## 1. إيجاد التابع الزمني للمطال:

في البداية نكتب الشكل العام للتابع: $x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ و شروط البدء ثم نوجد الثوابت $\varphi$ , $\omega_0$ , $X_{max}$ و ذلك بالشكل الآتي:

$\omega_0$: تحسب من احد القانونين $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

$X_{max}$ و $\varphi$ توجد من شروط البدء

شروط البدء هي قيمة $x$ و السرعة $v$ عند بدء الزمن أي عندما $t = 0$ و نميز هنا الحالات الآتية:

1) عندما يترك الجسم دون سرعة ابتدائية : $x = X_{max}$ و بالتعويض سنجد أن $\varphi = 0$

2) عندما يكون الجسم يتحرك بالاتجاه ( السالب \ الموجب ) : $X_{max}$ تعطى في النص ، اما عند التعويض لإيجاد $\varphi$ فاننا سنحصل على قيمتين ل $\varphi$ و لتحديد القيمة المقبولة نقوم بالتعويض في تابع السرعة

$$v = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

ملاحظة: عندما يذكر في نص المسألة ان الجسم يرسم اثناء الحركة قطعة مستقيمة طولها $L$ فإن $X_{max} = \frac{L}{2}$

تطبيق ( 1 ) : هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته $k = 20\ N.m^{-1}$ نعلق بنهايته السفلية جسماً كتلته 2 Kg ثم نزيح الجسم عن وضع توازنه بمقدار 8 cm و نتركه في اللحظة $t = 0$ ليهتز دون سرعة ابتدائية، استنتج التابع الزمني للمطال انطلاقاً من شكله العام محدداً ثوابته.

تطبيق (2) : هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة، نعلق بنهايته السفلية جسماً كتلته m ثم نزيح الجسم عن وضع توازنه بسعة 8 cm ليهتز بدور خاص 2 s ، فإذا علمت انه في اللحظة $t = 0$ يكون الجسم في وضع مطاله 4 cm و هو يتحرك بالاتجاه السالب، استنتج التابع الزمني للمطال انطلاقاً من شكله العام محدداً ثوابته.

ملاحظة: في بعض المسائل نعطى التابع الزمني للمطال و يطلب تحديد الثوابت، في هذه الحالة نطتب الشكل العام للتابع الزمني للمطال و نقارن بينهما.

تطبيق (3) : يعطى التابع الزمني لحركة نواس مرن بالعلاقة : $x = 0.1\cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})$ حدد قيم كل من $\varphi$ , $\omega_0$ , $X_{max}$ ثم حدد موضع الجسم عند بدء الزمن..

## 2. السرعة: تابع السرعة هو المشتق الأول للمطال $v = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

اذا طلبت السرعة العظمى (طويلة) أي السرعة عند المرور بالتوازن : $/v_{max}/ = \omega_0 X_{max}$

اذا طلبت قيمة السرعة عند لحظة معينة $t$ فإننا نوجد $t$ ثم نعوضها في تابع السرعة.

كما يمكن حساب السرعة باستخدام العلاقة : $v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2}$

## 3. لحظات المرور بالمركز الاهتزاز (المرور بالتوازن):

عندما يترك الجسم دون سرعة ابتدائية أي أن $\varphi = 0$ فإن : $t_1 = \frac{T_0}{4}$ $\quad t_2 = \frac{3T_0}{4}$ $\quad t_3 = \frac{5T_0}{4}$

اما عندما $\varphi \neq 0$ فإننا يجب أن نستخدم المعادلة $x = 0$ لتحديد قيم لحظات المرور بالتوازن.

تطبيق (4) : يعطى التابع الزمني لحركة نواس مرن بالعلاقة : $x = 0.1\cos(\pi t)$ احسب قيمة السرعة عند المرور الأول و الثاني بالتوازن.

تطبيق (5) : يعطى التابع الزمني لحركة نواس مرن بالعلاقة : $x = 0.1\cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})$ احسب السرعة عند المرور الأول بالتوازن.

## 4. الاستطالة السكونية :

عندما يطلب استنتاج الاستطالة السكونية نتبع الأسلوب الآتي:

القوى المؤثرة بالجسم: الثقل $\overrightarrow{W}$ و قوة توتر النابض $\overrightarrow{F_{s0}}$

الجسم ساكن :

$$\overrightarrow{W} = \overrightarrow{F_{s0}}$$

$$W = -F_{s0}$$

$$m.g = K.x_0$$

اذا كانت قيم $m$ و $K$ معطاة فإننا نكتب: $x_0 = \frac{m.g}{K}$

اما اذا كانت $m$ و $k$ غير معطاة فإننا نكتب: $\frac{m}{K} = \frac{x_0}{g}$ ثم نعوض هذه النسبة في عبارة الدور لنجد ان :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}}$$

تطبيق (6) : هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته $k = 200\ N.m^{-1}$ نعلق بنهايته السفلية جسماً كتلته 2 Kg ، استنتج الاستطالة السكونية للنابض، ثم احسب قيمتها.

تطبيق (7) : هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة، نعلق بنهايته السفلية جسماً كتلته $m$ ليهتز بدور خاص $4\ s$ ، استنتج الاستطالة السكونية للنابض، ثم احسب قيمتها.

## 5. الطاقات:

الطاقة الكلية ( الميكانيكية ) : $E = \frac{1}{2}KX_{max}^2$

الطاقة الكامنة : $E = \frac{1}{2}Kx^2$

الطاقة الحركية: عندما يطلب حساب الطاقة الحركية عند موضع $x$ فإننا نوجد الطاقة الكامنة عند هذا الموضع ثم نطبق القانون: $E_k = E - E_p$

## 6. التسارع : $a = -\omega_0^2.x$

## 7. قوة الارجاع (محصلة القوى): $F = ma \quad F = -Kx$

## 8. ثابت صلابة النابض: $k = \omega_0^2.m$

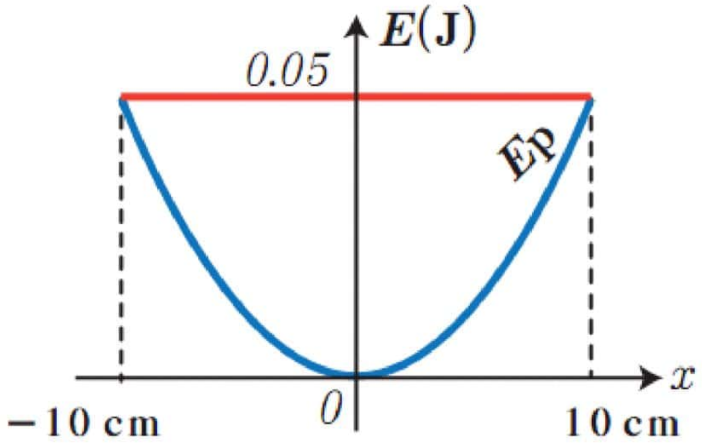
## 9. الدور الخاص: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad T_0 = \frac{\text{الزمن}}{\text{عدد الهزات}} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}}$

## 10. لحساب كتلة الجسم: نستخدم علاقة الدور $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ او النبض الخاص $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

11. قد نعطى المنحنى البياني لتغيرات ( المطال – السرعة – التسارع – الطاقة ) في نص المسالة ، في هذه الحالة نقوم باستخراج المعطيات من المنحنى، و يعتمد ذلك على فهمنا للمنحنيات في النظري.

تطبيق (8): يوضح الشكل المجاور تغيرات الطاقة الكامنة المرونية بدلالة الموضع لهزازة توافقية بسيطة، المطلوب حساب كل من:

1) ثابت الصلابة.
2) الدور الخاص – النبض.
3) شدة قوة الارجاع الأعظمية.
4) قوة الارجاع عند نقطة مطالها $2\ cm$ .
5) كتلة الجسم المعلق بالنابض.
6) التسارع عند نقطة مطالها $5\ cm$ .




## الخلاصة

| | القانون |
|---|---|
| التابع الزمني للمطال | $x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ |
| التابع الزمني للسرعة | $v = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$ |
| التابع الزمني للتسارع | $a = -\omega_0^2 . x$ |
| طويلة السرعة العظمى | $/v_{max}/ = \omega_0 X_{max}$ |
| قوة الإرجاع | $F = -Kx \qquad F = ma$ |
| السرعة | $v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2}$ |

| | القانون |
|---|---|
| الطاقة الكلية الميكانيكية | $E = \frac{1}{2}KX_{max}^2$ |
| الطاقة الكامنة المرونية | $E_p = \frac{1}{2}Kx^2$ |
| الطاقة الحركية | $E_k = E - E_p$ |
| الدور الخاص | $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ |
| النبض الخاص | $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ |
| ثابت صلابة النابض | $k = \omega_0^2 . m$ |

| المقدار | الرمز | الوحدة | المقدار | الرمز | الوحدة | المقدار | الرمز | الوحدة |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| قوة الارجاع | $F$ | N | المطال | $x$ | m | الطاقة الكامنة | $E_p$ | J |
| الكتلة | $m$ | Kg | السرعة | $v$ | $m.s^{-1}$ | الطاقة الحركية | $E_k$ | J |
| التسارع | $a$ | $m.s^{-2}$ | ثابت الصلابة | $k$ | $N.m^{-1}$ | الطاقة الكلية | $E$ | J |
| الدور الخاص | $T_0$ | s | النبض الخاص | $\omega_0$ | $rad.s^{-1}$ | الطور الابتدائي | $\varphi$ | rad |