الوحدة الثالثة: معادلات ومتراجحات

الدرس الأول
المعادلات من الدرجة الأولى

1) معنى حل معادلة: هو إيجاد قيمة أو (قيم) المجهول التي تحقق المعادلة وتجعلها صحيحة.

2) كل قيمة للمجهول تحقق المعادلة تسمى حلاً للمعادلة أو جذراً لها.

3) نقول عن معادلتين أنهما متكافئتين إذا كانت لهما نفس الحل.

*** المعادلة من الدرجة الأولى:**

هي معادلة تؤول إلى الشكل $ax+b=0$ حيث $a\neq 0$

*** لحل المعادلة من الدرجة الأولى نتبع ما يلي:**

1- نفك الأقواس إن وجدت.

2- ننقل المجاهيل إلى طرف والمعاليم إلى طرف مع الانتباه إلى تغير إشارة الحد المنقول.

3-نقسم على أمثال المجهول.

أمثلة:

① $2x-4=2$

$2x=2+4$

$\Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=\frac{6}{2}=3$

② $5x-4=3x+2$

$5x-3x=2+4$

$2x=6 \Rightarrow x=\frac{6}{2}=3$

س: هل المعادلتين:

$2x-4=2$

و $5x-4=3x+2$

متكافئتين أم لا علل إجابتك.

حتى يكون المعادلتين متكافئتين يجب أن يكون لهما نفس الحلول، نحل كل معادلة على حدة.

الحل:

$2x-4=2 \Rightarrow x=\frac{6}{2}=3$

$5x-4=3x+2$

$\Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3$

نلاحظ أن للمعادلتين نفس الحل ومنه نقول أن المعادلتين متكافئتين.

③ $2(x+2)=-3(-x+2)$

$2x+4=+3x-6$

$2x-3x=-6-4$

$-x=-10$

$\Rightarrow x=10$

④ $\frac{Z}{3}=\frac{1}{2}$

نضرب طرفي المعادلة بـ 3

$3\times\frac{z}{3}=\frac{1}{2}\times 3$

$\Rightarrow Z=\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{2}{5}x=\frac{3}{25}$

نضرب طرفي المعادلة بمقلوب أمثال x

$\frac{5}{2}\times\frac{2}{5}x=\frac{3}{25}\times\frac{5}{2}$

$x=\frac{3}{10}=0.3$

⑥ $\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{3}x+\frac{5}{2}$

$\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}x=\frac{5}{2}-2$

$\left(\underset{(3)}{\frac{1}{2}}-\underset{(2)}{\frac{1}{3}}\right)x=\underset{(1)}{\frac{5}{2}}-\underset{(2)}{\frac{2}{1}}$

$\left(\frac{3}{6}-\frac{2}{6}\right)x=\frac{5}{2}-\frac{4}{2}$

$\frac{1}{6}x=\frac{1}{2}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نضرب بمقلوب أمثال x

$$\frac{6}{1}\times\frac{1}{6}x=\frac{1}{2}\times\frac{6}{1}$$

ومنه

$$x=\frac{6}{2}=3$$

⑦ $\frac{1}{5}x-\frac{3}{7}=2\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}\right)$

$$\frac{1}{5}x-\frac{3}{7}=\frac{2}{3}x+\frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{5}x-\frac{3}{7}=\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{5}x-\frac{2}{3}x=\frac{1}{2}+\frac{3}{7}$$

(3) (5) (7) (2)

$$\frac{3}{15}x-\frac{10}{15}x=\frac{7}{14}+\frac{6}{14}$$

$$\frac{-7}{15}x=\frac{13}{14}$$

نضرب بمقلوب أمثال x

$$\frac{-15}{7}\times\frac{-7}{15}x=\frac{13}{14}\times\frac{-15}{7}$$

$$x=\frac{-195}{98}$$

فكرة: حتى تحقق أي قيمة لـ x حلاً للمعادلة أو يكون للمعادلة عدد غير منتهي من الحلول يجب أن يكون طرفا المعادلة متساويان.

س: بين أن أي قيمة لـ x تحقق المعادلة التالية:

$$2(x+5)-1=2x+9$$

$$2x+10-1=2x+9$$

$$2x+9=2x+9$$

$$2x-2x=9-9$$

$$0=0$$

طرفا المعادلة متساويان وبالتالي أي قيمة لـ x تحقق المعادلة وللمعادلة عدد غير منتهي من الحلول.

فكرة نقول أن المعادلة مستحيلة الحل إذا كان طرفا المعادلة غير متساويان.

س: أثبت أن المعادلة

$$5(x-2)=5x+3$$

مستحيلة الحل أياً كانت قيمة x

$$5x-10=5x+3$$

$$5x-5x=3+10$$

$$0\neq 13$$

والمعادلة مستحيلة الحل

التعبير عن معادلة بنص مكتوب:

لحل هذا النوع من المسائل نتبع ما يلي:

1) ترميز المجاهيل: نفرض المطلوب من نص المسألة بـ x أو أي متغير آخر.

2) نشكل المعادلة من المعطيات الواردة في النص.

3) نحل المعادلة الناتجة عن المعطيات ونوجد قيمة المجهول.

4) نجيب على طلبات المسألة.

تمرين (1):

جد عددين طبيعيين متتاليين مجموعهما 15

الحل:

1) نفرض العدد الأول x فيكون الثاني $x+1$

لاحظ من النص مجموع العددين $=15$ أي:

$$x+x+1=15$$

$$2x=15-1$$

$$2x=14$$

$$\Rightarrow x=\frac{14}{2}=7$$

ومنه العدد الأول 7 والعدد الثاني 8

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمرين (2): جد عددين طبيعيين زوجين متتاليين مجموعهما 34.

الحل: نفرض العدد الزوجي الأول x

فيكون العدد الزوجي الذي يليه $x+2$

ومنه $x+x+2=34$

$$2x=34-2 \Rightarrow 2x=32 \Rightarrow x=\frac{32}{2}$$

ومنه العدد الأول 16

العدد الثاني هو $16+2=18$

تمرين (3):

مستطيل يزيد طوله على عرضه بمقدار 3 فإذا علمت أن محيطه $18cm$ ، أوجد طوله وعرضه.

نفرض العرض x

فيكون العرض $x+3$

$$P=2\times(\text{الطول}+\text{العرض})$$

$$18=2\times(x+3+x)$$

$$18=2(2x+3)$$

$$18=4x+6$$

$$\Rightarrow 4x=18-6 \Rightarrow 4x=12$$

ومنه $x=3$

العرض هو 3

الطول هو $3+3=6$

تمرين (4) (دورة حمص 2018)

عددان موجبان أحدهما خمسة أمثال الآخر ومجموعهما 192

الحل:

نفرض العدد الأول x فيكون الثاني $5x$

$$x+5x=192$$

$$6x=192$$

$$\Rightarrow x=32$$

الأول: 32

الثاني $32\times 5=160$

تمرين (5):

عدد طبيعي لو أضفنا ثلثه إلى نصفه ثم أضفنا 5 إلى المجموع كان الناتج 530 أوجد ذلك العدد.

الحل:

نفرض العدد x

ثلث العدد هو $\frac{1}{3}\times x=\frac{1}{3}x$

نصف العدد هو $\frac{1}{2}\times x=\frac{1}{2}x$

ومنه

$$\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}x+5=530$$

$$\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}x=530-5$$

(2) (3)

$$\frac{2}{6}x+\frac{3}{6}x=525$$

$$\frac{6}{5}\times\frac{5}{6}x=525\times\frac{6}{5}$$

$$x=630$$

العدد هو 630

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمرين (2): جد عددين طبيعيين زوجين متتاليين مجموعهما 34.

الحل: نفرض العدد الزوجي الأول x

فيكون العدد الزوجي الذي يليه $x+2$

ومنه $x+x+2=34$

$$2x=34-2 \Rightarrow 2x=32 \Rightarrow x=\frac{32}{2}$$

ومنه العدد الأول 16

العدد الثاني هو $16+2=18$

تمرين (3):

مستطيل يزيد طوله على عرضه بمقدار 3 فإذا علمت أن محيطه $18cm$ ، أوجد طوله وعرضه.

نفرض العرض x

فيكون العرض $x+3$

$$P=2\times(\text{الطول}+\text{العرض})$$

$$18=2\times(x+3+x)$$

$$18=2(2x+3)$$

$$18=4x+6$$

$$\Rightarrow 4x=18-6 \Rightarrow 4x=12$$

ومنه $x=3$

العرض هو 3

الطول هو $3+3=6$

تمرين (4) (دورة حمص 2018)

عددان موجبان أحدهما خمسة أمثال الآخر ومجموعهما 192

الحل:

نفرض العدد الأول x فيكون الثاني $5x$

$$x+5x=192$$

$$6x=192$$

$$\Rightarrow x=32$$

الأول: 32

الثاني $32\times 5=160$

تمرين (5):

عدد طبيعي لو أضفنا ثلثه إلى نصفه ثم أضفنا 5 إلى المجموع كان الناتج 530 أوجد ذلك العدد.

الحل:

نفرض العدد x

ثلث العدد هو $\frac{1}{3}\times x=\frac{1}{3}x$

نصف العدد هو $\frac{1}{2}\times x=\frac{1}{2}x$

ومنه

$$\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}x+5=530$$

$$\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}x=530-5$$

(2) (3)

$$\frac{2}{6}x+\frac{3}{6}x=525$$

$$\frac{6}{5}\times\frac{5}{6}x=525\times\frac{6}{5}$$

$$x=630$$

العدد هو 630

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس الثاني
معادلات ـ خاصة الجداء الصفري

1) خاصة الجداء الصفري:

* إذا كان أحد مضاريب جداء معدوماً بمعنى إذا كان:

$a \times b = 0$ كان $b = 0$ أو $a = 0$

* إذا كان جداء مضاريب معدوماً كان واحد على الأقل من المضاريب معدوماً بمعنى إذا كان :

$a \times b = 0$

إما $a = 0$

أو $b = 0$

* يرمز a, b, c, d إلى أعداد حقيقية حلول المعادلة

$(ax + b)(cx + d) = 0$

هي قيم x التي تحقق

إما $ax + b = 0$ أو $cx + d = 0$

أمثلة: حل كلاً من المعادلات الآتية:

① $A = (x - 2)(x + 3)$

حل $A = 0$

$A = 0 \Rightarrow$

إما $x - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2}$

أو $x + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 3}$

$x \in \{2, 3\}$

② $B = (2x - 4)(3x + 2)$

حل $B = 0$

$(2x - 4)(3x + 2) = 0$

إما $2x - 4 = 0$

$\Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

أو $3x + 2 = 0 \Rightarrow 3x = -2$

$\Rightarrow x = \frac{-2}{3}$

③ $C = (2x + 5)(3x - 1)$

حل $C = 0$

$(x + 5)(3x - 1) = 0$

إما $2x + 5 = 0 \Rightarrow 2x = -5$

$\Rightarrow x = \frac{-5}{2}$

أو $3x - 1 = 0 \Rightarrow 3x = 1$

$\Rightarrow x = \frac{1}{3}$

④ $D = 3x(x - 3)(3x - 7)$

1- حل $D = 0$

2- أوجد قيمة D عندما $x = 1$

$3x(x - 3)(3x - 7) = 0$ ـ 1

إما $3x = 0 \Rightarrow x = 0$

أو $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

أو $3x - 7 = 0 \Rightarrow 3x = 7$

$\Rightarrow x = \frac{7}{3}$

$x \in \left\{0, \frac{7}{3}, 3\right\}$

2- نعوض $x = 1$ في D

$D = (3)(1)(1 - 3)(3(1) - 7)$

$D = 3(-2)(-4)$

$D = 3 \times 8$

$D = 24$

2) حل المعادلة $x^2 = a$

لحل هذه المعادلة نميز ثلاث حالات:

الحالة الأولى: $\boxed{a > 0}$

أي a عدد موجب تماماً

للمعادلة حلان هما: $\boxed{\begin{array}{l} \text{إما } x = +\sqrt{a} \\ \text{أو } x = -\sqrt{a} \end{array}}$

مثال (1): حل المعادلات الآتية:

① $x^2 = 144$

$144 > 0$

إما $x = +12$ أو $x = -12$ بالجذر

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

② $x^2 - 64 = 0$

$x^2 = 64$

بالجذر $x = \sqrt{64}$

إما $x = 8$ أو $x = -8$

③ $(x-1)^2 = 49$

$49 > 0$

بالجذر $(x-1) = \sqrt{49}$

إما $x - 1 = 7$

$\Rightarrow x = 7 + 1 \Rightarrow x = 8$

أو $x - 1 = -7$

$\Rightarrow x = -7 + 1 \Rightarrow x = -6$

④ $(x-2)^2 - 36 = 0$

$(x-2)^2 = 36$

$36 > 0$

بالجذر

$(x-2) = \sqrt{36}$

إما $x - 2 = 6 \Rightarrow x = 8$

أو $x - 2 = -6 \Rightarrow x = -4$

⑤ $121 - (x+3)^2 = 0$

$121 = (x+3)^2$

ومنه $(x+3)^2 = 121$

بالجذر $(x+3) = \sqrt{121}$

إما $x + 3 = 11 \Rightarrow x = 11 - 3 \Rightarrow x = 8$

أو $x + 3 = -11 \Rightarrow x = -11 - 3$

$\Rightarrow x = -14$

⑥ $(x-3)^2 - 25 = 144$

$(x-3)^2 = 144 + 25$

$(x-3)^2 = 169$

بالجذر $(x-3) = \sqrt{169}$

إما $x - 3 = 13 \Rightarrow x = 16$

أو $x - 3 = -13 \Rightarrow x = -10$

الحالة الثانية $a = 0$ للمعادلة حل وحيد

أمثلة:

① $x^2 = 0$

بالجذر $x = 0$

② $(x-1)^2 = 0$

بالجذر $(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1$

③ $(2x-5)^2 = 0$

بالجذر

$2x - 5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$

الحالة الثالثة $a < 0$

العدد a أصغر تماماً من الصفر

المعادلة مستحيلة الحل.

① $x^2 = -64$

بالجذر المعادلة مستحيلة لأن $-64 < 0$

② $x^2 + 16 = 0$

$x^2 = -16$

المعادلة مستحيلة الحل $-16 < 0$

---

3) معادلات تؤول إلى الجذر الصفري بعد تحليلها

تمرين (1):

حل المعادلة:

① $(x-1)^2 = (2x-1)^2$

بالجذر

$(x-1) = \pm(2x-1)$

إنا $x - 1 = 2x - 1$

$x - 2x = -1 + 1$

$-x = 0 \Rightarrow x = 0$

أو $x - 1 = -(2x-1)$

$x - 1 = -2x + 1$

$3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

② $x^2 - 64 = 0$

$x^2 = 64$

بالجذر $x = \sqrt{64}$

إما $x = 8$ أو $x = -8$

③ $(x-1)^2 = 49$

$49 > 0$

بالجذر $(x-1) = \sqrt{49}$

إما $x - 1 = 7$

$\Rightarrow x = 7 + 1 \Rightarrow x = 8$

أو $x - 1 = -7$

$\Rightarrow x = -7 + 1 \Rightarrow x = -6$

④ $(x-2)^2 - 36 = 0$

$(x-2)^2 = 36$

$36 > 0$

بالجذر

$(x-2) = \sqrt{36}$

إما $x - 2 = 6 \Rightarrow x = 8$

أو $x - 2 = -6 \Rightarrow x = -4$

⑤ $121 - (x+3)^2 = 0$

$121 = (x+3)^2$

ومنه $(x+3)^2 = 121$

بالجذر $(x+3) = \sqrt{121}$

إما $x + 3 = 11 \Rightarrow x = 11 - 3 \Rightarrow x = 8$

أو $x + 3 = -11 \Rightarrow x = -11 - 3$

$\Rightarrow x = -14$

⑥ $(x-3)^2 - 25 = 144$

$(x-3)^2 = 144 + 25$

$(x-3)^2 = 169$

بالجذر $(x-3) = \sqrt{169}$

إما $x - 3 = 13 \Rightarrow x = 16$

أو $x - 3 = -13 \Rightarrow x = -10$

الحالة الثانية $a = 0$ للمعادلة حل وحيد

أمثلة:

① $x^2 = 0$

بالجذر $x = 0$

② $(x-1)^2 = 0$

بالجذر $(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1$

③ $(2x-5)^2 = 0$

بالجذر

$2x - 5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$

الحالة الثالثة $a < 0$

العدد a أصغر تماماً من الصفر

المعادلة مستحيلة الحل.

① $x^2 = -64$

بالجذر المعادلة مستحيلة لأن $-64 < 0$

② $x^2 + 16 = 0$

$x^2 = -16$

المعادلة مستحيلة الحل $-16 < 0$

---

3) معادلات تؤول إلى الجذر الصفري بعد تحليلها

تمرين (1):

حل المعادلة:

① $(x-1)^2 = (2x-1)^2$

بالجذر

$(x-1) = \pm(2x-1)$

إنا $x - 1 = 2x - 1$

$x - 2x = -1 + 1$

$-x = 0 \Rightarrow x = 0$

أو $x - 1 = -(2x-1)$

$x - 1 = -2x + 1$

$3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمرين (2):

$E = (3x+2)^2 - (3x+2)(x+7)$

1- انشر واختزل E

2- احسب E عندما $x = \frac{1}{2}$

3- حلل E

4- حل $E = 0$

الحل:

$E = \underbrace{(3x+2)^2}_{\text{متطابقة}} - \underbrace{(3x+2)(x+7)}_{\text{نشر عادي}}$

$E = ((3x)^2 + 2(3x)(2) + (2)^2) - [3x(x+7) + 2(x+7)]$

$E = (9x^2 + 12x + 4) - (3x^2 + 21x + 2x + 14)$

$E = 9x^2 + 12x + 4 - 3x^2 - 23x - 14$

$E = 6x^2 - 11x - 10$

$x = \frac{1}{2}$ -2

$E = 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 11\left(\frac{1}{2}\right) - 10$

$E = 6 \times \frac{1}{4} - \frac{11}{2} - 10$

$E = \frac{3}{2} - \frac{11}{2} - 10$

$E = \frac{-8}{2} - 10$

$E = -4 - 10$

$E = -14$

$E = (3x+2)[3x+2-(x+7)]$ -3

$E = (3x+2)(3x+2-x-7)$

$E = (3x+2)(3x+2-x-7)$

$E = (3x+2)(2x-5)$

$E = 0$ -4

إما $3x+2=0 \Rightarrow x = \frac{-2}{3}$

أو $2x-5=0 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$

تمرين (3) :

لدينا المقداران

$A = (-4x+1)(2x+3) + (3x+1)^2$

$B = (x-2)^2$

1- انشر العبارتين A, B واستنتج أن $A = B$

2- حل المعادلة $(x-2)^2 = x^2$

الحل:

$A = [-4x(2x+3) + 1(2x+3)] + [(3x)^2 + 2(3x)(1) + (1)^2]$

$A = (-8x^2 - 12x + 2x + 3) + (9x^2 + 6x + 1)$

$A = -8x^2 - 10x + 3 + 9x^2 + 6x + 1$

$A = x^2 - 4x + 4 \ldots$ ①

$B = (x-2)^2$

$B = (x)^2 - 2(x)(2) + (2)^2$

$B = x^2 - 4x + 4 \ldots$ ②

من ① و ② نجد $A = B$

$(x-2)^2 - x^2 = 0$

$(x-2-x)(x-2+x) = 0$

$(-2)(2x-2) = 0$

$2x - 2 = 0 \Rightarrow 2x - 2 \Rightarrow x = 1$

تمرين (4): $A = 6x^2 + x - 1$

$B = (3x-1)(2x+1)$

1) انشر B واستنتج أن $A = B$ 2) حل $A = 0$

الحل:

$B = [3x(2x+1) - 1(2x+1)]$ -1

$B = (6x^2 + 3x - 2x - 1)$

$B = 6x^2 + x - 1$

ومنه $A = B$

$A = B = 0$ -2

$\Rightarrow (3x-1)(2x+1) = 0$

أما $3x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

أو $2x + 1 = 0 \Rightarrow 2x = -1$

$\Rightarrow x = \frac{-1}{2}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمرين (5)

لدينا المقداران

$A = 3x^2 + x - 2$

$B = (x+1)(3x-2)$

1- انشر B وقارن بين A, B

2- حل $A = 0$

3- إذا كان $C = \left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$ انشر C واكتبه بأبسط صورة.

الحل:

$B = [x(3x-2) + 1(3x-2)]$

$B = (3x^2 - 2x + 3x - 2)$

$B = 3x^2 + x - 2$

بالمقارنة نجد $A = B$

-2 $A = B = 0$

$(x+1)(3x-2) = 0$

إما $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

أو $3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$

-2 $C = \left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

$C = (\sqrt{3})^2 + 2(\sqrt{3})\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

$C = 3 + 2 + \frac{1}{3}$

$C = \underset{(3)}{5} + \frac{1}{3}$

$C = \frac{16}{3}$

تمرين (6)

لدينا المقداران

$A = 5x^2 - 7x + 2$

$B = (5x-2)(x-1)$

1- انشر B واستنتج أن $A = B$ وحل $A = 0$

2- أوجد A عندما $x = \frac{1}{5}$

الحل:

-1 $B = [5x(x-1) - 2(x-1)]$

$B = (5x^2 - 5x - 2x + 2)$

$B = 5x^2 - 7x + 2 \Rightarrow A = B$

$A = B = 0 \Rightarrow (5x-2)(x-1) = 0$

إما $5x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$

أو $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

-2 نعوض $x = \frac{1}{5}$

$A = 5\left(\frac{1}{25}\right) - \frac{7}{5} + 2 \Rightarrow A = \frac{-6}{5} + 2 = \frac{4}{5}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

خارطة مفاهيم حل المعادلات

معادلات من الدرجة الأولى:

المعادلة من الدرجة الأولى هي معادلة تؤول إلى الشكل

$$\boxed{ax + b = 0}$$

لحل المعادلة نتبع ما يلي:

① نفك الأقواس إن وجدت

② ننقل المجاهيل إلى طرف والمعاليم إلى طرف آخر مع الانتباه إلى تغييرات الحد المنقول.

③ نقسم على أمثال لمجهول إن وجدت.

معادلات من الدرجة الثانية

معادلات الجداء الصفري

$A \times B = 0$

إما $A = 0$

أو $B = 0$

معادلات من الشكل $x^2 = a$

$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$
بالجذر المعادلة حلان	بالجذر المعادلة حل وحيد	بالجذر المعادلة مستحيلة الحل
$x = \pm\sqrt{a}$	$x = 0$	

معادلات تؤول إلى الجداء الصفري بعد تحليلها

عامل مشترك — متطابقات

ثلاث حدود — ثنائي حد

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ورقة عمل (7)

1) حل المعادلات الآتية:

$2x + 5 = 9$

.....

.....

.....

$\frac{1}{2}x + 2 = \frac{3}{5}x - 4$

.....

.....

.....

$\frac{1}{2}(x + 5) = \frac{1}{7}x - 2$

.....

.....

.....

$\frac{-x}{3} = \frac{9}{27}$

.....

.....

.....

$(x - 2)(x + 3) = 0$

.....

.....

.....

$(5x - 2)(7x - 3) = 0$

.....

.....

.....

$\left(\frac{1}{2}x + 3\right)\left(\frac{1}{2}x - 5\right) = 0$

.....

.....

.....

$(\sqrt{3}x - 5)(\sqrt{2}x + \sqrt{8}) = 0$

.....

.....

.....

$x^2 - 64 = 0$

.....

.....

.....

$(x - 3)^2 - 9 = 0$

.....

.....

.....

$(x - \sqrt{6})^2 - 24 = 0$

.....

.....

.....

$(2x - 3)^2 = 0$

.....

.....

.....

$(5x - 3)^2 + 16 = 0$

.....

.....

.....

$(2x - 1)^2 - (3x + 7)^2 = 0$

.....

.....

.....

$x^2 - 10x + 25 = 0$

.....

.....

.....

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$x^2 - 4x + 4 = 49$

.....

.....

.....

$x^2 - 14x + 35 = -14$

.....

.....

.....

حل التمارين الآتية:

التمرين (1):

لدينا المقداران:

$$A = \left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

$$B = \left(x^2 + \sqrt{2}x + 1\right)$$

1- انشر A واستنتج أن $A = B$

2- أوجد قيمة A من أجل $x = \sqrt{2}$

3- حل $B = \frac{1}{2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

التمرين (2):

لتكن العبارتان

$$A = 16(x+1)^2 - 9x^2$$

$$B = (x+4)(7x+4)$$

1- انشر كلاً من المقداران A, B واستنتج أن $A = B$

2- حل $A = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس الثالث

المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

التراجح: لغةً: هو التباين والاختلاف.

المتراجحة: هي مقارنة بين طرفين من نفس النوع ونستخدم عادة إشارات التراجح للمقارنة وهي:

$<$ أصغر تماماً	أي $(3 < 5)$
$>$ أكبر تماماً	أي $(7 > 4)$
$\leq$ أصغر أو يساوي	أي $(x \leq 5)$
$\geq$ أكبر أو يساوي	أي $(x \geq 3)$

مثال: قل إن كانت المتراجحة صحيحة أم خاطئة في كل مما يأتي:

❶ $11 + 3 \geq 8 + 7$

$14 \geq 15$ خاطئة

❷ $11 - 3 \geq 1 + 8$

$8 \geq 9$ خاطئة

❸ $1 - 3 \geq 6 - 7$

$-2 \geq -1$ خاطئة

❹ $5 - 3 \geq 8 - 7$

$2 \geq 1$ صحيحة

❺ $10 - 1 \geq 2 + 7$

$9 \geq 9$ صحيحة

❻ $1 - 3 > 6 - 9$

$-2 > -3$ صحيحة

حل المتراجحة:

هو كل قيمة لـ x تجعل المتراجحة صحيحة.

مثال: أي القيم الآتية تحقق المتراحجة.

$2x + 1 < x - 5$

$x = 0$, $x = -10$, $x = 5$

نعوض في المتراجحة كل x بـ 5 إذا كانت تحقق المتراجحة فهي حلاً وإذا لم تحقق فهي ليست حلاً.

$x = 5$

$2(5) + 1 < 5 - 5$

$11 < 0$

لاحظ 11 ليس أصغر من 0 وبالتالي المتراجحة خاطئة ومنه $x = 5$ ليس حلاً.

نعوض $x = -10$

$2(-10) + 1 < -10 - 5$

$-20 + 1 < -15$

$-19 < -15$

القيمة $x = -10$ حلاً للمتراجحة لأنها تحقق المتراجحة

نعوض $x = 0$

$2(0) + 1 < 0 - 5$

$1 < -5$

$x = 0$ ليست حلاً للمتراجحة.

خواص المتراجحة:

1) إذا جمعنا نفس العدد إلى طرفي متراجحة أو طرحنا نفس العدد من طرفيها نحصل على متراجحة مكافئة للمتراجحة المعطاة.

$15 > 9$

نضيف 3 إلى طرفي المتراجحة

$15 + 3 > 9 + 3$

$18 > 12$

لاحظ المتراجحة بقيت صحيحة لو طرحنا 3 من طرفي المتراجحة.

$15 - 3 > 9 - 3$

$12 > 6$

لاحظ المتراجحة بقيت صحيحة

2) إذا ضربنا طرفي متراجحة بعدد موجب تماماً أو قسمنا طرفيها على عدد موجب تماماً نحصل على متراجحة مكافئة للمتراجحة المعطاة .

$6 < 18$

لو ضربنا طرفي المتراجحة بـ 2

$6 \times 2 < 18 \times 2$

$12 < 36$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس الثالث

المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

التراجح: لغةً: هو التباين والاختلاف.

المتراجحة: هي مقارنة بين طرفين من نفس النوع ونستخدم عادة إشارات التراجح للمقارنة وهي:

$<$ أصغر تماماً	أي $(3 < 5)$
$>$ أكبر تماماً	أي $(7 > 4)$
$\leq$ أصغر أو يساوي	أي $(x \leq 5)$
$\geq$ أكبر أو يساوي	أي $(x \geq 3)$

مثال: قل إن كانت المتراجحة صحيحة أم خاطئة في كل مما يأتي:

❶ $11 + 3 \geq 8 + 7$

$14 \geq 15$ خاطئة

❷ $11 - 3 \geq 1 + 8$

$8 \geq 9$ خاطئة

❸ $1 - 3 \geq 6 - 7$

$-2 \geq -1$ خاطئة

❹ $5 - 3 \geq 8 - 7$

$2 \geq 1$ صحيحة

❺ $10 - 1 \geq 2 + 7$

$9 \geq 9$ صحيحة

❻ $1 - 3 > 6 - 9$

$-2 > -3$ صحيحة

حل المتراجحة:

هو كل قيمة لـ x تجعل المتراجحة صحيحة.

مثال: أي القيم الآتية تحقق المتراحجة.

$2x + 1 < x - 5$

$x = 0$, $x = -10$, $x = 5$

نعوض في المتراجحة كل x بـ 5 إذا كانت تحقق المتراجحة فهي حلاً وإذا لم تحقق فهي ليست حلاً.

$x = 5$

$2(5) + 1 < 5 - 5$

$11 < 0$

لاحظ 11 ليس أصغر من 0 وبالتالي المتراجحة خاطئة ومنه $x = 5$ ليس حلاً.

نعوض $x = -10$

$2(-10) + 1 < -10 - 5$

$-20 + 1 < -15$

$-19 < -15$

القيمة $x = -10$ حلاً للمتراجحة لأنها تحقق المتراجحة

نعوض $x = 0$

$2(0) + 1 < 0 - 5$

$1 < -5$

$x = 0$ ليست حلاً للمتراجحة.

خواص المتراجحة:

1) إذا جمعنا نفس العدد إلى طرفي متراجحة أو طرحنا نفس العدد من طرفيها نحصل على متراجحة مكافئة للمتراجحة المعطاة.

$15 > 9$

نضيف 3 إلى طرفي المتراجحة

$15 + 3 > 9 + 3$

$18 > 12$

لاحظ المتراجحة بقيت صحيحة لو طرحنا 3 من طرفي المتراجحة.

$15 - 3 > 9 - 3$

$12 > 6$

لاحظ المتراجحة بقيت صحيحة

2) إذا ضربنا طرفي متراجحة بعدد موجب تماماً أو قسمنا طرفيها على عدد موجب تماماً نحصل على متراجحة مكافئة للمتراجحة المعطاة .

$6 < 18$

لو ضربنا طرفي المتراجحة بـ 2

$6 \times 2 < 18 \times 2$

$12 < 36$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

لو قسمنا طرفي المتراجحة على 2

$$\frac{6}{2} < \frac{18}{2}$$

$$3 < 9$$

3) إذا ضربنا طرفي متراجحة بعدد سالب تماماً أو قسماً طرفيها على عدد سالب تماماً، يُعكس اتجاهها.

$$12 > 4$$

نضرب بـ -1

$$-12 < -4$$

نقسم على -4

$$-3 < -1$$

حل المتراجحة:

لحل متراجحة من الدرجة الأولى نتبع ما يلي:

1- ننقل المجاهيل إلى طرف والمعاليم إلى طرف مع الانتباه إلى تغير إشارة الحد المنقول

2- نقسم على أمثال المجهول مع الانتباه عند القسمة على عدد سالب تغير إشارة التراجح.

3- نحدد على مستقيم الأعداد قيم x التي تحقق المتراجحة

تمارين:

حل المتراجحات الآتية ومثل حلولها على مستقيم الأعداد:

① $5x - 2 > 3$

$$5x > 3 + 2$$

$$\frac{5x}{5} > \frac{5}{5}$$

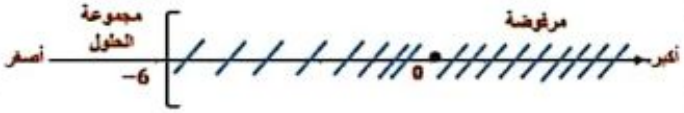
$$x > 1$$

حلول المتراجحة هي قيم x الأكبر تماماً من 1

② $2x + 1 < x - 5$

$$2x - x < -5 - 1$$

$$x < -6$$



③ $3x - 2 \geq x + 5$

$$3x - x \geq 5 + 2$$

$$2x \geq 7$$

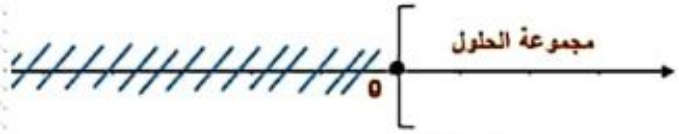
$$x \geq \frac{7}{2}$$

④ $2x - \frac{1}{4} \leq 3x - \frac{1}{4}$

$$2x - 3x \leq -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$-x \leq 0$$

$$x \geq 0$$



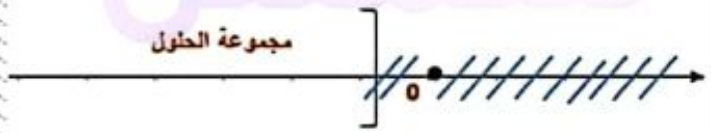
⑤ $3(y-1) - 2(4y+1) \geq 0$

$$3y - 3 - 8y - 2 \geq 0$$

$$3y - 8y \geq 5$$

$$-5y \geq 5$$

$$y \leq -1$$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

بعض التمارين الداعمة لدرس المتراجحات

تمرين (1):

لدينا المتراجحة $2x-5 \geq x-3$

1- بين أي الأعداد الآتية $1, 3, -5$ حلاً للمتراجحة وأيها ليس حلاً.

2- حل المتراجحة ومثل حلولاً على مستقيم الأعداد.

الحل:

1) نعوض في المتراجحة $x=1$

$$2(1)-5 \geq 1-3$$
$$2-5 \geq -2$$
$$-3 \geq -2$$

ومنه $x=1$ ليس حلاً للمتراجحة

نعوض في المتراجحة $x=3$

$$2(3)-5 \geq 3-3$$
$$6-5 \geq 0$$
$$1 \geq 0$$

ومنه $x=3$ حلاً للمتراجحة

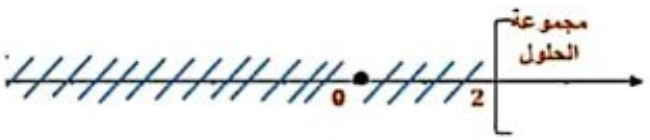
نعوض في المتراجحة $x=-5$

$$2(-5)-5 \geq -5-3$$
$$-15 \geq -8$$

$x=-5$ ليست حلاً للمتراجحة

2)

$$2x-5 \geq x-3$$
$$2x-x \geq -3+5$$
$$x \geq 2$$



تمرين (2):

لدينا المتراجحة $3x-5 \leq 4$

1) أي الأعداد: $3, \frac{1}{2}, 4, 5$ حلاً لهذه المتراجحة وأيها ليس حلاً لها؟

2) حل هذه المتراجحة.

3) مثّل حلولها على مستقيم الأعداد.

الحل:

1) نعوض $x=3$

$$3(3)-5 \leq 4$$
$$9-5 \leq 4$$
$$4 \leq 4 \quad \text{محقق}$$

ومنه $x=3$ حلاً للمتراجحة

نعوض $x=\frac{1}{3}$

$$3\left(\frac{1}{3}\right)-5 \leq 4$$
$$1-5 \leq 4$$
$$-4 \leq 4 \quad \text{محققة}$$

ومنه $x=\frac{1}{3}$ حلاً للمتراجحة

نعوض $x=5$

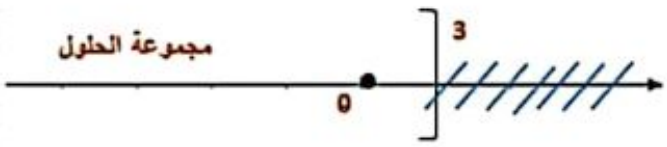
$$3(5)-5 \leq 4$$
$$10 \leq 4 \quad \text{غير محققة}$$

ومنه $x=5$ ليس حلاً للمتراجحة

2)

$$3x \leq 4+5$$
$$3x \leq 9$$
$$x \leq 3 \quad \text{ومنه}$$

3-



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمرين (3):

لدينا المتراجحة $3x + 7 \leq -8$

1) أي الأعداد -6 , -4 حلاً للمتراجحة وأيها ليس حلاً.

2) حل المتراجحة ومثل حلولها على مستقيم الأعداد.

