النواس الثقلي المركب

تعريف النواس المركب : ...

استنتاج طبيعة حركة النواس المركب :

القوى الخارجية المؤثرة :

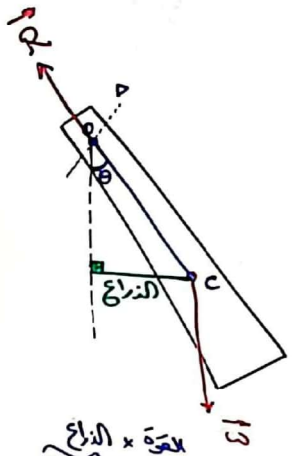
قوة الثقل $\vec{w}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك الدوراني،

$$\sum \vec{\tau}_{\vec{F}/\Delta} = I_\Delta \cdot \vec{\alpha}$$

$$\vec{\tau}_{\vec{R}/\Delta} + \vec{\tau}_{\vec{w}/\Delta} = I_\Delta \cdot \vec{\alpha}$$

لأن حاملها يمر من محور الدوران $\vec{\tau}_{\vec{R}/\Delta} = 0$



$$-[oc]\sin\theta \cdot w = I_\Delta \cdot \alpha$$

العزم × الذراع

$$-mgd\sin\theta = I_\Delta \cdot (\ddot{\theta})_t$$

$$(\ddot{\theta})_t = -\frac{mgd}{I_\Delta}\sin\theta$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية لا تقبل حلا "جيبيا" لأنها تحوي $\sin\theta$ بدلا من θ ، ومن ذلك فإن حركة النواس الثقلي المركب غير توافقية

- ومن أجل سعات زاوية صغيرة

$$\theta \leq 0.24\,rad \Rightarrow \sin\theta \simeq \theta$$

$$\Rightarrow (\ddot{\theta})_t = -\frac{mgd}{I_\Delta}\theta \quad \cdots (1)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية، تقبل حلا "جيبيا" من الشكل :

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

للتأكد من الحل نشتقهما بالنسبة للزمن :

$$(\dot{\theta})_t = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\ddot{\theta})_t = -\omega_0^2\,\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\Rightarrow (\ddot{\theta})_t = -\omega_0^2 \cdot \theta \quad \cdots (2)$$

بالمطابقة بين (1) و (2) نجد :

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}} > 0$$ وهو المقدار الخاص

وذلك لأن I_Δ, m, g, d مقادير موجبة

نستنتج أن حركة النواس الثقلي المركب غير المتخامد هي حركة جيبية دورانية وذلك من أجل سعات زاوية صغيرة.

ولاستنتاج الدور الخاص :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

قوانين حل مسائل لنواس المركب

الدور الخاص (في حالة السعة الزاوية الكبيرة)

$$T = T_0 \left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$$

(s) — نعوض بالراديان حصراً

الدور الخاص (في حالة السعة الزاوية صغيرة)

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta\,عجلة}}{mgd_{عجلة}}}$$

(s)

- كتلة المجلة: $m_{عجلة} = \sum m_i$ (المكونات) — (kg)
- بعد مركز عطالة المجلة عن محور الدوران $[OC]_{عجلة}$: $d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i}$ — (m) — ⊖ بعد المكون عن محور الدوران
- عزم عطالة المجلة: $I_{\Delta\,عجلة} = \sum I_{\Delta\,المكونات}$ — (kgm^2)

جسم صلب

- من مركز العطالة (لايهم) محور الدوران → نظرية هايغنز: $I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2$
  - $I_{\Delta/c}$: كتلة الجسم
  - d: بعد مركز عطالة الجسم عن محور الدوران $[OC]_{جسم}$
- من مركز العطالة (يهم) محور الدوران → إهمال، قوة، قانون

كتلة نقطية

$I_\Delta = m.r^2$

- r: بعد الكتلة عن محور الدوران

عند (طلب/إعطاء) السرعة الخطية لنقطة ما

- v (ms^{-1}) — متغيرة
- $v = r.\omega$ — ω ثابتة
- r (m): بُعد النقطة المدروسة عن محور الدوران

لحساب

- E_K الطاقة الحركية
- ω السرعة الزاوية
- θ_{max} السعة الزاوية

نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

$$\sum W_{F(1\to 2)} = \Delta E_K$$

الأول	الثاني
العتبة θ_{max}	الاتزان $\theta = 0$
$\omega = 0$	ω

$$W_{\overline{w}} + W_{\overline{R}} = E_{K_2} - E_{K_1}$$

- $W_{\overline{R}}$: وزن نقطة تأثيرها ثابت وتنتقل
- E_{K_1}: وزن المجد تركته ومنارة بحرية
- E_{K_2}: وزن المجد تركته ومنارة بحرية

$$-w.h = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$$

- $-w.h$: تحول الثقل
- $\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$: الطاقة الحركية

$$mgd(\cos\theta - \cos\theta_{max}) = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$$

- θ, θ_{max} (rad)
- I_Δ (عجلة)
- ω (rad/s)

ثم نزل الحطب ..

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner