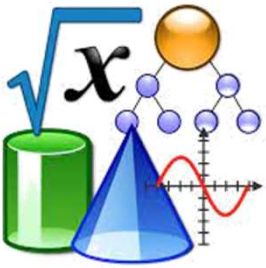


رياضيات 3-1

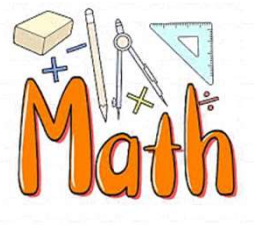
الفصل الدراسي الأول

اسم الطالبة: .....

الصف: .....

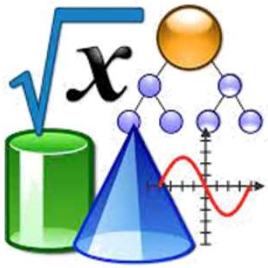
إعداد المعلمتان:

أ. هيا ناصرالجنوبي أ.وفاء علوي باعقيل



متابعة الدفتر

م	التاريخ	الدرجة	الملاحظات	التوقيع
١				
٢				
٣				
٤				
٥				
٦				
٧				
٨				
٩				
١٠				
١١				
١٢				
١٣				
١٤				
١٥				
١٦				
١٧				



الفصل الأول

تحليل الدوال

- الدوال
- تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات
- الاتصال والنهايات
- القيم القصوى ومتوسط معدل التغير
- الدوال الرئيسة (الأم) والتحويلات الهندسية
- العمليات على الدوال وتركيب دالتين
- العلاقات والدوال العكسية

1 استعمال الصفة المميزة:

$\{x \mid -3 \le x \le 16, x \in Z\}$

- x ينتمي إلى مجموعة الأعداد المعطاة.
- x لها هذه الخصائص...
- الأعداد x حيث...

تحقق من فهمك : صـ 10ـ

اكتب كلا من مجموعات الأعداد التالية باستعمال الصفة المميزة للمجموعة:

1A) $\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots.\}$

.....

.....

1B) $x \le -3$

.....

.....

1C) $-1 \le x \le 5$

.....

.....

.....

2 استعمال رمز الفترة:

تحقق من فهمك : صـ 11ـ

اكتب كلا من مجموعات الأعداد التالية باستعمال رمز الفترة:

2A) $-4 \le y < -1$

.....

.....

2B) $a \ge -3$

.....

.....

2C) $x < -2$ أو $x > 9$

.....

.....

تدرب: صـ 15ـ

اكتب كل مجموعة مما يأتي باستعمال الصفة المميزة للمجموعة، وباستعمال رمز الفترة إن أمكن:

المجموعة	الصفة المميزة	رمز الفترة
1) $x > 50$		
3) $x \le -4$		
4) $\{-3, -2, -1, \ldots\}$		
5) $-31 < x \le 64$		
7) $x \le 61$ أو $x \ge 67$		

3 تحديد العلاقات التي تمثل دوال:

اختبار الدالة

اختبار جدولة

مجموعة من الأزواج المرتبة مكتوبة في جدول بحيث لا يتساوى فيها الإحداثي x لزوجين مختلفين

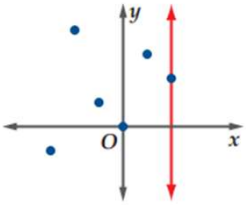
x	y
−2	−4
3	−1
3	4
5	6
7	9

ليست دالة

لارتباط 3 بعنصرين مختلفين من y

اختبار الخط الرأسي

لا يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للدالة في أكثر من نقطة



دوال تتكرر فيها قيم y :
لا يمكن أن ترتبط أكثر من قيمة لـ y بقيمة واحدة لـ x في الدالة، بينما يمكن أن ترتبط قيمة واحدة لـ y بأكثر من قيمة لـ x كما في المثال 3b .

إذا كانت y في المعادلة مرفوعة لأس تربيعي و x أسها ١ فإن y لا تمثل دالة في x

$y^2 - 2x = 5$

3 تحديد العلاقات التي تمثل دوال:

تحقق من فهمك : صـ 12ـ

في كل علاقة مما يأتي، حدد ما إذا كانت y تمثل دالة في x أم لا :

3A) تمثّل قيم x كمية الاستهلاك الشهري لأسرة من الكهرباء، أما قيم y فتمثّل المبلغ المستحق مقابل الاستهلاك.

.....

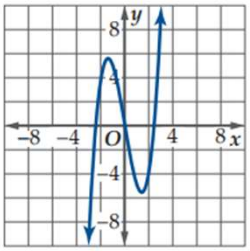
.....

3B)

x	y
−6	−7
2	3
5	8
5	9
9	22

.....

3C)



.....

3D) $3y + 6x = 18$

.....

تدرب: صـ 15ـ

في كل علاقة مما يأتي، حدد ما إذا كانت y تمثل دالة في x أم لا:

11) المتغير المستقل x يمثّل رقم الحساب في البنك، والمتغير y يمثّل الرصيد في الحساب.

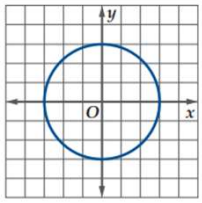
12)

x	0.01	0.04	0.04	0.07	0.08	0.09
y	423	449	451	466	478	482

13) $\frac{1}{x} = y$

14) $x^2 = y + 2$

17)



يُستعملُ $f(x)$ رمزًا للدالة، ويُقرأ (f الـ x) ويعني قيمة الدالة f عند x . وبما أن $f(x)$ تمثّل قيمة y التي ترتبط بقيمة x ، فإننا نكتب: $y = f(x)$.

المعادلة	الدالة المرتبطة بالمعادلة
$y = -6x$	$f(x) = -6x$

يمثّل المتغير x قيم المجال ويسمى متغيرًا مستقلًا. ويمثل المتغير y قيم المدى ويسمى متغيرًا تابعًا.

4 إيجاد قيم الدالة:

تحقق من فهمك : صـ 13ـ

إذا كانت $f(x) = \frac{2x+3}{x^2-2x+1}$، فأوجد قيمة الدالة في كلٍّ مما يأتي:

4A) $f(12)$

4B) $f(6x)$

4C) $f(-3a+8)$

تدرب: صـ 15ــ

أوجد قيم كل دالة من الدوال الآتية:

19) $g(x) = 2x^2 + 18x - 14$

a) $g(9)$

b) $g(3x)$

c) $g(1 + 5m)$

5 تحديد مجال الدالة جبريا:

كثيرة حدود	كسرية	جذرية	كسرية البسط كثيرة حدود والمقام جذر	كسرية البسط جذر والمقام كثيرة حدود
المجال : R	$\frac{\text{كثيرة حدود}}{\text{كثيرة حدود}}$ المقام $=0$ ونوجد قيم x ونستبعدهم من المقام المجال = أصفار المقام $-R$ المجال : $\{xlx \neq$ أصفار المقام $, x \in R\}$	$\sqrt{\text{ما تحت الجذر}}$ ما تحت الجذر ≥ 0 ونحلها وتكون الصفة المميزة المجال : $\{xl$ الصفه المميزة $, x \in R\}$	$\frac{\text{كثيرة حدود}}{\sqrt{\text{ما تحت الجذر}}}$ ما تحت الجذر > 0 ونحلها وتكون الصفة المميزة المجال : $\{xl$ الصفه المميزة $, x \in R\}$	$\frac{\sqrt{\text{ما تحت الجذر}}}{\text{كثيرة حدود}}$ لإيجاد المجال : نستخدم طريقة الجذر للبسط وطريقة الكسرية للمقام

تحقق من فهمك : صـ14ــ

حدد مجال كل من الدوال الآتية:

5A) $f(x) = \frac{5x - 2}{x^2 + 7x + 12}$

5B) $h(a) = \sqrt{a^2 - 4}$

5C) $g(x) = \frac{8x}{\sqrt{2x + 6}}$

تدرب: صـ 15ــ

حدد مجال كل من الدوال الآتية:

(26 $f(x)=\dfrac{8x+12}{x^2+5x+4}$

(28 $g(a)=\sqrt{1+a^2}$

(30 $f(a)=\dfrac{5a}{\sqrt{4a-1}}$

6 إيجاد قيم الدالة المتعددة التعاريف:

تحقق من فهمك : صـ 14ــ

6) سرعة : إذا كانت سرعة مركبة $v(t)$ بالميل لكل ساعة تُعطَى بالدالة المتعددة التعريف الآتية، حيث الزمن t بالثواني:

$$v(t)=\begin{cases}4t & , \quad 0\le t\le 15\\ 60 & , \quad 15<t<240\\ -6t+1500 & , \quad 240\le t\le 250\end{cases}$$

فأوجد كلا مما يأتي:

(6A $v(5)$

(6B $v(15)$

(6C $v(245)$

تدرب: صـ 16ــ

فأوجد: $f(x)=\begin{cases}-4x+3 & , \quad x<3\\ -x^3 & , \quad 3\le x\le 8\\ 3x^2+1 & , \quad x>8\end{cases}$ **(33**

$f(-5)$

$f(12)$

مهارات التفكير العليا: صـ 17ــ

53) اكتشف الخطأ: أراد كلّ من عبد الله وسلمان تحديد مجال الدالة $f(x)=\frac{2}{x^2-4}$. فقال عبد الله: إن المجال هو $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$. في حين قال سلمان: أن المجال هو $\{x \mid x\neq -2, x\neq 2, x\in R\}$. فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ برّر إجابتك.

.....

.....

.....

.....

تدرب على الاختبار: صـ 17ــ

73) أي العبارات الآتية صحيحة دائمًا:

A الدالة لا تمثل علاقة.

B كل دالة تمثل علاقة.

C كل علاقة تمثل دالة.

D العلاقة لا تكون دالة.

74) أيٌّ مما يأتي يمثل مجال الدالة:

$$h(x)=\frac{\sqrt{2x-3}}{x-5}$$

A $x\neq 5$

B $x\geq \frac{3}{2}$

C $x\geq \frac{3}{2}, x\neq 5$

D $x\neq \frac{3}{2}$

تحديد مجال الدالة جبريا

دالة كثيرة الحدود

مجالها دائما:

.....

دالة الجذر التربيعي

مجالها دائما

.....

$g(t)=\sqrt{t-5}$

$D=[5,\infty)$

الدالة الكسرية

مجالها دائما

.....

$f(x)=\frac{2+x}{x^2-7x}$

$D=R-\{0,7\}$

الدالة الكسرية وبسطها جذر تربيعي

مجالها دائما

.....

$h(x)=\frac{\sqrt{2x-3}}{x-5}$

$D=[\frac{3}{2},\infty)-\{5\}$

أو

$x\geq \frac{3}{2}, x\neq 5$

إذا كانت الدالة على الصورة

$f(x)=\sqrt{x^2+\text{عدد}}$

فإن مجالها R دائما

الواجب:

تحصيلي رياضيات

1	المجموعة التي صفتها المميزة: $\{x \mid -3 \le x \le 2, x \in Z\}$ هي مجموعة الأعداد:							
	A	$\{-2,-1,0,1,2\}$	B	$\{-3,-2,-1,0,1,2\}$	C	$\{-3,-2,-1,1,2\}$	D	$\{-2,-1,0,1\}$
2	الفترة التي تمثل المتباينة: $-5 \le x < -2$:							
	A	$[-5,-2)$	B	$(-5,-2)$	C	$(-5,-2]$	D	$[-5,-2]$
3	إذا كان مصروف فهد بالريالات يوميا يمكن تمثيله بالمتباينة $52 \le x < 242$ ، فإن أكبر قيمة لمصروفه اليومي:							
	A	242 ريالا	B	241 ريالا	C	52 ريالا	D	51 ريالا
4	المجموعة $\{1,2,3,4,.....\}$ يعبر عنها بالصفة المميزة							
	A	$\{x \mid x \ge 0, x \in W\}$	B	$\{x \mid x > 0, x \in W\}$	C	$\{x \mid x > 1, x \in W\}$	D	$\{x \mid x \le 1, x \in W\}$
5	المجموعة $\{1,2,3,4,5,.....\}$ يعبر عنها بالصفة المميزة في المجموعة بالصورة:							
	A	$x > 1$	B	$x \ge 0$	C	$x < 6$	D	$x > 0$
6	الفترة: $(-\infty, 5]$ تكتب بالصورة:							
	A	$x < 5$	B	$x \le 5$	C	$x > 5$	D	$x \ge 5$
7	إذا كانت: $f(x) = 2x^2 - 5$ فإن $f(3) - f(2)$ تساوي:							
	A	7	B	9	C	10	D	14
8	إذا كانت $f(x) = \begin{cases} 4x & , \ 0 \le x \le 15 \\ 60 & , \ 15 < x < 24 \\ -6x + 15 & , \ 24 \le x \le 40 \end{cases}$ فإن $f(5)$ تساوي:							
	A	60	B	20	C	- 15	D	-35
9	إذا كانت: $f(x) = 2x - 4$ فإن $f(8)$ تساوي:							
	A	8	B	12	C	14	D	16
10	إذا كانت $g(x) = 2x^2 + 3x - 5$ فإن: $g(2)$ تساوي							
	A	14	B	10	C	9	D	2
11	إذا كانت $f(x) = \begin{cases} -4x + 3, & x < 3 \\ -x^3, & 3 \le x \le 8 \\ 3x^2 + 1, & x > 8 \end{cases}$ فإن $f(2)$ تساوي							
	A	-5	B	- 8	C	13	D	5
12	إذا كانت: $f(x) = 4x^2 - 8$ فإن $f(x-1)$ تساوي:							
	A	$4x^2 - 8x - 4$	B	$4x^2 - 2x - 9$	C	$4x^2 - 8x - 12$	D	$4x^2 - 9$

تحصيلي رياضيات

13	العلاقة التي لاتمثل دالة :							
	$y=7-2x$	D	$y=5$	C	$y^2=x+1$	B	$y=x^2+1$	A
14	مجال الدالة $h(x)=\frac{1}{\sqrt{2x-6}}$:							
	$(-\infty,3]$	D	$[6,\infty)$	C	$[3,\infty)$	B	$(3,\infty)$	A
15	مجال الدالة $f(x)=\frac{5x-3}{x^2+7x+12}$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا :							
	-3, -4	D	3, -4	C	-3, 4	B	3, 4	A
16	مجال الدالة $f(x)=\frac{x+2}{x^2+6x+9}$ هو:							
	$\{x \mid x\neq 2, x\in R\}$	D	$\{x \mid x\neq 3, x\in R\}$	C	$\{x \mid x\neq 5, x\in R\}$	B	$\{x \mid x\neq -3, x\in R\}$	A
16	مجال الدالة $g(t)=\sqrt{t-3}$ هو:							
	$[-3,\infty)$	D	$(-\infty,-3]$	C	$[3,\infty)$	B	$(-\infty,3]$	A
17	مجال الدالة $h(x)=\frac{\sqrt{2x-3}}{x-5}$ هو:							
	$x\neq\frac{3}{2}$	D	$x\geq\frac{3}{2}$	C	$x\geq\frac{3}{2}, x\neq 5$	B	$x\neq 5$	A
18	أي من العبارات الآتية صحيحة دائما:							
	العلاقة لا تمثل دالة	D	كل دال تمثل علاقة	C	كل علاقة تمثل دالة	B	الدالة لا تمثل علاقة	A
19	مجال الدالة $g(x)=\sqrt{9-x^2}$ هو:							
	(-3,3)	D	[-3,3]	C	(-9,9)	B	[-9,9]	A
20	مدى الدالة: $f(x)=x^2+1$ اذا كان مجالها : $-2<x<3$							
	$1\leq f(x)<10$	D	$5<f(x)<10$	C	$1<f(x)<9$	B	$5<f(x)<9$	A
21	مدى الدالة : $f(x)=2\sqrt{x^2}+3$ هو:							
	[-3, 2]	D	(-3, ∞)	C	(2, ∞)	B	[3, ∞)	A
22	إذا كانت $f(x)=2x^3+3x^2-5x+11$ فإن قيمة $f(2)-f(0)$ هي :							
	29	D	18	C	11	B	7	A

1 تقديرقيم الدوال:

تحقق من فهمك:صـ 19ـ

1) استثمار: تمثل الدالة: $v(d) = 0.002d^4 - 0.11d^3 + 1.77d^2 - 8.6d + 31,\ 0 \le d \le 20$ تقديرًا لاستثمارات أحد رجال الأعمال في السوق المحلية؛ حيث $v(d)$ قيمة الاستثمارات بملايين الريالات في السنة d.

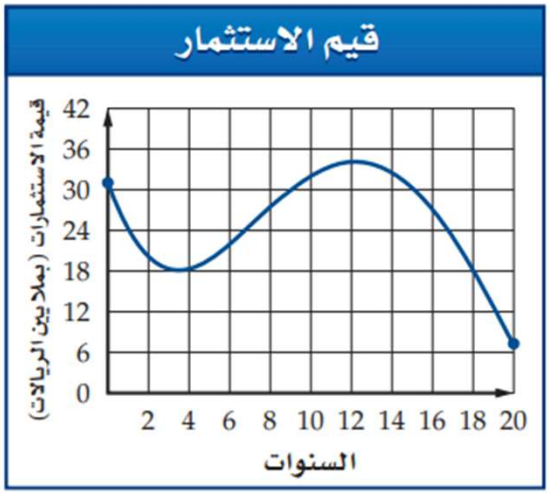
1A) استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة الاستثمارات في السنة العاشرة. ثم تحقّق من إجابتك جبريًّا.

.....

.....

.....

.....



1B) استعمل التمثيل البياني لتحديد السنوات التي بلغت فيها قيمة الاستثمارات 30 مليون ريال. ثم تحقّق من إجابتك جبريًّا.

.....

.....

.....

.....

تدرب: صـ 24ـ

استعمل التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي؛ لتقدير قيمها المطلوبة ، ثم تحقّق من إجابتك جبريًّا. وقرِّب الناتج إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك:

a) $g(6)$

.....

.....

.....

b) $g(12)$

.....

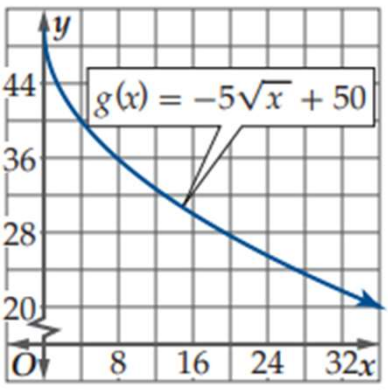
.....

b) $g(12)$

.....

.....

1)



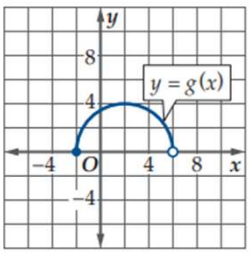
2 ايجاد المجال والمدى

:

تحقق من فهمك : صـ 20ـ

أوجد مجال الدالة g ومداها باستعمال التمثيل البياني المجاور.

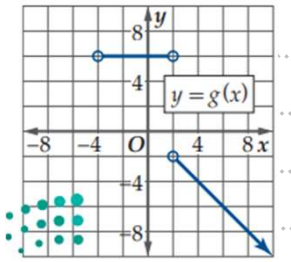
(2A



المجال: .....

المدى: .....

(2B



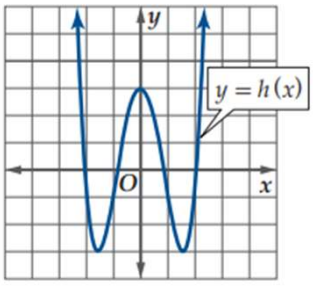
المجال: .....

المدى: .....

تدرب: صـ 24ـ

أوجد مجال الدالة h ومداها باستعمال التمثيل البياني المجاور.

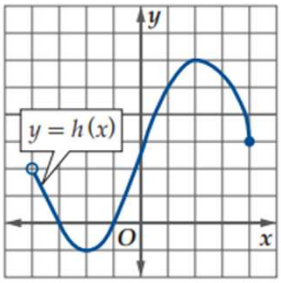
(6



المجال: .....

المدى: .....

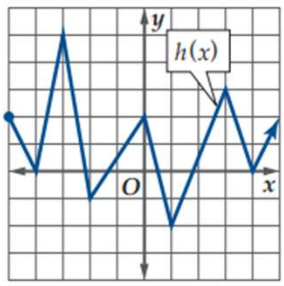
(7



المجال: .....

المدى: .....

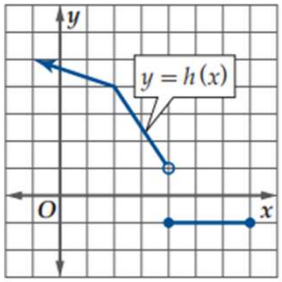
(8



المجال: .....

المدى: .....

(9



المجال: .....

المدى: .....

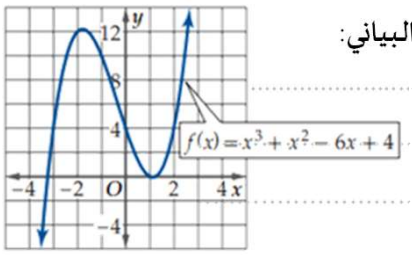
3 ايجاد المقطع y :

تحقق من فهمك : صـ 20ـ

استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين أدناه، لايجاد قيمة تقريبية للمقطع y،
ثم أوجده جبريا:

(3A

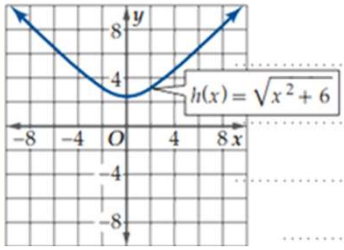
التقدير من التمثيل البياني:



الحل الجبري:

(3B

التقدير من التمثيل البياني:



الحل الجبري:

4 ايجاد الأصفار:

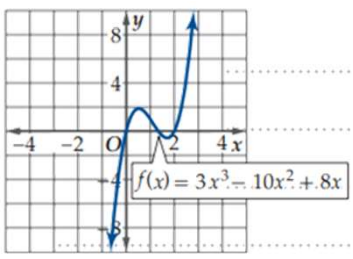
تسمى المقاطع x لمنحنى الدالة أصفار الدالة، وتسمى حلول المعادلة المرافقة للدالة جذور المعادلة.
ولايجاد أصفار دالة f، فإننا نحل المعادلة $f(x) = 0$ بالنسبة للمتغير المستقل.

تحقق من فهمك : صـ 20ـ

استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين أدناه،
لايجاد قيمة تقريبية لأصفارها ، ثم أوجد هذه الأصفار جبريا :

(4A

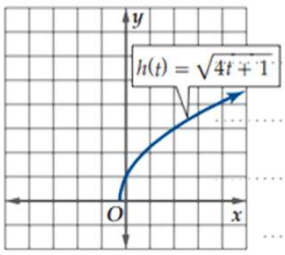
التقدير من التمثيل البياني:



الحل الجبري:

(4B

التقدير من التمثيل البياني:



الحل الجبري:

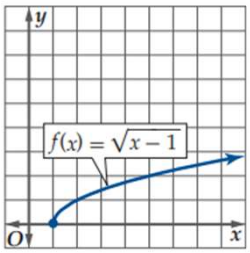
الموضوع: 2-1 : تابع: تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات التاريخ: / /1445هـ

تدرب: صـ 24 ـ

استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين أدناه، لايجاد قيمة تقريبية للمقطع y، و أصفار الدالة، ثم أوجد هذه الأصفار جبريا :

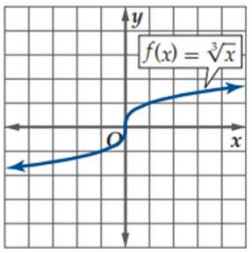
(11

القيمة التقريبية للمقطع y:



أصفار الدالة :

(13

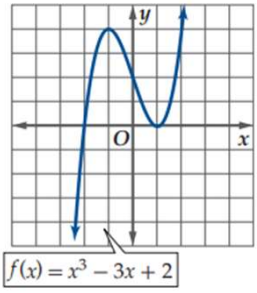


القيمة التقريبية للمقطع y:

أصفار الدالة :

(15

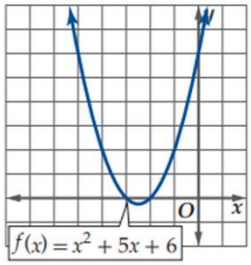
القيمة التقريبية للمقطع y :



أصفار الدالة :

(16

القيمة التقريبية للمقطع y:



أصفار الدالة :

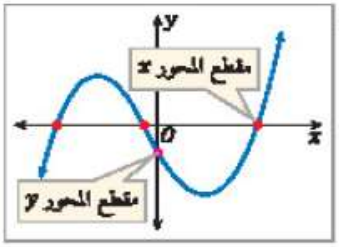
المقاطع وأصفار الدالة

المقطع y

هي : النقاط التي يتقاطع عندها منحنى الدالة مع محور y

جبريا :

لإيجاد مقطع y نعوض عن $x=0$ في الدالة



ليس بالضرورة:

أن يوجد للدالة مقطع.....

وإذا وجد فيكون .....

أما مقطع ..... فيوجد .....

المقطع x (أصفار الدالة)

هي: نقاط تقاطع منحنى الدالة مع محور x

حلول المعادلة المرافقة للدالة تسمى جذور المعادلة

جبريا :

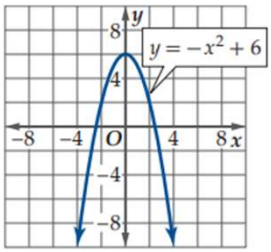
نوجد مقطع x بالتعويض عن $F(x)=0$

5 اختبار التماثل:

تحقق من فهمك : صـ 22 ـ

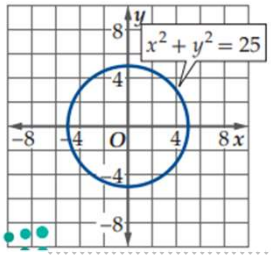
استعمل التمثيل البياني لكل من المعادلتين الآتيتين لاختبار التماثل حول المحور x والمحور y ونقطة الأصل. ثم تحقق منها جبريا:

5A) التحليل البياني:



التحقق الجبري:

5B) التحليل البياني:



التحقق الجبري:

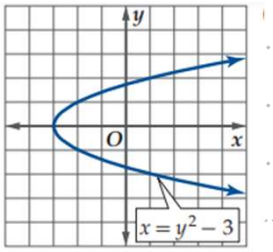
تدرب: صـ 25 ـ

استعمل التمثيل البياني لكل من المعادلتين الآتيتين لاختبار التماثل حول المحور x والمحور y ونقطة الأصل. ثم تحقق منها جبريا:

إرشادات للدراسة

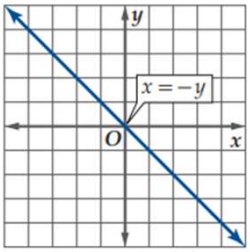
التماثل:
من الممكن أن يكون للتمثيل البياني الواحد أكثر من نوع تماثل.

18) التحليل البياني:



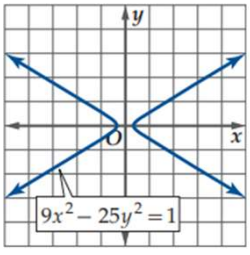
التحقق الجبري:

19) التحليل البياني:



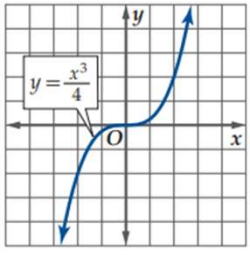
التحقق الجبري:

20) التحليل البياني:



التحقق الجبري:

21) التحليل البياني:



التحقق الجبري:

6 تحديد الدوال الزوجية والدوال الفردية:

مفهوم أساسي — **الدوال الزوجية والدوال الفردية**

نوع الدالة	الاختبار الجبري
تُسمى الدوال المتماثلة حول المحور y الدوال الزوجية.	لكل x في مجال f، فإن $f(-x) = f(x)$.
تُسمى الدوال المتماثلة حول نقطة الأصل الدوال الفردية.	لكل x في مجال f، فإن $f(-x) = -f(x)$.

تحديد نوع الدالة

- **زوجية**: إذا كانت جميع أسس x .....
- **فردية**: إذا كانت جميع أسس x .....
- **ليست زوجية وليست فردية**: إذا كانت جميع أسس x .....

تحقق من فهمك :صـ 23 ـ

استعمل الحاسبة البيانية لتمثل كل دالة مما يأتي ، ثم حلل منحناها لتحدد إن كانت الدالة زوجية أم فردية أم غيرذلك ، ثم تحقق من اجابتك جبريا

(6A $f(x) = \frac{2}{x^2}$

(6B $g(x) = 4\sqrt{x}$

(6C $h(x) = x^5 - 2x^3 + x$

تدرب: صـ 25 ـ

(6A $f(x) = \frac{2}{x^2}$

(6B $g(x) = 4\sqrt{x}$

(6C $h(x) = x^5 - 2x^3 + x$

مهارات التفكير العليا:صـ 27ــ

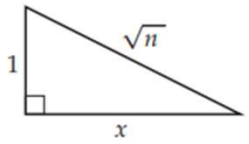
تبرير: أي العبارات الآتية صحيحة، وأيها خاطئة. برِّر إجابتك.

56) مدى الدالة $f(x) = nx^2$، حيث n عدد صحيح، هو $\{y \mid y \geq 0, y \in \mathbb{R}\}$

57) مدى الدالة $f(x) = \sqrt{nx}$، حيث n عدد صحيح، هو $\{y \mid y \geq 0, y \in \mathbb{R}\}$

تدرب على الاختبار:صـ 27ــ

81) إذا كان n عددًا حقيقيًّا أكبر من 1، فأوجد قيمة x بدلالة n في الشكل أدناه.



A $\sqrt{n^2 - 1}$ C $\sqrt{n+1}$

B $\sqrt{n-1}$ D $n - 1$

82) ما مدى الدالة $f(x) = x^2 + 1$، إذا كان مجالها $-2 < x < 3$ ؟

A $5 < f(x) < 9$ C $1 < f(x) < 9$

B $5 < f(x) < 10$ D $1 \leq f(x) < 10$

الموضوع: 2-1 : تابع: تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

التاريخ: / /1445هـ

تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

تقدير قيم الدوال

ايجاد المجال والمدى

المجال

على محور .....

نبدأ من ..... إلى .....

ونكتب الفترة

من ..... إلى .....

المدى

نبدأ من ..... إلى .....

على محور .....

ونكتب الفترة

من ..... إلى .....

المقطع

y

بيانيا :

النقطة التي تقع

على محور .....

جبريا: بالتعويض

في المعادلة عن

..... بـ .....

X (الأصفار)

بيانيا :

اي نقطة تقع

على محور .....

جبريا: بالتعويض

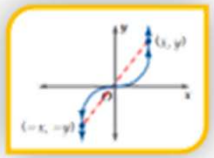
في المعادلة عن

..... بـ .....

اختبار التماثل و الدوال الزوجية والفردية

حول نقطة الأصل

$(x, y) \rightarrow (\quad , \quad)$

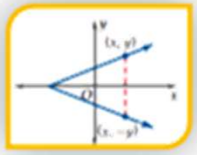


دالة .....

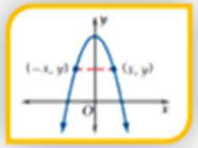
$f(x) =$ .....

حول محور

$(x, y) \rightarrow (\quad , \quad)$



$(x, y) \rightarrow (\quad , \quad)$



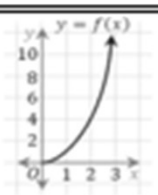
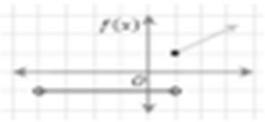
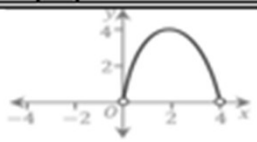
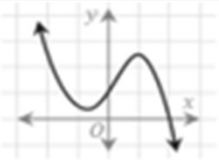
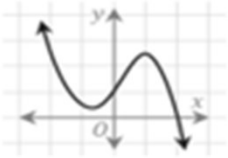
دالة .....

$f(x) =$ .....

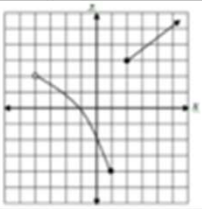
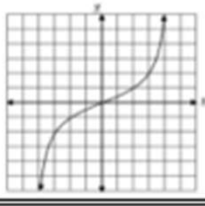
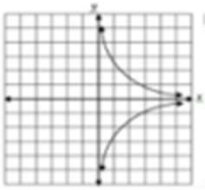
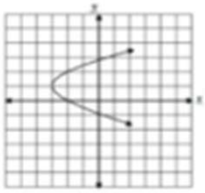
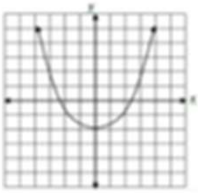
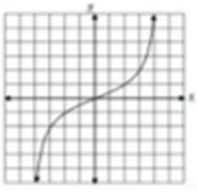
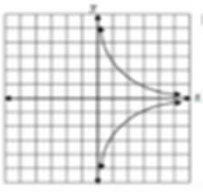
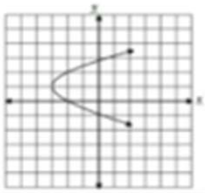
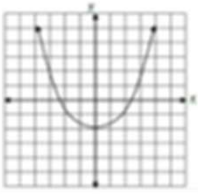
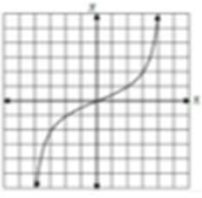
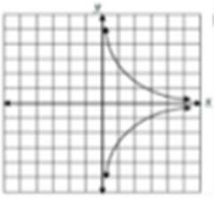
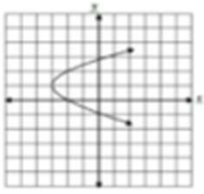
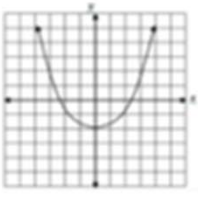
الواجب:

الموضوع: 2-1 : تابع: تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات التاريخ: / /1445هـ

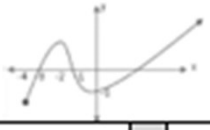
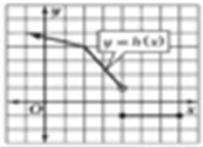
تحصيلي رياضيات

1	إذا كان الشكل يُمثل منحنى الدالة: $y=f(x)$ فإن قيمة $f(2)$ تساوي: 							
	10	D	4	C	2	B	1	A
2	مجال الدالة $y=f(x)$ في الشكل:							
	$[-3,2]-\{-2\}$	D	$[-3,2]$	C	$[-2,2)-\{2\}$	B	$[-2,2)$	A
3	مجال الدالة $y=f(x)$ في الشكل: 							
	$(-\infty,\infty)$	D	$(-4,\infty)$	C	$(-\infty,4]$	B	$(-4,1]$	A
4	مدى الدالة $y=f(x)$ في الشكل: 							
	$(-4,4)-\{0\}$	D	$(0,4)$	C	$(0,4]$	B	$[0,4]$	A
5	المقطع x للدالة $y=f(x)$ في الشكل هو: 							
	$[1,2]$	D	2	C	1	B	0	A
6	يقطع منحنى الدالة المحور y في النقطة: 							
	$(1,0)$	D	$(0,1)$	C	$(2,0)$	B	$(0,2)$	A
7	إذا كانت: $f(x)=2x^2+5x+3$ فإن المنحنى يقطع المحور y في نقطة:							
	$(0,-3)$	D	$(0,2)$	C	$(3,0)$	B	$(0,3)$	A
8	الدالة الممثلة بالشكل:							
	متماثلة حول محور X	D	زوجية	C	لا فردية ولا زوجية	B	فردية	A

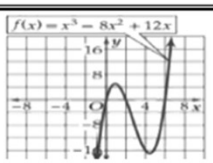
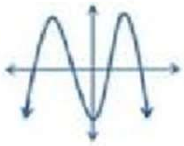
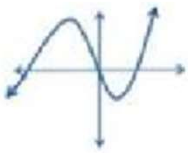
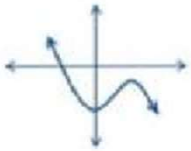
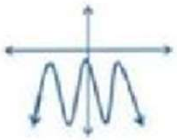
تحصيلي رياضيات

9	الدالة : $f(x) = x^5 - 3x^3 + X$ دالة :							
	A	فردية وزوجية معا	B	لا فردية ولا زوجية	C	زوجية	D	فردية
10	الأسئلة الأربعة التالية تتعلق بالتمثيل المجاور للدالة f مجال الدالة f هو: 							
	A	$(-\infty, 1] \cup [3, \infty)$	B	$(-4,2] \cup [3, \infty)$	C	$(-\infty, 1] \cup [2, \infty)$	D	$(-4,1] \cup [2, \infty)$
11	بالاستعانة التمثيل السابق نجد أن مدى الدالة f هو:							
	A	$(-\infty, 1] \cup [3, \infty)$	B	$[-4,2) \cup [3, \infty)$	C	$(-\infty, 1] \cup [2, \infty)$	D	$(-4,1] \cup [2, \infty)$
12	بالاستعانة بالتمثيل السابق نجد أن أصفار الدالة f هي :							
	A	$\emptyset$	B	{0}	C	{-2}	D	{-1}
13	بالاستعانة بالتمثيل السابق نجد أن المقطع y للدالة f هو:							
	A	2	B	1	C	-2	D	-1
14	التمثيل البياني الذي يمثل علاقة متماثلة حول محور x فيما يلي هو:							
	A		B		C		D	
15	التمثيل البياني الذي يمثل علاقة متماثلة حول محور y فيما يلي هو:							
	A		B		C		D	
16	التمثيل البياني الذي يمثل علاقة متماثلة حول نقطة الأصل فيما يلي هو:							
	A		B		C		D	

تحصيلي رياضيات

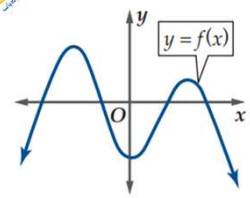
17	الدالة $f(x)=2x^3-5x$ هي							
	A	زوجية	B	فردية	C	زوجية وفردية	D	ليست زوجية ولا فردية
18	الدالة $f(x)=\frac{5}{x^2}$ هي							
	A	زوجية	B	فردية	C	زوجية وفردية	D	ليست زوجية ولا فردية
19	الدالة $h(x)=x^6-17x^4$ هي							
	A	زوجية	B	فردية	C	زوجية وفردية	D	ليست زوجية ولا فردية
20	الدالة الزوجية فيما يلي هي:							
	A	$k(x)=x^3-3$	B	$f(x)=2x^4-5x^2+5$	C	$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$	D	$h(x)=4\sqrt{x}$
21	الدالة الزوجية فيما يلي هي:							
	A	$f(x)=\cos x$	B	$f(x)=\sin x$	C	$f(x)=\tan x$	D	$f(x)=\csc x$
22	الدالة الفردية فيما يلي هي:							
	A	$f(x)=x^7$	B	$f(x)=\lvert x^5 \rvert$	C	$f(x)=\sqrt{x+3}$	D	$f(x)=x^2+3$
23	الدالة: $f(x)=x^3-5x^2-x$ هي :							
	A	فردية وزوجية معا	B	ليست زوجية ولا فردية	C	زوجية	D	فردية
24	الدالة $f(x)=\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x}+x$ هي دالة:							
	A	فردية	B	زوجية	C	ليست زوجية ولا فردية	D	فردية وزوجية معا
25	مجال الدالة في التمثيل المجاور: 							
	A	$[-3,\infty)$	B	$[-4,\infty)$	C	$[-3,-2)\cup(-2,\infty)$	D	$(-4,\infty)$
26	من التمثيل المجاور: $h(4)$ تساوي : 							
	A	-1	B	1	C	4	D	غير معرفة

تحصيلي رياضيات

27	أصفار الدالة في التمثيل المجاور: 						
	A	0, 1, 5	B	0, 2, 6	C	0, 8, - 8	D	لا يوجد
28	أصفار الدالة $f(x) = -\frac{2}{3}x - 12$ هي :						
	A	- 18	B	- 12	C	12	D	18
29	التمثيل البياني الذي له أصفار حقيقية هو:						
	A		B		C		D	

تكون الدالة متصلة إذا لم يكن في تمثيلها البياني أي انقطاع أو قفزة ،

وعليه يمكن تتبع مسار المنحنى دون أن ترفع القلم عنه



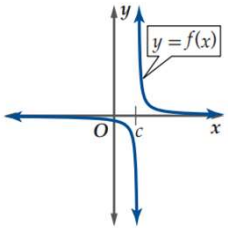
$f(x)$ متصلة لجميع قيم x.

حالات عدم الاتصال

لا نهائي

إذا تحقق :

$$\lim_{x\to c} f(x) = \pm\infty$$

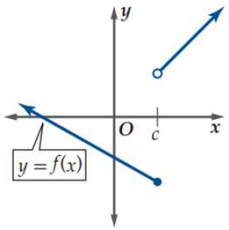


قفزي

إذا تحقق :

$$\lim_{x\to c^+} f(x) \neq \lim_{x\to c^-} f(x)$$

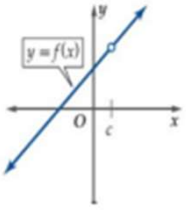
النهاية اليمنى ≠ النهاية اليسرى



قابل للازالة

إذا تحقق :

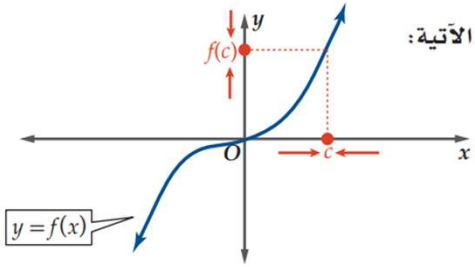
$$\lim_{x\to c} f(x) \neq f(c)$$



ملخص المفهوم

اختبار الاتصال

يقال: إن الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = c$ إذا حقّقت الشروط الآتية:



- $f(x)$ معرّفة عند c ، أي أن $f(c)$ موجودة.
- $f(x)$ تقترب من القيمة نفسها عندما تقترب x من c من الجهتين. أي أن $\lim_{x\to c} f(x)$ موجودة.
- $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$.

إرشادات للدراسة

النهايات:

إن وجود قيمة للدالة $f(x)$ عند $x = c$ أو عدم وجودها، لا يؤثر في وجود نهاية للدالة $f(x)$ عندما تقترب x من c.

1 التحقق من الاتصال عند نقطة

تحقق من فهمك : صـ 29ـ

حددما إذا كانت كل من الدالتين الآتيتين متصلتين عند $x = 0$ ،
برر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال.

1A $f(x) = x^3$

① .....

②

x							
y							

النهاية من اليمين=..... ..... = النهاية من اليسار

.....

③ .....

.....

.....

1B
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad x < 0 \\ x & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$

① .....

②

x							
y							

النهاية من اليمين=..... ..... = النهاية من اليسار

.....

③ .....

.....

.....

تدرب: صـ 35 ـ

حددما إذا كانت كل دالة مما يأتي متصلة عندقيمة x المعطاة..
برر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال.

1) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ ، عند $x = -5$.

① .....

②

x							
y							

النهاية من اليمين=..... ..... = النهاية من اليسار

.....

③ .....

.....

.....

2 تحديد نوع عدم الاتصال عند نقطة

تحقق من فهمك : صـ 30ـ

حدد ما إذا كانت كل من الدالتين الآتيتين متصلة عند قيم x المعطاة. برر إجابتك اختبار الاتصال، واذا كانت الدالة غير متصلة، فحدّد نو ع عدم الاتصال

(2A $f(x) = \frac{1}{x^2}$ ، عند $x = 0$.

① .....

②

x							
y							

النهاية من اليمين=..... ..... = النهاية من اليسار

....

③ .....

.....

.....

(2B

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 4 & , \quad x > 2 \\ 2 - x & , \quad x \leq 2 \end{cases}$$

① .....

②

x							
y							

النهاية من اليمين=..... ..... = النهاية من اليسار

.....

③ .....

.....

.....

تدرب: صـ 30 ـ

3) $h(x)=\dfrac{x^2-36}{x+6}$ ، عند $x=-6$

① .....

②

x							
y							

النهاية من اليمين=..... ..... = النهاية من اليسار

.....

③ .....

.....

.....

3) $h(x)=\dfrac{x^2-36}{x+6}$ ، عند $x=6$.

① .....

②

x							
y							

النهاية من اليمين=..... ..... = النهاية من اليسار

.....

③ .....

.....

.....

7) $f(x)=\begin{cases}4x-1 & , \quad x\le -6\\ -x+2 & , \quad x>-6\end{cases}$ ، عند $x=-6$.

① .....

②

x							
y							

النهاية من اليمين=..... ..... = النهاية من اليسار

.....

.....

③ .....

.....

.....

3 ازالة عدم الاتصال

يصنّف كل من عدم الاتصال اللانهائي وعدم الاتصال القفزي على أنهما عدم اتصال غير قابل للازالة.

تحقق من فهمك : صـ 31 ـ

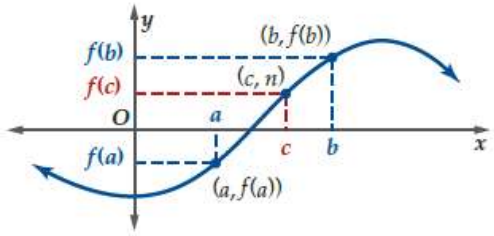
3) أعد تعريف الدالة $f(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$ ؛ لتصبح متصلة عند $x=1$.

تدرب: صـ 30 ـ

أعد تعريف كل دالة مما يأتي عند قيمة x المعطاة؛ لتصبح الدالة متصلة

9) $x=-3\ ،\ f(x)=\frac{x^2-9}{x+3}$

نظرية القيمة المتوسطة



إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على [a , b] ، وكانت a < b ،

ووجدت قيمة n بين $f(a)$ و $f(b)$ فإنه يوجد عدد c بين

a و b بحيث: $f(c)$ =n

نتيجة (موقع صفر الدالة): إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة وكان $f(a)$ و $f(b)$ مختلفين في الإشارة، فإنه يوجد عدد واحد على الأقل c بين a و b ، بحيث $f(c) = 0$. أي يوجد صفر للدالة بين a و b .

4 تقريب الأصفار عند تغيير الاشارة

تحقق من فهمك : صـ 31 ـ حدّد الأعداد الصحيحة المتتالية التى تنحصر بينها الأصفار الحقيقية للدالة

(4A $f(x) = x^3 + 2x^2 - 8x + 3$ ، $[-6, 4]$

x	- 6	- 5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
F(x)=0											

.....

(4B $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x + 4}$ ، $[-3, 4]$

x									
F(x)=0									

.....

5 تقريب الأصفار دون تغيير الاشارة

حدّد الأعداد الصحيحة المتتالية التى تنحصر بينها الأصفار الحقيقية للدالة

تحقق من فهمك : صـ 32 ـ

(5A $f(x) = 8x^3 - 2x^2 - 5x - 1 \; ,[-5, 5]$

x											
$F(x)=0$											

.....

(5B $f(x) = x^3 - 7x^2 + 18x - 14 \; ,[0, 4]$

x					
$F(x)=0$					

.....

تدرب: صـ 35 ـ

حدّد الأعداد الصحيحة المتتالية التى تنحصر بينها الأصفار الحقيقية للدالة

(12 $f(x) = x^3 - x^2 - 3, [-2, 4]$

x							
$F(x)=0$							

.....

(13 $g(x) = -x^3 + 6x + 2, [-4, 4]$

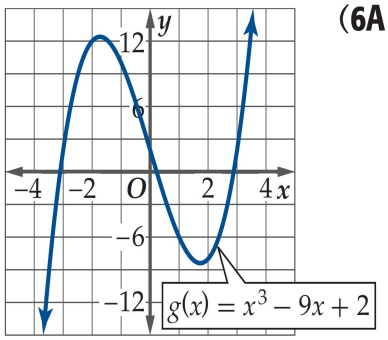
x									
$F(x)=0$									

.....

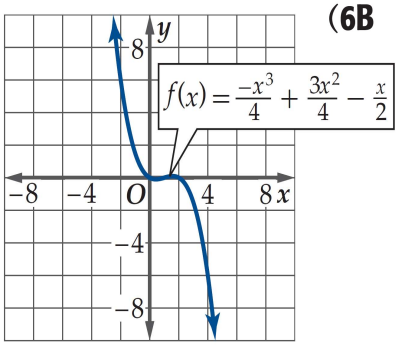
6 المنحنيات التي تقترب من مالا نهاية

تحقق من فهمك : صـ 33 ـ استعمل التمثيل البياني للدالة لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني.

(6A



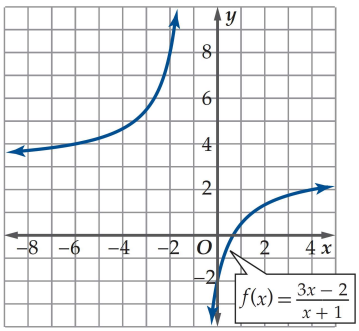
(6B



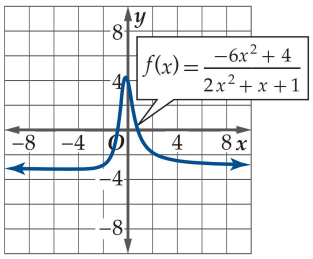
7 منحنيات دوال تقترب من قيمة محددة

تحقق من فهمك : صـ 33 ـ استعمل التمثيل البياني للدالة لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني.

(7A

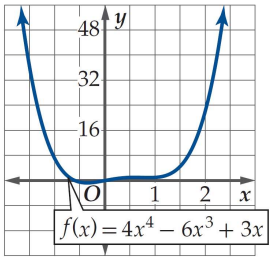


(7B

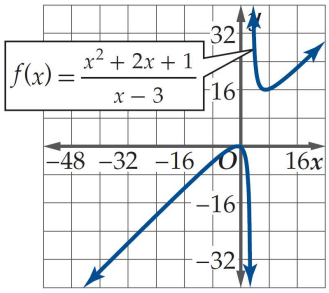


تدرب: صـ 35 ـ استعمل التمثيل البياني للدالة لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني.

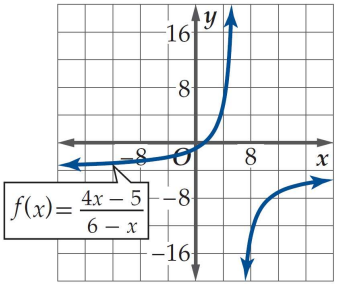
(17



(19



(20



8 تطبيقات سلوك طرفي التمثيل البياني

تحقق من فهمك : صـ 34 ـ

فيزياء : الضغط الديناميكي هو قياس الضغط الناتج عن حركة جزيئات الغاز ويعطى بالقاعدة $q(v) = \frac{pv^2}{2}$ ، حيث p (ويقرأ روه) كثافة الغاز و v السرعة التي يتحرك بها الجزيء . ماذا يحدث للضغط الديناميكي لجزيئات الغاز عندما تستمر سرعة الجزيئات في التزايد؟

مهارات التفكير العليا: صـ 37ـ

تبرير: بيِّن إذا كان لكل من الدالتين الآتيتين عدم اتصال لانهائي، أم قفزي، أم قابل للإزالة عند $x = 0$. برر إجابتك.

(39 $f(x) = \dfrac{x^5 + x^6}{x^5}$

(40 $f(x) = \dfrac{x^4}{x^5}$

تدرب على الاختبار: صـ 37ـ

(59 في أي الفترات الآتية يقع صفر الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 - 6} - 6$؟

A $[6, 7]$

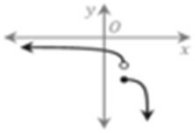
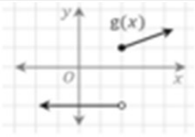
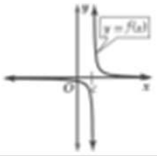
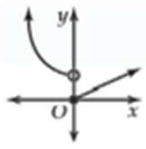
B $[7, 8]$

C $[8, 9]$

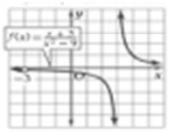
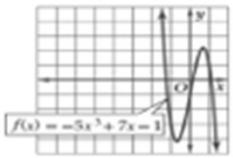
D $[9, 10]$

الواجب:

تحصيلي رياضيات

1	التمثيل البياني يمثل دالة غير متصلة ، و نوع عدم الاتصال هو: 							
	A	لا نهائي	B	نقطي	C	قفزي	D	قابل للإزالة
2	نوع عدم الاتصال للدالة $g(X)$ عند النقطة X=2 هو: 							
	A	انفصالي	B	لا نهائي	C	قفزي	D	قابل للإزالة
3	يمكن وصف سلوك الطرف الأيسر للدالة $f(x)$ في الشكل بـ:							
	A	$\lim_{x\to\infty} f(8) = \infty$	B	$\lim_{x\to\infty} f(8) = -\infty$	C	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$	D	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$
4	قيمة b التي تجعل الدالة $f(x) = \frac{x^2-b+4}{x-4}$ متصلة عند x=4 بعد إعادة تعريفها هي:							
	A	8	B	6	C	5	D	2
5	الدالة: $f(x) = \frac{1}{x^2}$ غير متصلة عند $x = 0$ ونوع عدم الاتصال هو							
	A	قفزي	B	نقطي	C	قابل للإزالة	D	لا نهائي
6	الدالة: $f(x) = \begin{cases} 5x+4, & x > 2 \\ 2-x, & x \le 2 \end{cases}$ ، عند $x = 2$ تكون غير متصلة ونوع عدم الاتصال							
	A	قفزي	B	نقطي	C	قابل للإزالة	D	لا نهائي
7	يقع صفر الدالة: $f(x) = \sqrt{x^2-6} - 6$ في الفترة:							
	A	[6,7]	B	[7,8]	C	[8,9]	D	[9,10]
8	الدالة التي تمثل عدم اتصال لا نهائي هي:							
	A		B		C		D	
9	نوع عدم الاتصال في الدالة $f(x) = \frac{1}{x-8}$ عند x=8 هو:							
	A	لا نهائي	B	قفزي	C	قابل للازالة	D	غير محدد

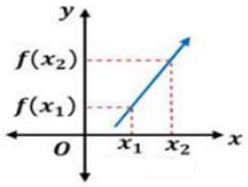
تحصيلي رياضيات

10	قيمة x التي تجعل الدالة $f(x)=\frac{x^2}{x-49}$ غير متصلة هي :						
	A	x= 0	B	x= 7	C	x= 49	D	x= - 49
11	إذا كانت $f(x)=\begin{cases}2x^2+a, & x\geq 2\\ x+5, & x<2\end{cases}$ فإن قيمة a التي تجعل الدالة متصلة عند x= 2						
	A	- 1	B	1	C	-2	D	-1
12	التمثيل البياني المجاور يمثل دالة : 						
	A	متصلة عند x= 3	B	غير متصلة عند x= 3 عدم اتصال قفزي	C	غير متصلة عند x= 3 عدم اتصال قابل للازالة	D	غير متصلة عند x= 3 عدم اتصال لا نهائي
13	الدالة التي لها عدم اتصال قابل للإزالة عند $x=2$ هي :						
	A	$f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$	B	$f(x)=\frac{x^2+4}{x-2}$	C	$f(x)=\frac{x^2-4}{x+2}$	D	$f(x)=\sqrt{x-2}$
14	أي مما يلي يصف سلوك طرفي التمثيل البياني المجاور: 						
	A	$\lim_{x\to+\infty} f(8)=\infty$ $\lim_{x\to-\infty} f(8)=\infty$	B	$\lim_{x\to+\infty} f(8)=-\infty$ $\lim_{x\to-\infty} f(8)=\infty$	C	$\lim_{x\to+\infty} f(8)=\infty$ $\lim_{x\to-\infty} f(8)=-\infty$	D	$\lim_{x\to+\infty} f(8)=-\infty$ $\lim_{x\to-\infty} f(8)=-\infty$
15	نقاط عدم الاتصال للدالة : $f(x)=\frac{5}{x^2-4x+3}$ هي:						
	A	1, 3	B	1, - 3	C	- 1, 3	D	-1, - 3

1 تحديد التزايد والتناقص

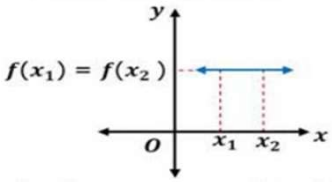
المتزايدة

إذا كان $x_1 < x_2$ فإن $f(x_1) < f(x_2)$



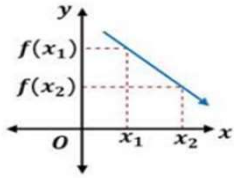
الثابتة

إذا كان $x_1 < x_2$ فإن $f(x_1) = f(x_2)$



المتناقصة

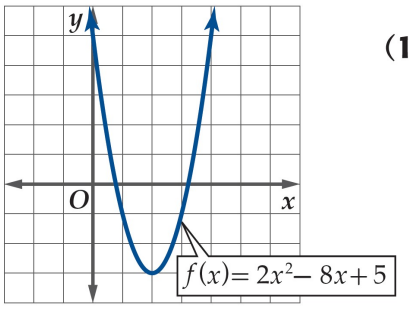
إذا كان $x_1 < x_2$ فإن $f(x_1) > f(x_2)$



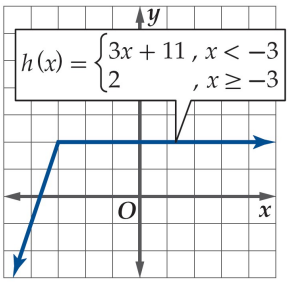
تحقق من فهمك : صـ 39ـ

استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين الآتيتين لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة، أو متناقصة، أو ثابتة مقربةً إلى أقرب 0.5 وحدة، ثم عزّز إجابتك عدديًّا.

(1A

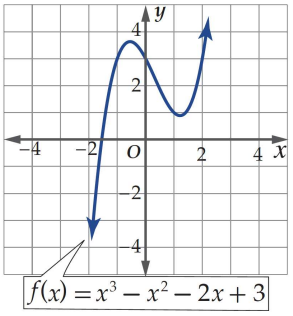


(1B



تدرب: صـ 44 ـ

(1



القيم القصوى

النقاط التي تغير الدالة عندها سلوك تزايدها أو تناقصها مكونة قمة أو قاعا في منحنى الدالة ، وتسمى نقاطا حرجة

عظمى

محلية

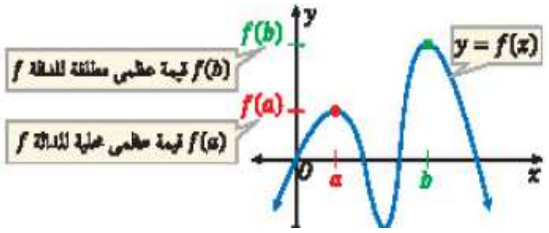
إذا وجدت قيمة للدالة أكبر من كل القيم الأخرى في فترة من مجال الدالة.

تكون $f(a)$ قيمة عظمى محلية للدالة إذا وجدت فترة (x_1,x_2) تحوي a على أن يكون لكل قيم x في الفترة $f(a) \geq f(x)$

مطلقة

إذا وجدت قيمة عظمى محلية للدالة وكانت أكبر قيمة للدالة في مجالها .

تكون $f(b)$ قيمة عظمى مطلقة للدالة f إذا كان لكل قيم x في مجالها $f(b) \geq f(x)$



صغرى

محلية

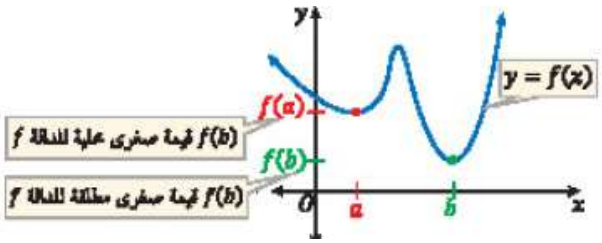
إذا وجدت قيمة للدالة أصغر من كل القيم الأخرى في فترة من مجال الدالة

تكون $f(a)$ قيمة صغرى محلية للدالة f إذا وجدت فترة (x_1,x_2) تحوي a على أن يكون لكل قيم x في الفترة $f(a) \leq f(x)$

مطلقة

إذا وجدت قيمة صغرى محلية للدالة وكانت أصغر قيمة للدالة في مجالها

تكون $f(b)$ قيمة صغرى مطلقة للدالة f إذا كان لكل قيم x في مجالها $f(b) \leq f(x)$



إرشادات للدراسة

القيم القصوى:
ليس من الضروري أن توجد قيمة قصوى عند كل نقطة حرجة.

إرشادات للدراسة

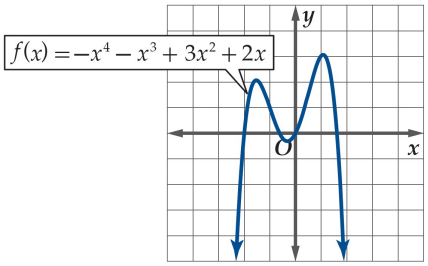
قيمة قصوى محلية :
يُستعملُ مصطلح قيمة قصوى محلية بدلًا من قيمة عظمى محلية أو صغرى محلية.

2 تقدير القيم القصوى للدالة وتحديدها

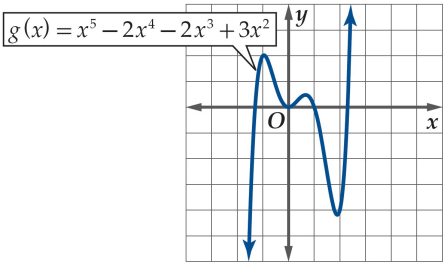
تحقق من فهمك : صـ 41ـ

استعمل التمثيل البياني لتقدير قيم x التي يكون للدالة $f(x)$ عندها قيم قصوى مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة، وأوجد قيم الدالة عندها، وبين نوع القيم القصوى، ثم عزِّز إجابتك عدديًّا.

(2A

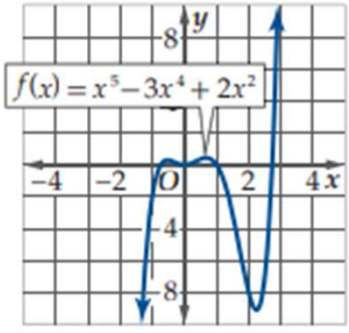


(2B



تدرب: صـ 44 ـ

(6



3 استعمال الحاسبة البيانية لتقديرالقيم القصوى

تحقق من فهمك : صـ 41ـ

الحاسبة البيانية : استعمل الحاسبة البيانية لتجد القيم القصوى المحلية والمطلقة للدالة مقربا إلى أقرب جزء من مئة لكل دالة مما يلي وحدد قيم x التي تكون عندها هذه القيم.

(3A $h(x) = 7 - 5x - 6x^2$

(3B $g(x) = 2x^3 - 4x^2 - x + 5$

تدرب: صـ 44 ـ

(12 $g(x) = -2x^3 + 7x - 5$

4 تطبيقات القيم القصوى

تحقق من فهمك : صـ 42ـ

4) **صناعة :** يرغب صاحب مصنع زجاج في إنتاج كأس أُسطوانية الشكل مفتوحة من أعلى مساحتها الكلية $10\pi \text{ in}^2$. أوجد طول نصف قطر الكأس وارتفاعه اللذين يجعلان حجمها أكبر ما يمكن.

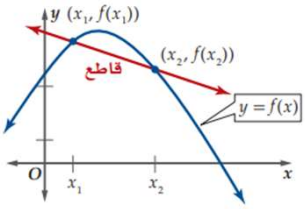
5 ايجاد متوسط معدل التغير

متوسط معدل التغير

متوسط معدل التغير بين أي نقطتين على منحنى الدالة f هو ميل المستقيم الماربالنقطتين

المستقيم الماربين النقطتين على منحنى الدالة يسمى قاطعا ويرمز لميل القاطع بالرمز m_{sec}

إذا كان متوسط معدل التغير موجب فالدالة متزايدة على الفترة وإذا كان سالب فإن الدالة متناقصية على الفترة



متوسط معدل تغير الدالة f(x) في الفترة $[x_1, x_2]$ هو

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

تحقق من فهمك : صـ 43ـ أوجد متوسط معدل التغير لكل دالة فيما يأتي في الفترة المعطاة.

5A $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 2, [2, 3]$

5B $f(x) = x^4 - 6x^2 + 4x, [-5, -3]$

تدرب: صـ 44 ـ

19 $g(x) = 3x^2 - 8x + 2, [4, 8]$

6 ايجاد السرعة المتوسطة

تحقق من فهمك : صـ 43ـ

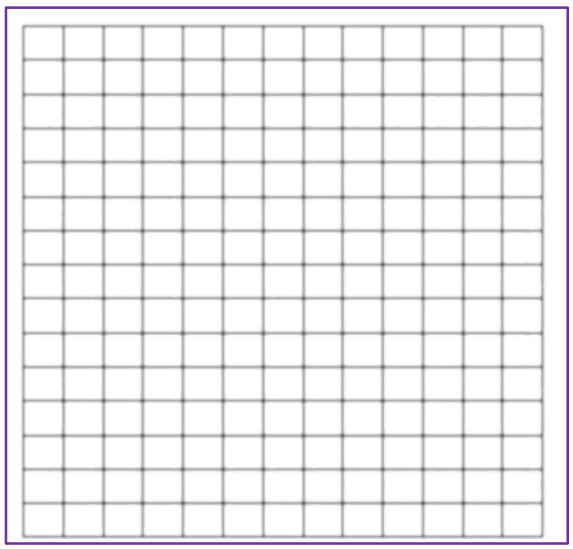
تنبيه!

السرعة المتوسطة :
يوجد فرق بين مفهومي السرعة المتوسطة والسرعة المتوسطة المتجهة: فالسرعة المتوسطة تعني المقدار فقط (كمية قياسية)، بينما السرعة المتوسطة المتجهة تعني المقدار والاتجاه (كمية متجهة).

6) فيزياء: قُذِفَ جسم إلى أعلى من ارتفاع 4 ft عن سطح الأرض، فإذا كان ارتفاعه عن سطح الأرض يُعطى بالدالة $d(t) = -16t^2 + 20t + 4$، حيث t الزمن بالثواني بعد قذفه و$d(t)$ المسافة التي يقطعها، إذا أهملت مقاومة الهواء، فأوجد السرعة المتوسطة للجسم في الفترة من 0.5 إلى 1 ثانية.

مهارات التفكير العليا: صـ 46ـ

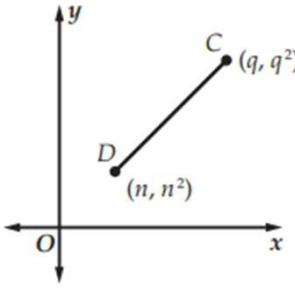
مسألة مفتوحة : مثل بيانيًّا الدالة $f(x)$



42) متصلة
متزايدة على $(-\infty, 4)$
ثابتة على $[4, 8]$
متناقصة على $(8, \infty)$
$f(5) = 3$

تدرب على الاختبار: صـ 46ـ

61) في الشكل أدناه، إذا كان $q \neq n$، فأوجد ميل القطعة المستقيمة CD.



A $q + n$ **B** $q - n$

C $\frac{q^2 + q}{n^2 - n}$ **D** $\frac{1}{q + n}$

62) يوجد للدالة $y = x^3 + 2x^2 - 4x - 6$ قيمة عظمى محلية ، وقيمة صغرى محلية. أوجد قيم x التي تكون عندها هذه القيم.

A عظمى محلية عند $x \approx -0.7$
صغرى محلية عند $x \approx 2$

B عظمى محلية عند $x \approx -0.7$
صغرى محلية عند $x \approx -2$

C عظمى محلية عند $x \approx -2$
صغرى محلية عند $x \approx 0.7$

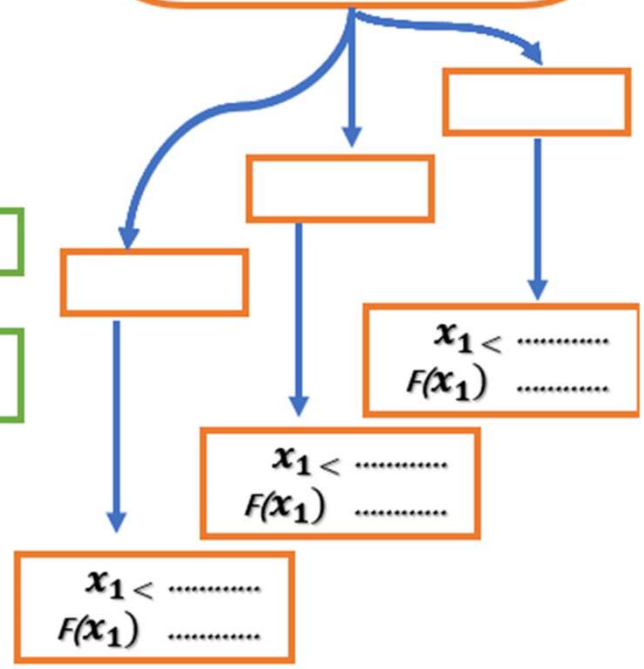
D عظمى محلية عند $x \approx 2$
صغرى محلية عند $x \approx 0.7$

الموضوع: 4-1 : تابع:القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

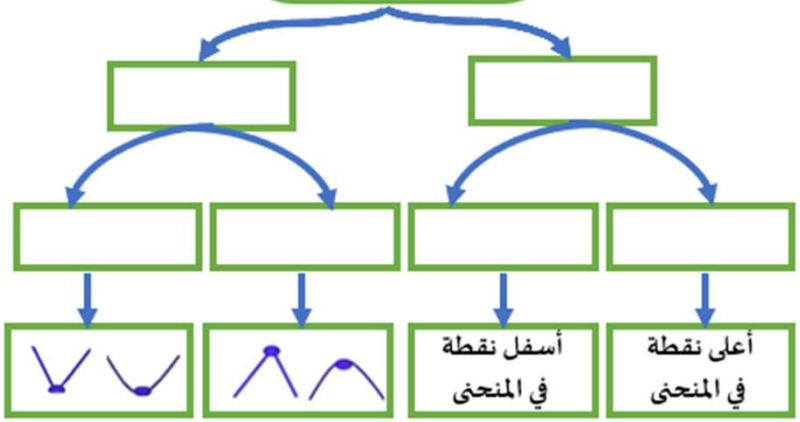
التاريخ: / /1445هـ

القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

المتزايدة والمتناقصة والثابتة



القيم القصوى



(مقدارها, عند)
(..... , ...)

متوسط معدل التغير

متوسط معدل التغيربين أي نقطتين على المنحنى هو

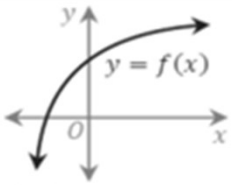
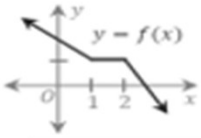
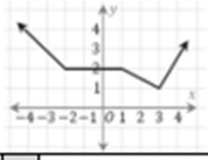
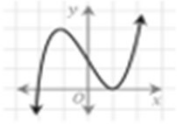
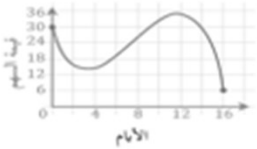
.....

.....

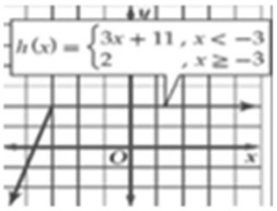
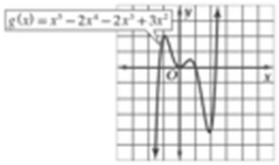
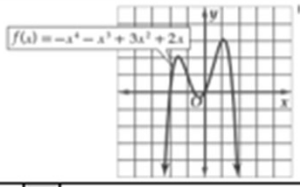
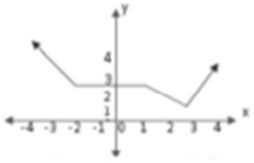
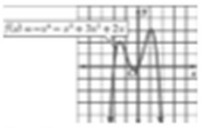
m =

الواجب:

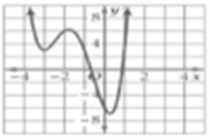
تحصيلي رياضيات

1	من الشكل الدالة : $y = f(x)$ 						
	متزايدة	A	متناقصة	B	ثابتة	C	متذبذبة	D
2	من الشكل الدالة $y = f(x)$ في الفترة $(1,2)$ تكون: 						
	متزايدة	A	متناقصة	B	ثابتة	C	متذبذبة	D
3	ما الفترة التي تتناقص فيها الدالة $y = f(x)$ في الشكل؟						
	$(-\infty, 0)$	A	$(-\infty, 1)$	B	$(0, 2)$	C	$(2, \infty)$	D
4	ما الفترة التي تتزايد فيها الدالة $y = f(x)$ في الشكل؟ 						
	$(1, \infty)$	A	$(-\infty, -2)$	B	$(1, 3)$	C	$(3, \infty)$	D
5	القيمة الصغرى المحلية للدالة الممثلة في الشكل تساوي: 						
	3	A	1	B	0	C	-2	D
6	في الشكل تكون للدالة $f(x)$ في الفترة $[a, b]$ عند $x = c$ قيمة :						
	صغرى مطلقة	A	صغرى محلية	B	عظمى محلية	C	عظمى مطلقة	D
7	متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = x^2$ على الفترة $[1, 3]$ يساوي						
	-2	A	2	b	4	C	8	D
8	من الشكل متوسط معدل تغير قيمة السهم خلال الفترة $[0, 16]$ تساوي : 						
	$-\frac{5}{6}$	A	$-\frac{3}{2}$	B	-10	C	10	D

تحصيلي رياضيات

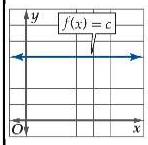
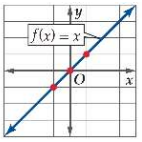
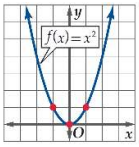
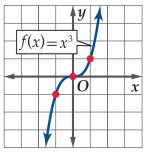
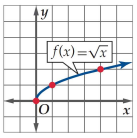
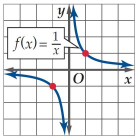
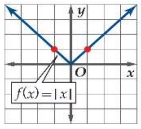
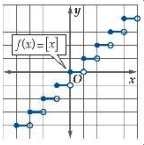
9	الدالة الموضحة بالشكل تزايدية على الفترة: 							
	$(3, \infty)$	D	$(-3, \infty)$	C	$(-\infty, -3)$	B	$(-\infty, 3)$	A
10	الدالة الموضحة بالتمثيل لها قيمة عظمى محلية تقريبا عند x تساوي 							
	3	D	-1	C	2	B	1	A
11	الدالة الموضحة بالشكل لها قيمة عظمى مطلقة تساوي تقريبا 							
	1.5	D	3	C	2	B	1	A
12	متوسط معدل التغير للدالة : $g(x) = 3x^2 - 8x + 2^2$ على الفترة $[4, 8]$ تساوي:							
	2	D	$\frac{37}{3}$	C	-28	D	28	A
13	الفترة التي تتزايد فيها الدالة $f(x)$ هي : 							
	$(1, \infty)$	D	$(1, 3)$	C	$(-\infty, -2)$	B	$(3, \infty)$	A
14	متوسط معدل التغير للدالة : $f(x) = \sqrt{x+2}$ في الفترة $[2, 7]$ هو :							
	$\frac{1}{5}$	D	$-\frac{1}{5}$	C	-5	B	5	A
15	الدالة الممثلة في الرسم البياني المجاور لها قيمة عظمى مطلقة عندما $x =$ 							
	3	D	1	C	-1	B	-2	A

تحصيلي رياضيات

16	إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على R وكان لها قيمة صغرى محلية وحيدة عند $x=3$ وقيمة عظمى محلية وحيدة عند $x=-2$ فإن العبارة الوحيدة الصحيحة هي:						
	A	$\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$	B	يوجد صفر للدالة في الفترة [-2 , 3]	C	القيمة العظمى > القيمة الصغرى	D	الدالة زوجية
17	إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة في الفترة [-2 , 10] ومتزايدة في (7 , 10) ∪ (-2 , 3) ومتناقصة في (3 , 7) فإن لها قيمة عظمى محلية عند x=						
	A	3	B	7	C	10	D	-2
18	المسافة التي يقطعها جسم ساقط من مكان مرتفع تعطى بالدالة: $d(t) = 16\,t^2$ فإن السرعة المتوسطة من الفترة 0 إلى 2 ثانية هي:						
	A	64	B	32	C	0	D	-23
19	القيمة الصغرى المطلقة للدالة الممثلة في التمثيل المجاور هي: 						
	A	-7	B	3	C	6	D	غير موجودة

الدوال الرئيسية الأم

أبسط دالة في مجموعة عائلة الدوال التي تشترك منحنياتها بصفة أو أكثرويمكن إجراء تحويلات هندسيه عليها لإيجاد باقي دوال العائلة . وسيتم دراسة خصائص منحنى كل دالة (المجال ، المدى، المقطع x ، المقطع y ، التماثل ، الاتصال ، فترات التزايد و التناقص ، سلوك طرفي التمثيل البياني.

الدالة	التمثيل	المجال	المدى	المقطع	التماثل	الاتصال	فترات التزايد والتناقص	القيم القصوى	سلوك طرفي التمثيل
الدالة ..... $f(x)=$									
الدالة ..... $f(x)=$									
الدالة ..... $f(x)=$									
الدالة ..... $f(x)=$									
الدالة ..... $f(x)=$									
الدالة ..... $f(x)=$									
الدالة ..... $f(x)=$									
الدالة ..... $f(x)=$									

الموضوع: 5-1 : تابع:الدوال الرئيسة (الأم) والتحويلات الهندسية التاريخ: / /1445هـ

1 وصف خصائص الدالة الرئيسة الأم

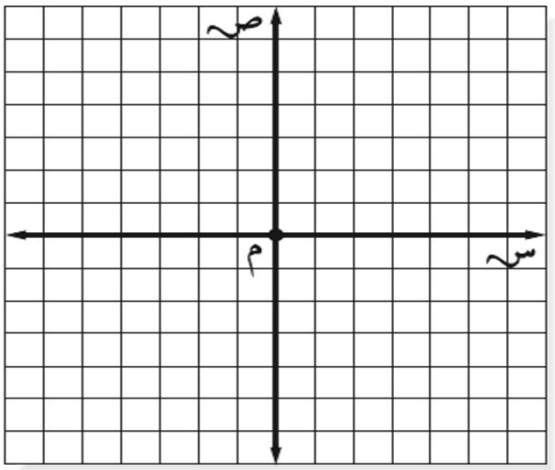
تحقق من فهمك : صـ 49ـ

ارسم الدالة المعطاة وحدد: المجال ، المدى، المقطع x ، المقطع y ، التماثل ، الاتصال ، فترات التزايد و التناقص ، سلوك طرفي التمثيل البياني.

1) $f(x) = |x|$

المجال	
المدى	
المقطعx	
المقطعy	
التماثل	
الاتصال	
فترات التزايد والتناقص	
القيم القصوى	
سلوك طرفي التمثيل	

الدالة :.....

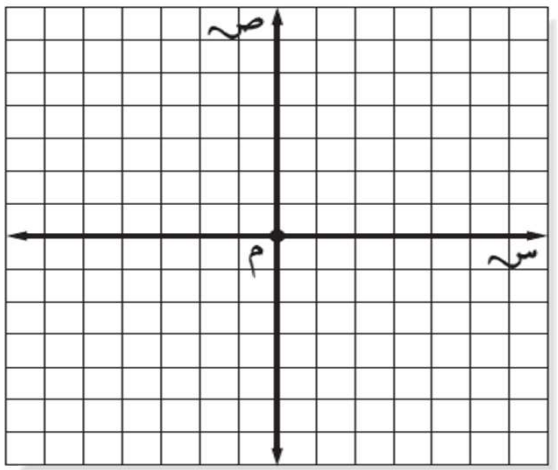


تدرب: صـ 55 ـ

6) $f(x) = x$

المجال	
المدى	
المقطعx	
المقطعy	
التماثل	
الاتصال	
فترات التزايد والتناقص	
القيم القصوى	
سلوك طرفي التمثيل	

الدالة :.....



التحويلات الهندسية

التأثير على منحنى الدوال الرئيسية (الأم) بانسحاب أو انعكاس أو تمدد

قياسية

تغير موقع المنحنى فقط
دون تغير شكله أو أبعاده
مثل : الإزاحة (جمع أو طرح)
الانعكاس (الضرب في (-1)

غير قياسية

تغير موقع المنحنى
أي تغيير شكله
مثل:(التمدد) توسع أو تضيق
تحويلات القيمة المطلقة (الضرب في عدد)

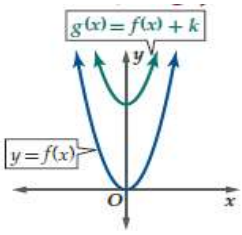
الانسحاب (الازاحة)

الانسحاب الرأسي

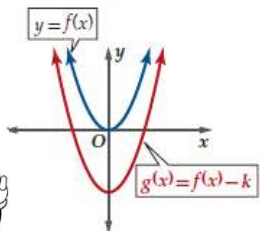
$g(x) = f(x) + k$

k خارج

الازاحة إلى أعلى



الازاحة إلى أسفل

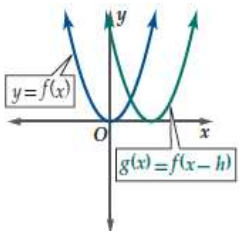


الانسحاب الأفقي

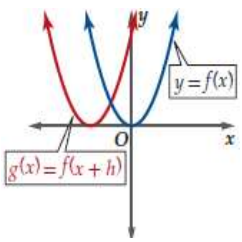
$g(x) = f(x - h)$

h داخل

الازاحة إلى اليسار



الازاحة إلى اليمين

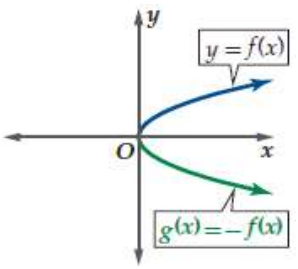


الانعكاس حول المحورين الاحداثيين

الانعكاس يكوّن لمنحنى الدالة صورة مرآة بالنسبة لمستقيم محدّد

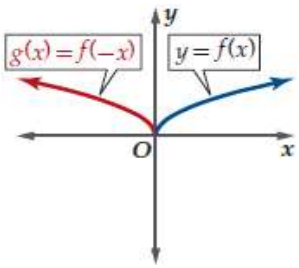
الانعكاس حول محور x

منحنى الدالة $g(x) = -f(x)$
هو انعكاس لمنحنى الدالة $f(x)$
حول المحور x



الانعكاس حول محور y

منحنى الدالة $g(x) = f(-x)$
هو انعكاس لمنحنى الدالة f(x)
حول المحور y

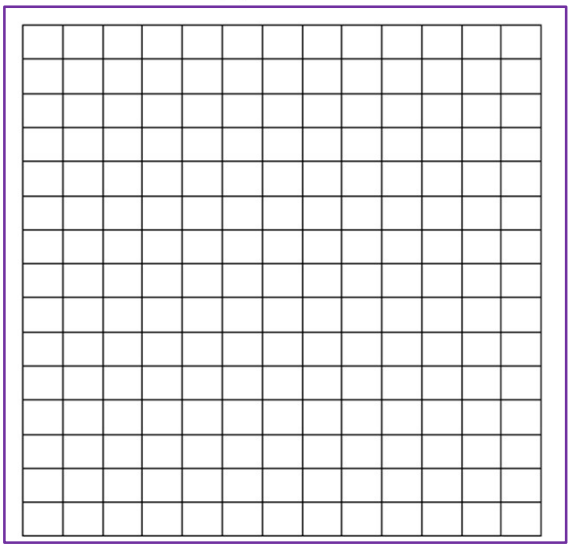


2 انسحاب منحنى الدالة

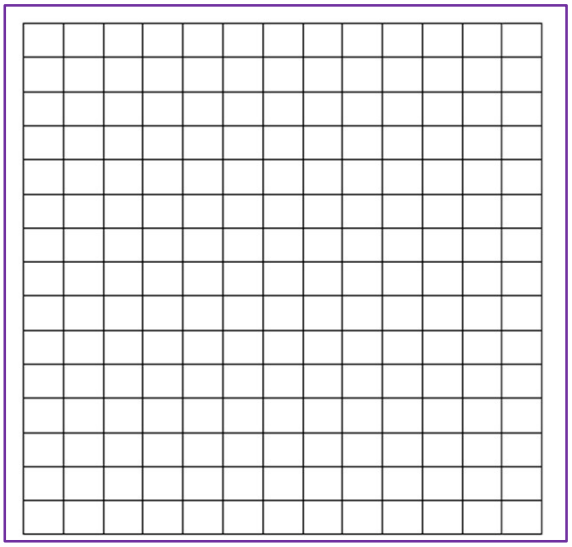
ارسم الدالة المعطاة وحدد: المجال ، المدى، المقطع x ، المقطع y ، التماثل ، الاتصال ، فترات التزايد و التناقص ، سلوك طرفي التمثيل البياني.

تحقق من فهمك : صـ 50ـ

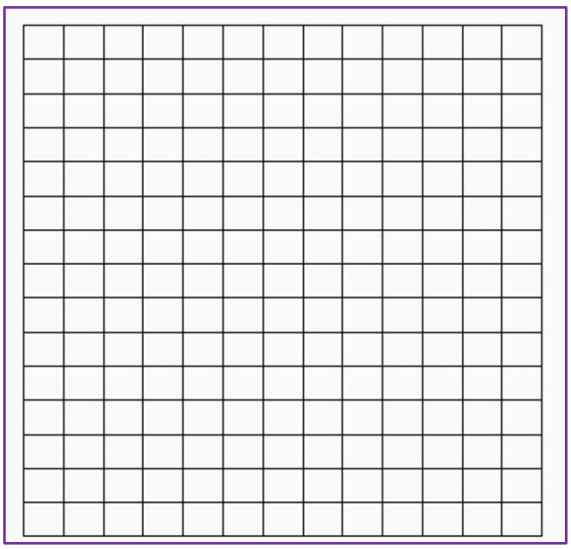
(2A $h(x) = x^3 - 5$



(2B $h(x) = 8 + x^3$

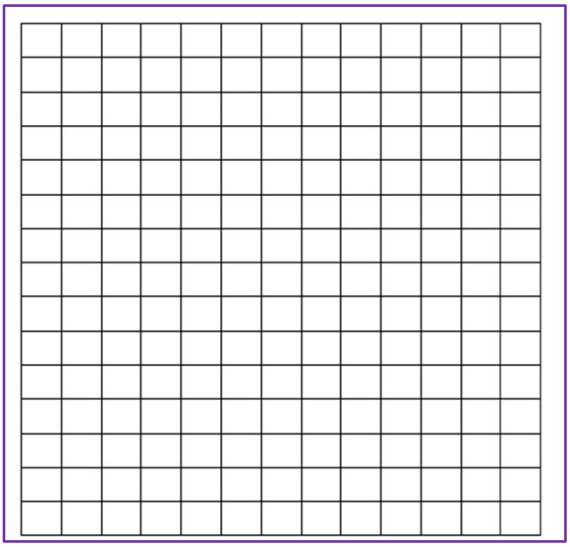


(2C $h(x) = (x + 2)^3 + 4$



تدرب: صـ 55 ـ

(7 استعمل منحنى الدالة الرئيسة (الأم) $f(x) = \sqrt{x}$ لتمثيل $g(x) = \sqrt{x - 4}$

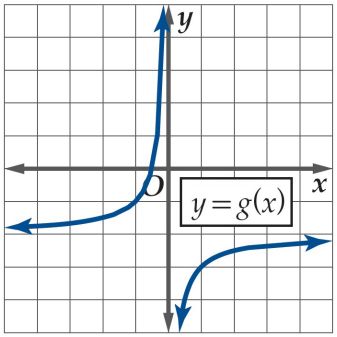


3 كتابة معادلات التحويل

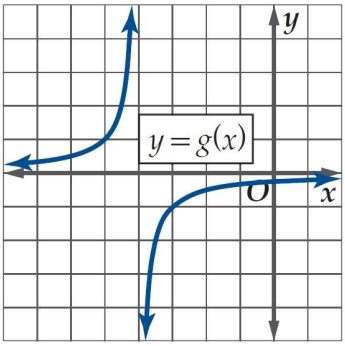
تحقق من فهمك : صـ 51ـ

صف العلاقة بين منحنيي $f(x)=\frac{1}{x}$ و $g(x)$ ثم اكتب معادلة $g(x)$ في كلٍّ من السؤالين الآتيين :

(3A



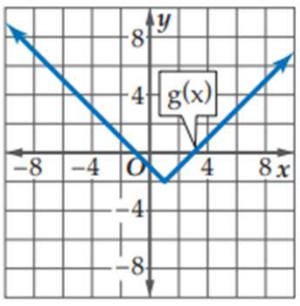
(3B



تدرب: صـ 55 ـ

صف العلاقة بين منحنيي $f(x)=|x|$ و $g(x)$
ثم اكتب معادلة الدالة $g(x)$

(14



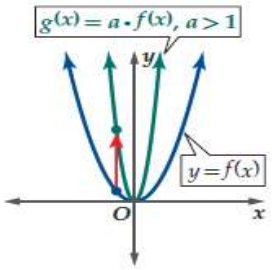
4 وصف التحويلات الهندسية وتمثيلها

التمدد

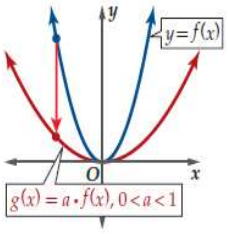
تحويل غير قياسي يؤدي إلى تضيق (ضغط) أو توسع (مط) منحنى الدالة رأسيًّا أو أفقيًّا

التمدد الرأسي $(g(x) = a\,f(x))$

- توسع رأسي لمنحنى f(x) عندما $a > 1$

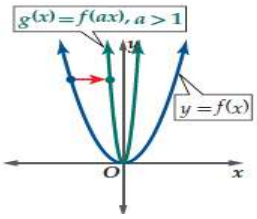


- تضيق رأسي لمنحنى f(x) عندما $0 < a < 1$

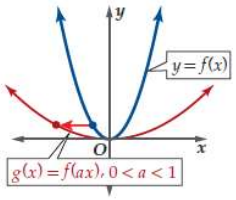


التمدد الأفقي $(g(x) = f(a\,x))$

- تضيق أفقي لمنحنى f(x) عندما $a > 1$



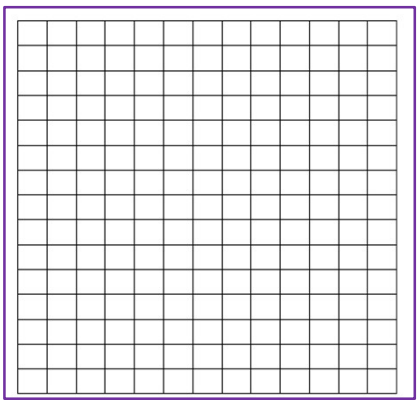
- توسع أفقي لمنحنى f(x) عندما $0 < a < 1$



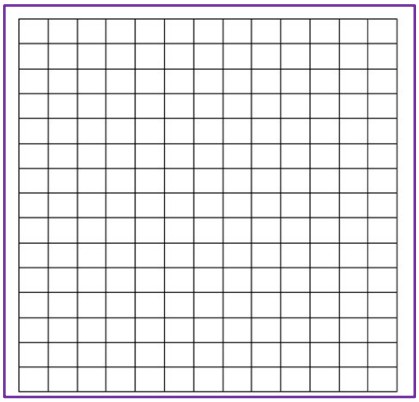
تحقق من فهمك : صـ 51ـ

عيِّن الدالة الرئيسة (الأم) $f(x)$ للدالة $g(x)$ في كل مما يأتي، ثم صف العلاقة بين المنحنيين، ومثلهما بيانيًّا في المستوى الإحداثي.

(4A $g(x) = \frac{1}{2}[x]$



(4B $g(x) = \frac{5}{x} + 3$



تدرب: صـ 55 ـ

15) $g(x) = 3|x| - 4$

5 تمثيل الدوال متعددة التعاريف

تحقق من فهمك : صـ 53ـ

مثل الدالة بيانيا:

5A) $g(x) = \begin{cases} x - 5 & , \ x \le 0 \\ x^3 & , \ 0 < x \le 2 \\ \frac{2}{x} & , \ x > 2 \end{cases}$

تدرب: صـ 55 ـ

مثل الدالة بيانيا:

22) $g(x) = \begin{cases} x + 4 & , \ x < -6 \\ \frac{1}{x} & , \ -6 \le x < 4 \\ 6 & , \ x \ge 4 \end{cases}$

6 التحويلات الهندسية على الدوال

تحقق من فهمك : صـ 53ـ

6) **كهرباء:** إذا كانت شدة التيار $I(x)$ بالأمبير الذي يمر بجهاز DVD تعطى بالدالة $I(x)=\sqrt{\frac{x}{11}}$ ، حيث x القدرة بالواط والعدد 11 هو المقاومة بالأوم.

A) صف التحويلات التي تمت على الدالة $f(x)=\sqrt{x}$ للحصول على الدالة $I(x)$.

B) اكتب دالة تصف مرور تيار في مصباح مقاومته 15 أوم.

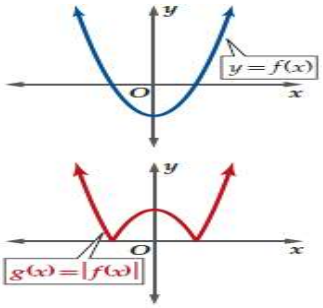
7 وصف التحويلات الهندسية وتمثيلها

تحويلات القيمة المطلقة

تحويلات هندسية غيرقياسية تعكس أي جزء من منحنى دالة تتضمن القيمة المطلقة

$g(x)=|f(x)|$

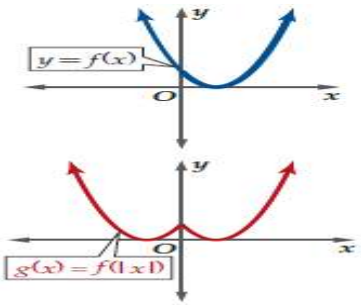
يغيرهذا التحويل الهندسي جزء منحنى الدالة الذي يقع تحت المحورx ليصبح فوقه بالانعكاس حول المحورx



نحذف الجزء تحت محورx
ونرسمه فوق بالانعكاس حول محورx

$g(x)=f(|x|)$

يغيرهذا التحويل الهندسي جزء منحنى الدالة الموجود إلى يسار المحورy ويضع مكانه صورة جزء المنحنى الو اقع إلى يمين المحورy بالانعكاس حول المحورy

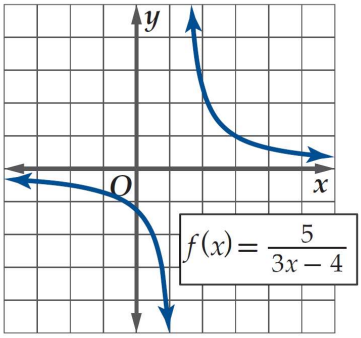


نحذف الجزء يسار محورy ونرسم بدله الجزء اليمين بالانعكاس حول محورy

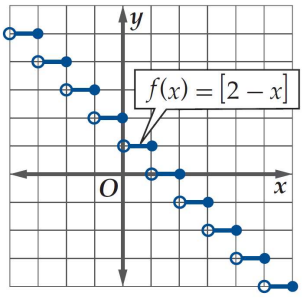
تحقق من فهمك : صـ 53ـ

استعمل منحنى الدالة $f(x)$ في كلٍّ من الشكلين أدناه؛ لتمثيل كلٍّ من الدالتين $g(x) = |f(x)|$ و $h(x) = f(|x|)$ بيانيًّا:

(7A



(7B



مهارات التفكير العليا: صـ 57ـ

50) **اكتشف الخطأ:** وَصَف كل من محمد وعبد الملك التحويلات الهندسية التي تمت للوصول إلى الدالة $g(x) = [x + 4]$. فقال محمد: أنه تم سحب منحنى الدالة الرئيسة (الأم) 4 وحدات إلى اليسار. وقال عبد الملك: إنه تم سحب الدالة 4 وحدات إلى أعلى. فمن منهما كانت إجابته صحيحة؟ برِّر إجابتك.

.....

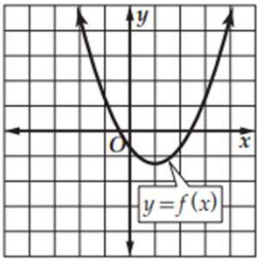
.....

.....

.....

تدرب على الاختبار: صـ 57ـ

66) ما الفترة التي تتزايد فيها الدالة الممثلة في الشكل أدناه؟



.....

.....

.....

.....

.....

A $(0,\infty)$

B $(-\infty,1)$

C $(-1,\infty)$

D $(1,\infty)$

67) ما مدى الدالة $y = \frac{x^2 + 8}{2}$ ؟

.....

.....

.....

.....

.....

A $\{y \mid y \neq \pm 2\sqrt{2}\}$

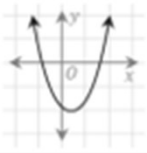
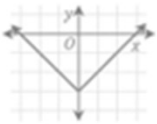
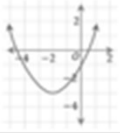
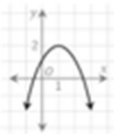
B $\{y \mid y \geq 4\}$

C $\{y \mid y \geq 0\}$

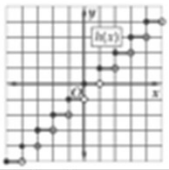
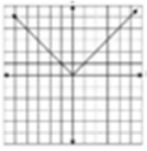
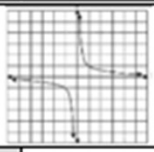
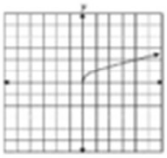
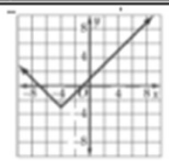
D $\{y \mid y \leq 0\}$

الواجب:

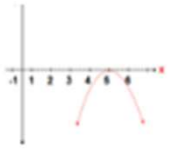
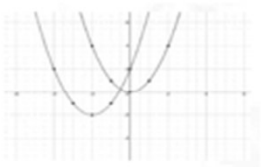
تحصيلي رياضيات

1	الدالة الرئيسة (الأم) للدالة في الشكل هي: 							
	A	$f(x)=x^2$	B	$f(x)=x^3$	C	$f(x)=\sqrt{x}$	D	$f(x)=\frac{1}{x}$
2	الدالة الرئيسة (الأم) للدالة : $h(x)=(x+2)^3+4$ هي :							
	A	$f(x)=x^2$	B	$f(x)=x^3$	C	$f(x)=\sqrt{x}$	D	$f(x)=\frac{1}{x}$
3	الدالة الرئيسة (الأم) للدالة: $g(x)=\sqrt{x-3}+4$ هي :							
	A	$f(x)=x^2$	B	$f(x)=x^3$	C	$f(x)=\sqrt{x}$	D	$f(x)=\frac{1}{x}$
4	الدالة الرئيسة (الأم) للدالة في الشكل هي: 							
	A	$y=\lvert x\rvert$	B	$y=\lvert x-3\rvert$	C	$y=\lvert x\rvert-3$	D	$y=\lvert x\rvert+3$
5	معادلة الدالة $g(x)$ الناتجة من إزاحة الدالة $g(x)=\lvert x\rvert$ بمقدار 3 وحدات إلى الأعلى و 4 وحدات إلى اليمين هي :							
	A	$\lvert x-4\rvert+3$	B	$\lvert x+4\rvert+3$	C	$\lvert x-4\rvert-3$	D	$\lvert x+4\rvert-3$
6	القيمة التي تمثل مقدار الإزاحة الرأسية للدالة $f(x)=\sqrt{x-2}+5$ هي:							
	A	$y=-5$	B	$y=-2$	C	$y=2$	D	$y=5$
7	مقدار إزاحة الدالة $f(x)=\frac{1}{x+4}$ هو:							
	A	4 وحدات لليمين	B	4 وحدات لليسار	C	4 وحدات لأعلى	D	4 وحدات لأسفل
8	أي التالي يُمثل منحنى القطع $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-3$ ؟							
	A		B		C		D 	
9	باستخدام الدالة الرئيسة (الأم) $f(x)=x^2$ أي الدوال التالية يمكن تمثيله بالتمثيل التالي؟ 							
	A	$g(x)=-(x+1)^2+2$	B	$g(x)=(x+1)^2+2$	C	$g(x)=-(x-1)^2+2$	D	$g(x)=(x-1)^2+2$

تحصيلي رياضيات

10	الشكل المقابل يمثل التمثيل البياني للدالة ..... 							
	A	$f(x)=\frac{1}{x}$	B	$f(x)=\sqrt{x}$	C	$f(x)=[x]$	D	$f(x)=\lvert x\rvert$
11	الشكل المقابل يمثل التمثيل البياني للدالة ..... 							
	A	$f(x)=\frac{1}{x}$	B	$f(x)=\sqrt{x}$	C	$f(x)=[x]$	D	$f(x)=\lvert x\rvert$
12	الشكل المقابل يمثل التمثيل البياني للدالة ..... 							
	A	$f(x)=\frac{1}{x}$	B	$f(x)=\sqrt{x}$	C	$f(x)=[x]$	D	$f(x)=\lvert x\rvert$
13	الشكل المقابل يمثل التمثيل البياني للدالة ..... 							
	A	$f(x)=\frac{1}{x}$	B	$f(x)=\sqrt{x}$	C	$f(x)=[x]$	D	$f(x)=\lvert x\rvert$
14	الشكل المقابل يمثل التمثيل البياني للدالة							
	A	$f(x)=\frac{1}{x}$	B	$f(x)=x^2$	C	$f(x)=[x]$	D	$f(x)=\lvert x\rvert$
15	الدالة التي يمثلها التمثيل البياني المجاور هي: 							
	A	$f(x)=\lvert x-4\rvert-3$	B	$f(x)=\lvert x+4\rvert-3$	C	$f(x)=\lvert x-4\rvert$	D	$f(x)=\lvert x+4\rvert+3$
16	الدالة $g(x)$ الناتجة عن الدالة الأم $f(x)=\lvert x\rvert$ بانعكاس حول محور x ، و انسحاب مقداره 4 وحدات إلى اليمين و 5 وحدات إلى أعلى هي:							
	A	$g(x)=-\lvert x-4\rvert+5$	B	$g(x)=\lvert x-4\rvert+5$	C	$g(x)=-\lvert x+4\rvert-5$	D	$g(x)=-\lvert x+4\rvert+5$

تحصيلي رياضيات

17	إذا كانت $f(x)=x^2$ هي الدالة الرئيسة (الأم) للدالة $g(x)$ فإن معادلة $g(x)$ هي : 							
	$-(x-5)^2$	D	$(x-5)^2$	C	$-(x+5)$	B	$(x+5)^2$	A
18	مدى الدالة : $f(x)=[x]$							
	R	D	Z	C	$[0,\infty)$	B	{5}	A
19	مجال الدالة : $f(x)=\sqrt{9-x^2}$ هو:							
	$(-3,3)$	D	$[-3,3]$	C	$(-9,9)$	B	$[-9,9]$	a
20	مدى الدالة : $f(x)=5$							
	R	D	Z	C	$[0,\infty)$	B	{5}	A
21	مجال الدالة : $f(x)=\sqrt{x}$							
	R	D	Z	C	$[0,\infty)$	B	$(0,\infty)$	A
22	مدى الدالة : $f(x)=\lvert x-2\rvert+3$ هو:							
	$(1,\infty)$	D	$(2,\infty)$	C	$[3,\infty)$	B	$(0,\infty)$	A
23	مدى الدالة : $f(x)=\sqrt{x-5}$ هو							
	$R^- \cup \{0\}$	D	$R^+ \cup \{0\}$	C	R^-	B	R^+	A
24	إذا كانت الدالة $f(x)$ هي الدالة الأم لـ $g(x)$ وكانت $f(x)=x^2$ فإن $g(x)$ تساوي : 							
	x^2-4x+2	D	x^2+4x+2	C	x^2-2	B	x^2+2	A
25	الدالة الرئيسة الأم للدالة : $f(x)=\frac{1}{x-1}+2$ هي :							
	$f(x)=\frac{1}{x}$	D	$f(x)=\sqrt{x}$	C	$f(x)=x^3$	B	$f(x)=x^2$	A
26	منحنى الدالة $g(x)$ ينتج من منحنى الدالة الأم $f(x)=\sqrt{x}$ بإزاحة (انسحاب) وحدتين لليسار، ثم انعكاس حول محور x ، ثم انسحاب ثلاث وحدات للأسفل ، أي التالي يمثل الدالة $g(x)$ ؟							
	$g(x)=-\sqrt{x+2}+3$	D	$g(x)=\sqrt{-x-2}+3$	C	$g(x)=\sqrt{-x+2}+3$	B	$g(x)=-\sqrt{x-2}+3$	A

1 العمليات على الدوال

إذا كانت f , g دالتين يتقاطع مجالاهما فإننا نعرف العمليات الجبرية لجميع قيم x الموجودة في تقاطع المجالين على النحو الآتي

الجمع
$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$$

الطرح
$$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$$

الضرب
$$(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$$

القسمة
$$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}\ ,g(x)\neq 0$$

في كل من الحالات السابقة مجال الدالة الجديدة يساوي تقاطع مجالي الدالتين f و g، باستثناء القيم التي تجعل $g(x)=0$ في دالة القسمة.

تحقق من فهمك : صـ 59ـ

أوجد $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f\cdot g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ في كل مما يأتي، ثم أوجد مجال كل دالة من الدوال الناتجة.

1A $f(x)=x-4, g(x)=\sqrt{9-x^2}$

$(f+g)(x)=$

$(f-g)(x)=$

$(f\cdot g)(x)=$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=$

1B $f(x) = x^2 - 6x - 8, g(x) = \sqrt{x}$

$(f+g)(x)=$

$(f-g)(x)=$

$(f.g)(x)=$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=$

تدرب: صـ 62 ـ

4 $f(x) = x^2 + x \quad g(x) = 9x$

$(f+g)(x)=$

$(f-g)(x)=$

$(f.g)(x)=$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=$

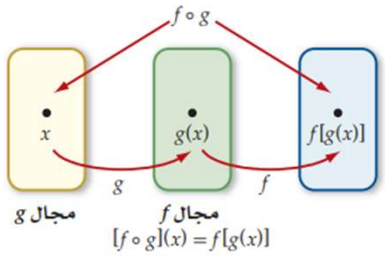
2 تركيب دالتين

مفهوم أساسي — **تركيب دالتين**

يعرف تركيب الدالتين f وَ g على النحو الآتي:

$$[f \circ g](x) = f[g(x)]$$

ويتكون مجال الدالة $f \circ g$ من جميع قيم x في مجال الدالة g على أن تكون $g(x)$ في مجال f.



تحقق من فهمك : صـ 60ـ

أوجد $[f \circ g](3)$, $[g \circ f](x)$, $[f \circ g](x)$ في كل مما يأتي:

2A $f(x) = 3x + 1, g(x) = 5 - x^2$

$[f \circ g](x)$	$[g \circ f](x)$	$[f \circ g](3)$
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....

2B $f(x) = 6x^2 - 4, g(x) = x + 2$

$[f \circ g](x)$	$[g \circ f](x)$	$[f \circ g](3)$
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....

تدرب: صـ 62 ـ

11) $f(x) = 2x - 3$ $g(x) = 4x - 8$

$[f \circ g](x)$	$[g \circ f](x)$	$[f \circ g](3)$
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....
.....	.....	.....

3 ايجاد دالة التركيب بوجود قيود على المجال

تحقق من فهمك : صـ 61ـ

حدّد مجال الدالة $g \circ f$ متضمناً القيود الضرورية، ثم أوجد $g \circ f$ في كل من الحالتين الآتيتين:

3A) $f(x) = \sqrt{x+1}\,, g(x) = x^2 - 1$

.....

.....

.....

.....

.....

3B) $f(x) = \frac{5}{x}\,, g(x) = x^2 + x$

.....

.....

.....

.....

.....

تدرب: صـ 62 ـ

15) $f(x)=\frac{1}{x+1}$ $g(x)=x^2-4$

.....

.....

.....

.....

.....

4 كتابة الدالة كتركيب دالتين

تحقق من فهمك : صـ 61ـ

أوجد دالتين g , f بحيث يكون $h(x)=[f\circ g](x)$ ، وعلى ألّا تكون أي منهما الدالة المحايدة $I(x)=x$

4A) $h(x)=x^2-2x+1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4B) $h(x)=\frac{1}{x+7}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تدرب: صـ 62 ـ

22) $h(x) = \sqrt{4x + 2} + 7$

24) $h(x) = |4x + 8| - 9$

5 مثال من و اقع الحياة على شكل تركيب دالتين

تحقق من فهمك : صـ 61ـ

5) **أعمال:** أعلن محل تجاري عن خصم مقداره 15% على ثمن أجهزة الحاسوب لطلاب الجامعات، كما وزّع قسائم يستفيد حاملها بخصم مقداره 100 ريال من ثمن الحاسوب.

5A) عبّر عن هذه البيانات بدالتين c و d .

5B) أوجد $[c \circ d](x)$ و $[d \circ c](x)$. وماذا يعني كلٌّ منهما؟

5C) أي التركيبين $c \circ d$ أو $d \circ c$ يعطي سعرًا أقل؟ وضح إجابتك.

مهارات التفكير العليا: صـ 65ـ

73) **تبرير:** حدّد ما إذا كانت الجملة الآتية صحيحة أم خاطئة. وبرِّر إجابتك.

"إذا كانت f دالة جذر تربيعي و g دالة تربيعية، فإن $f \circ g$ هي دائمًا دالة خطية".

.....

.....

.....

.....

تدرب على الاختبار: صـ 65ـ

81) إذا كانت $g(x) = x^2 + 9x + 21$ ، $h(x) = 2(x-5)^2$ ،
فإن $[h \circ g](x)$ تساوي:

.....

.....

.....

.....

.....

A $x^4 + 18x^3 + 113x^2 + 288x + 256$

B $2x^4 + 36x^3 + 226x^2 + 576x + 512$

C $3x^4 + 54x^3 + 339x^2 + 864x + 768$

D $4x^4 + 72x^3 + 452x^2 + 1152x + 1024$

82) إذا كان $f(2)=3, g(3)=2, f(3)=4, g(2)=5$ ،
فما قيمة $[f \circ g](3)$؟

.....

.....

.....

.....

.....

A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 5

الواجب:

تحصيلي رياضيات

1	إذا كانت $f(x)=x^2$ و $g(x)=\sqrt{x-3}$ ، فإن $[f\circ g](x)$ تساوي :						
	A	$\sqrt{x^2-9}$	B	$x^2\sqrt{x-3}$	C	$(x-3)^2$	D	$X-3$
2	إذا كانت $f(x)=\sqrt{x^2+4}$ و $g(x)=\sqrt{x^2-4}$ وكانت $[f\circ g](x)=2$ ، فما قيمة x ؟						
	A	2	B	4	C	9	D	10
3	إذا كانت: $f(x)=x^2+1$ و $g(x)=x-3$ ، فما قيمة x التي تجعل $[f\circ g](x)=[g\circ f](x)$؟						
	A	0	B	1	C	2	D	3
4	إذا كانت: $f(x)=x^2+2x$ و $g(x)=2k$ ، فإن $[f\circ g](x)$ تساوي :						
	A	K^2+2	B	X^4+x	C	$4k^2+4k$	D	K^5
5	إذا كانت: $f(x)=x$ و $[f\circ g](x)=3x$ فإن $g(x)$ تساوي :						
	A	3x	B	x	C	$\frac{3}{x}$	D	3
6	إذا كانت: $f(x)=x^2+x$ و $g(x)=9x$ ، فإن $(f+g)(x)$ تساوي :						
	A	x^2+10x	B	x^2+8x	C	x^3+10x	D	x^2+9x
7	إذا كانت: $f(x)=x^2+x$ و $g(x)=9x$ ، فإن $(f\cdot g)(x)$ تساوي :						
	A	$9X^2+9x$	B	$9x^3+9x$	C	$9x^3+9$	D	$9x^3+9x^2$
8	إذا كانت $g(x)=\sqrt{x}$ ، $f(x)=x^2+4$ فإن مجال $(\frac{f}{g})(x)$ هو:						
	A	$(-\infty,0]$	B	$(-\infty,\infty)$	C	$[0,\infty)$	D	$(0,\infty)$
9	إذا كانت $g(x)=\sqrt{x}$ ، $f(x)=x^2+4$ فإن مجال $(f-g)(x)$هو:						
	A	$(-\infty,0]$	B	$(-\infty,\infty)$	C	$[0,\infty)$	D	$(0,\infty)$

العلاقة العكسية والدالة العكسية

العلاقة العكسية

انعكاس العلاقة الأصلية حول المستقيم $y=x$

لكل علاقة يوجد علاقة عكسية

الدالة العكسية

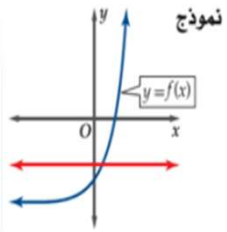
إذا كانت العلاقة العكسية للدالة f تمثل دالة سميت دالة عكسية لـ f ويرمز لها بالرمز f^{-1}

ليس بالضروري أن تكون للدالة دالة عكسية..

اختبار الخط الأفقي

يوجد للدالة f دالة عكسية f^{-1} إذا وفقط إذا كان كل خط أفقي يتقاطع مع منحنى الدالة عند نقطة واحدة فقط

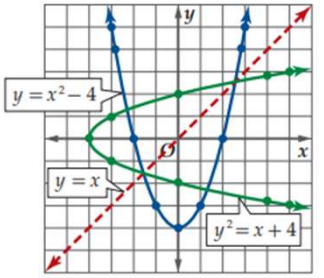
نموذج



العلاقة العكسية

$y^2 = x + 4$ أو $x = y^2 - 4$

x	y
5	−3
0	−2
−3	−1
−4	0
−3	1
0	2
5	3



العلاقة

$y = x^2 - 4$

x	y
−3	5
−2	0
−1	−3
0	−4
1	−3
2	0
3	5

1 تطبيق اختبار الخط الأفقي

تحقق من فهمك : صـ 67 ـــ

مثّل كلًّا من الدوال الآتية بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانيّة، ثم طبّق اختبار الخط الأفقي لتحديد إن كانت الدالة العكسية موجودة أم لا.

1A $h(x) = \frac{4}{x}$

1B $f(x) = x^2 + 5x - 7$

تدرب: صـ 71 ــ

مثّل كلًّا من الدوال الآتية بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانيّة، ثم طبّق اختبار الخط الأفقي لتحديد إن كانت الدالة العكسية موجودة أم لا.

1) $y = x^2 + 6x + 9$

3) $y = 3x - 8$

2 ايجاد الدالة العكسية جبريا

- تحقق من وجود دالة عكسية للدالة المعطاة بالتحقق من أنها متباينة بالاعتماد على اختبار الخط الأفقي.
- ضع y مكان $f(x)$، ثم بدل موقعي x, y
- حل المعادلة بالنسبة للمتغير y ثم ضع $f^{-1}(x)$ بدلا من المتغير y، إذا كان المعكوس دالة.
- اذكر أية شروط على مجال f^{-1} وبين أن مجال f يساوي مدى f^{-1} وأن مدى f يساوي مجال f^{-1}

تحقق من فهمك : صـ 68 ــ

في كل مما يأتي أوجد الدالة العكسية f^{-1} إن أمكن، وحدد مجالها والقيود عليه، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب غير موجودة.

2A) $f(x) = -16 + x^3$

2B) $f(x) = \frac{x+7}{x}$

2C) $f(x) = \sqrt{x^2 - 20}$

تدرب: صـ 71 ـــ

(11 $f(x)=\sqrt{x+8}$

(14 $f(x)=\frac{x-6}{x}$

3 إثبات أن كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى

تكون كل من الدالتين f^{-1} , f دالة عكسية للأخرى إذا وفقط إذا تحقق الشرطان التاليان::

- ✓ $f[f^{-1}(x)]=x$ لجميع قيم x في مجال $f^{-1}(x)$
- ✓ $f^{-1}[f(x)]=x$ لجميع قيم x في مجال $f(x)$

تحقق من فهمك : صـ 69 ـــ

أثبت جبريا أن كلا من الدالتين f,g تمثل دالة عكسية للأخرى في كل مما يأتي:

(3A $f(x)=18-3x, g(x)=6-\frac{x}{3}$

(3B $f(x)=x^2+10, x\geq 0, g(x)=\sqrt{x-10}$

تدرب: صـ 71 ــ

أثبت جبريًّا أن كلًّا من الدالتين f, g تمثل دالة عكسية للأخرى في كل مما يأتي:

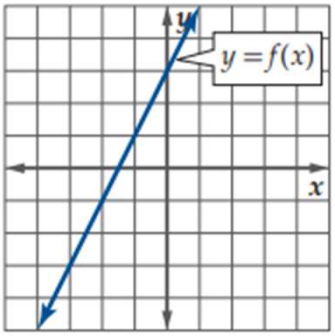
(20 $f(x) = 4x + 9$ $g(x) = \frac{x-9}{4}$

4 إيجاد الدالة العكسية بيانيا

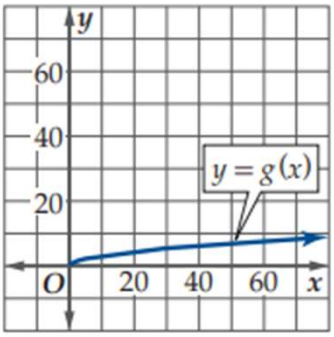
تحقق من فهمك : صـ 70 ــ

استعمل التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي لتمثيل الدالة العكسية لها بيانيا:

(4A



(4B



5 استعمال الدالة العكسية

تحقق من فهمك : صـ 70 ـــ

5) توفير: يتبقى لأحمد بعد سداد أقساط منزله وبعض الالتزامات 65% من راتبه الشهري، فإذا خصّص منها 1800 ريال لنفقات المعيشة، وقدّر أن بإمكانه توفير 20% من المبلغ المتبقي تقريبًا، فإن مقدار التوفير الشهري يعطى بالدالة: $f(x) = 0.2(0.65x - 1800)$، حيث x الراتب الشهري.

5A) أثبت أن $f^{-1}(x)$ موجودة، ثم أوجدها.

5B) ماذا تمثّل كل من $x, f^{-1}(x)$ في الدالة العكسية؟

5C) حدد أية قيود على كل من مجال $f(x), f^{-1}(x)$ إن وجدت. وبرِّر إجابتك.

5D) إذا وفّر أحمد 500 ريالًا في الشهر، فأوجد راتبه الشهري.

مهارات التفكير العليا: صـ 73ــ

59) تحدّ: إذا كانت $f^{-1}(23) = 3$ ، $f(x) = x^3 - a$ ، فأوجد قيمة a.

تدرب على الاختبار: صـ 73ــ

68) أي الدوال الآتية تمثّل الدالة العكسية للدالة $f(x) = \frac{3x-5}{2}$ ؟

A $g(x) = \frac{2x+5}{3}$

B $g(x) = \frac{3x+5}{2}$

C $g(x) = 2x + 5$

D $g(x) = \frac{2x-5}{3}$

69) إذا كان كل من m و n عددًا صحيحًا فرديًّا، فأي العبارات الآتية صحيحة؟

I) $m^2 + n^2$ عدد زوجي

II) $m^2 + n^2$ يقبل القسمة على 4

III) $(m+n)^2$ يقبل القسمة على 4

A كلها غير صحيحة

B I فقط

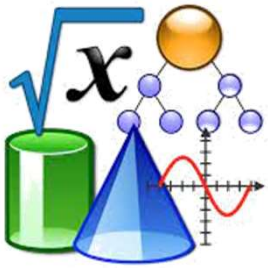
C I و II فقط صحيحتان

D I و III فقط صحيحتان

الواجب:

تحصيلي رياضيات

1	الدالة العكسية للدالة : $f(x) = 2x$ هي:						
	$\frac{x}{2}$	A	$2x+3$	B	$\frac{2}{x}$	C	$2x+5$ D
2	الدالة العكسية للدالة : $f(x) = \frac{x-3}{4}$ هي:						
	$\frac{x-4}{3}$	A	$4x-3$	B	$\frac{4}{x-3}$	C	$4x+3$ D
3	إذا كانت $f(x) = (2x+1)(3x^{-1})$ فإن $f^{-1}(x)$ تساوي :						
	$\frac{3}{x-6}$	A	$5x+3$	B	$3x+5$	C	$\frac{5}{x-3}$ D
4	الدالة العكسية للدالة: $f(x) = \sqrt{x-3}$ هي:						
	x^2-3	A	x^2+3	B	$\frac{3}{x^2}$	C	$\frac{-3}{x^2}$ D
5	إذا كان $f(x) = \sqrt{x-4}$ فإن مجال الدالة $f^{-1}(x)$ هو:						
	$R-\{\pm 2\}$	A	$R-\{\pm 4\}$	B	$[0,\infty)$	C	R D



الفصل الثاني

العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية

- الدوال الأسية
- حل المعادلات والمتباينات الأسية
- اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية
- خصائص اللوغاريتمات
- حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية
- اللوغاريتمات العشرية

1 تمثيل الدالة الأسية عندما $a > 0$ و $b > 1$

الدالة الأسية هي دالة يمكن وصفها بمعادلة على الصورة

$$y = ab^x, a \neq 0, b > 0, b \neq 1$$

إرشادات للدراسة

الدالة $y = ab^x$:
تكون الدالة الأسية $y = ab^x$ معرفة لجميع قيم x التي تحقق الشرط:
$a \neq 0, b > 0, b \neq 1$
وذلك لأنه:

- إذا كانت $b < 0$ فإن $y = ab^2$ تكون غير معرفة عند بعض القيم، فمثلًا تكون غير معرفة عند $x = \frac{1}{2}$
- إذا كانت $b = 1$ فإن الدالة تصبح على الصورة $y = a$ وهذه هي الدالة الثابتة.

إرشادات للدراسة

$a < 0$
إذا كانت قيمة a سالبة، فإن منحنى الدالة ينعكس حول المحور x.

تحقق من فهمك : صـ82ـ

1A) مثّل الدالة $y = 7^x$ بيانيًّا، وأوجد مقطع المحور y، وحدِّد مجال الدالة ومداها.

x	7^x	y

المجال	
المدى	
المقطع y	

1B) استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة $7^{0.5}$ إلى أقرب جزء من عشرة، واستعمل الآلة الحاسبة للتحقق من ذلك.

.....

تدرب: صـ87ـ

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا، وأوجد مقطع المحور y، وحدّد مجالها ومداها، ثم استعمل تمثيلها البياني؛ لتقدير قيمة المقدار العددي المعطى إلى أقرب جزء من عشرة، واستعمل الآلة الحاسبة للتحقق من ذلك.:

1) $y = 2^x$ ، $2^{1.5}$

x		y

المجال	
المدى	
المقطع y	
$2^{1.5}$	

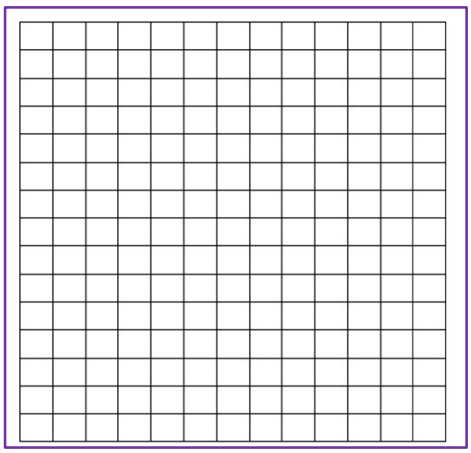
2 تمثيل الدالة الأسية عندما $a > 0$ و $0 < b < 1$

تحقق من فهمك : صـ82ـ

2A) مثّل الدالة $y = (\frac{1}{2})^x$ بيانيًّا، وأوجد مقطع المحور y، وحدِّد مجال الدالة ومداها.

2B) استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة $(\frac{1}{2})^{-2.5}$ إلى أقرب جزء من عشرة، واستعمل الآلة الحاسبة للتحقق من ذلك.

x		y



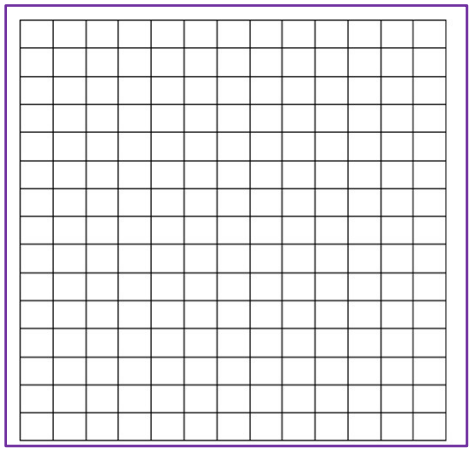
المجال	
المدى	
المقطع y	
$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2.5}$	

تدرب: صـ 87ـ

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا، وأوجد مقطع المحور y، وحدّد مجالها ومداها، ثم استعمل تمثيلها البياني؛ لتقدير قيمة المقدار العددي المعطى إلى أقرب جزء من عشرة، واستعمل الآلة الحاسبة للتحقق من ذلك.:

4) $y = 3\,(\frac{1}{4})^x$ ، $3\,(\frac{1}{4})^{0.5}$

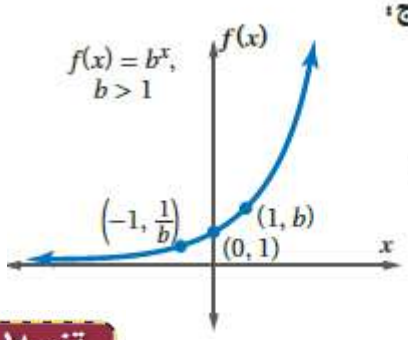
x		y



المجال	
المدى	
المقطع y	
$3\left(\frac{1}{4}\right)^{0.5}$	

النمو الأسي:

الدالة الرئيسة (الأم): $f(x) = b^x, b > 1$ **النموذج:**



خصائص منحنى الدالة: متصل، متباين، متزايد

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية(R)

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة(R^+)

خط التقارب: المحور x

مقطع المحور y: 1

تنبيه!

النسبة المئوية

تذكّر أن جميع أشكال النسب المئوية تتحول إلى كسور عشرية. فمثلًا،

$12.5\% = 0.125$

دالة النمو الأسي $A(t) = a(1 + r)^t$

3 تمثيل دوال النمو الأسي بيانيا:

تحقق من فهمك: صـ 84ـ

3) **ثقافة مالية:** يتوقع أن يزداد إنفاق عائلة بما نسبته 8.5% سنويًّا، إذا كان إنفاق العائلة عام 1430 هـ هو 80000 ريال، فأوجد معادلة أسية تمثّل إنفاق العائلة منذ عام 1430 هـ، ثم مثّلها بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانية.

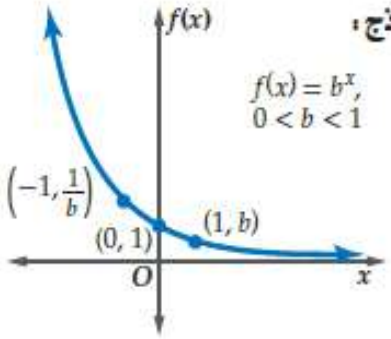
تدرب: صـ 87ـ

5) **حاسوب:** يزداد انتشار فيروس في شبكة حاسوبية بمعدل 25% كل دقيقة. إذا دخل الفيروس إلى جهاز واحد عند البداية، فأوجد دالة أسية تمثل النمو في انتشار الفيروس منذ البداية، ثم مثلها بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانيّة.

الاضمحلال الأسي:

الدالة الرئيسة (الأم): $f(x) = b^x, 0 < b < 1$

النموذج:



خصائص منحنى الدالة: متصل، متباين، متناقص

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية(R)

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة(R^+)

خط التقارب: المحور x

مقطع المحور y: 1

دالة الاضمحلال الأسي $A(t) = a(1 - r)^t$

4 تمثيل دوال الاضمحلال الأسي بيانيا:

تحقق من فهمك: صـ 85ـ

4) يحتوي كوب من الشاي الأسود على $68mg$ من الكافايين. أوجد معادلة أسية تمثِّل كمية الكافايين المتبقية في جسم شخص يافع بعد شربه كوبًا من الشاي الأسود، ومثِّلها بيانيًّا مستعملًا الحاسبة البيانية، ثم قدِّر كمية الكافايين المتبقية في جسمه بعد ساعتين من شربه الكوب.

تدرب: صـ 87ـ

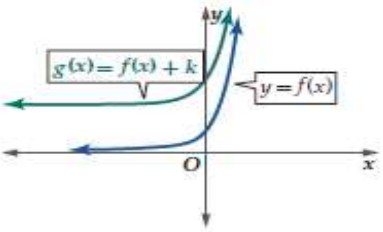
6) سيارات: سيارة كان سعرها 80000 ريال، ثم بدأ يتناقص بمعدل 15% كل سنة. أوجد دالة أسية تمثل سعر السيارة بعد t سنة من شرائها، ثم مثِّلها بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانية. ثم قدِّر سعر السيارة بعد 20 سنة من شرائها.

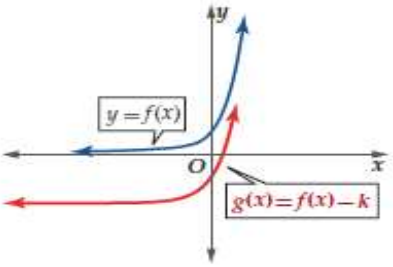
التحويلات الهندسية:

الانسحاب الرأسي

منحنى $g(x) = f(x) + k$ هو انسحاب لمنحنى $f(x)$:

- k وحدة إلى أعلى عندما $k > 0$.
- $|k|$ من الوحدات إلى أسفل عندما $k < 0$.

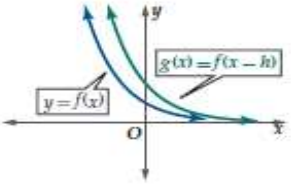


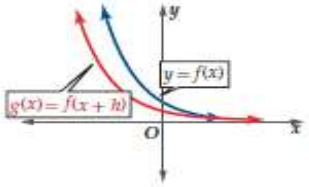


الانسحاب الأفقي

منحنى $g(x) = f(x - h)$ هو انسحاب لمنحنى $f(x)$:

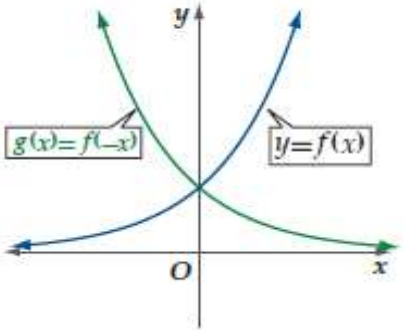
- h من الوحدات إلى اليمين عندما $h > 0$.
- $|h|$ من الوحدات إلى اليسار عندما $h < 0$.





مفهوم أساسي — الانعكاس حول المحور y

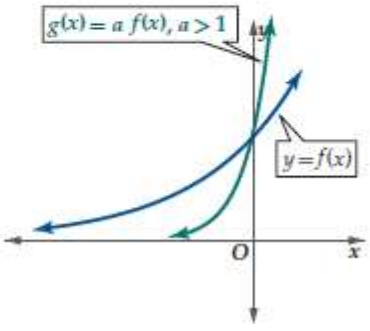
منحنى الدالة $g(x) = f(-x)$ هو انعكاس لمنحنى الدالة $f(x)$ حول المحور y.



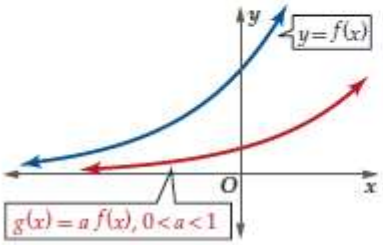
مفهوم أساسي — التمدد الرأسي

إذا كان a عددًا حقيقيًا موجبًا، فإن منحنى الدالة $g(x) = a f(x)$ هو:

توسع رأسي لمنحنى $f(x)$، إذا كانت $a > 1$.



تضيق رأسي لمنحنى $f(x)$، إذا كانت $0 < a < 1$



إرشادات للدراسة

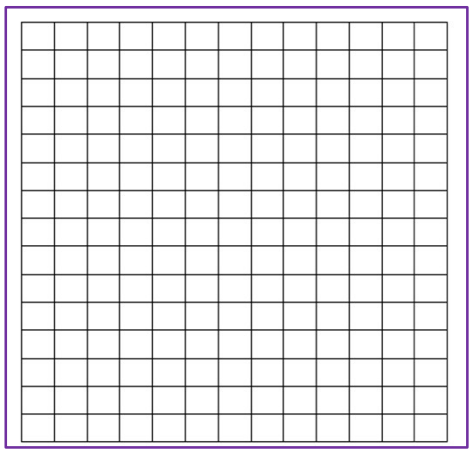
الاضمحلال الأسي:
تأكد من عدم الخلط بين تضييق التمثيلات البيانية، حيث $|a| < 1$. والاضمحلال الأسي، حيث $0 < b < 1$

5 تحويلات التمثيلات البيانية لدوال النمو الأسي

تحقق من فهمك: صـ 87ـ

مثل كل دالة بيانيا وحدد مجالها ومداها

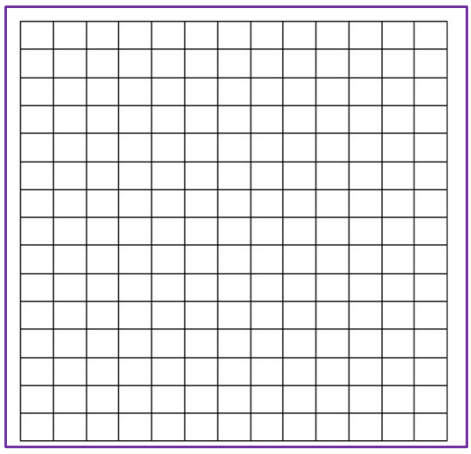
5A $y = 2^{x+3} - 5$



المجال:.....

المدى:.....

5B $y = 0.1(6)^{x} - 3$



المجال:.....

المدى:.....

إرشادات للدراسة

تمثيل تحويلات الدالة الأسية بيانيًا:

يمكن استعمال إحدى الطريقتين الآتيتين؛ لتمثيل تحويلات دوال النمو الأسي والاضمحلال الأسي بيانيًا:

– استعمال التحويلات الهندسية للدالة الأم، وتعزيز ذلك بجدول لقيم الدالة عندما لا تكون التحويلات الهندسية كافية وواضحة؛ لمزيد من الدقة، كما في المثال **5A**

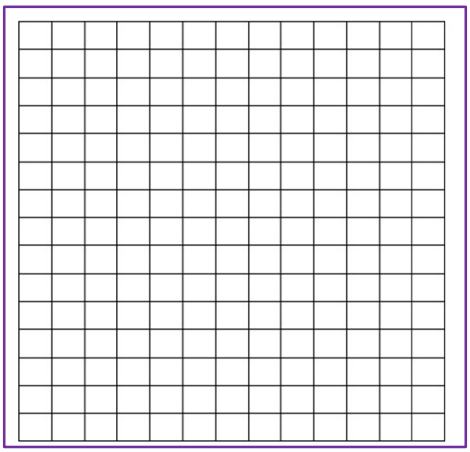
– استعمال التحويلات الهندسية للدالة الأم فقط كما في المثالين **5B , 6**

6 تحويلات التمثيلات البيانية لدوال الاضمحلال الأسي

تحقق من فهمك: صـ 87ـ

مثل كل دالة بيانيا وحدد مجالها ومداها

6) $y = \frac{3}{8}\left(\frac{5}{6}\right)^{x-1} + 1$

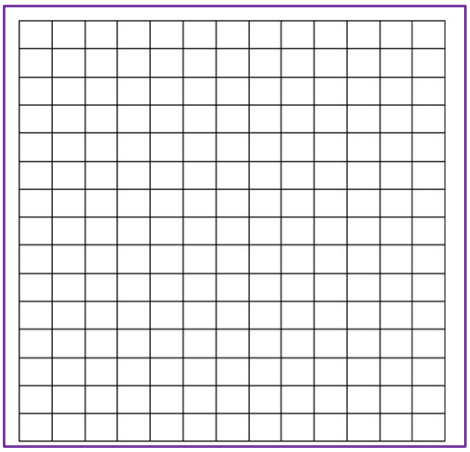


المجال:.....

المدى:.....

تدرب: صـ 88ـ

13) $f(x) = 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} - 4$



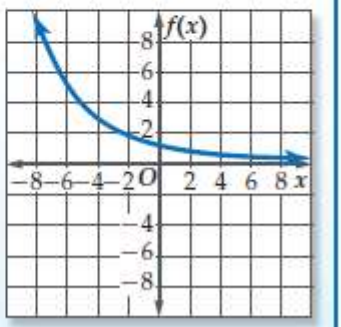
المجال:.....

المدى:.....

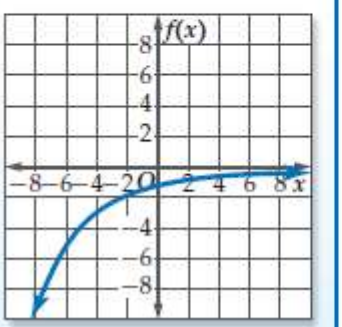
مهارات التفكير العليا: صـ 89ـ

30) اكتشف الخطأ: طُلب إلى عمر وماجد أن يمثّلا الدالة $f(x) = -\frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}$ بيانيًّا. أي منهما تمثيله صحيح؟ وضّح إجابتك.

عمر



ماجد



تدرب على الاختبار: صـ 89ـ

40) أي من الأعداد الآتية لا ينتمي إلى مجال الدالة $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$؟

A) 3 C) 1

B) 2 D) 0

41) إذا كانت $f(x) = \sqrt{x+1}$, $g(x) = 4x$ فما قيمة $(fog)(2)$؟

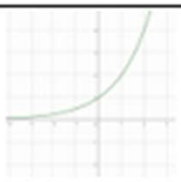
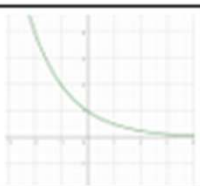
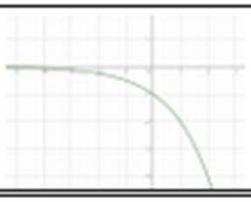
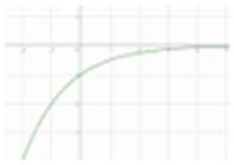
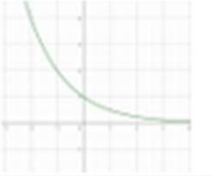
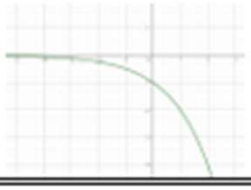
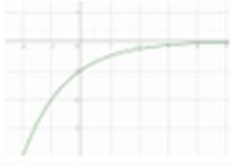
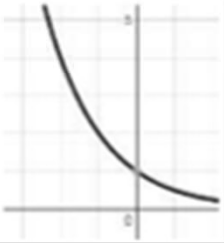
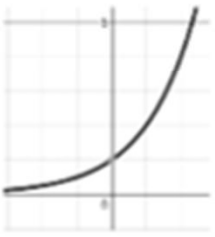
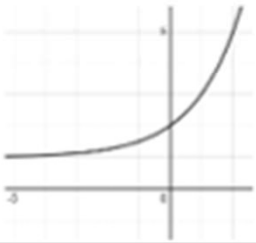
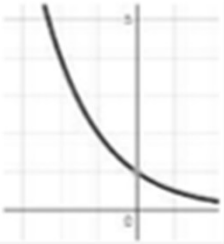
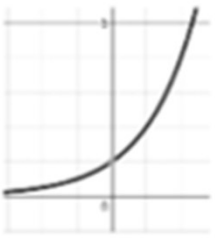
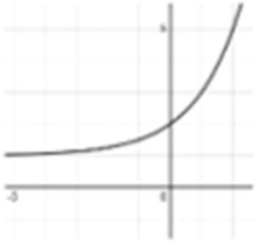
A) $\sqrt{3}$ C) 3

B) $4\sqrt{3}$ D) 8

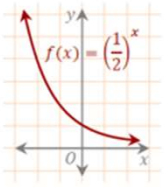
الموضوع: 2-1 : تابع: الدوال الأسية التاريخ: / /1445هـ

الواجب:

تحصيلي رياضيات

1	التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2^x$ هو							
	A		B		C		D	
2	مجال الدالة $f(x) = 5^x$ هو							
	A	$(-\infty, 0)$	B	$(0, \infty)$	C	$[0, \infty)$	D	R
3	مدى الدالة $f(x) = 3^x$ هو							
	A	$(-\infty, 0]$	B	$(0, \infty)$	C	$[0, \infty)$	D	$(-\infty, 0)$
4	مدى الدالة $f(x) = (\frac{1}{2})^x$ هو							
	A	$(-\infty, 0]$	B	$(0, \infty)$	C	$[0, \infty)$	D	$(-\infty, 0)$
5	التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2^{-x}$ هو							
	A		B		C		D	
6	التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2^x + 1$ هو							
	A		B		C		D	
7	التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2^{x+1}$ هو							
	A		B		C		D	

تحصيلي رياضيات

8	مدى الدالة $f(x) = 2^x + 1$ هو							
	$(-\infty, 0)$	D	$(-\infty, 1)$	C	$(0, \infty)$	B	$(1, \infty)$	A
9	مجال الدالة : $f(x) = 2^x + 1$							
	$(-\infty, 0)$	D	$(-\infty, 1)$	C	R	B	$(1, \infty)$	A
10	منحنى الدالة الأسية : $f(x) = (\frac{1}{2})^x$ يقطع المحور y في النقطة :							
	$(1, 1)$	D	$(1, 0)$	C	$(0, 1)$	B	$(0, 0)$	A
11	مدى الدالة $f(x)$ المبينة بالشكل يساوي 							
	W	D	Z	C	R^+	B	R	A

1 حل المعادلات الأسية:

مفهوم أساسي — **خاصية المساواة للدوال الأسية**

التعبير اللفظي: إذا كان $b > 0, b \neq 1$، فإن $b^x = b^y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.

مثال: إذا كان $3^x = 3^5$، فإن $x = 5$. وإذا كان $x = 5$، فإن $3^x = 3^5$.

تحقق من فهمك : صـ 92ـ

1A $4^{2n-1} = 64$

1B $5^{5x} = 125^{x+2}$

تدرب: صـ 87ـ

حل كل معادلة مما يأتي

1) $8^{4x+2} = 64$

9) $9^{3c+1} = 27^{3c-1}$

2 كتابة دالة أسية:

يمكنك استعمال معلومات عن النمو أو الاضمحلال لكتابة دالة أسية.

تحقق من فهمك : صـ 93ـ

2) **إعادة تصنيع:** أنتج مصنع 3.2 ملايين عبوة بلاستيكية عام 1436هـ ، وفي عام 1440 هـ أنتج 420000 عبوة بإعادة تصنيع العبوات التي أنتجها عام 1436هـ.

2A) مفترضًا أن إعادة التصنيع استمرت بالمعدل نفسه، اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل عدد العبوات المعاد تصنيعها y بعد x سنة مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين.

2B) كم تتوقع أن يكون عدد العبوات المُعادة التصنيع عام 1481 هـ؟

تدرب: صـ 95ـ

11) **علوم:** الانقسام هو عملية حيوية يتم فيها انشطار الخلية إلى خليتين مطابقتين تمامًا للخلية الأصلية، وتنقسم إحدى أنواع الخلايا البكتيرية كل 15 دقيقة.

a) اكتب دالة أسية على الصورة $c = ab^t$ تمثل عدد الخلايا البكتيرية c المتكونة من انقسام خلية واحدة بعد t من الدقائق.

b) إذا بدأت خلية بكتيرية واحدة بالانقسام، فكم خلية ستتكون بعد ساعة؟

3 دالة الربح المركب:

مفهوم أساسي الربح المركب

يمكنك حساب الربح المركب باستعمال الصيغة

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

حيث A المبلغ الكلي بعد t سنة، P المبلغ الأصلي الذي تم استثماره أو رأس المال، r معدل الربح السنوي المتوقع، n عدد مرات إضافة الأرباح إلى رأس المال في السنة.

تنبيه!

نسب مئوية:
تذكر تحويل جميع النسب المئوية إلى كسور عشرية، مثل: $4.2\% = 0.042$

تحقق من فهمك : صـ 94ـ

3) استثمر علي مبلغ 100000 ريال في مشروع تجاري متوقعًا ربحًا سنويًّا نسبته 12%، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال مرتين شهريًّا. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 5 سنواتٍ مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

تدرب: صـ 95ـ

13) استثمر حسن مبلغ 70000 ريال متوقعًا ربحًا سنويًّا نسبته 4.3%، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال كل شهر. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 7 سنوات إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

4 حل المتباينات الأسية:

مفهوم أساسي خاصية التباين لدالة النمو

التعبير اللفظي: إذا كان $b > 1$ ، فإن $b^x > b^y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$

مثال: إذا كان $2^6 > 2^x$ ، فإن $x > 6$ ، و إذا كان $x > 6$ ؛ فإن $2^x > 2^6$.

مفهوم أساسي خاصية التباين لدالة الاضمحلال

التعبير اللفظي: إذا كان $0 < b < 1$ ، فإن $b^x > b^y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$

مثال: إذا كان $\left(\frac{1}{2}\right)^5 < \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ، فإن $x < 5$ ، و إذا كان $x < 5$ ؛ فإن $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^5$.

تتحقق هذه الخاصية أيضًا مع رمز التباين $\geq$

تحقق من فهمك : صـ 95ـ حل المتباينة:

(4A $3^{2x-1} \geq \frac{1}{243}$

(4B $2^{x+2} > \frac{1}{32}$

تدرب: صـ 95ـ حل المتباينة:

(15 $4^{2x+6} \leq 64^{2x-4}$

(16 $25^{y-3} \leq \left(\frac{1}{125}\right)^{y+3}$

مهارات التفكير العليا: صـ 96ـ

38) برهان: أثبت أن $27^{2x} \cdot 81^{x+1} = 3^{2x+2} \cdot 9^{4x+1}$.

تدرب على الاختبار: صـ 96ـ

52) ما قيمة x التي تحقق المعادلة $7^{x-1} + 7 = 8$؟

A -1 C 1

B 0 D 2

53) إذا كانت $f(x) = 5x$، فما قيمة $f[f(-1)]$؟

A -25 C 5

B -5 D 25

الواجب:

الموضوع: 2-2 : تابع: حل المعادلات والمتباينات الأسية التاريخ: / /1445هـ

تحصيلي رياضيات

1	إذا كانت : $f(x) = 2x^n - 16$ فإن قيمة n التي تجعل $f(2) = 0$							
	A	3	B	4	C	2	D	5
2	إذا كانت : $9^{x+2} = 3^{x+7}$ فإن قيمة x :							
	A	2	B	3	C	4	D	5
3	حل المتباينة: $2^{x+2} > \frac{1}{64}$							
	A	$x > -8$	B	$x > 8$	C	$x < -8$	D	$x > -4$
4	قيمة x فيما يلي : $3^{x-1} = 27$							
	A	5	B	4	C	3	D	2
5	قيمة x فيما يلي : $6^{(4x-2)} = 36$							
	A	5	B	4	C	6	D	1
6	قيمة x التي تحقق المتباينة: $(\frac{1}{27})^x > (9)^{x-2}$							
	A	$x < -2$	B	$x > 3$	C	$x > \frac{4}{5}$	D	$x < \frac{4}{5}$
7	قيمة x التي تحقق المعادلة: $\frac{2}{-4^{1-x}} = -2$							
	A	2	B	1	C	-1	D	-2
8	قيمة x التي تحقق المعادلة: $7^{x-1} + 7 = 8$							
	A	2	B	1	C	4	D	5
9	قيمة x التي تحقق المتباينة: $(\frac{1}{2})^x - \frac{1}{8} < 0$							
	A	$x < -8$	B	$x < -3$	C	$x > \frac{1}{2}$	D	$x > 3$
10	قيمة x فيما يلي : $6^{(6x-3)} = 8^{-3}$							
	A	-1	B	4	C	1	D	21
11	حل المتباينة: $16^{2x-3} > 8$							
	A	$x < 15$	B	$x > \frac{15}{8}$	C	$x < \frac{15}{8}$	D	$x > \frac{3}{8}$

مفهوم أساسي — اللوغاريتم للأساس b

التعبير اللفظي: إذا كان x, b عددين موجبين، حيث $b \neq 1$، يرمز للوغاريتم x للأساس b بالرمز $\log_b x$، ويُعرّف على أنه الأس y الذي يجعل المعادلة $b^y = x$ صحيحة.

الرموز: افترض أن $b > 0, b \neq 1$ فإن: لكل $x > 0$ يوجد عدد y بحيث

$$\log_b x = y \text{ إذا وفقط إذا كان } b^y = x$$

مثال: $\log_3 27 = y \longleftrightarrow 3^y = 27$

إرشادات للدراسة

تسمى $\log_b x = y$ الصورة اللوغاريتمية، وتسمى $b^y = x$ الصورة الأسية المكافئة لها.

1 التحويل من الصورة اللوغاريتمية إلى الصورة الأسية

تحقق من فهمك : صـ 98ـ

اكتب كل معادلة لوغاريتمية مما يأتي بالصورة الأسية

1A) $\log_4 16 = 2$

.....

1B) $\log_3 729 = 6$

.....

تدرب: صـ 102ـ

1) $\log_8 512 = 3$

.....

2) $\log_5 625 = 4$

.....

2 التحويل من الصورة الأسية إلى الصورة اللوغاريتمية

تحقق من فهمك : صـ 98ـ

اكتب كل معادلة أسية مما يأتي بالصورة اللوغاريتمية

2A) $4^3 = 64$

2B) $125^{\frac{1}{3}} = 5$

تدرب: صـ 102ـ

9) $11^3 = 1331$

11) $9^{-1} = \frac{1}{9}$

3 إيجاد قيمة عبارة لوغاريتمية

تحقق من فهمك : صـ 98ـ

دون استعمال الآلة الحاسبة أوجد ما يأتي :

3A) $\log_3 81$

3B) $\log_{\frac{1}{2}} 256$

تدرب: صـ 102ـ

18) $\log_2 \frac{1}{128}$

26) $\log_{27} 3$

4 الخصائص الأساسية للوغاريتمات:

مفهوم أساسي الخصائص الأساسية للوغاريتمات

إذا كان $b > 0$ ، $b \neq 1$ ، x عدد حقيقي ، فإن الخصائص الآتية صحيحة:

الخاصية	التبرير
$\log_b 1 = 0$	$b^0 = 1$
$\log_b b = 1$	$b^1 = b$
$\log_b b^x = x$	$b^x = b^x$
$b^{\log_b x} = x, x > 0$	$\log_b x = \log_b x$

إرشادات للدراسة

الأس الصفري:

- تذكّر أنه لأي $b \neq 0$ فإن $b^0 = 1$.
- $\log_b 0$ غير معرّف لأن $b^x \neq 0$ لأي قيمة لـ x.

تحقق من فهمك : صـ 99ـ

دون استعمال الآلة الحاسبة أوجد ما يأتي إن أمكن:

(4A $\log_9 81$

(4B $3^{\log_3 1}$

تدرب: صـ 102ـ

دون استعمال الآلة الحاسبة أوجد ما يأتي إن أمكن:

(19 $\log_6 1$

(21 $\log_{10} 10$

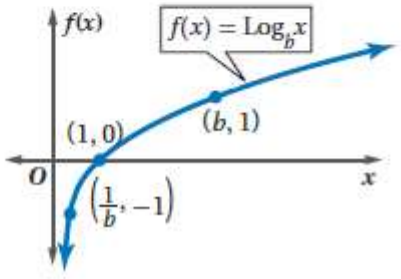
(22 $\log_{10} 0.01$

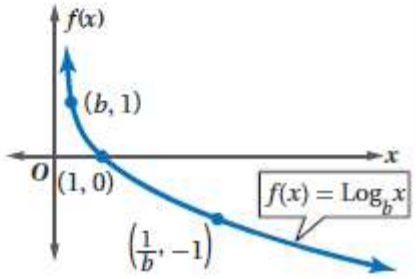
5 تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانيا:

مفهوم أساسي

الدالة الرئيسة (الأم) للدوال اللوغاريتمية

الدالة الرئيسة (الأم):	$f(x) = \log_b x,\ b > 1$	$f(x) = \log_b x,\ 0 < b < 1$:الدالة الرئيسة (الأم)
خصائص منحنى الدالة:	متصل، متباين، متزايد	متصل، متباين، متناقص :خصائص منحنى الدالة
المجال:	مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة (R^+)	مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة (R^+) :المجال
المدى:	مجموعة الأعداد الحقيقية (R)	مجموعة الأعداد الحقيقية (R) :المدى
خط التقارب:	المحور y	المحور y :خط التقارب
مقطع المحور x:	1	1 :مقطع المحور x





تحقق من فهمك : صـ 100ـ مثل كل دالة مما يأتي بيانيا /

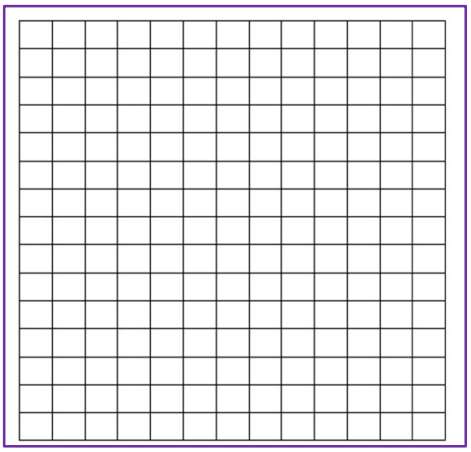
(5A $f(x) = \log_2 x$

(5B $f(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$

تدرب: صـ 102ـ

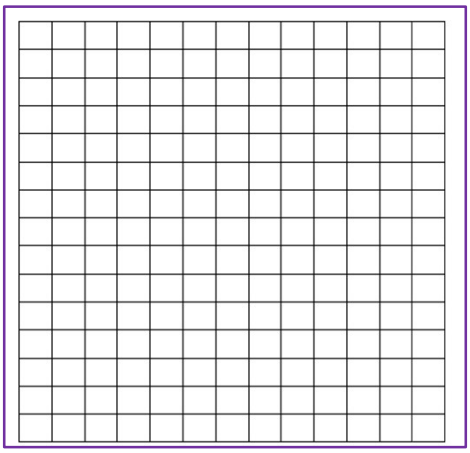
مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا:

32) $f(x) = \log_3 x$

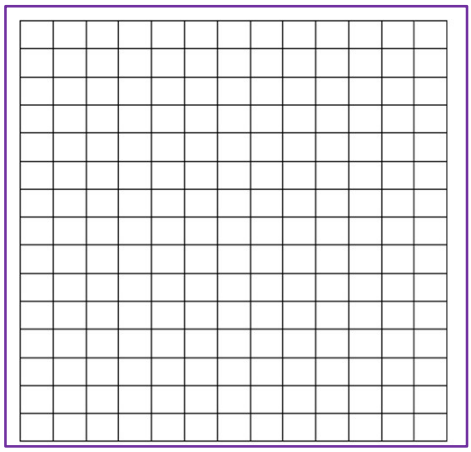


تحقق من فهمك : صـ 100ـ

6A) $f(x) = 2\log_3 (x-2)$



6B) $f(x) = \frac{1}{4}\log_{\frac{1}{2}} (x+1) - 5$



7 إيجاد الدوال العكسية للدوال الأسية:

تحقق من فهمك : صـ101ـ

7) أوجد الدالة العكسية للدالة $y = 0.5^x$.

تدرب: صـ 102ـ

42) علوم: عُد إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس. أوجد معكوس الدالة $R=10^{ps}$ اللوغاريتمية المعطاة. **(مثال 7)**

مهارات التفكير العليا: صـ 103ـ

49) اكتشف المختلف: حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى؟ فسر إجابتك.

$\log_3 9$ | $\log_2 4$ | $\log_2 16$ | $\log_4 16$

51) اكتشف الخطأ: يقول فهد: إن التمثيل البياني لجميع الدوال اللوغاريتمية يقطع المحور y في النقطة $(0, 1)$ ؛ لأن أي عدد مرفوع للأس صفر يساوي 1، ولكن سليمان لم يوافقه الرأي. أيهما على صواب؟ فسر إجابتك.

52) اكتشف الخطأ: أوجدت كل من مها ومريم قيمة $\log_{\frac{1}{7}} 49$، أيٌّ منهما إجابتها صحيحة؟ برر إجابتك.

مها	مريم
$\log_{\frac{1}{7}} 49 = y$	$\log_{\frac{1}{7}} 49 = y$
$49^y = \frac{1}{7}$	$(\frac{1}{7})^y = 49$
$(7^2)^y = (7)^{-1}$	$(7^{-1})^y = 7^2$
$7^{2y} = (7)^{-1}$	$(7)^{-y} = 7^2$
$2y = -1$	$y = -2$
$y = -\frac{1}{2}$	

تدرب على الاختبار: صـ 103ـ

69) ما قيمة x في المعادلة $\log_8 16 = x$؟

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{3}{4}$ C $\frac{4}{3}$ D 2

70) ما قيمة $\log_2 \frac{1}{32}$؟

A 5 B $\frac{1}{5}$ C $-\frac{1}{5}$ D -5

71) ما مقطع y للدالة الأسية $y = 4^x - 1$؟

A 0 B 1 C 2 D 3

الواجب:

تحصيلي رياضيات

1	الصيغة الرياضية : $\log_a a^n$ تساوي							
	A	n	B	a	C	1	D	-1
2	الصورة الأسية : $5^3 = 125$ تكافئ							
	A	$\log_5 125 = 3$	B	$3log_5 = 125$	C	$\log_5 3 = 125$	D	$\log_2 125 = 5$
3	الصورة الأسية للصورة اللوغاريتمية : $\log_x y = k$:							
	A	$x^k = y$	B	$y^x = k$	C	$k^x = y$	D	$k^y = x$
4	قيمة : $\log_{125} 5$							
	A	$\frac{1}{3}$	B	$\frac{1}{2}$	C	3	D	2
5	قيمة : $\log_{27} 81$							
	A	$\frac{1}{8}$	B	$\frac{4}{3}$	C	$\frac{5}{36}$	D	$\frac{1}{3}$
6	قيمة : $\log_2 \frac{1}{32}$							
	A	5	B	-5	C	$\frac{1}{5}$	D	$-\frac{1}{5}$
7	قيمة : $\log_4 64$							
	A	4	B	16	C	3	D	9
8	قيمة : $\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{216}$							
	A	1	B	2	C	3	D	6
9	مجال الدالة : $f(x) = \log \sqrt{x^2 - 4}$							
	A	$\{x/x \in R - [-2,2]\}$	B	$\{x/x \in R - (-2,2)\}$	C	$\{x/x \in R - [-2,2)\}$	D	$\{x/x \in R - (-2,2]\}$
10	إذا كان : $\log_3 9^{2-x} = 0$ فإن x تساوي :							
	A	1	B	2	C	–1	D	–2
11	$\log_{\sqrt{3}} 81 = \cdots$							
	A	8	B	6	C	4	d	2

تحصيلي رياضيات

12	قيمة: $\log_{1000} 10$							
	A	3	B	$\frac{1}{3}$	C	$-\frac{1}{3}$	D	-3
13	المقطع y للدالة اللوغاريتمية: $f(x) = \log_2(x+1) + 3$							
	A	3	B	2	C	1	D	0
14	مدى الدالة: $f(x) = \log_3 x$							
	A	R	B	$[3, \infty)$	C	R^+	D	W
15	$\log_6 1 = \cdots$							
	A	6	B	$\frac{1}{6}$	C	0	D	1
16	$\log_{10} 0.001 = \cdots$							
	A	$-\frac{1}{2}$	B	-2	C	$\frac{1}{2}$	D	2
17	مجال الدالة $f(x) = \log_2 x$ يساوي:							
	A	R	B	R^+	C	$[2, \infty)$	D	W
18	الدالة العكسية $f(x)^{-1}$ للدالة اللوغاريتمية $f(x) = \log_4(x+1)$ تساوي							
	A	$4^x - 1$	B	$4^x + 1$	C	$x^4 - 1$	D	$x^4 + 1$
19	منحنى الدالة اللوغاريتمية $f(x) = \log_b x$ يقطع محور x في النقطة:							
	A	(0, 0)	B	(0, 1)	C	(1, 1)	D	(1, 0)
20	ما القيمة المختلفة عن القيم الثلاث الأخرى؟							
	A	$\log_2 16$	B	$\log_{100} 10$	C	$\log_5 25$	D	1

1 خاصية الضرب في اللوغاريتمات:

مفهوم أساسي — **خاصية المساواة في الدوال اللوغاريتمية**

التعبير اللفظي: إذا كان b عددًا موجبًا حيث $b \neq 1$، فإن $\log_b x = \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.

مثال: إذا كان $\log_5 x = \log_5 8$، فإن $x = 8$، وإذا كان $x = 8$ فإن $\log_5 x = \log_5 8$

مفهوم أساسي — **خاصية الضرب في اللوغاريتمات**

التعبير اللفظي: لوغاريتم حاصل الضرب هو مجموع لوغاريتمات عوامله.

الرموز: إذا كانت x, y, b أعدادًا حقيقية موجبة، حيث $b \neq 1$ فإن:

$$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$$

مثال:

$$\log_2 [(5)(6)] = \log_2 5 + \log_2 6$$

تحقق من فهمك : صـ 106ـ

تدرب: صـ 110ـ

1) استعمل $\log_4 2 = 0.5$ لإيجاد قيمة $\log_4 32$.

1) استعمل $\log_4 3 \approx 0.7925$، $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقريب قيمة $\log_4 15$

2 خاصية القسمة في اللوغاريتمات:

مفهوم أساسي — **خاصية القسمة في اللوغاريتمات**

التعبير اللفظي: لوغاريتم ناتج القسمة يساوي لوغاريتم المقسوم مطروحًا منه لوغاريتم المقسوم عليه.

الرموز: إذا كانت x, y, b أعدادًا حقيقية موجبة، حيث $b \neq 1$ فإن:

$$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$$

مثال:

$$\log_2 \frac{5}{6} = \log_2 5 - \log_2 6$$

تحقق من فهمك : صـ 106ـ

تدرب: صـ 110ـ

2) استعمل $\log_3 2 \approx 0.63$؛ لتقريب قيمة $\log_3 4.5$.

استعمل $\log_4 3 \approx 0.7925$, $\log_4 5 \approx 1.1610$, $\log_4 2 = 0.5$ لتقريب: 8) $\log_4 \frac{4}{3}$

تحقق من فهمك : صـ 107ـ

3) استعمل الجدول الوارد في فقرة "لماذا؟" وأوجد تركيز أيون الهيدروجين في عصير الليمون .

تدرب: صـ 110ـ

11) **تسلق الجبال:** يتناقص الضغط الجوي مع زيادة الارتفاع، ويمكن إيجاد قيمة الضغط الجوي عند الارتفاع a متر باستعمال العلاقة $a = 15500(5 - \log_{10} P)$ ، حيث P الضغط بالباسكال. أوجد قيمة الضغط الجوي بالباسكال عند قمم الجبال المذكورة في الجدول أدناه.

القمة الجبلية	الارتفاع (m)
إفرست	8850
تريسوني	7074
بونيتي	6872

4 خاصية لوغاريتم القوة :

مفهوم أساسي — **خاصية لوغاريتم القوة**

التعبير اللفظي: لوغاريتم القوة يساوي حاصل ضرب الأس في لوغاريتم أساسها.

الرموز: لأي عدد حقيقي m، وأي عددين موجبين x, b ، حيث $b \neq 1$، فإن $\log_b x^m = m \log_b x$

مثال: $\log_2 6^5 = 5 \log_2 6$

تحقق من فهمك : صـ 108ـ

4) إذا كان $\log_3 7 \approx 1.7712$ ، فقرّب قيمة $\log_3 49$.

تدرب: صـ 110ـ

إذا كان $\log_3 5 \approx 1.465, \log_5 7 \approx 1.2091, \log_6 8 \approx 1.1606$ ، $\log_7 9 \approx 1.1292$ ، فقرّب قيمة $\log_3 25$ (12

5 تبسيط العبارات اللوغاريتمية:

تحقق من فهمك : صـ 108ـ دون استعمال الآلة الحاسبة، احسب قيمة ما يأتي:

(5A $\log_6 \sqrt[3]{36}$

(5B $\log_7 \sqrt[6]{49}$

تدرب: صـ 110ـ دون استعمال الآلة الحاسبة، احسب قيمة ما يأتي:

(18 $\log_5 \sqrt[4]{25}$

(20 $3 \log_7 \sqrt[6]{49}$

6 كتابة العبارات اللوغاريتمية بالصورة المطولة:

يمكنك استعمال خصائص اللوغاريتمات لإعادة كتابة العبارات اللوغاريتمية من الصورة المختصرة إلى الصورة المطولة، إذ يمكنك تحويل الضرب إلى جمع، والقسمة إلى طرح، والقوى والجذور إلى ضرب.

تحقق من فهمك : صـ 108ـ

(6A $\log_{13} 6a^3bc^4$

(6B $\log_6 5x^3y^7z^{0.5}$

(6C $\log_4 \frac{\sqrt[3]{1-x}}{2x+1}$

تدرب: صـ 110ـ اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتي بالصورة المطولة:

(25 $\log_{11} ab^{-4}c^{12}d^{7}$

(29 $\log_2 \frac{3x+2}{\sqrt[7]{1-5x}}$

7 كتابة العبارات اللوغاريتمية بالصورة المختصرة:

ويمكنك استعمال خصائص اللوغاريتمات السابقة في إعادة كتابة العبارات اللوغاريتمية من الصورة المطولة إلى الصورة المختصرة.

تنبيه!

لوغاريتم المجموع

لوغاريتم المجموع أو الفرق لا يساوي مجموع أو فرق اللوغاريتمات، $\log_a (x \pm 4) \neq \log_a x \pm \log_a 4$.

تحقق من فهمك : صـ 109ـ اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتي بالصورة المختصرة:

(7A $-5\log_2 (x+1) + 3\log_2 (6x)$

(7B $\log_3 (2x-1) - \frac{1}{4}\log_3 (x+1)$

تدرب: صـ 110ـ اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتي بالصورة المختصرة:

30) $3\log_5 x - \frac{1}{2}\log_5 (6-x)$

31) $5\log_7 (2x) - \frac{1}{3}\log_7 (5x+1)$

مهارات التفكير العليا: صـ111ـ

50) اكتشف المختلف: حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى، وفسّر إجابتك:

$\log_b 24 = \log_b 20 + \log_b 4$	$\log_b 24 = \log_b 4 + \log_b 6$
$\log_b 24 = \log_b 2 + \log_b 12$	$\log_b 24 = \log_b 8 + \log_b 3$

تدرب على الاختبار: صـ 111ـ

64) ما قيمة $2\log_5 12 - \log_5 8 - 2\log_5 3$ ؟

A $\log_5 2$ **B** $\log_5 0.5$ **C** $\log_5 3$ **D** 1

65) ما المقطع y للدالة اللوغاريتمية $y = \log_2 (x+1) + 3$ ؟

A 3 **B** 2 **C** 1 **D** 0

الواجب:

تحصيلي رياضيات

1	قيمة $\log_2 5 + \log_2 4 = \cdots$							
	A	$\log_2 20$	B	$\log_4 20$	C	$\log_2 \frac{5}{4}$	D	$\log_4 \frac{5}{4}$
2	قيمة $2\log_5 x - \log_5(2x-5) = \cdots$							
	A	$\log_5 \frac{5}{2x-5}$	B	$\log_5 \frac{2x-5}{x}$	C	$\log_5 \frac{x^2}{2x-5}$	D	$\log_5 \frac{x}{2x+5}$
3	قيمة $\log_2(\log_2 x^{24}) - \log_2(\log_2 x^3)$							
	A	2	B	3	C	4	D	8
4	قيمة $3\log_3 9 - \log_5 \frac{1}{25} = \cdots$							
	A	12	B	10	C	8	D	4
5	إذا كان : $\log_4 3 \approx 0.79$. $\log_4 5 \approx 1.16$ فإن $\log_4 \frac{5}{3} = \cdots$							
	A	2.37	B	0.16	C	0.37	D	1.95
6	إذا كان : $\log_4 3 \approx 0.79$. $\log_4 5 \approx 1.16$ فإن $\log_4 15 = \cdots$							
	A	2.37	B	0.16	C	0.37	D	1.95
7	إذا كان : $\log_4 3 \approx 0.79$. $\log_4 5 \approx 1.16$ فإن $\log_4 0.8 = \cdots$							
	A	2.37	B	−0.16	C	0.37	D	1.95
8	$\log_2 \sqrt[7]{8} = \cdots$							
	A	$\frac{1}{5}$	B	$\frac{1}{2}$	C	5	D	$\frac{3}{7}$
9	$\log_5 \sqrt{5} = \cdots$							
	A	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{3}{7}$	C	$\frac{1}{5}$	D	5
10	$\log_7(3x) = \cdots$							
	A	$\log_7 3 \log_7 x$	B	$3\log_7 x$	C	$\log_7 3 - \log_7 x$	D	$\log_7 3 + \log_7 x$
11	$\log_7(x)^3 = \cdots$							
	A	$\log_7 3 \log_7 x$	B	$3\log_7 x$	C	$\log_7 3 - \log_7 x$	D	$\log_7 3 + \log_7 x$
12	$\log_{10}(-x) = \cdots$							
	A	1	B	10	C	−10	D	غير معرف

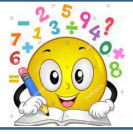
1 حل المعادلات باستعمال تعريف اللوغاريتمات :

تحقق من فهمك : صـ 112ـ

حل المعادلات اللوغاريتمية الآتية ثم تحقق من صحة حلك :

1A) $\log_9 x = \frac{3}{2}$

1B) $\log_{16} x = \frac{5}{2}$



تدرب: صـ 116ـ

حل المعادلات اللوغاريتمية الآتية ثم تحقق من صحة حلك :

5) $\log_8 \frac{1}{2} = x$

8) $\log_x 27 = \frac{3}{2}$

2 مثال على الاختبار

تحقق من فهمك : صـ113ـ

2) حُلّ المعادلة $\log_3 (x^2 - 15) = \log_3 2x$.

A -3 **B** -1 **C** 5 **D** 15

3 حل معادلات باستعمال خاصية الضرب في اللوغاريتمات

تحقق من فهمك : صـ114ـ

حل المعادلات ثم تحقق من صحة حلك :

(3A $2\log_7 x = \log_7 27 + \log_7 3$

(3B $\log_6 x + \log_6 (x+5) = 2$

تدرب: صـ 116ـ

(9 $5\log_2 x = \log_2 32$

(11 $\log_4 48 - \log_4 n = \log_4 6$

4 حل متباينات تتضمن عبارة لوغاريتمية واحدة

إرشادات للدراسة

حل المعادلة اللوغاريتمية :
عند حل متباينة لوغاريتمية يستثنى قيم المتغير التي لا يكون اللوغاريتم عندها معرّفًا.

مفهوم أساسي — **خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية**

إذا كان $b > 1$, $x > 0$ و $\log_b x > y$ ، فإن $x > b^y$

تتحقق هذه الخاصية أيضًا إذا احتوت المتباينة رمزي التباين $\leq$ ، $\geq$

تحقق من فهمك : صـ 114ـ

أوجد مجموعة حل المتباينات الآتية ثم تحقق من صحة حلك :

(4A $\log_4 x \geq 3$

(4B $\log_2 x < 4$

تدرب: صـ 116ـ

(17 $\log_5 x > 3$

(18 $\log_8 x \leq -2$

يمكنك استعمال الخاصية الآتية لحل متباينات تتضمن عبارتين لوغاريتميتين لهما الأساس نفسه في كلا الطرفين.
استثن من حلّك القيم التي ينتج عن تعويضها في المتباينة الأصلية أخذ اللوغاريتم لأعداد أقل من أو تساوي الصفر.

مفهوم أساسي **خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية**

الرموز: إذا كان $b > 1$ ، فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$
$x > 0, y > 0$

مثال: إذا كان $\log_6 x > \log_6 35$ ، فإن $x > 35$.

تتحقق هذه الخاصية أيضًا إذا احتوت المتباينة رمزي التباين $\leq$ ، $\geq$

تحقق من فهمك : صـ 115ـ

5) أوجد مجموعة حل المتباينة $\log_5 (2x + 1) \leq \log_5 (x + 4)$ ، ثم تحقق من صحة حلك.

تدرب: صـ 116ـ أوجد مجموعة حل المتباينة الآتية ثم تحقق من صحة حلك .

25) $\log_2 (4x - 6) > \log_2 (2x + 8)$

مهارات التفكير العليا: صـ117ـ

(32) اكتشف الخطأ: تقوم لينا وريم بحل المتباينة $\log_2 x \geq -2$. أي منهما حلها صحيح؟

لينا	ريم
$\log_2 x \geq -2$	$\log_2 x \geq -2$
$x \leq 2^{-2}$	$x \geq 2^{-2}$
$0 < x \leq \frac{1}{4}$	$x \geq \frac{1}{4}$

تدرب على الاختبار: صـ117ـ

(50) أي الدوال الأسية الآتية يمر تمثيلها البياني بالنقطتين $(0, -10), (4, -160)$؟

A $f(x) = -10(2)^x$

B $f(x) = 10(2)^x$

C $f(x) = -10(4)^x$

D $f(x) = 10(4)^x$

(51) أي مما يأتي يمثل حلًّا للمعادلة $\log_4 x - \log_4 (x-1) = \frac{1}{2}$؟

A $-\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{2}$ **C** -2 **D** 2

الموضوع: 5-2 : تابع: حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية التاريخ: / /1445هـ

الواجب:

تحصيلي رياضيات

1	الصورة الأسية للمتباينة: $\log_2 x \geq 3$							
	A	$x \geq 3^2$	B	$x \leq 3^2$	C	$x \geq 2^3$	D	$x \leq 2^3$
2	قيمة x التي تحقق المعادلة: $1 + 2\log_2(x+1) = 5$							
	A	3	B	-3	C	1	D	2
3	حل المعادلة: $\log_4 x - \log_4(x-1) = \frac{1}{2}$							
	A	$-\frac{1}{2}$	B	$\frac{1}{2}$	C	-2	D	2
4	حل المعادلة: $\log_2(x^2-4) = \log_2 3x$							
	A	-2	B	-1	C	2	D	4
5	حل المعادلة: $3\log_2 x = \log_2 8$							
	A	8	B	2	C	3	D	64
6	حل المتباينة: $\log_4 x > 3$							
	A	$x > 12$	B	$x > 81$	C	$x > 64$	D	$x > \frac{4}{3}$
7	حل المعادلة: $\log_4 16 - \log_4 x = \log_4 8$							
	A	$\frac{1}{2}$	B	2	C	4	D	8
8	إذا كان: $\log_x 32 = 5$ فإن x تساوي							
	A	1	B	2	C	5	D	32
9	إذا كان: $\log_x 81 = 2$ فإن x تساوي:							
	A	9	B	81	C	27	D	2
10	حل المعادلة: $\log_2(4x) + \log_2 5 = \log_2 100$							
	A	$\sqrt{5}$	B	5	C	$5\sqrt{5}$	D	20
11	إذا كان: $\log_2 x = 5$ فإن x تساوي							
	A	16	B	32	C	64	D	128
12	قيمة x في المعادلة: $\log_2 x = 3 - \log_2(x-2)$							
	A	2	B	4	C	8	D	16
13	قيمة x في المعادلة: $\log_x 12 = \frac{1}{2}$							
	A	4	B	24	C	60	D	144

الموضوع: 6-2 : اللوغاريتمات العشرية التاريخ: / /1445هـ

1 اللوغاريتمات العشرية:

تُسمى لوغاريتمات الأساس 10 اللوغاريتمات العشرية ، وتُكتب دون كتابة الأساس 10.

تحتوي معظم الحاسبات العلمية $\log_x$ كونه أمرًا أساسيًا، ويستعمل المفتاح LOG لإيجاد قيمته.

قراءة الرياضيات

اللوغارتيم العشري

عند كتابة اللوغاريتم دون أساس، فإن ذلك يعني أن الأساس هو 10 أي أن $\log x$ تعني $\log_{10} x$.

تحقق من فهمك : صـ118ـ استعمل الحاسبة لإيجاد ما يأتي مقربا لأقرب جزء من عشرة آلاف/

1A) $\log 7$

1B) $\log 0.5$

تدرب: صـ 122ـ

2) $\log 21$

3) $\log 0.4$

6) $\log 3.2$

9) $\log 0.04$

ترتبط اللوغاريتمات العشرية ارتباطًا وثيقًا بقوى العدد 10. تذكّر أن اللوغاريتم هو أس، فمثلًا في المعادلة $y = \log x$، y هو الأس الذي يرفع إليه العدد 10 للحصول على قيمة x .

$$\log x = y \longleftrightarrow 10^y = x$$
$$\log 1 = 0 \longleftrightarrow 10^0 = 1$$
$$\log 10 = 1 \longleftrightarrow 10^1 = 10$$
$$\log 10^m = m \longleftrightarrow 10^m = 10^m$$

2 حل معادلات لوغاريتمية :

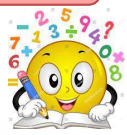
تحقق من فهمك : صـ119ـ

2) هزات أرضية : ترتبط كمية الطاقة E مقيسة بوحدة الإيرج التي تطلقها الأرض مع قوة الهزة الأرضية على مقياس ريختر M بالمعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استعمل المعادلة لتجد كمية الطاقة التي تطلقها الأرض عند هزة أرضية بقوة 9 درجات على مقياس ريختر.

إرشادات للدراسة

وحدة الجول:

تذكر أن الجول هو وحدة قياس الطاقة، وكذلك الإيرج، حيث 1 إيرج $= 4^{-7}$ جول



تدرب: صـ 122ـ

10) علوم: ترتبط كمية الطاقة E المقيسة بوحدة الإيرج التي تطلقها الأرض مع قوة الهزة على مقياس ريختر M بالمعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استعمل المعادلة لإيجاد كمية الطاقة التي تطلقها الأرض عند هزة أرضية بقوة 8.5 درجات على مقياس ريختر.

3 حل معادلات أسية باستعمال لوغاريتمات عشرية :

إذا كان من الصعب كتابة طرفي المعادلة الأسّية بدلالة الأساس نفسه، فإنه يمكنك حلها بأخذ اللوغاريتم العشري لكلا الطرفين.

تحقق من فهمك : صـ 120ـ

حل المعادلات الآتية مقربا لأقرب جزء من عشرة آلاف:

3A) $3^x = 15$

3B) $6^x = 42$

تدرب: صـ 122ـ

12) $6^x = 40$

15) $11^{b-3} = 5^b$

4 حل متباينات أسية باستعمال لوغاريتمات عشرية :

تحقق من فهمك : صـ120ـ أوجد مجموعة حل المتباينات الآتية مقربا لأقرب جزء من عشرة آلاف:

(4A $3^{2x} \geq 6^{x+1}$

(4B $4^{y} < 5^{2y+1}$

تدرب: صـ 123ـ : أوجد مجموعة حل المتباينة الآتية مقربا لأقرب جزء من عشرة آلاف/

(20 $5^{4n} > 33$

(23 $5^{p-2} \geq 2^{p}$

5 صيغة تغيير الأساس:

تحقق من فهمك : صـ121ـ

5) اكتب $\log_6 8$ بدلالة اللوغاريتم العشري، ثم أوجد قيمته مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

تدرب: صـ 123ـ

اكتب ما يأتي بدلالة اللوغاريتم العشري ثم أوجد قيمته مقربا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف

(30 $\log_5 (2.7)^2$

6 صيغة تغيير الأساس:

تحقق من فهمك : صـ 121ـ

6) حدد الزمن اللازم لتحليل خوارزمية مكونة من 160خطوة.

.....

.....

.....

.....

تدرب: صـ 123ـ

32) **شحن:** اشترت إحدى شركات خدمة الشحن سيارة شحن جديدة بسعر 168000 ريال.

افترض أن $t = \log_{(1-r)} \frac{V}{P}$ ، حيث t عدد السنوات التي مرت منذ الشراء، P سعر الشراء، V السعر الحالي، r المعدل السنوي لانخفاض السعر.

a) إذا كان السعر الحالي للشاحنة 120000 ريال، وانخفض سعرها بمعدل15% سنويًّا، فما عدد السنوات التي مرت منذ شرائها لأقرب سنة؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) إذا كان السعر الحالي للشاحنة 102000 ريال، وانخفض سعرها بمعدل10% سنويًّا، فما عدد السنوات التي مرت منذ شرائها لأقرب سنة؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

مهارات التفكير العليا: صـ124ـ

36) اكتشف الخطأ: حَلَّ كل من بلال وخالد المعادلة الأسية $4^{3p} = 10$. أيهما كانت إجابته صحيحة؟ فسِّر إجابتك.

بلال

$4^{3p} = 10$

$\log 4^{3p} = \log 10$

$3p \log 4 = \log 10$

$p = \frac{\log 10}{3 \log 4}$

خالد

$4^{3p} = 10$

$\log 4^{3p} = \log 10$

$p \log 4 = \log 10$

$p = \frac{\log 10}{\log 4}$

تدرب على الاختبار: صـ124ـ

47) أي العبارات الآتية تمثل $f[g(x)]$ إذا كان $f(x) = x^2 + 4x + 3, g(x) = x - 5$؟

A $x^2 + 4x - 2$

B $x^2 - 6x + 8$

C $x^2 - 9x + 23$

D $x^2 - 14x + 6$

48) أي مما يأتي يمثِّل حلًّا للمعادلة $\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} = 125$؟

A -4

B -2

C 2

D 4

الواجب:

تحصيلي رياضيات

1	الصورة الأسية المكافئة للعبارة اللوغاريتمية : $\log 100 = 2$							
	$100 = 10^2$	A	$100 = 2^{10}$	B	$10 = 100^2$	C	$2 = 10^{100}$	D
2	قيمة : $\log 7$ لأقرب 4 منازل عشرية							
	0.8459	A	0.8451	B	0.7521	C	1.0686	D
3	يكتب $\log_9 22$ بدلالة اللوغاريتم العشري بالصورة							
	$\log \frac{22}{9}$	A	$\log 198$	B	$\frac{\log 22}{\log 9}$	C	$\frac{\log 9}{\log 22}$	D
4	الصورة المختصرة للمقدار: $\log 81 + \log 27 - \log 9$:							
	$\log 27$	A	$-\log 27$	B	$1 - \log 27$	C	$1 + \log 27$	D

انتهى الفصل الدراسي الأول