الحل:

1) نعوض $x = -4$

$3(-4) + 7 \leq -8$

$-12 + 7 \leq -8$

$-5 \leq -8$ غير محققة

$x = -4$ ليس حلاً

نعوض $x = -6$

$3(-6) + 7 \leq -8$

$-11 \leq -8$ محققة

$x = -6$ حلاً للمتراجحة

2)

$3x + 7 \leq -8$

$3x \leq -8 - 7$

$3x \leq -15$

$x \leq -5$

كيف نعبر عن مسألة بمتراجحة

مسألة (1):

شراء محابر من مكتبة يكلف 1790 ليرة لكل محبرة وشراءها عن طريق الانترنت يكلف 1650 ليرة لكل محبرة مع إضافة أجرة نقل وهي 490 أياً كان عدد المحابر بدءاً من أي من المحابر يكون الشراء عن طريق الانترنت هو الأوفر من الشراء من المكتبة.

لحل هذه المسألة نتبع ما يلي:

1- نفرض المطلوب x وهنا نفرض عدد المحابر x

2- ننظم المتراجحة بين العرضين الموجودين في نص المسألة.

لو اشترينا x محبرة من المكتبة فسعرها هو $1790x$

لو اشترينا x محبرة من الانترنت فسعرها هو $1650x + 490$

لاحظ المطلوب الشراء عبر الانترنت هو الأوفر أي :

سعر انترنت < سعر مكتبة

$1790x > 1650 + 490$

3- نحل المتراجحة

$1790x + 1650 > 490$

$140x > 490$

$x > 3.5$

4- نأخذ العدد الطبيعي الذي يلي 3.5 وهو 4 وبالتالي بدءاً من المحبرة الرابعة الشراء عبر الانترنت هو الأوفر.

مسألة (2):

هناك عرضان في محل تأجير أفلام الفيديو:

* اشتراك واستعارة: يدفع المشترك 6000 ليرة سنوياً ويدفع 550 ليرة عن كل فلم نستأجره.

* استئجار: يدفع المستأجر 800 ليرة عن كل فلم يستأجره.

بدءً من كم فلم يشاهده الشخص سنوياً يكون العرض الأول هو الأوفر له.

نفرض عدد الأفلام x

العرض الأول: $550x + 6000$

العرض الثاني: $800x$

$800x > 550x + 6000$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$800x - 550x > 6000$$

$$x > \frac{6000}{250}$$

$$x > 24$$

ومنه بدءً من الفلم 25 العرض الأول هو الأوفر

مسألة (3):

هناك عرضان في أحد المسابح كما يأتي:

*** دفع نقدي الشخص 340 ليرة عن كل زيارة للمسبح**

*** اشتراك يشترك الشخص ببطاقة تصلح لعشر زيارات سعرها 1700 ليرة.**

بدءً من كم زيارة للمسبح سنوياً يكون العرض الثاني أوفر للشخص.

العرض الأول: $340x$

العرض الثاني: 1700

$$340x > 1700$$

$$x > \frac{1700}{340}$$

$$x > 5$$

بدءً من الزيارة السادسة العرض الثاني هو الأوفر.

دمج الجبر مع الهندسة في الوحدة الثالثة

تمرين (1):

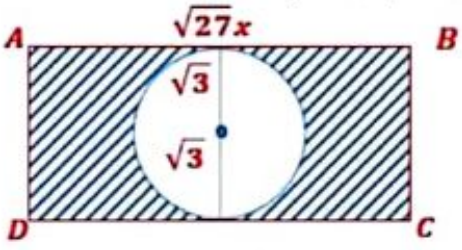
في الشكل المجاور $ABCD$ مستطيل فيه AB, DC مماسان للدائرة التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{3}$ والمطلوب: إذا علمت أن x عدداً موجباً $AB = \sqrt{27}x$:

1) احسب S_1 مساحة المستطيل واكتبه بأبسط صورة بدلالة x .

2) احسب S_2 مساحة الدائرة التي مركزها O .

3) احسب مساحة الجزء المظلل S_3 بدلالة x

4- أوجد قيم x التي تجعل $S_2 = S_3$.



$$BC = \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$AB = \sqrt{27}x = \sqrt{9 \times 3}x = 3\sqrt{3}x$$

-1

$$S_1 = AB \times BC$$

$$S_1 = 3\sqrt{3}x \times 2\sqrt{3} = 18x$$

-2

$$S_2 = \pi r^2$$

$$S_2 = \pi\left(\sqrt{3}\right)^2$$

$$S_2 = 3\pi$$

-3

$$S_3 = S_1 - S_2$$

$$S_3 = 18x - 3\pi$$

-4

$$S_2 = S_3$$

$$3\pi = 18x - 3\pi$$

ومنه

$$18x - 3\pi - 3\pi = 0$$

$$18x - 6\pi = 0$$

$$18x = 6\pi$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

تمرين (2):

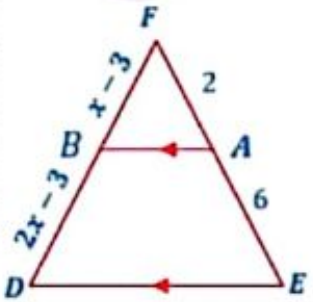
في الشكل المجاور $BF = x - 3\ , DB = 2x - 3$

$AB \parallel ED\ , AE = 6\ , AF = 2$ ، والمطلوب:

1) احسب قيمة x ثم أوجد طول BD

2) حل المتراجحة $2x - 3 \geq 1$

الحل:



توازي ← تناسب

حسب مبرهنة $BA \parallel DE$

النسب الثلاث المتساوية

$$\left.\begin{matrix} F\ A\ B \\ F\ E\ D \end{matrix}\right\} \frac{FA}{FE} = \frac{FB}{FD}$$

$$\frac{2}{8} = \frac{x-3}{2x-3+x-3}$$

$$\frac{2}{8} = \frac{(x-3)}{(3x-6)}$$

$$8(x-3) = 2(3x-6)$$

$$8x - 24 = 6x - 12$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$8x - 6x = -12 + 24$

$2x = 12$

$\Rightarrow \boxed{x = 6}$

$BD = 2x - 3$

$BD = 2(6) - 3$

$\boxed{BD = 9}$

$2x - 3 \geq 1$ $\quad -2$

$2x \geq 1 + 3$

$2x \geq 4$

$x \geq 2$

بعض التمارين التي ترد كـ اختر الإجابة الصحيحة:

في كل مما يأتي إجابة واحدة صحيحة أشر إليها:

