L}{2\pi r} = \frac{x^\circ}{360^\circ}$

L طول القوس r نصف قطر الدائرة

x° قياس الزاوية θ قياس الزاوية بالراديان

▪ معادلة دائرة مركزها (h, k) ونصف قطرها r هي

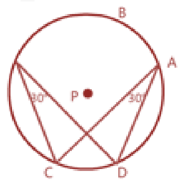
$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

▪ منتصف قطعة المستقيم $\overline{AB}$ حيث

هو $M = \left(\frac{x_2+x_1}{2}, \frac{y_2+y_1}{2}\right)$

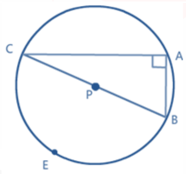
الزوايا المحيطية : هي زاوية راسها على الدائرة ، وضلعيها وتران في الدائرة ، وقياسها = نصف قياس القوس المقابل لها

▪ الزوايتان المحيطيتان المرسومتان في قوس واحد متطابقتان



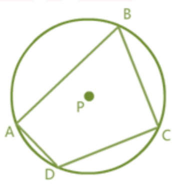
$m\ \overset{\frown}{CD} = 60°$

▪ الزاوية المحيطية المرسومة على القطر قائمة.



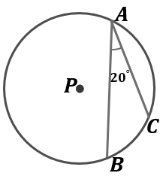
$m\ \overset{\frown}{BEC} = 180°$

▪ في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتان



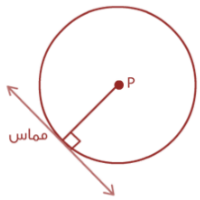
$m\angle B + m\angle D = 180°$

▪ زوايا محيطية



$m\angle CPB = 40$

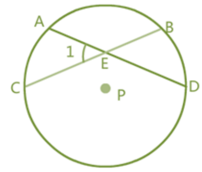
▪ المماس لدائرة عمودي على نصف القطر المار بنقطة التماس



▪ تقاطع وترين في دائرة

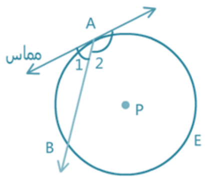
$m\angle 1 = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD})$

$AE \cdot ED = BE \cdot EC$



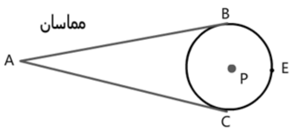
▪ تقاطع مماس وقاطع في دائرة(زاوية مماسية)

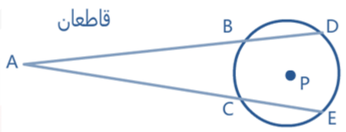
$m\angle 1 = \frac{1}{2}\angle APB$



▪ المماسان المرسومان لدائرة من نقطة خارجها متطابقان.

AB =AC

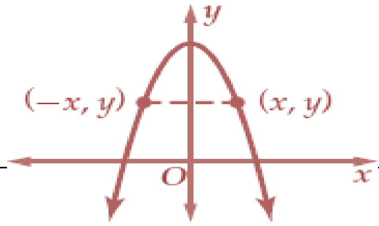


▪ تقاطع مماسين خارج الدائرة	▪تقاطع قاطعين خارج الدائرة	▪تقاطع مماس و قاطع خارج الدائرة
		
$m\angle A = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{BEC} - \overset{\frown}{BC})$	$m\angle A = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{DE} - \overset{\frown}{BC})$	$m\angle A = \frac{1}{2}[\overset{\frown}{DB} - \overset{\frown}{BC}]$
	$AB \cdot AD = AC \cdot AE$	$AB^2 = AC \cdot AD$

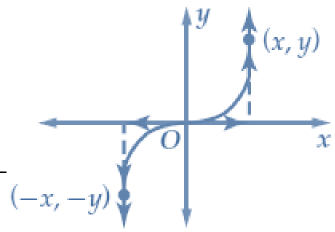
الدوال والمتباينات

تناظر الدوال

▪ الدالة الزوجية
متماثلة حول محور y
$f(-x) = f(x)$

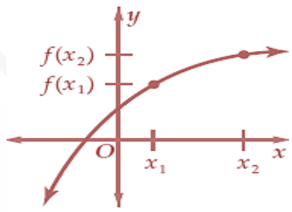


▪ الدالة الفردية
متماثلة حول نقطة الأصل
$f(-x) = -f(x)$

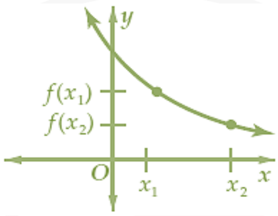


▪ **إطراد الدوال**

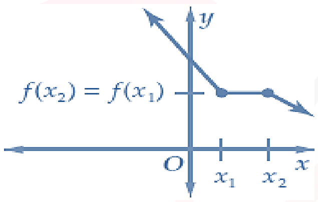
متزايدة



متناقصة



ثابتة



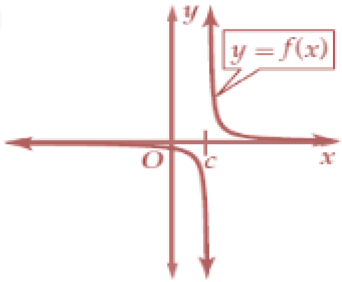
▪ مجال دالة الجذر التربيعي
$\sqrt{h(x)}$ هــو $h(x) \geq 0$

▪ يوجد للدالة f دالة عكسية f^{-1} إذا وفقط إذا كانت f متباينة

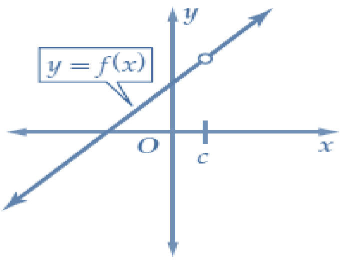
▪ **الاتصال :**
تكون الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = c$ إذا تحقق:
▪ $f(c)$ موجودة
▪ $\lim_{x \to c} f(x)$ موجودة
▪ $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$

▪ **أنواع عدم الاتصال**

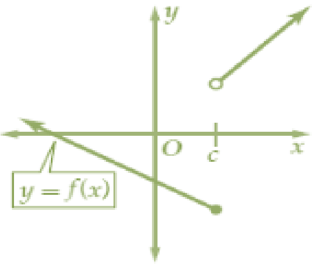
▪ عدم اتصال لا نهائي وتظهر قيمة الدالة على الصورة $\frac{c}{0}$



▪ نقطي (قابل للإزالة)
تظهر قيمة الدالة بالشكل $\frac{0}{0}$



▪عدم اتصال قفزي وتظهر قيمتين مختلفتين عند نقطةعدم الإتصال



الدوال الرئيسة (الأم)

الدالة الثابتة	الدالة المحايدة	الدالة التربيعية	الدالة التكعيبية
$f(x) = c$ ، $c \in R$	$f(x) = x$	$f(x) = x^2$	$f(x) = x^3$
دالة الجذر التربيعي	**دالة المقلوب**	**الدالة القيمة المطلقة**	**الدالة الدرجية**
$f(x) = \sqrt{x}$	$f(x) = \frac{1}{x}$	$f(x) = \lvert x \rvert$	$f(x) = [x]$

- متوسط معدل تغير الدالة $f(x)$ في الفترة $[x_1, x_2]$ هو $m = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

الإنعكاس حول محوري الإحداثيات

الإنعكاس حول محور x

$g(x) = -f(x)$

الإنعكاس حول محور y

$g(x) = f(-x)$

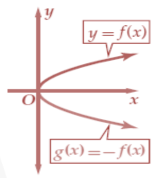
التحويلات على دوال القيمة المطلقة

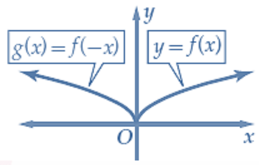
$g(x) = |f(x)|$

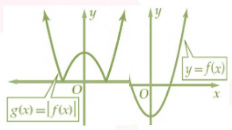
انعكاس اي جزء تحت محور x ليصبح فوقه

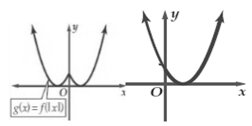
$g(x) = f(|x|)$

يحذف الجزء اليسار y ويضع مكانه صورة الجزء الواقع يمين y بالإنعكاس حول y









- خطوط التقارب للدوال الكسرية : $y = \frac{h(x)}{g(x)}$ في أبسط شكل
- يوجد خط تقارب رأسي عندما $g(x) = 0, h(x) \neq 0$
- إذا كانت درجة البسط تساوي درجة المقام فإن خط التقارب الأفقي هو (المعامل الرئيسي للمقام)/(المعامل الرئيسي للبسط) $y =$
- إذا كانت درجة البسط أقل من درجة المقام فإن خط التقارب الأفقي هو $y = 0$

▪ الدالة الأسية

- لتكن $a \neq 0\ , b > 0\ , b \neq 1$
- الدالة الأسية $y = a \cdot b^x$
- مجال الدالة الأسية هو R ومداها هو R^+
- خط التقارب للدالة الأسية $y = b^x + c$ هو $y = c$

▪ الدالة اللوغارتمية

- لتكن $x > 0\ , b > 0\ , b \neq 1$
- الدالة اللوغارتمية $y = \log_b x$
- الصورة الأسية $x = b^y$
- مجال الدالة اللوغارتمية هو R^+ ومداها هو R
- خط التقارب للدالة اللوغارتمية $y = \log_b x$ هو $x = 0$

• خصائص اللوغارتمات الأساسية

- لوغارتم الواحد: $\log_b 1 = 0$
- لوغارتم عدد لنفس الأساس: $\log_b b = 1$
- لوغارتم قوة لنفس الأساس: $\log_b b^x = x$
- قوة لوغارتم لنفس الأساس: $b^{\log_b x} = x$ ، $e^{\ln x} = x$
- خاصية المساواة: $\log_b x = \log_b y \Leftrightarrow x = y$

- $\log_b x \cdot y = \log_b x + \log_b y$
- $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$
- $\log_b x^n = n \cdot \log_b x$
- $\log_b x = \frac{\log x}{\log b} = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

- اللوغارتم العشري : هو اللوغارتم الذي أساسه العدد 10
- اللوغارتم الطبيعي : وأساسه العدد النيبيري e ويكتب $\log_e x$ أو $\ln x$
- مجال الدالة للوغارتمية $y = \log_b f(x)$ هو مجموعة حل المتباينة $f(x) > 0$ ومداها هو R

كثيرات الحدود و دوالها

- **القانون العام لحل المعادلة التربيعية**

$ax^2 + bx + c = 0 \quad , a \neq 0$ هو :

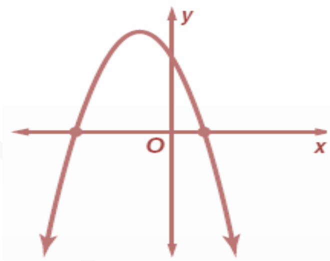
الميز

$\Delta = b^2 - 4ac$

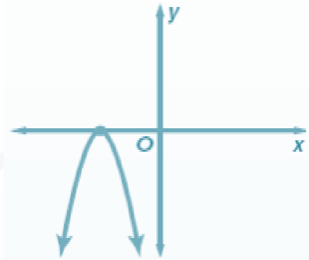
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- **يمكن استعمال الميز لتحديد عدد ونوع جذور المعادلة التربيعية**

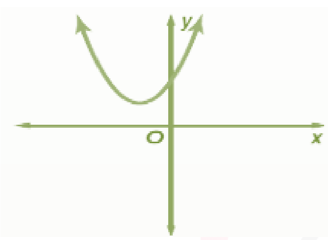
$b^2 - 4ac > 0$
يوجد جذران حقيقيان



$b^2 - 4ac = 0$
يوجد جذر حقيقي واحد



$b^2 - 4ac < 0$
يوجد جذران مركبان



- **إذا كان r_1 , r_2 جذري المعادلة**

$ax^2 + bx + c = 0$

$$r_1 + r_2 = -\frac{b}{a}$$

$$, r_1 \cdot r_2 = \frac{c}{a}$$

فيمكن كتابة المعادلة بالصورة

$$x^2 - (r_1 + r_2)x + r_1 \cdot r_2 = 0$$

- **أصفار الدوال (نقاط التقاطع مع محور x)**

- **خصائص الأسس**

ضرب القوى

$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$

قوة القوة

$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$

قوة ناتج الضرب

$(xy)^a = x^a \cdot y^a$

القوة الصفرية

$x^0 = 1 , x \neq 0$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-a} = \left(\frac{y}{x}\right)^a = \frac{y^a}{x^a}$$

قسمة القوى

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

الاس السالب

$$x^{-a} = \frac{1}{x^a} , \frac{1}{x^{-a}} = x^a$$

قوة ناتج القسمة

$$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}$$

- **تحليل كثيرات الحدود**

مجموع مكعبين

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

الفرق بين مكعبين

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

الفرق بين مربعين

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

المربع الكامل

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

- **نظرية الباقي :**

باقي قسمة كثيرة الحدود $P(x)$ على $(x - r)$ هو $P(r)$

- **نظرية العوامل :**

يكون $(x - r)$ عامل من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$ إذا وفقط إذا كان $P(r) = 0$

- **قانون ديكارت للإشارات :**

- **عددالأصفار الحقيقية الموجبة للدالة $P(x)$ هو عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود $P(x)$ أو أقل بعدد زوجي**

- **عددالأصفار الحقيقية السالبة للدالة $P(x)$ هو عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود $P(-x)$ أو أقل منه بعدد زوجي**

المتتابعات والمتسلسلات

- **المتتابعة الحسابية**
- **أساس المتتابعة :** $d = a_n - a_{n-1}$, $d = \frac{a_n - a_1}{n-1}$
- **الحد النوني** $a_n = a_1 + (n-1)d$
حيث: a_1 **الحدالأول،** d **أساس المتتابعة ،** n **عدد الحدود**

- **المجموع** $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ **أو**

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

- **نظرية ذات الحدين :**

$$(a+b)^n = c_0^n a^n \cdot b^0 + c_1^n a^{n-1} \cdot b^1 + c_2^n a^{n-2} \cdot b^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + c_n^n a^0 \cdot b^n$$

- **المتتابعة الهندسية**
- **الحد النوني** $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ **حيث**
a_1 **الحدالأول،** r **أساس المتتابعة ،** n **عدد الحدود**

- **أساس المتتابعة :** $r = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$ ، $r = \frac{a_n}{a_{n-1}}$ ، **مع مراعاة الإشارة**

- **المجموع** $S_n = \frac{a_1 - a_1 \cdot r^n}{1-r}$ **أو** $S_n = \frac{a_1 - a_n \cdot r^1}{1-r}$
- **مجموع حدود المتسلسلة الهندسية غير المنتهية يرمزله بالرمز** S **حيث** $|r| < 1$
$S = \frac{a_1}{1-r}$ **وإذا كان** $|r| \geq 1$ **فتكون متباعدة ولا يوجد مجموع**

الأعداد التخيلية :

- **وتعرف الوحدة التخيلية** i **على أنها الجذر التربيعي الأساسي للعدد** -1 **أو** $i = \sqrt{-1}$
- **قوى الوحدة التخيلية** i

$$i^1 = i\ ,\quad i^2 = -1\ ,\quad i^3 = -i\ ,\quad i^4 = +1$$

$$(a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2$$

الاحتمال (١)

- **فضاء العينة** : هو مجموعة جميع النواتج الممكنة في تجربة

مبدأ العد

- يستخدم في التجارب ذات مرحلتين أو أكثر مثل
- الأحتمال باستعمال التباديل والتوافيق
- **التباديل** : هو تنظيم لمجموعة عناصر يكون فيها الترتيب مهم
- **المضروب** ($n!$)

$$n! = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots 2\times 1$$

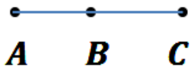
$$0! = 1$$

- عدد التباديل الخطية لمجموعة من العناصرالمختلفة عددها n يساوي $n!$
- يرمزلعدد تباديل n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز $_nP_r$ ، $_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **التباديل مع التكرار**: عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر يتكرر فيها عنصر r_1 من المرات و عنصرآخر r_2 من المرات... $\frac{n!}{r_1! \times r_2 \times \ldots \times r_k}$
- **التباديل الدائرية** : عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة على دائرة دون نقطة مرجع $\frac{n!}{n} = (n-1)!$
- إذا رتبت العناصر التي عددها n بالنسبة لنقطة مرجع نعاملها كتباديل خطية وعددها $n!$

$$n! = n\times(n-1)\times\ldots\ldots\times 2\times 1$$

- **التوافيق** : هو تنظيم لمجموعة من العناصر يكون فيها الترتيب غير مهم
- يرمزلعدد توافيق n من العناصرالمختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز $_nC_r$ ، $_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!\cdot r!} = \frac{_nP_r}{r!}$

- **الإحتمال الهندسي**



$p(BC) = \frac{BC \text{ طول القطعة}}{AC \text{ طول القطعة}}$ $p(B) = \frac{B \text{ مساحةالمنطقة}}{A \text{ مساحةالمنطقة}}$

الحوادث المستقلة و الحوادث غير المستقلة

- **الحوادث المستقلة** : وقوع الأولى لايؤثر على احتمال وقوع الثانية مثل:رمي قطعة نقد ثم إدارة قرص مؤشر

احتمال وقوع حادثتين مستقلتين

$$P(A \text{ و } B)=p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B)$$

- **الحوادث غير المستقلة** : وقوع الأولى يؤثر على احتمال وقوع الثانية مثل: سحب كرة من كيس ثم سحب كرة ثانية $p(A) = p(A/B)$

احتمال وقوع حادثتين غير مستقلتين

$$P(A \text{ و } B)=p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B/A)$$

- **الاحتمالات المشروطة** : إحتمال وقوع الحادثة B بشرط وقوع A مسبقا $p(B/A) = \frac{p(A\cap B)}{p(A)}$

ويكون لحادثتين غير مستقلتين.

الحوادث المتنافية و الحوادث غير المتنافية

- **الحوادث المتنافية** : لا يمكن وقوعها في الوقت نفسه

$$P(A \text{ أو } B)=p(A\cup B) = p(A)+p(B)$$

- **الحوادث غير المتنافية** : يوجد بينها نواتج مشتركة

$$p(A\cup B) = p(A)+p(B)-p(A\cap B)$$

- **الحادثة المتممة** : $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

الأحتمال (٢) والإحصاء

التحليل الإحصائي و مقاييس النزعة المركزية

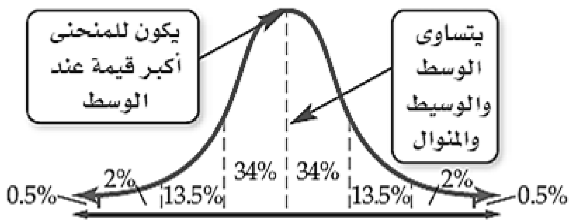
المتوسط	قسمة مجموع القيم على عددها
يستخدم:	عندما لا يوجد قيم متطرفة
الوسيط	القيمة التي تتوسط البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً
يستخدم:	عندما يوجد قيم متطرفة ولا توجد فراغات كبيرة في المنتصف
المنوال	القيم التي تظهر اكثر من غيرها

هامش الخطأ في المعاينة بالقيمة $\mp\frac{1}{\sqrt{n}}$

▪ **توزيع ذات الحدين وتحقق :**

● يعاد إجراء التجربة لعدد محدد n من المحاولات المستقلة
● لكل محاولة نتيجتان متوقعتان : نجاح S ، فشل F
● احتمال النجاح $P(S)$ أو P
واحتمال الفشل $P(F)$ أو q ، $P = 1 - q$
● يمثل المتغير العشوائي X عدد مرات النجاح في n من المحاولات

▪ **القانون التجريبي : يصف التوزيع الطبيعي الذي متوسطه μ وانحرافه σ بالتالي**



▪ **قانونا الإنحراف المعياري**

عينة عدد قيمها (حجمها) n

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2}{n-1}}$$

مجتمع عدد قيمه (حجمه) n

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \mu)^2}{n}}$$

▪ **التوزيع الإحتمالي المنفصل : يجب أن يحقق شرطين**

□ $0 \le P(X) \le 1$ □ $\sum P(X) = 1$

▪ **صيغة احتمال ذات الحدين :**

احتمال النجاح في x مرة من n من المحاولات المستقلة في تجربة ذات الحدين هو :

$$P(x) = C_x^n p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} p^x q^{n-x}$$

▪ **المتوسط والتباين والانحراف المعياري لتوزيع ذات الحدين :**

المتوسط $\mu = np$

التباين $\sigma^2 = npq$

والانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{npq}$

▪ **تقريب توزيع ذات الحدين إلى التوزيع الطبيعي**

$np \ge 5 , nq \ge 5$

يمكن تقريب توزيع ذات الحدين إلى توزيع طبيعي بمتوسط $\bar{x} = np$ وانحراف معياري $\sigma = \sqrt{npq}$

القطوع المخروطية

▪ القطوع المكافئة :-

الصورة القياسية $(y-k)^2 = 4c(x-h)$

إشارة c موجبة — إشارة c سالبة

الإتجاه : افقي

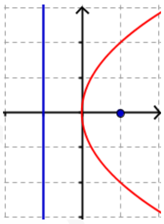
الرأس: $(h\ ,k)$

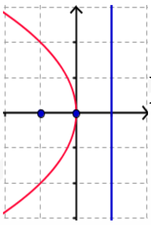
البؤرة: $(h+c\ ,k)$

الدليل: $x = h - c$

طول الوترالبؤري $|4c|$

محور التماثل $y = k$





الصورة القياسية $(x-h)^2 = 4c(y-k)$

إشارة c موجبة — إشارة c سالبة

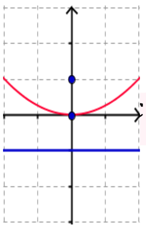
الإتجاه : راسي

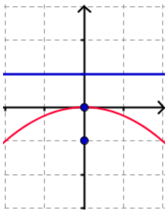
الرأس: $(h\ ,k)$

البؤرة: $(h\ ,k+c)$

الدليل: $y = k - c$

محور التماثل $x = h$





معادلة الدائرة التي مركزها (h,k) ونصف قطرها r

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

▪ معادلة المماس عند النقطة (x_1,y_1) هي

$(y-y_1) = m(x-x_1)$ حيث $m = f'(x_1)$

القطوع الناقصة :-

الإتجاه : اخترنا المحور الاكبر افقي (سيني)

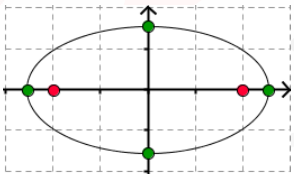
الصورة القياسية :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

طول المحور الأكبر $2a$

طول المحور الاصغر $2b$

والبعد البؤري $2c$



الراسان $(h\mp a\ ,k)$

البؤرتان $(h\mp c\ ,k)$

الراسان المرافقان $(h\ ,k\mp b)$

$c^2 = a^2 - b^2$

الإختلاف المركزي $e = \frac{c}{a}$

القطوع الزائدة :-

الإتجاه : اخترنا حالة المحور القاطع راسي (صادي)

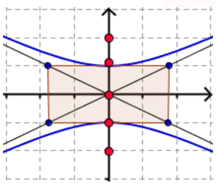
الصورة القياسية :

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

طول المحور القاطع $2a$

طول المحور غير المرافق $2b$

والبعد البؤري $2c$



الراسان $(h\ ,k\mp a)$

البؤرتان $(h\ ,k\mp c)$

الراسان المرافقان $(h\mp b\ ,k)$

خطوط التقارب

$(y-k) = \mp\frac{a}{b}(x-h)$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

تحديد أنواع القطوع المخروطية

- **الصورة القياسية لمعادلات القطوع المخروطية**

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

نوع القطع المخروطي	المميز
قطع مكافئ	$B^2 - 4AC = 0$
قطع ناقص	$B^2 - 4AC < 0 , B \neq 0 , A \neq C$
دائرة	$B^2 - 4AC = 0 \ , B = 0 , A = C$
قطع زائد	$B^2 - 4AC > 0$

نوع القطع المخروطي		الشرط
قطع مكافئ	$A \cdot C = 0$	$B = 0$
قطع ناقص	$A \cdot C > 0$	$B = 0, A \neq C$
دائرة	$A \cdot C > 0$	$B = 0, A = C$
قطع زائد	$AC < 0$	$B = 0$

حساب المثلثات (١)

▪ إذا كانت θ زاوية حادة في مثلث قائم فإن :

$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ ، $\csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ ، $\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ ، $\sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$ ، $\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ ، $\cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$

▪ **تحويل قياس الزوايا :**

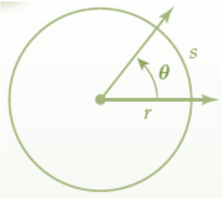
▪ للتحويل من درجات إلى راديان ، نضرب في $\frac{\pi\text{راديان}}{180^\circ}$

▪ للتحويل من راديان إلى درجات، نضرب في $\frac{180^\circ}{\pi\text{راديان}}$

▪ **طول القوس** من الدائرة (S) ، المقابل لزاوية مركزية قياسها (θ) يساوي

$$S = r \cdot \theta$$

حيث (θ) بالراديان



▪ **مساحة المثلث :**
يساوي نصف حاصل ضرب طولي أي ضلعين متجاورين في جيب الزاوية بينهما

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

▪ **قانون الجيوب :**
يستعمل إذا أعطي ضلعين وزاوية غير محصورة أو زاويتين وضلع غير محصور

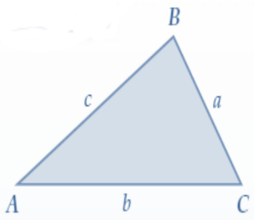
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

▪ **قانون جيوب التمام :**
يستعمل إذا اعطي ضلعين وزاوية محصورة

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cos B$$

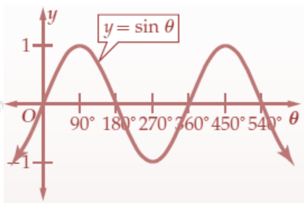
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cos C$$

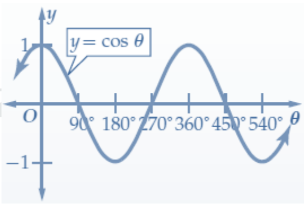
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cos A$$

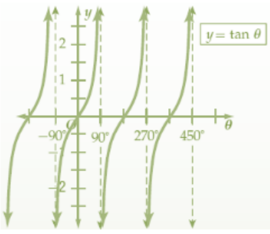


▪ **تمثيل الدوال المثلثية** بيانيا في المستوى الإحداثي

الدالة	$y = a \cdot \sin b\theta$	$y = a \cdot \cos b\theta$	$y = a \cdot \tan b\theta$
السعة	$\lvert a \rvert$	$\lvert a \rvert$	ليس لها سعة
طول الدورة	$\frac{360^\circ}{b}$	$\frac{360^\circ}{b}$	$\frac{180^\circ}{b}$
	$y = \sin\theta$	$y = \cos\theta$	$y = \tan\theta$







حساب المثلثات (٢) (المتطابقات المثلثية)

المتطابقات النسبية

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ ، $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

متطابقات المقلوب

$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ ، $\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$ ، $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$

$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$ ، $\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$ ، $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

متطابقات فيثاغورس

$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$ ، $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$ ، $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

متطابقات الزاويتين المتتامتين

$\tan(90-\theta) = \cot\theta$ ، $\cos(90-\theta) = \sin\theta$ ، $\sin(90-\theta) = \cos\theta$

متطابقات الدوال الزوجية والفردية

$\tan(-\theta) = -\tan\theta$ ، $\cos(-\theta) = \cos\theta$ ، $\sin(-\theta) = -\sin\theta$

متطابقات المجموع والفرق

$$\sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B$$
$$\sin(A-B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B$$
$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A\tan B}$$
$$\cos(A+B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B$$
$$\cos(A-B) = \cos A\cos B + \sin A\sin B$$
$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A\tan B}$$

متطابقات ضعف الزاوية

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$
$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$
$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$
$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$
$$\tan(2\theta) = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}$$
$$\tan(2\theta) = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

متطابقات نصف الزاوية

$$\cos\frac{\theta}{2} = \mp\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$
$$\sin\frac{\theta}{2} = \mp\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$
$$\tan\frac{\theta}{2} = \mp\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$
$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}$$

حل المعادلات المثلثية

المعادلة	$\sin\theta = a$	$\cos\theta = a$	$\tan\theta = a$
الحلول	$\theta, 180-\theta$	$\theta, -\theta$	$\theta, 180+\theta$
الحل العام	$\theta + 360n \quad, n \in Z$		$\theta + \pi n \quad, n \in Z$

تطابق المثلثات والعلاقات في مثلث ٣

- **نظرية فيثاغورس :** في مثلث قائم الزاوية ، مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين الأخرين
- مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية $180°$
- قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسي الزوايتين الداخليتين البعيدتين .
- **مسلمات تطابق المثلثات**

بثلاثة أضـــلاع SSS ، بضلع-زاوية-ضلع SAS ، بزاوية-ضلع- زاوية ASA ، بزاوية-زاوية-ضلع AAS

- **نظريات متباينة المثلث :**
  - مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أطول من الضلع الثالث
  - الضلع الأكبر في مثلث يقابل الزاوية التي لها أكبر قياس
  - قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس أي من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها

الأعداد القطبية

▪ إذا كان n عددًا صحيحًا ، فإنه يمكن تمثيل النقطة (r,θ) بالإحداثيات

$$(r,\theta+360n) \quad , \quad (-r,\theta+(2n+1)180)$$

▪ تحويل الإحداثيات القطبية إلى ديكارتية :

إذا كانت $P(r.\theta)$ فإن الإحداثيات الديكارتية للنقطة P :

أي أن $x = r\cos\theta\,,\ y = r\sin\theta$

$$(x,y) = (\,r\cos\theta\,,\quad r\sin\theta\,)$$

▪ القيمة المطلقة للعدد المركب $z = a+bi$ هي :

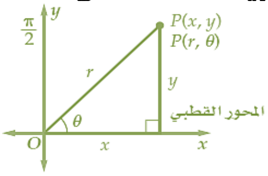
$$|z| = |a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$$

▪ المسافة بين النقطتين في المستوى القطبي هي :

$$P_1P_2 = \sqrt{{r_1}^2+{r_2}^2-2r_1r_2\cos(\theta_1-\theta_2)}$$

▪ تحويل الإحداثيات الديكارتية إلى قطبية :

إذا كانت $P(x,y)$ فإن الإحداثيات القطبية للنقطة P هي $P(r,\theta)$: حيث $r=\sqrt{x^2+y^2}$



$$\theta = \begin{cases} \tan^{-1}\frac{y}{x} & ,x>0 \\ \tan^{-1}\frac{y}{x}+180 & ,x<0 \end{cases}$$

أما إذا كانت $a=0$ فإن

$\theta = \frac{\pi}{2}$ عندما $b>0$ $\qquad$ $\theta = -\frac{\pi}{2}$ عندما $b<0$

▪ ضرب وقسمة الأعداد المركبة على الصورة القطبية:

$$z_1z_2 = r_1r_2(\,\cos(\theta_1+\theta_2)+\ i\sin(\theta_1+\theta_2)\,)$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\,\cos(\theta_1-\theta_2)+\ i\sin(\theta_1-\theta_2)\,)$$

▪ الصورة القطبية للعدد المركب $z = a+bi$ هي :

$z = r(\ \cos\theta + \ i\sin\theta\,)$ حيث

▪ الجذور النونية : $z = r(\,\cos\theta + \ i\sin\theta\,)$

$$r^{\frac{1}{n}}(\ \cos\frac{\theta+2k\pi}{n} + \ i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n})$$

حيث $k = 0,1,2,\ldots\ldots,(n-1)$

▪ نظرية دي موافر

$$z^n = r^n(\ \cos n\theta + \ i\sin n\theta\,)$$

المتجهات

- اتجاه المتجه : يحدد اتجاه المتجه باستعمال

1/ **الإتجاه الأفقي** ويبدأ من نقطة الأصل مع محور x الموجب وعكس عقارب الساعة مثل (30° مع الأفقي)

2/ **الإتجاه الربعي** وزاويته φ فاي ، $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ شرق أو غرب الخط الرأسي مثل ($E\ 30^\circ\ S$)

3/ **الإتجاه الحقيقي** ويبدأ الشمال مع عقارب الساعة ويقاس بثلاثة أرقام مثل 025^0

- إذا كان لدينا المتجه $\overrightarrow{AB}$ الذي بدايته $A(x_1, y_1)$ ونهايته $B(x_2, y_2)$ فإن
- الصورة الإحداثية للمتجه هي

$$\overrightarrow{AB} = B - A = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

- متجه الوحدة u في إتجاه متجه v هو المتجه على طول المتجه $|u| = 1$ حيث $u = \frac{v}{|v|} = \frac{1}{|v|}v$
- إذا كان المتجه v في الصورة الإحداثية $v = \langle a , b \rangle$ فإن **طول** المتجه $|v| = \sqrt{a^2 + b^2}$

كتابة المتجه باستعمال متجهي الوحدة i , j هي

$$v = ai + bj$$

لإيجاد زاوية اتجاه المتجه مع الإتجاه الموجب لمحور x

$$\theta = \begin{cases} \tan^{-1}\frac{y}{x} & , x > 0 \\ \tan^{-1}\frac{y}{x} + 180 & , x < 0 \end{cases}$$

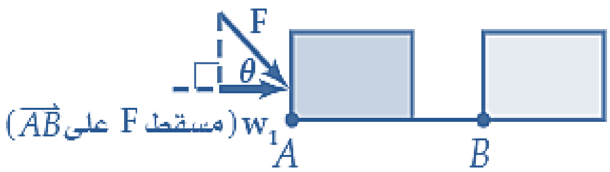
- إذا كانت θ هي الزاوية بين متجهين غير الصفريين u , v

1/ $\cos\theta = \frac{v \cdot u}{|u| \times |v|}$

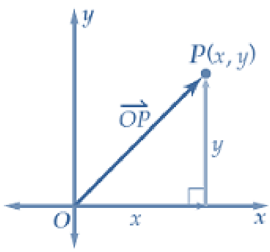
2/ $u \cdot v = |u| \times |v| \cos\theta$

- الشغل= القوة المؤثرة × المسافة التي تحركها الجسم

$$w = |w_1| \cdot |\overrightarrow{AB}|$$



- إذا ضرب متجه في عدد سالب فإنه يعكس اتجاهه ، فمثلا $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$



- مركبتي متجه :

1/ المركبة الرأسية $|y| = r\sin\theta$

2/ المركبة الأفقية $|x| = r\cos\theta$

- طول المتجه هو

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

الضرب الداخلي للمتجهين

$$a \cdot b = a_1b_1 + a_2b_2$$

- يكون المتجهين **متعامدين** ، إذا وفقط إذا كان $a \cdot b = 0$
- وتعطى نقطة المنتصف M لـ $\overrightarrow{AB}$ بالقانون

$$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$$

- الضرب الإتجاهي للمتجهين a, b هو $a \times b =$ ويكون $a \times b$ عمودي على المستوى الذي يحوي المتجهين .

- **مساحة سطح متوازي** الأضلاع الذي a, b ضلعان متجاوران فيه $|a \times b| =$
- **حجم متوازي السطوح** هو

$$c \cdot (a \times b) = \begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \qquad a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

النهايات والإشتقاق

- تكون نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من c موجودة إذا وفقط إذا كانت النهايتان من اليمين واليسار موجودتين ومتساويتين اي

$$\lim_{x\to c^+} f(x) = \lim_{x\to c^-} f(x) = L$$

ويكون $\lim_{x\to c} f(x) = L$

- **نهاية دالة المقلوب** عند موجب أو سالب ما لا نهاية هي الصفر

أي $\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 0$

- **نهاية الدوال الكسرية** عند موجب أو سالب ما لا نهاية هو نهاية أكبر قوة في البسط و أكبر قوة في المقام

$$\lim_{x\to\infty} \frac{a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + \cdots + b_1 x + b_0} = \lim_{x\to\infty} \frac{a_n x^n}{b_m x^m}$$

حساب النهايات عند المالانهاية

- إذا كان n عدد صحيح موجب فإن
  - $\lim_{x\to\infty} x^n = \infty$
  - $\lim_{x\to-\infty} x^n = \infty$ إذا كان n عدد زوجي
  - $\lim_{x\to-\infty} x^n = -\infty$ إذا كان n عدد فردي

- **نهاية دالة كثيرة حدود** هي $f(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} a_n x^n$$

ناخذ النهاية للحد الذي له الاس الاكبر

- **السرعة المتوسطة :**

في الفترة الزمنية من a إلى b

$$v_{avg} = \frac{\text{التغير في المسافة}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

- **السرعة المتجهة اللحظية :**

$$v(t) = \lim_{h\to 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} = f`(t)$$

المشتقات والتكامل

- يرمز لمشتقة $y = f(x)$ بالرموز $\frac{dy}{dx}$, $f'(x)$, y'
- **مشتقة الضرب**

$$\frac{d}{dx}\big(f(x)\cdot g(x)\big) = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$$

- **مشتقة القسمة**

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$m = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f`(x)$$

- إذا كانت $v(t)$ تمثل دالة السرعة المتجهة اللحظية فإن دالة المسافة $s(t)$ عند الزمن t هي $s(t) = \int v(t)\,dt$
- **الشغل** اللازم لشد نابض مسافة ما (a متر) ، من موضعه الطبيعي بالتكامل $= \int_0^a cx\,dx$ حيث c عدد ثابت