1- حلول المتراجحة $4x \leq 12$ هي جميع قيم x التي تحقق

$x \leq -3$	C	$x \leq 4$	B	$\boxed{x \leq 3}$	A

التوضيح:

$4x \leq 12$

$\frac{2x}{4} \leq \frac{12}{4}$

$x \leq 3$

2- أحد حلول المتراجحة $3x + 2 \leq x + 4$ هو

5	C	$\boxed{-3}$	B	2	A

التوضيح:

نعوض $x = 2$ في المتراجحة

$3(2) + 2 \leq 2 + 4$

$6 + 2 \leq 6$

$8 \leq 6$

ومنه $x = 2$ ليس حلاً

$B = -3$

نعوض $x = -3$

$3(-3) + 2 \leq -3 + 4$

$-9 + 2 \leq 1$

$-7 \leq 1$ محققة

وبالتالي $x = -3$ أحد حلول المتراجحة

3- المثلث ABC تكبير للمثلث EFG نسبة التكبير k هي نفسها حل المعادلة.

$\boxed{2x + 3 = 6}$	C	$2x + 3 = 5$	B	$2x + 3 = 4$	A

التوضيح:

نعلم أن نسبة التكبير $k > 1$ (نحل الاختيار A)

$2x + 3 = 4 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

والحل هو نسبة تصغير (نحل الاختيار B)

$2x + 3 = 5 \Rightarrow 2x = 2$

$x = 1$ والنسبة تطابق (نحل الاختيار C)

$2x + 3 = 6 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

وهو نسبة تكبير

بعض الأسئلة ترد كصح أو خطأ:

1- العدد الوحيد الذي مربعه يساويه هو العدد (0) **خطأ**

نفرض العدد x

$x^2 = x$

$x^2 - x = 0$

$x(x - 1) = 0$

إما $x = 0$

أو $x = 1$

2- للمعادلة $x^2 = 2$ حلان متعاكسان. **صح**

حل المعادلة هو $x = +\sqrt{2}$

$x = -\sqrt{2}$

3- حلول المتراجحة $-3x > 5$ هي جميع قيم x التي تحقق $x > \frac{-5}{3}$ **خطأ**

$-3x > 5$

$x < \frac{-5}{3}$

4- إذا كانت $x < 3$ فإن $-x < -3$

خطأ: عند الضرب بعدد سالب تتغير إشارة التراجح

$-x > -3$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمرين هام: دورة طرطوس (2018)

إذا كان $A = \frac{2x-1}{3}$ والمطلوب:

1) أوجد قيمة A عندما $x = \frac{1}{2}$

2) هل العدد $\frac{9}{2}$ حلاً للمتراجحة

$$\frac{2x-1}{3} > 5$$

3) حل المتراجحة $\frac{2x-1}{3} > 5$ ومثل حلولها على مستقيم الأعداد.

الحل:

$$A = \frac{2x-1}{3} \quad -1$$

نعوض $x = \frac{1}{2}$

$$A = \frac{2\left(\frac{1}{2}\right)-1}{3} = \frac{1-1}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

$$\frac{2x-1}{3} > 5 \quad -2$$

$$\frac{2\left(\frac{9}{2}\right)-1}{3} > 5$$

$$\frac{29-1}{3} > 5 \Rightarrow \frac{8}{3} > 5$$

ومنه $x = \frac{9}{2}$ ليس حلاً للمتراجحة

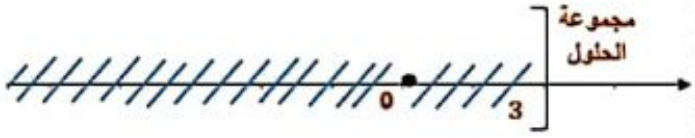
$$\frac{2x-1}{3} > 5 \quad -3$$

نضرب طرفي المتراجحة بـ 3

$$3\left(\frac{2x-1}{3}\right) > 5 \times 3$$

$$2x - 1 > 15$$

$$2x > 16 \Rightarrow x > 8$$



ورقة عمل (8)

حل التمارين الآتية:

تمرين (1):

لدينا المتراجحة $3x - \frac{5}{2} \leq x + \frac{1}{2}$ ، والمطلوب:

1) تحقق فيما إذا كان العدد (1) يحقق المتراجحة السابقة.

2) حل المتراجحة ومثل حلولها على مستقيم الأعداد.

3) هل العدد $\sqrt{3}$ يمثل حلاً للمتراجحة؟ برر إجابتك.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمرين (2):

لدينا المتراجحة $x-8<3x+2$ والمطلوب:

1) تحقق أي الأعداد $-6, 0, 3$ حلاً لهذه المتراجحة وأيها ليس حلاً.

2) حل المتراجحة $x-8<3x+2$

3) مثل حلولها على مستقيم الأعداد.

تمرين (3):

في الشكل المجاور FED مثلث فيه $AB \parallel ED$

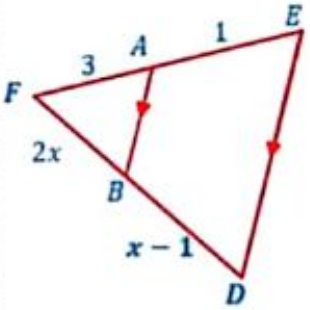
$AE=1, AF=3, BF=2x, BD=x-1$

والمطلوب:

1) اكتب النسب الثلاث للمثلثين FAB, FED

2) جد قيمة x ثم جد BD

3) حل المتراجحة $x-1 \leq 2x$ ثم مثل حلولها على مستقيم الأعداد.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمرين (4):

لتكن A , B , C ثلاث نقاط وباعتبار أن $x > 0$

$$AB = x \ , AC = x + 1 \ , \quad BC = x + 2$$

1) عيِّن قيم x التي تحقق تشكيل المثلث ومثل هذه القيم على مستقيم الأعداد.

2) جد قيم x التي تجعل النقاط A , B , C على استقامة واحدة.

تمرين (5):

1) حل المتراجحة　$10x + 220 < 20x$

2) قدمت إحدى المكتبات عرضاً لمحبي القراءة والمطالعة اشتراك سنوي 220 ليرة سورية و10 ليرات لكل كتاب تقرأه في حين تدفع 20 ليرة عن كل كتاب تقرأه دون اشتراك بدءً من أي كتاب تقرأه يصبح العرض الأول هو الأوفر.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner