مقرر فيزياء عامة (١)

(٢٠٣١٢٠٤-٤)

(كلية العلوم)

الفصل الدراسي الثاني

العام الجامعي ١٤٤٠ ـ١٤٤١

فيزياء عامة (١)

(٢٠٣١٢٠٤-٤)

الأسبوع	الفصل	الموضوع
١	مقدمة: الفيزياء والقياس	1.1 معايير الطول ، الكتلة والزمن 5.1 تحويل الوحدات
٢	الفصل الاول: المتجهات	1.3 منظومة الأحداثيات 2.3 الكميات المتجهة والقياسية 3.3 بعض خواص المتجهات 4.3 مركبات المتجه ووحدة المتجهات
٣	الفصل الثاني: الحركة في بعد واحد	1.2 الازاحة ، السرعة الأتجاهية ، والسرعة 2.2 السرعة اللحظية الاتجتهية والسرعة اللحظية 3.2 التسارع 5.2 الحركة في خط مستقيم بتسارع ثابت 6.2 السقوط الحر للأجسام
	كويز رقم ١	يبدأ في بداية الاسبوع الثالث ويستمر مدة سبعة أيام
٤	الفصل الثالث: قوانين الحركة	1.5 مفهوم القوة 2.5 القانون الأول لنيوتن وقانون الأطر القصورية 3.5 الكتلة 4.5 القانون الثاني لنيوتن 5.5 قوة الجاذبية والوزن 6.5 القانون الثالث لنيوتن 7.5 بعض التطبيقات على قوانين نيوتن 8.5 قوة الأحتكاك
٥	الفصل الرابع: الشغل وطاقة الحركة	1.7 الشغل المبذول بقوة ثابتة 3.7 الشغل المبذول بقوة متغيرة 4.7 طاقة الحركة ونظرية الشغل – طاقة حركة 5.7 القدرة 1.8 طاقة الوضع
٦	الفصل الخامس: الديناميكا الحرارية	1.16 درجة الحرارة والقانون الضفري للديناميكا الحرارية 2.16 الترمومترات ومقياس سلسيوس لدرجات الحرارة 3.16 الترمومتر الغازي ذو الحجم الثابت والمقياس المطلق لدرجات الحرارة 4.16 التمدد الحراري للأجسام الصلبة والسوائل
	كويز رقم ٢	يبدأ في بداية الاسبوع السادس ويستمر مدة سبعة أيام
٧	الاختبار النصفي	
٨	الفصل السادس: المجالات الكهربية	1.2 خصائص الشحنات الكهربية 2.2 العوازل والموصلات 3.2 قانون كولوم 4.2 المجال الكهربي 6.2 خطوط المجال الكهربي 7.2 حركة جسيمات مشحونة في مجال كهربي منتظم
٩	الفصل السابع: الجهد الكهربي	1.22 فرق الجهد والجهد الكهربي 2.22 فرق الجهد في مجال كهربي منتظم 3.22 الجهد الكهربي وطاقة الوضع نتيجة عن شحنات نقطية
	كويز رقم ٣	يبدأ في بداية الاسبوع التاسع ويستمر مدة سبعة أيام
١٠	الفصل الثامن: التيار والمقاومة	1.24 التيار الكهربي 2.24 المقاومة وقانون أوم

		4.24 المقاومة ودرجة الحرارة 2.25 المقاومات على التوالي والتوازي
١١	الفصل التاسع: الضوء والبصريات	1.35 طبيعة الضوء 4.35 الانعكاس 5.35 الأنكسار 1.36 الصور المتكونة بالمرايا المستوية 2.36 الصور المتكونة بالمرايا الكرية 3.36 تكوين الصور بالانكسار 4.36 العدسات الرقيقة
١٢	كويز رقم ٤	يبدأ في بداية الاسبوع الثاني عشر ويستمر مدة سبعة أيام
١٣		
١٤	أختبار عملي الفيزياء	
١٥	الاختبار النهائي	

الفيزياء

للعلميين والمهندسين

الميكانيكا والديناميكا الحرارية

صورة محيرة

من آلاف السنين يمدنا دوران الأرض بالقياس الطبيعي للوقت. ولكن منذ سنة 1972 اضفنا لساعاتنا أكثر من 20 ثانية لكي نحفظ لها تزامنها مع الأرض. لماذا نحتاج لهذا الضبط؟ وكم تأخذ ليكون مستواها جيد؟

بتصريح من
(Don Mason/ The Stock Market and NASA)

الفصل الأول 1

الفيزياء والقياس
Physics and Measurement

ويتضمن هذا الفصل:

مثل جميع العلوم الأخرى، تعتمد الفيزياء على ملاحظات عملية وقياسات كمية. الهدف الرئيسي للفيزياء هو إيجاد عدد محدود من القوانين الأساسية التي تحكم الظواهر الطبيعية، نستخدمها لننمي نظريات يمكنها التنبؤ بنتائج التجارب المستقبلية. ونستخدم القوانين الرئيسية في تنمية نظريات توُصف بلغة الرياضيات، وهي الوسائل التي تمدنا بما يربط بين النظري والعملي.

وعندما ينشأ تعارض بين النظري والعملي يجب أن تظهر نظريات جديدة لإزاحة هذا التعارض. وفي أوقات كثيرة تتحقق نظرية فقط تحت شروط محددة، وربما تحقق النظرية الأكثر شمولاً بدون مثل هذه الشروط. فمثلاً قوانين الحركة التي وضعها إسحق نيوتن Isaac Newton (1727 -1642) في القرن السابع عشر تصف بدقة حركة الأجسام التي تسير بسرعة عادية ولكن لاتنطبق على الأجسام التي تسير بسرعة قريبة من سرعة الضوء. وعلى العكس النظرية النسبية الخاصة والتي اكتشفت بواسطة ألبرت آينشتين Albert Einstein (1955 -1879) في أوائل القرن التاسع عشر تعطي نفس النتائج مثل قوانين نيوتن عند السرعات المنخفضة ولكنها أيضاً صحيحة في وصف الحركة عند سرعات تقترب من سرعة الضوء. ومن ثم تكون نظرية آينشتين أكثر شمولاً لنظرية الحركة.

كل الفيزياء التي عرفت قبل 1900 تعرف بالفيزياء الكلاسيكية، وتشمل النظريات، والمبادئ، والقوانين والتجارب في الميكانيكا الكلاسيكية، والديناميكا الحرارية والكهرومغناطيسية.

وقد تمت أهم الإسهامات للفيزياء الكلاسيكية على يد نيوتن الذي طور الميكانيكا الكلاسيكية لمنظومة نظرية حيث كان واحداً من مؤسسي التفاضل والتكامل كطريقة رياضية. وتمت معظم التطورات في الميكانيكا في القرن الثامن عشر ولكن علم الديناميكا الحرارية والكهربية والمغناطيسية لم تُطور حتى النصف الثاني من القرن التاسع عشر لأنه قبل هذا الوقت كانت الأجهزة التي تتحكم في التجارب المعملية إما غير دقيقة أو غير مكتملة.

ظهرت الفيزياء الحديثة في نهاية القرن التاسع عشر وأهم تطور فيها كان في نظريات النسبية وميكانيكا الكم. أحدثت هاتان النظريتان تغيراً أساسياً في المفاهيم التقليدية للفضاء، والزمن والطاقة. ميكانيكا الكم، التي طبقت على الحالات الميكروسكوبية Microscopic والماكروسكوبية Macroscopic قد تم صياغتها بواسطة عدد من العلماء المتميزين لوصف الظواهر الفيزيائية على المستوى الذري.

يعمل العلماء بصفة مستمرة في تطوير فهمنا للظواهر والقوانين الأساسية كما تظهر اكتشافات جديدة في كل يوم. في كثير من مساحات البحث يوجد تداخل في تفاصيل كثيرة بين علم الفيزياء والكمياء والجيولوجيا والبيولوجي وأيضاً علم الهندسة. وبعض من التطورات الملحوظة: (1) العدد الهائل من البعثات إلى الفضاء وهبوط رواد الفضاء على القمر. (2) الكمبيوتر ذات السرعات العالية. (3) تصور التقنيات معقدة وهي تستخدم في الأبحاث العلمية والطبية. إن أثر مثل هذه التطورات

والاكتشافات على مجتمعنا عظيم وكثير، ومن حسن الحظ أن الاكتشافات المستقبلية وتنميتها سوف تكون محل إثارة وتحدي وفائدة عظيمة للبشرية.

1.1 معايير الطول، والكتلة والزمن STANDARDS OF LENGTH, MASS AND TIME

القوانين الفيزيائية يعبر عنها بدلالة كميات أساسية تتطلب تعريفا واضحا. ففي الميكانيكا الثلاث كميات الأساسية هي الطول (L) والكتلة (M) والزمن (T). وكل الكميات الأخرى في الميكانيكا يمكن أن نعبر عنها بدلالة هذه الكميات الأساسية الثلاث.

إذا أردنا كتابة تقرير عن نتائج بعض القياسات لأحد الأشخاص يريد الحصول على هذه القياسات، يجب علينا أن نعرف المقياس المستخدم فلايوجد هناك معنى إذا كان هناك زائر من كوكب آخر يريد أن يتحدث إلينا عن طول 8 جليتشان (Glitches) إذا كنا لا نعلم معنى الوحدة جليتش. من ناحية أخرى إذا كان شخص على علم بنظام قياساتنا وقد قدر أن طول ارتفاع حائط هو 2 متر، ووحدة معيار الطول المستخدم هي واحد متر، فسوف نعلم أن ارتفاع الحائط هو ضعف وحدة الطول. وبالمثل إذا تحدثنا عن شخص كتلته 75 كيلو جرام وكأن معيار الكتلة يعرف على أنه واحد كيلو جرام. وعليه تكون كتلة الشخص 75 مرة مثل وحدة الكتلة. أي أن الاختيار لوحدة القياس يجب أن يعطي القياسات التي تؤخذ بواسطة أشخاص من أماكن مختلفة نفس النتيجة.

في عام 1960 وفي مؤتمر دولي أُقرت مجموعة معايير للطول والكتلة وكميات أخرى أساسية. والنظام الذي اتفق عليه هو النظام المتري ويسمى نظام SI للوحدات. (SI تعني بالفرنسية "System International”). في هذا النظام معيار الطول، والكتلة والزمن هي متر، وكيلو جرام، وثانية على الترتيب Meter, Kilogram and Second. المعايير الأخرى للنظام SI أُقرت بواسطة المؤتمر هي درجة الحرارة "كلفن" (The Kelvin)، والتيار الكهربي Electric Current "أمبير" (The Ampere)، وشدة الإضاءة Luminous Intensity "قنديلة" (Candel)، وكمية المادة Amount of Substance "مول" (The Mole). وفي دراستنا للميكانيكا سوف نعني فقط بمعيار الطول، والكتلة والزمن.

الطول Length

في سنة 1120 ميلادية أصدر ملك انجلترا مرسوماً أن معيار الطول في هذا البلد يجب أن يسمى The Yard "الياردة" وكانت تساوي بدقة المسافة من حافة أنفه إلى نهاية ذراعة المشدود إلى الخارج. وبالمثل كان أصل وحدة "القدم" The Foot كما حددها الفرنسيون هي طول القدم الملكي للملك لويس الرابع عشر. هذه الوحدة ظلت معمولا بها حتى عام 1799 عندما أصبح المعيار الأساسي للطول هو المتر وعرف بأنه يساوي 10000000 /1 (جزء من عشرة مليون جزء) من المسافة بين خط الأستواء والقطب الشمالي على امتداد خط الطول المار بمدينة باريس.

وقد ظهرت على مر السنين نظم كثيرة أخرى لمعيار الطول، ولكن مميزات النظام الفرنسي جعلته مسيطر في معظم الدول وفي الدوائر العلمية أينما وجدت. وحديثاً وفي عام 1960 عُرف طول المتر على أنه المسافة بين علامتين محفورتين عند نهايتي قضيب من سبيكة البلاتين والإيريديوم Platinum- Iridium محفوظ في فرنسا تحت شروط معينة ثابتة. هذا التعريف لم يعد معمولا به لعدة أسباب، ولكن السبب الرئيسي هو الدقة المحدودة للمسافة التي تفصل بين الخطين على القضيب التي يمكن قياسها لاتقابل التطور المطلوب للعلم والتكنولوجيا. وفي الستينات والسبعينات من القرن العشرين عُرف المتر على أنه يساوي 16507763,73 قدر الطول الموجي للضوء البرتقالي- الأحمر الصادر من مصباح (Krypton-86). وفي عام 1983 أعيد تعريف المتر (m) على أنه المسافة التي يقطعها الضوء في الفراغ خلال فترة زمنية مقدارها 299792458 /1 ثانية. وبالتالي فإن هذا التعريف الأخير يقدر أن سرعة الضوء في الفراغ هي بالضبط 299792458 m/s. الجدول 1.1 يدون القيم التقريبية لبعض الأطوال المقاسة.

الجدول 1.1 القيم التقريبية لبعض الأطوال المقاسة

المسافة	الطول (m)
المسافة من الأرض إلى أبعد مجرة معروفة	9×10^{25}
المسافة من الأرض إلى أقرب مجرة معروفة	2×10^{22}
المسافة من الشمس إلى أقرب نجم (بروكسيما سينتاوري) (Proxima Centauri)	4×10^{16}
سنة ضوئية	9.46×10^{15}
متوسط نصف مدار الأرض حول الشمس	1.50×10^{11}
متوسط المسافة من الأرض إلى القمر	3.48×10^{8}
المسافة من خط الاستواء إلى القطب الشمالي	1.00×10^{7}
متوسط نصف قطر الأرض	6.37×10^{6}
طول ملعب كرة القدم	9.1×10^{1}
طول ذبابة المنزل	5×10^{-3}
حجم أصغر ذرة غبار	$\sim 10^{-4}$
حجم خلية معظم الكائنات الحية	$\sim 10^{-5}$
قطر ذرة الهيدروجين	$\sim 10^{-10}$
قطر نواة الذرة	$\sim 10^{-14}$
قطر البروتون	$\sim 10^{-15}$

معيار الكتلة Mass

المعيـار الأسـاسي للكتلة هو كـيلو جـرام The Kilogram (Kg) ويعـرف على أنه كـتلة اسطوانة مصنوعـة من سبـيكة من البـلاتين – والأيرديوم Platinum- Iridium محـفـوظة في المكتب الدولي للمقاييس والموازين في مدينة سفر sevres قرب باريس. هذا المعيار تم إعداده في عام 1887 ولم يتغير منذ هذا التاريخ لأن سبيكة بلاتين ايريديوم تكون عادة سبيكة مستقرة (الشكل 1.1) كما تحفظ نسخة من هذه السبيكة في: المعهد القومي للقياس والتكنولوجيا National Institute of Standards and Technology (NIST) في جيترسبرج بولاية ميرلاند.

الجدول 2.1 يعطي قيما تقريبية لكتل بعض الأجسام المختلفة

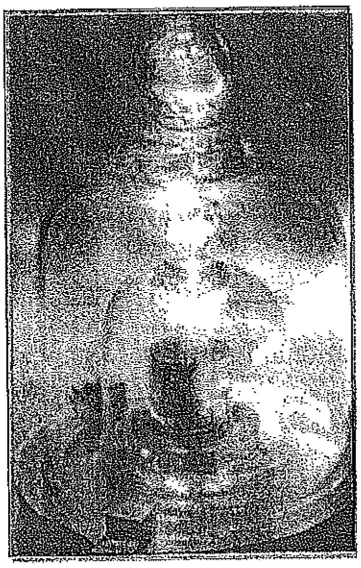
جدول 2.1 كتل أجسام مختلفة (قيم تقريبية)

الجسم	الكتلة (kg)
العالم المرئي Visible Universe	$\sim 10^{52}$
مجرة Milky Way Galaxy	7×10^{41}
الشمس Sun	1.99×10^{30}
الأرض Earth	5.98×10^{24}
القمر Moon	7.36×10^{22}
الحصان Hourse	$\sim 10^{3}$
الانسان Human	$\sim 10^{2}$
ضفدعة Frog	$\sim 10^{-1}$
بعوضة Mosquito	$\sim 10^{-5}$
البكتيريا Bactirium	$\sim 10^{-15}$
ذرة الهيدروجين Hydrogen Atom	1.67×10^{-27}
الالكترون Electron	9.11×10^{-31}

معيار الزمن Time

قبل عام 1960 كان معيار الزمن يعّرف عن طريق متـوسط اليـوم الشـمسي لعام 1900. متوسط الثانية الشمسية كان يعرف على أنه $\left(\frac{1}{60}\right)\left(\frac{1}{60}\right)\left(\frac{1}{24}\right)$ من متوسط اليوم الشمسي. ومن المعروف الآن أن دوران الأرض يتغير تغيراً بسيطاً مع الزمن ولذلك لاتكون هذه الحركة جديرة لاستخدامها في تعريف معيار الزمن.

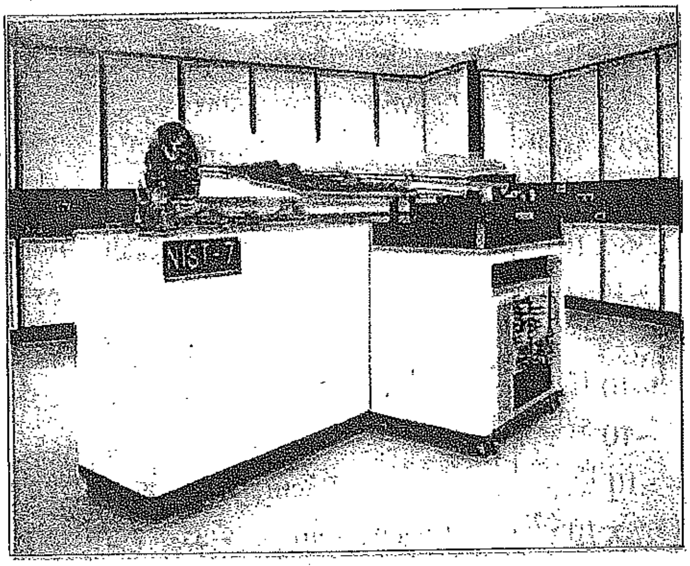
وبالتالي في سنة 1967 عُرفت الثانية بدقة متناهية عن طريق جهاز يعرف بالساعة الذرية (شكل 1.1b). وفي هذا الجهاز يمكن قياس الترددات المصاحبة لانتقالات ذرية معينة بدقة تصل إلى جزء من 10^{12} جزء وهذا يعادل خطأ أقل من ثانية كل 30000 سنة. ولذلك في سنة 1967 أعيد تعريف وحدات SI للزمن، الثانية Second، على أساس التردد المميز لذرات السيزيوم Cesium Atom "كساعة عيارية". وحدة SI للزمن الثانية (S) تعرف على أنها تساوي 9192631770 مرة قدر الزمن الدوري لتذبذب إشعاع صادر من ذرة السيزيوم Cesium- 133. ولحفظ هذه الساعات الذرية وبالتالي كل الساعات الشائعة وساعات اليد وبقائها متزامنة أحياناً يجب أن نضيف بعض الثواني لساعاتنا تسمى الثواني المنطوطة leapseconds وهذه ليس بفكرة جديدة. ففي عام 49 ق.م أضاف يوليوس قيصر أياماً إضافية إلى التقويم أثناء السنة الكبيسة لكى تبدأ الفصول في نفس الميعاد من كل عام.



الشكل 1.1 (الصورة العليا) الكيلوجرام المعياري القومي رقم 20. نسخة دقيقة من الكيلوجرام المعياري الدولي محفوظة في فرنسا، وضعت تحت ناقوس مزدوج في سرداب بالمركز القومي للمعايرة والتقنية (NIST).

(الصورة السفلى) الساعة الذرية الموجودة في NIST. هذا الجهاز يجعل الخطأ في الوقت يساوي جزء من مليون جزء من الثانية كل عام بتصريح من

(Courtesy of National Institute of Standards and Technology, U.S. Department of Commerce)



وبعد أن وضع أينشتين النظريتين النسبية العامة والنسبية الخاصة وأصبح القياس الدقيق للفترات الزمنية يتطلب أن نعرف كلاً من حالة الحركة للساعة المستخدمة في قياس الفترة الزمنية وفي بعض الأحيان موضع الساعة أيضاً، لهذا السبب فإن نظام الساعات الذرية المحمولة بالأقمار الصناعية حول العالم لتحديد المكان لن يستطيع تحديد موضعك بدقة كافية إذا كنت محتاج للمساعدة.

القيم التقريبية لبعض الفترات الزمنية موجودة في الجدول (3.1) بالإضافة إلى نظام الوحدات SI ما زال النظام البريطاني الهندسي British Engineering System (في بعض الأحيان يسمى النظام التقليدي) ومازال يُستخدم في الولايات المتحدة على الرغم من قبول النظام SI من باقي دول العالم. في هذا النظام وحدات الطول، والكتلة والزمن هي القدم Foot (FT) والباوند والثانية على الترتيب. وفي هذا الكتاب سوف نستخدم وحدات النظام الانجليزي الهندسي استخداماً محدوداً في دراسة الميكانيكا الكلاسيكية.

الجدول 3.1 القيم التقريبية لفترات الزمن

	الفترة الزمنية بالثواني
عمر الكون	5×10^{17}
عمر الأرض	1.3×10^{17}
متوسط عمر الطالب الجامعي	6.3×10^{8}
سنة واحدة	3.16×10^{7}
يوم واحد (زمن دورة واحدة للأرض حول محورها)	8.46×10^{4}
الزمن بين ضربات القلب الطبيعية	8×10^{-1}
الزمن الدوري للموجات الصوتية المسموعة بوضوح	$\sim 10^{-3}$
الزمن الدوري لموجات الراديو	$\sim 10^{-6}$
الزمن الدوري لاهتزاز ذرة في الجوامد	$\sim 10^{-13}$
الزمن الدوري لموجات الضوء المرئي	$\sim 10^{-15}$
زمن التصادم النووي	$\sim 10^{-22}$
الزمن الذي يأخذه الضوء في عبور بروتون	$\sim 10^{-24}$

وبالإضافة إلى وحدات SI الأساسية للمتر والكيلو جرام والثانية يمكننا أيضاً استخدام وحدات أخرى مثل مليمتر ونانو ثانية Nanoseconds حيث تحديد الملي والنانو تشير إلى أس العدد عشرة والمضروبة في أصل الوحدة. بعض من معظم الأجزاء المستخدمة والمحددة ورموزها مدونة في الجدول 4.1 فمثلاً 10^{-3} m تساوي 1 مليمتر (mm) و 10^{3} m تمثل كيلو متر (Km).

1Kg هو 10^{3} جرام (g) و 1 ميجافولت (MV) هو 10^{6} فولت (V).

الجدول 4.1 محددات (أجزاء) لوحدات الـ SI

Power القوة	Prefex المحددة	Abbreviation الرمز
10^{-24}	Yocto	y
10^{-21}	Zepto	z
10^{-18}	Atto	a
10^{-15}	Femto	f
10^{-12}	Pico	p
10^{-9}	Nano	n
10^{-6}	Micro	μ
10^{-3}	Milli	m
10^{-2}	Centi	c
10^{-1}	Deci	d
10^{1}	Deko	da
10^{3}	Kilo	k
10^{6}	Mega	M
10^{9}	Giga	G
10^{12}	Tero	T
10^{15}	Peto	P
10^{18}	Exa	E
10^{21}	Zetta	Z
10^{24}	Yotta	Y

5.1 تحويل الوحدات CONVERSION OF UNITS

من الضروري في بعض الأحيان أن نحول الوحدات من نظام إلى آخر. عامل التحويل بين نظام وحدات SI والوحدات المتعارف عليها للطول هي كما يلي:

$$1\ mi = 1609m = 1.609\ Km \qquad 1\ ft = 0.3048m = 30.48cm$$

$$1m = 39.37in. = 3.281\ ft \qquad 1in. \equiv 0.0254m = 2.54cm\ (exactly)$$

ومعظم عوامل التحليل يمكن أن تجدها في الملحق A. يمكن معاملة الوحدات مثل الكميات الجبرية والتي يمكنها أن تلغي بعضها الآخر. وعلى سبيل المثال، افرض أننا نريد تحويل 15.0 in إلى السنتيمترات. وحيث إن 1 in (بوصة) يعرف على أنه 2.54 cm بالضبط، ونجد أن:

$$15.0\ in. = (15.0\ \cancel{in.})\ (2.54\ cm/\cancel{in.}) = 38.1\ cm$$

وهذا صحيح حيث إن الضرب في $\left(\frac{2.54\ cm}{1\ in.}\right)$ هو مثل الضرب في 1، حيث أن البسط والمقام يصفان أشياءاً متماثلة.

تجربة سريعة

قدر وزن إنائين كبيرين من المياه الغازية بالباوند. لاحظ أن 1L من الماء له كتلته حوالي 1Kg. استخدم الحقيقة أن جسم كتلته 2.2 Ib له كتلة 1Kg. اوجد بعض قراءات ميزان الحمام ثم افحص تقديرك.

مثال 4.1 كثافة مكعب:

كتلة مكعب صلب هو 856 g وكل ضلع (حافة) له طول 5.32 cm عين الكثافة ρ للمكعب بوحدات نظام SI.

الحل: حيث أن $1g = 10^{-3}\ Kg$ و $1cm = 10^{-2}m$، الكتلة m والحجم V بوحدات النظام SI يكون:

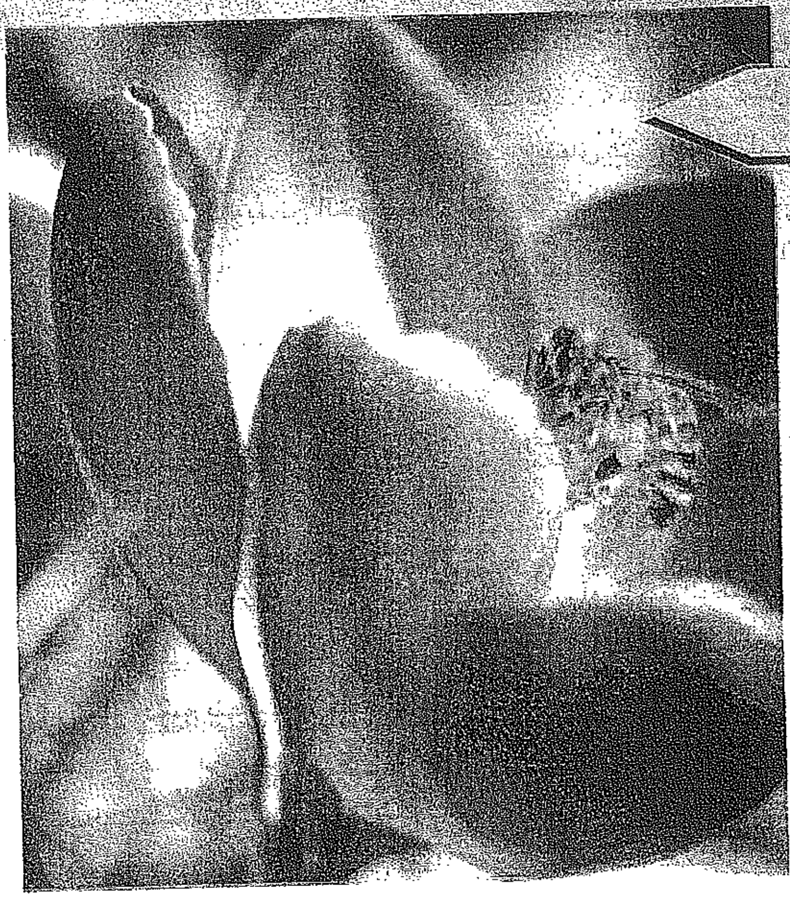
$$m = 856g \times 10^{-3} Kg/g = 0.856\ Kg$$

$$V = L^3 = (5.35cm \times 10^{-2}\ m/cm)^3$$

$$= (5.35)^3 \times 10^{-6} m^3 = 1.53 \times 10^{-4}\ m^3$$

ولذلك،

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0.856\ kg}{1.53 \times 10^{-4} m^3} = 5.59 \times 10^3 kg/m^3$$



صورة محيرة

عندما تعود نحلة العسل إلى خليتها، ستخبر النحل الآخر كيف يحصلون على الطعام. بالتحرك في نموذج خاص ودقيق، تنقل النحلة المعلومات التي يحتاجون إليها. ويتم إتصال النحل ببعضه بـ"المحادثة مع المتجهات". ماذا ستقول النحلة للنحل لتحدد لهم المكان الذي يتواجد فيه الزهور بالنسبة للخلية.

الفصل الثالث

3

المتجهات

Vectors

ويتضمن هذا الفصل:

1.3 منظومة الإحداثيات

Coordinate Systems

2.3 الكميات المتجهة والقياسية

Vectors and Scalar Quantities

3.3 بعض خواص المتجهات

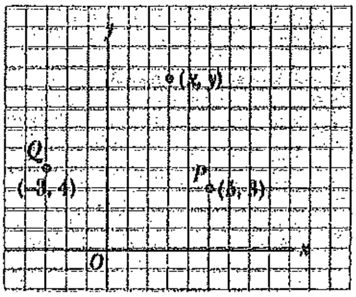
Some Properties of Vectors

4.3 مركبات المتجه ووحدة المتجهات

Components of a Vectors and Unit Vectors

غالباً ما نحتاج أن نتعامل بالكميات الفيزيائية التي لها كل من الخواص العددية والاتجاهية. وكما أشرنا في قسم 2.1، تُمثل الكميات التي لها هذه الطبيعة بمتجهات. ويتعلق هذا الفصل أولاً مع جبر المتجهات وبعض الخواص العامة للكميات المتجهة. وسوف نناقش جمع وطرح الكميات المتجهة. مع بعض التطبيقات الشائعة للحالات الفيزيائية.

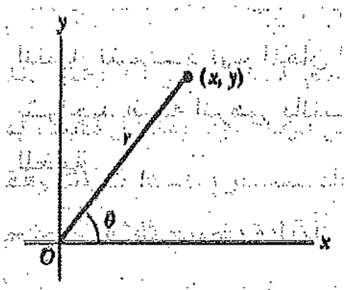
تستخدم الكميات المتجهة خلال هذا الكتاب، ولذلك يجب أن نفهم فهماً كاملاً كلا من خواصها الجبرية ورسمها بيانياً.



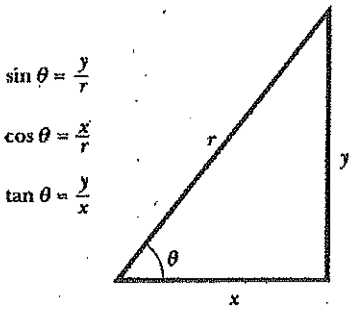
الشكل 1.3 وصف النقطة في نظام الاحداثيات الكرتيزية. كل نقطة يرمز لها بالإحداثيات (x,y).

1.3 منظومة الاحداثيات COORDINATE SYSTEMS

بعض الموضوعات الفيزيائية تتناول بشكل أو بآخر الوضع في الفراغ. وعلى سبيل المثال في فصل 2 رأينا أن الوصف الرياضي لحركة جسيم يتطلب طريقة لتحديد موضع الجسم عند أزمنة عديدة. هذا الوصف يتم بإستخدام الاحداثيات، وفي فصل 2 استخدمنا نظام الاحداثيات الكرتيزية، والذي يتقاطع فيه المحور الأفقي والمحور الرأسي في نقطة تأخذ على أنها نقطة الأصل (Fig 1.3). ويطلق على هذه المنظومة أيضاً بالإحداثيات المستطيلة.



(a)



(b)

الشكل 2.3 تمثيل الإحداثيات القطبية المستوية لنقطة بالمسافة r والزاوية θ، حيث θ تقاس ضد عقارب الساعة من الاتجاه الموجب للإحداثي x (b) مثلث قائم الزاوية يستخدم لربط (x, y) بـ (r, θ).

2.2 من المناسب أحياناً تُمثيل نقطة في مستوى بواسطة الإحداثيات القطبية المستوية (r, θ)، كما هو موضح في الشكل 2.3a وفي نظام الاحداثيات القطبية تمثل r المسافة من نقطة الأصل إلى النقطة التي لها الاحداثيات الكرتيزية (x, y)، و θ هي الزاوية بين r والمحور الثابت. وعادة ما يكون المحور الثابت هو المحور x الموجب، وتقاس عادة الزاوية θ منه ضد عقارب الساعة. ومن المثلث القائم الزاوية في الشكل 3.2b نجد أن $\sin\theta = y/r$ و $\cos\theta = x/r$. ولذلك إذا بدأنا بمستوى الإحداثيات القطبية لأي نقطة، يمكننا الحصول على الاحداثيات الكرتيزية، بإستخدام المعادلتين:

$$x = r\cos\theta \qquad (1.3)$$

$$y = r\sin\theta \qquad (2.3)$$

وعلاوة علي ذلك، من حساب المثلثات نجد أن:

$$\tan\theta = \frac{y}{x} \qquad (3.3)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad (4.3)$$

تطبق فقط هذه العلاقات الأربعة التي تربط الإحداثيات (x, y) بالإحداثيات (r, θ) عندما تُعرف θ كما هو موضح في الشكل 2.3a. وبطريقة أخرى، عندما تكون θ الموجبة هي زاوية مقاسة عكس عقارب الساعة من الاحداثي x الموجب. (بعض الآلات الحاسبة تقوم بالتحويل بين الاحداثيات الكرتيزية والقطبية معتمدة على هذه المصطلحات الأساسية). إذا تم اختيار محور الإسناد للزاوية القطبية θ ليكون خلاف المحور الموجب x أو إذا كان معنى زيادة θ يتم اختياره بطريقة مختلفة، في هذه الحالة سوف تختلف العلاقات التي تربط مجموعتى الإحداثيات.

تساؤل سريع 1.3:

هل تستخدم نحلة العسل التي تم ذكرها في بداية هذا الفصل الاحداثيات الكرتيزية أم القطبيـة لكى تحدد موقع الزهرة؟ لماذا؟ ما الذي تستخدمه النحلة كنقطة أصل للإحداثيات؟

مثال 1.3: الإحداثيات القطبية

الإحداثيات الكرتيزية لنقطة في المستوى xy هي:

$(x, y) = (-3.5, -2.5)$ m كما هو مبين في الشكل 3.3. اوجد الاحداثيات القطبية لهذه النقطة.

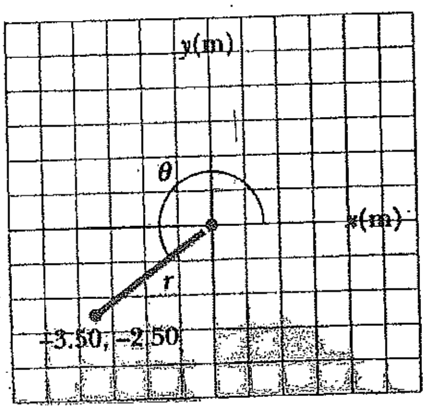
الحل:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3.50\text{ m})^2 + (-2.50\text{ m})^2} = 4.30\text{ m}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2.50\text{ m}}{-3.50\text{ m}} = 0.714$$

$$\theta = 216^\circ$$

لاحظ أنه يجب أن تستخدم إشارات x، y لتجد أن هذه النقطة تقع في الربع الثالث في نظام الاحداثيات بمعنى أن $\theta = 216^\circ$ وليست 35.5°.



الشكل 3.3 إيجاد الإحداثيات القطبية عندما تعطى الإحداثيات الكرتيزية.

2.3 الكميات المتجهة والقياسية VECTOR AND SCALAR QUANTITIES

2.3 كما أشرنا في الفصل 2 فإن بعض الكميات الفيزيائية هي كميات قياسية بينما تكون هناك كميات أخرى متجهة. عندما تريد معرفة درجة الحرارة بالخارج لكي تعرف ما هو الرداء المناسب، تكون المعلومة الوحيدة التي نحتاجها هي مقدار ووحدة درجة الحرارة "degrees C" أو "degrees F" . ولذلك تكون درجة الحرارة مثال للكمية القياسية، التي تُعرَّف على أنها تلك الكمية والتي تُوصف تماماً بواسطة قيمة عددية ووحدات مناسبة بمعنى:

تعرف الكمية القياسية بقيمة واحدة مع وحدة مناسبة وليس لها اتجاه.

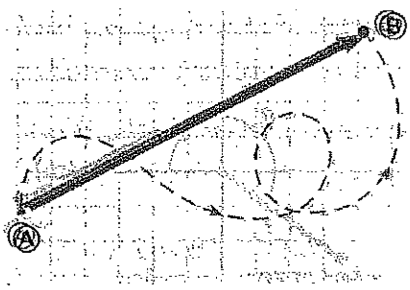
ومن الأمثلة الأخرى للكميات القياسية هي الحجم، الكتلة، والزمن. ونستخدم قواعد الحساب العادي للتعامل مع الكميات القياسية.

إذا كنت مستعد للإقلاع بطائرة صغيرة ومحتاج لمعرفة سرعة الرياح، يجب معرفة كلٍ من السرعة للرياح واتجاهها.

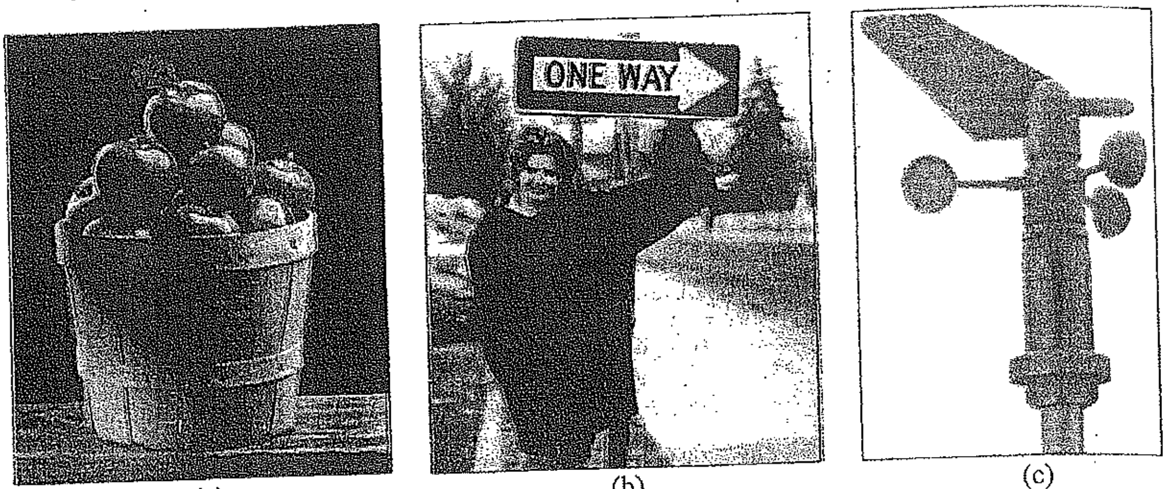
وحيث إن الاتجاه جزء من المعلومات المعطاه، تكون السرعة كمية متجهة، والتي تُعرف على أنها كمية فيزيائية بمعنى إنها تُعرف تماماً بمقدار ووحده مناسبة بالإضافة إلى الاتجاه. أي أن:

الكمية المتجهة لها مقدار واتجاه.

الإزاحة هي مثال آخر للكمية المتجهة. افرض أن جسيم يتحرك من نقطة ما (A) إلى نقطة ما (B) على طول مسار مستقيم كما هو موضح بالشكل 4.3، وتمثل هذه الإزاحة برسم سهم من (A) إلى (B)، ورأس السهم يشير إنه خارج من نقطة البداية. اتجاه رأس السهم تمثل اتجاه الإزاحة ويمثل طول السهم مقدار الإزاحة. وإذا ما تحرك الجسيم عبر مسار آخر ما من (A) إلى (B)، مثل الخط المتقطع في الشكل 4.3، مازالت إزاحته هي السهم المرسوم من (A) إلى (B).



الشكل 4.3 عندما يتحرك جسيم من (A) إلى (B) على مسار اختياري يمثل بالخط المتقطع، تكون إزاحته هي كمية متجهة تُوضح بواسطة السهم المرسوم من (A) إلى (B).



(a) (b) (c)

(a) عدد من حبات التفاح في السلة. هو أحد أمثلة الكمية القياسية. هل يمكنك التفكير في أمثلة أخرى؟ (b) السيدة جينفر تشير إلى جهة اليمين. الكمية المتجهة هي الكمية التي يجب وصفها بكل من المقدار و الاتجاه (Photo by Ray Serway) (c) مقياس الرياح يقيس شدة الرياح وسرعتها يستخدمه علماء الأرصاد للتنبؤ بحالة الطقس. لف الأكواب يبين السرعة الإتجاهية للرياح. ويشير المؤشر إلى اتجاه الرياح.

(Courtesy of Peet Bros. Company, 1308 Doris Avenue, Ocean, NJ 07712)

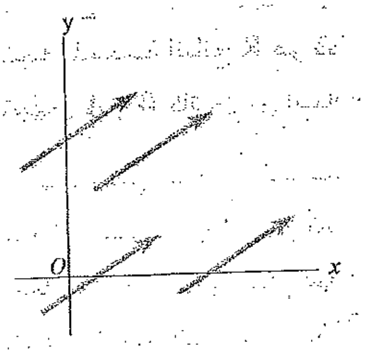
تستخدم في هذا الكتاب حروف سوداء ثقيلة مثل **A** لتمثيل الكميات المتجهة. وهناك طريقة أخرى نرمز بها للمتجه وهي إستخدام سهم فوق الحرف، مثل $\vec{A}$ ويُكتب مقدار هذا المتجه **A** إما A أو |A|. مقدار المتجه له وحدات فيزيائية، مثل الأمتار بالنسبة للإزاحة أو متر لكل ثانية بالنسبة للسرعة.

3.3 بعض خواص المتجهات SOME PROPERTIES OF VECTORS

مساواة متجهان Equality of Two Vectors

لكثير من الأغراض يمكن تعريف المتجهان **A**، **B** بأنهما متساويان إذا كان لهما نفس المقدار ويشيران إلى نفس الاتجاه بمعنى أن **A= B** فقط إذا كان $A = B$ و إذا كان **A** و **B** يشيران إلى نفس الاتجاه عبر خطان متوازيان.

وعلى سبيل المثال تكون جميع المتجهات في الشكل 5.3 متساوية على الرغم من أنها لها نقاط بداية مختلفة. هذه الخاصية تسمح لنا أن نحرك متجه إلى موضع موازي لنفسه في الرسم بدون التأثير على المتجه.



الشكل 5.3 هذه المتجهات الأربع متساوية لأن لهم جميعاً أطوال متساوية ولهم نفس الاتجاه.

جمع المتجهات Adding Vectors

2.3 قواعد جمع المتجهات يمكن وصفها بسهولة بإستخدام الطرق الهندسية ولإضافة المتجه **B** إلى المتجه **A**، ارسم أولاً المتجه **A**، بتمثيل قيمته بمقياس رسم مناسب على ورقة رسم بياني ثم ارسم المتجه **B** بنفس مقياس الرسم بحيث يبدأ ذيله من رأس A كما هو موضح بالشكل 6.3. R متجه المحصلة **R resultant Vector** هو متجه مرسوم من ذيل **A** إلى رأس **B** هذه الطريقة تُعرف بطريقة المثلث للجمع.

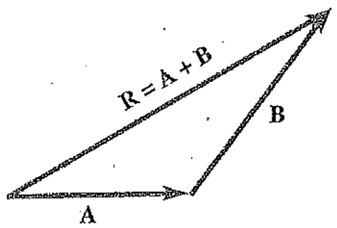
وعلى سبيل المثال إذا تحركت 3.0 m تجاه الشرق ثم 4 m تجاه الشمال كما هو موضح بالشكل 7.3، سوف تجد نفسك 5.0 m من نقطة بدايتك، مقاسة عند زاوية 53° شمال شرق. وتكون إزاحتك الكلية هي الجمع الاتجاهي للإزاحتين.

يمكن أيضاً إستخدام البناء الهندسي لجمع أكثر من متجهين. وهذا موضح في الشكل 8.3 في حالة أربع متجهات. المتجه المحصلة **R= A+ B+ C+ D** هو المتجه الذي يكمل متعدد الأضلاع. وبطريقة أخرى **R** هو متجه مرسوم من ذيل أول متجه إلى رأس أخر متجه.

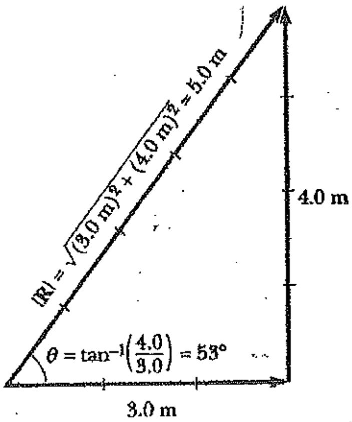
هناك طريقة أخرى لجمع متجهين والمعروفة بقاعدة متوازي الأضلاع للجمع، موضحة في الشكل 9.3a. في هذا الرسم يكون ذيلي المتجهين **A** و **B** متصلان مع بعضهما. ويكون المتجه المحصلة الناتج **R** هو قطر متوازي الأضلاع المتكون من المتجهين **A** و **B** كاثنين من أضلاعه الأربعة.

عند جمع متجهان لايعتمد الجمع على ترتيب الإضافة: (هذه الحقيقة ربما تبدو تافهة، ولكن كما سوف ترى في الفصل 11 أن الترتيب هام عند ضرب المتجهات). ويمكن رؤية ذلك من الرسم الهندسي في الشكل 9.3b ويعرف بقانون التبادل للجمع:

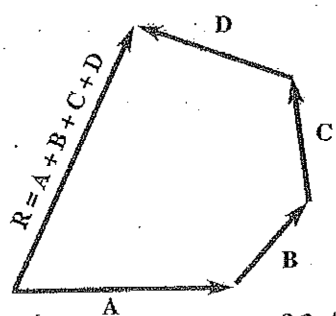
$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A} \qquad (5.3)$$



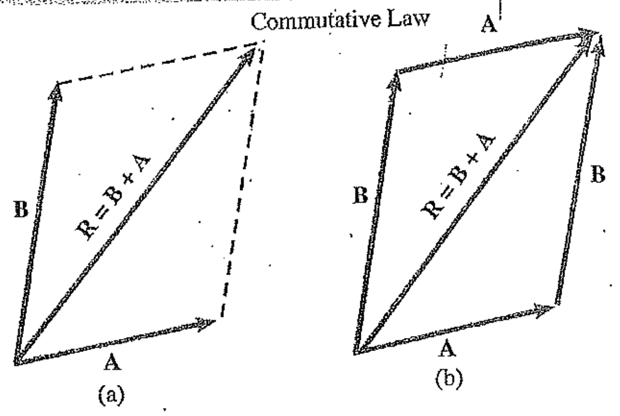
الشكل 6.3 عند جمع المتجه **B** إلى المتجه **A** تكون المحصلة **R** متجه يبدأ من ذيل **A** إلى رأس **B**.



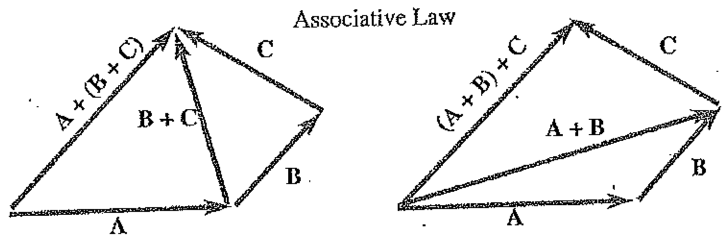
الشكل 7.3 جمع المتجهات. يسير أولاً 3.0 m تجاه اشرق ثم 4.0 m تجاه الشمال تجد نفسك على بعد |R|=5.0 من نقطة بدايتك.



الشكل 8.3 رسم هندسي لجمع أربع متجهات. ويكون المتجه المحصلة **R** بالتعريف ذلك الذي يكمل متعدد الأضلاع.



الشكل 9.3 (a) في هذا الرسم المتجه المحصلة R هو قطر متوازي الأضلاع الذي له الضلعين A و B. (b) هذا الرسم يبين أن A+ B= B+ A وبطريقة أخرى يكون جمع المتجهات تبادلي.



الشكل 10.3 التخطيط الهندسي لتحقيق قانون ترتيب الحدود

عند جمع ثلاث متجهات أو أكثر، لايعتمد مجموعهم على الطريقة التي يجمع بها المتجهات المفردة. يعطي الشكل 10.3 البرهان الهندسي لهذه القاعدة في حالة ثلاث متجهات. وهذا يسمى بقانون "قانون التوزيع".

قانون ترتيب الحدود (6.3) $A+ (B+ C)= (A+ B)+ C$

وتلخيصا لما سبق، الكمية المتجه هي كمية لها مقدار واتجاه كما انها تخضع لقوانين جمع المتجهات كما هو موضح في الأشكال من 6.3 إلى 10.3 . وعند إضافة متجهين أو أكثر، يجب أن يكون لكل منهم نفس الوحدات (على سبيل المثال ليس هناك معنى لإضافة متجه السرعة (60 Km/h جهة الشرق على سبيل المثال) إلى متجه الإزاحة (200 Km جهة الشمال على سبيل المثال) لأن كل منهما يمثل كمية فيزيائية مختلفة. وتطبق أيضاً نفس القاعدة على الكميات القياسية. وعلى سبيل المثال، ليس هناك معنى لإضافة فترة زمنية إلى درجة حرارة.

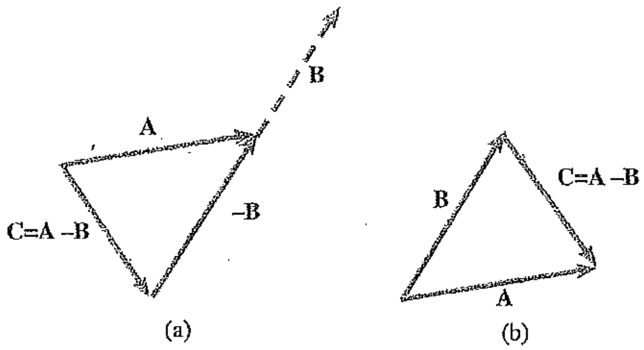
سالب المتجه Negative of a Vector:

يعرف سالب المتجه A إنه المتجه الذي عندما يضاف إلى المتجه A يعطي صفراً عند الجمع الإتجاهي. بمعنى $A+ (-A)= 0$. المتجهان A و -A لهما نفس المقدار ولكن يشيران إلى اتجاهين مختلفين.

طرح المتجهات Subtracting Vectors

تستخدم عملية طرح المتجهات لتعريف سالب المتجه. وتعرف العملية A- B على إنها إضافة المتجه -B إلى المتجه A.

(7.3) $$A- B= A+ (-B)$$



الشكل 11.3 (a) يوضح هذا الرسم كيف تطرح متجه **B** من متجه (**A**). المتجه (**-B**) يساوي في المقدار المتجه **B** ونشير إلى الاتجاه المعاكس ولكي تطرح **B** من **A** نطبق قاعدة جمع المتجهات لدمج **A** و (**-B**): ارسم **A** على محور مناسب، ثم ضع ذيل (**-B**) على رأس **A**، و **C** هو الفرق **C= A- B** هو المتجه الذي يجب إضافته إلى **B** لنحصل على **A**.

الرسم الهندسي لطرح متجهين بهذه الطريقة موضح في الشكل 11.3a.

وهناك طريقة أخرى للنظر إلى طرح المتجه وهي أن نلاحظ أن الفرق **A- B** بين المتجهين **A** و **B** هو الذي يجب إضافته إلى المتجه الثاني للحصول على المتجه الأول. وفي هذه الحالة يتجه المتجه **A- B** من رأس الثاني إلى رأس الأول. كما هو موضح في الشكل 11.3b.

مثال 12.3: رحلة في أجازة

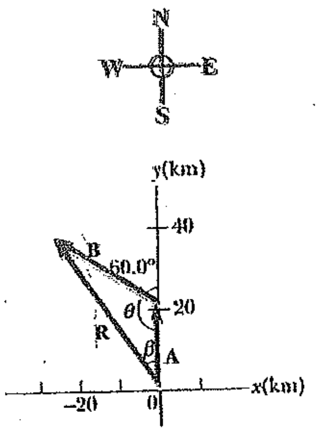
تقطع سيارة مسافة 20.0 Km تجاه الشمال ثم بعد ذلك 35.0 Km في اتجاه 60° ناحية الشمال الغربي، كما هو موضح في الشكل 12.3 . أوجد مقدار واتجاه محصلة إزاحة السيارة.

الحل: في هذا المثال، سنوضح طريقتين لإيجاد محصلة المتجهين يمكننا حل المسألة هندسياً بإستخدام ورقة رسم ومنقلة كما هو موضح في الشكل 12.3 (في الحقيقة حتى لو علمت كيف تحل المسألة بالحسابات فإن لزاماً عليك أن ترسم المتجهات لكي تتأكد من نتائجك). وتكون الإزاحة **R** هي المحصلة عند جمع كل من الإزاحتين **A** و **B**.

ولحل المسألة جبرياً، نلاحظ أن مقدار **R** يمكن الحصول عليه من قانون جيب التمام عند تطبيقه على مثلث وباستخدام $\theta = 180° - 60° = 120°$ و $R^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$ نجد أن:

$$
\begin{aligned}
R &= \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta} \\
&= \sqrt{(20.0\ \text{km})^2 + (35.0\ \text{km})^2 - 2(20.0\ \text{km})(35.0\ \text{km})\cos 120°} \\
&= 48.2\ \text{km}
\end{aligned}
$$

يمكن الحصول على اتجاه **R** المقاسة من اتجاه الشمال من قانون الجيب sines :



الشكل 12.3 الطريقة البيانية لايجاد الإزاحة المحصلة الناتجة $\mathbf{R = A + B}$.

$$\frac{\sin\beta}{B} = \frac{\sin\theta}{R}$$

$$\sin\beta = \frac{B}{R}\sin\theta = \frac{35.0\ \text{km}}{48.2\ \text{km}}\sin 120^\circ = 0.629$$

$$\beta = 38.9^\circ$$

وتكون محصلة إزاحة السيارة هي 48.2 Km في اتجاه يصنع زاوية 38.9° في الشمال الغربي. وهذه النتيجة تتطابق مع التي حصلنا عليها بيانياً.

ضرب متجه بكمية قياسية Multiplying a Vector by Scalar

إذا ضرب المتجه **A** في كمية قياسية موجبة m يكون حاصل الضرب $m\mathbf{A}$ متجه له نفس اتجاه **A** وقيمته $m\mathbf{A}$، وإذا ضرب متجه **A** في كمية قياسية سالبة $-m$، يكون حاصل الضرب $-m\mathbf{A}$ له اتجاه عكس اتجاه **A**. وعلى سبيل المثال 5A له طول خمس أضعاف **A** ونفس اتجاه **A**؛ المتجه $-\frac{1}{3}\mathbf{A}$ له مقدار يساوي ثلث قيمة **A** واتجاه عكس اتجاه **A**.

تساؤل سريع 2.3

إذا أضيف المتجه **B** إلى المتجه **A**، تحت أي شرط يكون متجه المحصلة **A+ B** قيمته تساوي **A+ B** ؟ وتحت أي شرط يكون المتجه الناتج يساوي صفراً؟

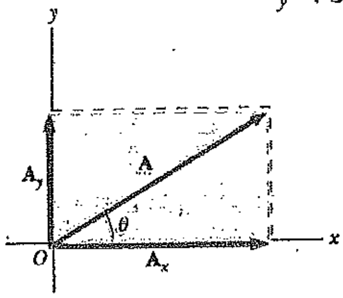
4.3 مركبات المتجه ووحدة المتجهات

COMPONENTS OF A VECTORS AND UNIT VECTORS

2.4 لا تفضل الطريقة الهندسية في جمع المتجهات عندما يكون مطلوب دقة عالية أو في المسائل ثلاثية الأبعاد. وسوف نوضح في هذا القسم طريقة جمع المتجهات بإستخدام مساقط المتجهات على محاور الإحداثيات. وتسمى هذه المساقط بمركبات المتجه. ويمكن وصف أي متجه تماماً بواسطة مركباته.

افترض متجه **A** يقع في المستوى xy ويعمل زاوية إختيارية θ مع محور x الموجب، كما هو موضح بالشكل 13.3 . يمكن التعبير عن هذا المتجه كمجموع متجهين $\mathbf{A_x}, \mathbf{A_y}$. ونرى من الشكل 13.3 أن الثلاث متجهات تكون مثلث قائم الزاوية وأن $\mathbf{A= A_x+ A_y}$ (إذا لم تستطيع التأكد من لماذا يتحقق هذا

التساوي، ارجع إلى الشكل 9.3 وراجع قاعدة متوازي الأضلاع). وسوف نشير دائماً إلى "مركبات المتجه A" تكتب A_x و A_y (بدون حروف سوداء). المركبة A_x تمثل مسقط A على المحور x والمركبة A_y تمثل مسقط A على المحور y. يمكن أن تكون هذه المركبات موجبة أو سالبة. وتكون المركبة A_x موجبة إذا اتجه A_x في اتجاه x الموجب وسالبة إذا اتجه A_x في اتجاه x السالب وهذا صحيح أيضاً بالنسبة للمركبة A_y.



الشكل 13.3 يمكن أن يُمثل أي متجه يقع في المستوى xy بواسطة متجه A_x يقع على المحور السيني x وبالمتجه A_y يقع على المحور y حيث $A= A_x+ A_y$.

من الشكل 13.3 وتعريف الجيب وجيب التمام ترى أن:

$\cos\theta = \dfrac{A_x}{A}$ ، $\sin\theta = \dfrac{A_y}{A}$ ، ومن ثم تكون مركبتا A

مركبات المتجه A

$$A_x= A\cos\theta \qquad (8.3)$$

$$A_y= A\sin\theta \qquad (9.3)$$

تكون هذه المركبات جانبين من مثلث قائم الزاوية طول وتره A. ولذلك يتبع ذلك أن مقدار اتجاه A يرتبط بمركباته من خلال العلاقتين:

قيمة A

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \qquad (10.3)$$

اتجاه A

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right) \qquad (11.3)$$

لاحظ أن إشارة المركبتين A_x وA_y تعتمد على الزاوية θ. فعلى سبيل المثال إذا كانت $\theta = 120°$، تكون A_x سالبة، A_y موجبة. وإذا كانت $\theta = 225°$، تكون كل من A_x وA_y سالبتين. ويلخص الشكل 14.3 إشارات المركبات عندما تقع A في الأرباع المختلفة.

عند حل المسائل، تستطيع وصف المتجه A إما بمركباته A_x و A_y أو بمقداره وإتجاهه A و θ.

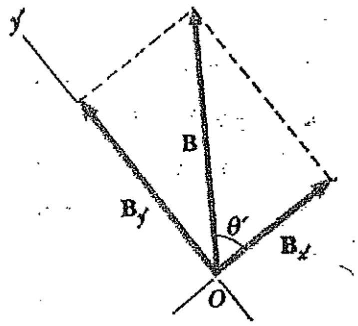
A_x negative A_y positive	A_x positive A_y positive
A_x negative A_y negative	A_x positive A_y negative

الشكل 14.3 تعتمد إشارات المركبات للمتجه A على الربع الذي يقع فيه المتجه.

تساؤل سريع 3.3:

هل يمكن أن تكون مركبة متجه أكبر من مقدار المتجه؟

افرض إنك تحل مسألة فيزيائية مطلوب فيها تحليل المتجه إلى مركباته. في كثير من التطبيقات يكون من المناسب أن نعبر عن المركبات في منظومة إحداثيات لها محاور ليست بالضرورة أن تكون أفقية ورأسية ولكنهما عموديان على بعضهما البعض. إذا اخترت محاور اسناد أو زاوية غير المحاور والزاوية المبينة في الشكل 13.3، فإنه يجب تعديل المركبات تبعاً لذلك. افرض متجه **B** يعمل زاوية θ' مع المحور 'x المعرف في الشكل 15.3. مركبتا **B** على المحورين 'x و 'y هي $B_x' = B\cos\theta'$ و $B_y' = B\sin\theta'$ كما تعبر عنها المعادلتان 8.3 و 9.3. وتحصل على مقدار واتجاه **B** من تعبير مكافئ للمعادلتين 10.3 و 11.3. ولذلك يمكننا التعبير عن مركبتي المتجه في نظام احداثي مناسب لحالة خاصة.



الشكل 15.3 مركبات المتجه B في نظام إحداثي مائل.

وحدة المتجهات Unit Vecors

غالباً يُعبر عن الكميات المتجهة بدلالة وحدة المتجهات ووحدة المتجه ليس لها وحدات ولها مقدار 1 بالضبط. وتستخدم وحدة المتجهات في وصف اتجاه معين وليس لها أي مغزى فيزيائي أخر.

وتستخدم فحسب كمجرد وصف مناسب للاتجاه في الفراغ. وسوف نستخدم الرموز **i**، **j**، **k** لتمثيل وحدة المتجهات مشيرة إلى الاتجاه الموجب لـ x، y، z على الترتيب.

تشكل وحدة المتجهات مجموعة من متجهات عمودية بالتبادل في المنظومة الاحداثية لليد اليمنى، كما هو موضح بالشكل 16.3a. مقدار كل متجه وحدة يساوي 1، بمعنى $|\mathbf{i}| = |\mathbf{j}| = |\mathbf{k}| = 1$.

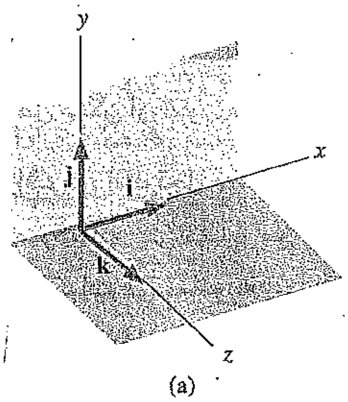
اعتبر المتجه **A** يقع في المستوى xy، كما هو موضح بالشكل 16.3a ويكون حاصل ضرب المركبة A_x في وحدة المتجه **i** هو المتجه $A_x\mathbf{i}$ والذي يقع على الاحداثي x وله مقدار $|A_x|$. (ويكون المتجه $A_x\mathbf{i}$ تمثيل آخر متناوب للمتجه A_x). وبالمثل يكون $A_y\mathbf{j}$ هو متجه له المقدار $|A_y|$ ويقع على المحور y. (ومرة أخرى يكون المتجه $A_y\mathbf{j}$ تمثيل آخر للمتجه A_y) ولذلك يكون رمز المتجه **A** بدلالة وحدة المتجه هو:

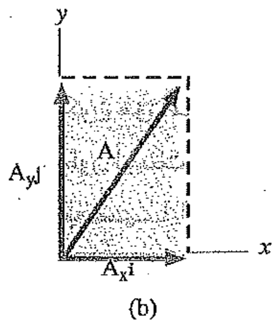
$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} \qquad (12.3)$$

وعلى سبيل المثال اعتبر نقطة تقع في المستوى xy ولها احداثيات كرتيزية (x,y) كما في الشكل 17.3. ويمكن أن توصف بمتجه الموضع **r** والذي يُعطى على شكل وحدة المتجه بالصورة:

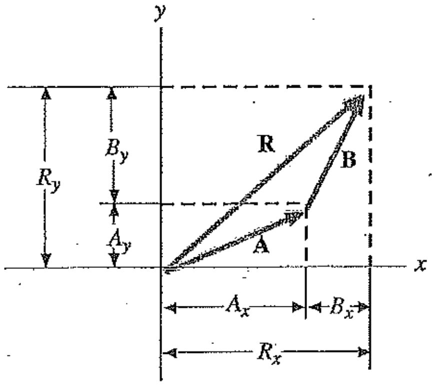
$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} \qquad (13.3)$$

هذه الرموز تخبرنا أن مركبات **r** هي الأطوال x و y.

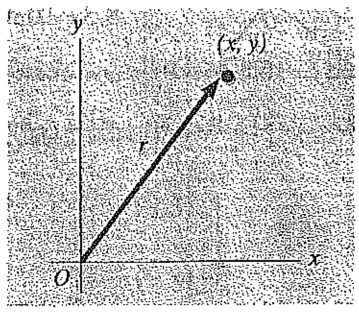




الشكل 16.3 (a) تتجه متجهات الوحدة **k** ،**j** ،**i** على طول الإحداثيات x ،y ،z على الترتيب، (b) المتجه $\mathbf{A}=A_x\mathbf{i}+A_y\mathbf{j}$ يقع في المستوى xy وله المركبتين A_y ،A_x.



الشكل 18.3 هذا الشكل الهندسي لمجموع متجهين يبين العلاقة بين مركبات المحصلة **R** ومركبات المتجهات المفردة.



الشكل 17.3 النقط ذات الاحداثيات الكرتيزية(x,y) يمكن أن تمثل بمتجه الموضع $\mathbf{r}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}$.

والآن دعنا نرى كيف نستخدم المركبات في جمع المتجهات عندما لا تكون الطريقة الهندسية دقيقة بدرجة كافية. أفرض أننا نريد جمع المتجه **B** والمتجه **A**،حيث المتجه **B** له مركبات B_x ،B_y. كل الذي نفعله هو جمع المركبات في اتجاه x واتجاه y كل بمفرده. الذي يكون المتجه المحصلة **R=A+B** هو

$$\mathbf{R} = (A_x\mathbf{j} + A_y\mathbf{j}) + (B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j})$$

or

$$\mathbf{R} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} \qquad (14.3)$$

وحيث أن $\mathbf{R} = R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j}$، نرى أن مركبات المتجه الناتج هي:

$$R_x = A_x + B_x$$
$$R_y = A_y + B_y \qquad (15.3)$$

ونحصل على المقدار لـ **R** والزاوية مع المحور x من مركباته باستخدام العلاقتين

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2} \qquad (16.3)$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x} \qquad (17.3)$$

ويمكننا التأكد من هذا الجمع بواسطة المركبات في الرسم الهندسي كما هو مبين في الشكل 18.3 وتذكر أنك يجب أن تلاحظ إشارات المركبات عند استخدام أي من الطريقتين الجبرية أو الهندسية.

وفي نفس الوقت يجب أن تفرض الحالة التي تحتوي على حركة في ثلاث اتجاهات. ويكون إمتداد طريقتنا إلى متجه الثلاث أبعاد بطريقة مباشرة إذا كان كلاً من **A**، **B** لهما مركبات x، y، z ، يمكن التعبير عنهما في الصورة

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k} \qquad (18.3)$$

$$\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_y\mathbf{k} \qquad (19.3)$$

ويكون الجمع **B,A**

$$\mathbf{R} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} + (A_z + B_z)\mathbf{k} \qquad (20.3)$$

لاحظ أن المعادلة 20.3 تختلف عن المعادلة 14.3، في المعادلة 20.3. تحتوي المتجه المحصلة له مركبات في اتجاه Z $R_z = A_z + B_z$

تجربة سريعة

اكتب تعبيراً يصف إزاحة حشرة تتحرك من أحد أركان أرضية الحجرة التي نتواجد فيها إلى الركن المقابل بالقرب من السقف

تساؤل سريع 4.3

إذا كان أحد مركبات متجه ليس صفراً، هل يمكن أن يكون مقدار المتجه يساوي صفراً ؟ إشرح

تساؤل سريع 5.3

إذا كان **A+B=0** ما الذي يمكنك أن تقوله عن مركبات المتجهيين ؟

مسائل - توجهات عند حل المسائل

جمع المتجهات

إذا كنت في حاجة إلى جمع متجهين أو أكثر استخدم طريقة خطوة- خطوة التالية:-

- اختيار نظام الإحداثيات المناسب (حاول أن تقلل عدد المركبات التي تحتاج تعيينها باختيار محاور تقع على اكبر عدد من المتجهات كلما أمكن)
- أرسم رسم تخطيطي للمتجهات المعطاه في المسألة.
- أوجد المركبات y, x لجميع المتجهات ومركبات المحصلة (الجمع الجبري للمركبات) في إتجاهي y, x.
- إذا كان ضرورياً ، استخدام نظرية فيثاغورث لايجاد مقدار متجه المحصلة وإختار الدالة المثلثية المناسبة لحساب الزاوية التي يعملها متجه المحصلة مع المحور x.

مثال 3.3 جمع متجهين

اوجد مجموع المتجهين $\mathbf{B},\mathbf{A}$ اللذين يقعان في المستوى xy. ويعطيان بـ:

$$\mathbf{A} = (2.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j})\text{ m} \quad \text{and} \quad \mathbf{B} = (2.0\mathbf{i} + 4.0\mathbf{j})\text{ m}$$

الحل : بمقارنة هذا التعبير لـ $\mathbf{A}$ مع التعبير العام $\mathbf{A}=A_x\mathbf{i}+A_y\mathbf{j}$ نرى أن $A_x = 2.0$ m و $A_y = 2.0$m . وبالمثل ، $B_x = 3.0$m و $B_y = -4.0$m . ونحصل على المتجه $\mathbf{R}$ بإستخدام المعادلة 14.3

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (2.0+2.0)\mathbf{i}\text{ m} + (2.0 - 4.0)\mathbf{j}\text{ m}$$

$$= (4.0\mathbf{i} - 2.0\mathbf{j})\text{m}$$

أو

$$R_x = 4.0\text{ m} \quad R_y = -2.0\text{ m}$$

ويعطى مقدار R من المعادلة 16.3:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(4.0\text{ m})^2 + (-2.0\text{ m})^2} = \sqrt{20}\text{ m}$$

$$= 4.5\text{ m}$$

ويمكن أن نجد اتجاه $\mathbf{R}$ من المعادلة 17.3 :

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-2.0\text{ m}}{4.0\text{ m}} = -0.50$$

والآلة الحاسبة تعطي الإجابة -27° لـ $\theta = \tan^{-1}(-0.5)$

هذه الإجابة تكون صحيحة إذا فسرتها للمعنى $27°$ مع اتجاه عقارب الساعة من المحور x. والصورة القياسية هي أن تعطى قياس الزوايا عكس اتجاه عقارب الساعة من المحور $+x$ ، ولذلك تكون الزاوية لهذا المتجه $\theta = 333°$

مثال 4.3 محصلة الإزاحة

جسيم تحت تأثير ثلاث إزاحات متتالية:

$$\mathbf{d}_1 = (15\mathbf{i} + 30\mathbf{j} + 12\mathbf{K})\ \text{cm}$$

$$\mathbf{d}_2 = (23\mathbf{i} + 14\mathbf{j} + 5.0\mathbf{K})\ \text{cm}$$

$$\mathbf{d}_3 = (-13\mathbf{i} + 15\mathbf{j})\ \text{cm}$$

أوجد مركبات محصلة الإزاحة ومقدارها.

الحل: بدلاً من النظر إلى رسم على صفحة مستوية، تخيل المسألة كما يلي: إبدأ برأس إصبعك أمام الركن الأيسر لقمة طاولتك الأفقية. حرك رأس إصبعك 15 cm إلى اليمين، ثم 30 cm تجاه الجانب البعيد للطاولة، ثم 12 cm عمودياً إلى اليسار و(اخيراً ؛ 15 cm تجاه ظهر الطاولة. الحسابات الرياضية تحفظ مسار هذه الحركة على ثلاث محاور عمودية:

$$\begin{aligned}\mathbf{R} &= \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 + \mathbf{d}_3 \\ &= (15 + 23 - 13)\mathbf{i}\ \text{cm} + (30 - 14 + 15)\mathbf{j}\ \text{cm} \\ &\quad + (12 - 5.0 + 0)\mathbf{K}\ \text{cm} \\ &= (25\mathbf{i} + 31\mathbf{j} + 7.0\mathbf{K})\ \text{cm}\end{aligned}$$

الإزاحة الناتجة لها مركبات $R_x=25\text{cm}$, $R_y=31\text{cm}$, $R_z=7.0\text{cm}$

ومقدارها يساوي

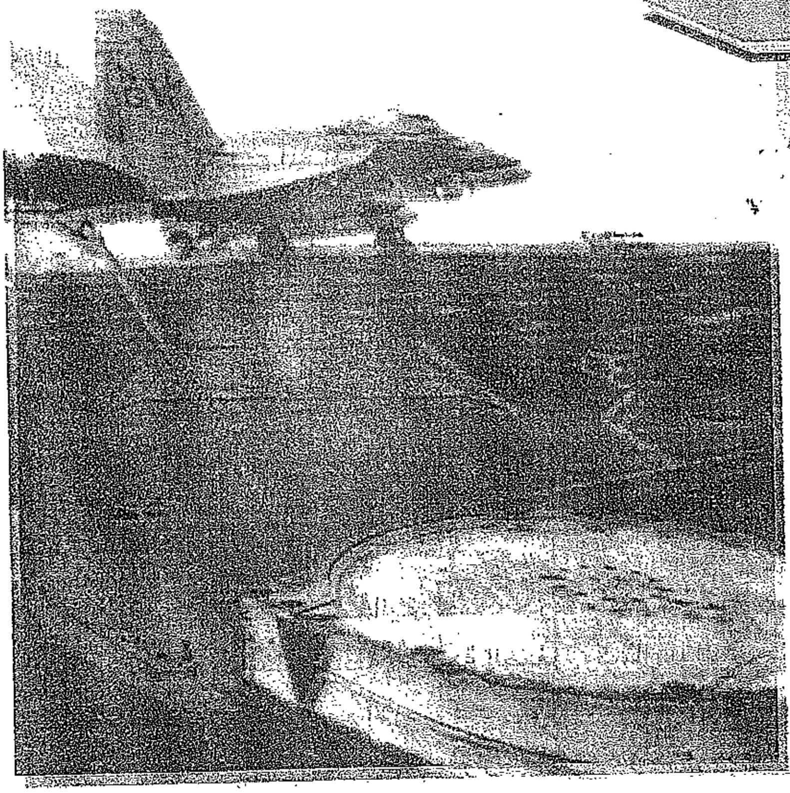
$$\begin{aligned}R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \\ &= \sqrt{(25\ \text{cm})^2 + (31\ \text{cm})^2 + (7.0\ \text{cm})^2} = 40\ \text{cm}\end{aligned}$$

مثال 5.3 عمل نزهة

بدأت رحالة رحلتها بالمشي 25.0km جهة الجنوب الشرقي من سيارتها.

ثم وقفت وذهبت إلى خيمتها للمبيت. وفي اليوم التالي مشت 40.0 km في اتجاه يصنع زاوية

صورة محيرة



الفصل الثاني
2

الحركة في بعد واحد
Motion in One Dimension

ويتضمن هذا الفصل:

كخطوة أولى في دراسة الميكانيكا الكلاسيكية، سوف نصف الحركة بدلالة متغيرات المكان والزمن بينما نهمل المؤثر الذي يسبب تلك الحركة. ويسمي هذا الفرع من الميكانيكا الكلاسيكية بالكينماتيكا Kinematics - (الكلمة كينماتيكا لها نفس الأساس مثل سينما. هل تستطيع أن تقول لماذا؟). في هذا الفصل سوف ندرس الحركة في بعد واحد. وسنُعرف أولاً الإزاحة، السرعة، والعجلة (التسارع). وبعد ذلك، وباستخدام هذه المفاهيم، ندرس حركة الأجسام التي تتحرك في بعد واحد (خط مستقيم) بتسارع ثابت.

ومن الخبرة اليومية سوف نميز تلك الحركة والتي تمثل التغير المستمر في موضع جسم. وفي الفيزياء يوجد ثلاث أنواع من الحركة: الحركة الانتقالية، الحركة الدورانية، والحركة الاهتزازية. حركة سيارة على طريق سريع هي مثال للحركة الانتقالية، دوران الأرض حول محورها هو مثال للحركة الدورانية وحركة البندول ذهابا وإيابا هي مثال للحركة الإهتزازية أو الترددية. وفي هذا الفصل وفي الفصول القليلية التاليةسوف نتعامل مع الحركة الانتقالية. (وفي مكان آخر من هذا الكتاب سوف نناقش الحركتان الدورانية والاهتزازية).

في دراستنا للحركة الانتقالية، نصف حركة جسم كجسيم صغير بغض النظر عن حجمه. وعلى العموم، الجسيم هو نقطة مادية متناهية الصغر. وكمثال لذلك، وإذا رغبنا ان نصف حركة الأرض حول الشمس، يمكننا ان نتعامل مع الأرض كجسيم وسوف نحصل على معلومات دقيقة مقبولة عن مدارها، وهذا التقريب مقنع لأن نصف قطر دوران الأرض أكبر من أبعاد الأرض والشمس. وكمثال على مقياس أقل كثيراً ، يمكن شرح الضغط الواقع على جدار إناء من غاز بمعاملة جزيئات الغاز كجسيمات.

1.2 الإزاحة، السرعة الإتجاهية، والسرعة DISPLACEMENT, VELOCITY, AND SPEED

تكون حركة جسيم معروفة تماماً إذا كان موضعه معروف في كل الأوقات. اعتبر سيارة تتحرك ذهاباً وإياباً على طول المحور x كما هو مبين في شكل 1.2 a . وعندما نقوم بجمع معلومات عن الموضع، تكون السيارة على بعد 30 m على يمين علامة الطريق. (دعنا نفرض ان كل المعلومات في هذا المثال معروفه لرقمين عشريين. ولتوصيل هذه المعلومات، يجب تسجيل الموضع الابتدائي على أنه 3.0×10^1 m . لقد كتبنا هذه القيمة بهذا الشكل البسيط حتى يكون من السهل تتبع المناقشة. نضبط ساعتنا ونسجل كل 10 s موضع السيارة بالنسبة للعلامة. وكما نرى في الجدول 1.2، تتحرك السيارة أولاً اتجاه اليمين (والذي نعتبره الاتجاه الموجب، اثناء اول 10 s من الحركة، وذلك من الموضع Ⓐ إلى الموضع Ⓑ. وقيمة الموضع تبدأ الان في النقصان، حيث ان العربية تعود من الموضع Ⓑ خلال الموضع Ⓕ . وفي الحقيقة عند Ⓓ، وبعد 30 s من بدء القياس، تكون السيارة على جانب العلامة التي نستخدمها كنقطة الاصل للاحداثيات. انها تستمر في الحركة جهة اليسار وأكثر من 50 m جهة اليسار من العلامة عندما نتوقف عن تسجيل المعلومات بعد النقطة السادسة والتمثيل البياني لهذه المعلومات موجود في الشكل 1.2 b . مثل هذا الرسم يسمى التمثيل البياني لمنحنى (الازاحة- الزمن).

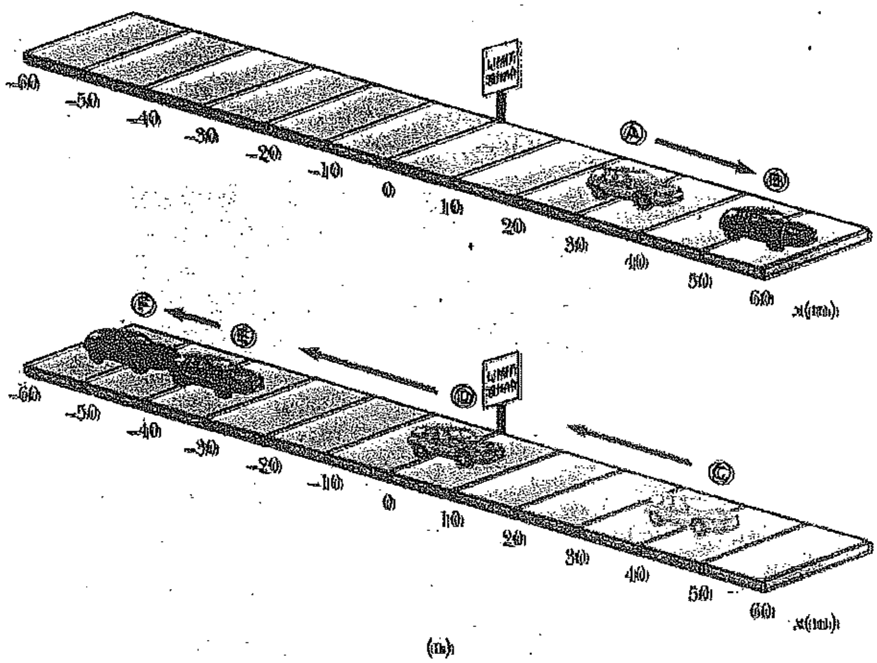
وإذا تحرك جسيم، يمكننا بسهولة تعيين التغير في موضعه. وتُعرف الإزاحة للجسيم على انها التغير في موضعه. وعندما يتحرك من الموضع الابتدائي x_i. إلى الموضع النهائي x_f نعطي إزاحة بالقيمة $x_f - x_i$. سوف نستخدم الحرف الإغريقي دلتا Δ لتمثيل التغير في موضع جسيم كما يلي:

$$\Delta x \equiv x_f - x_i \quad (1.2)$$

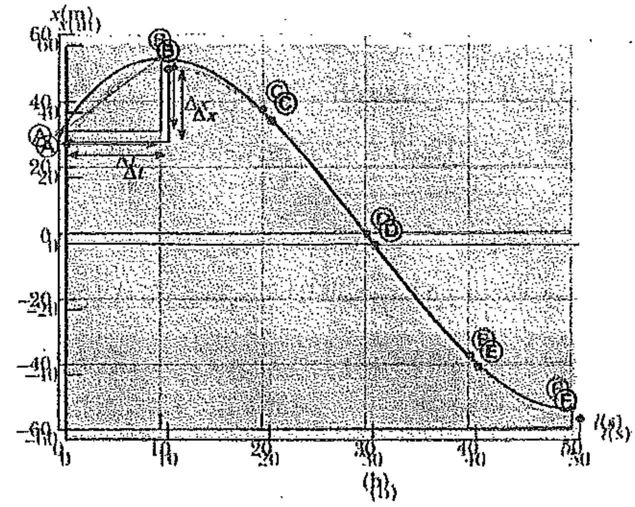
ومن هذا التعريف نرى ان Δx تكون موجبة إذاكانت x_f أكبر من x_i وسالبة إذا كانت x_f أقل من x_i.

الجدول 1.2 موضع السيارة عند اوقات مختلفة

الموضع	t [s]	x [m]
A	0	30
B	10	52
C	20	38
D	30	0
E	40	–37
F	50	–53

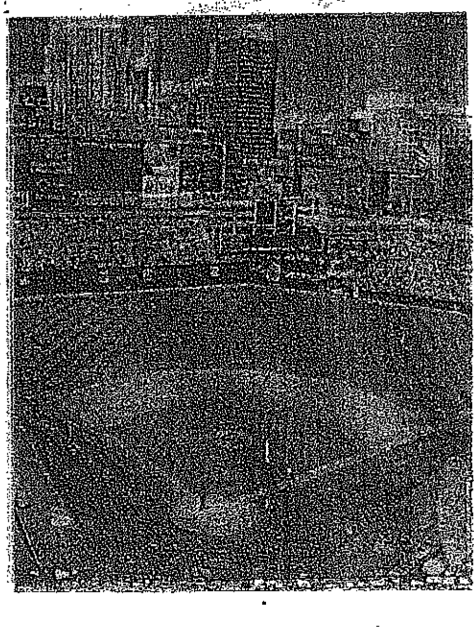


الشكل 1.2-(a) سيارة تتحرك ذهاباً واياباً على طول خط مستقيم وهو عبارة عن المحور x. حيث اننا نهتم فقط بالحركة الانتقالية للسيارة، ويمكننا أن نتعامل معها على انها جسيم. (b) التمثيل البياني للعلاقة (الازاحة-الزمن) لحركة الجسيم.



هناك خطأ بسيط في عدم تمييز الفرق بين الإزاحة والمسافة التي يتحركها الجسيم (الشكل 2.2). لاعب كره يُسخن يعمل دوره حول الملعب فيتحرك مسافة 360 ft في الرحلة حول الممر. بينما، إزاحة اللاعب تكون صفراً لأن بداية ونهاية موضعه متماثلين.

الازاحة هي مثال لكمية متجهة. وهناك كميات فيزيائية اخرى منها السرعة والتسارع تكون كميات متجهة. وعلى العموم المتجه هو كمية فيزيائية مطلوب لتعيينه المقدار والاتجاه وعلى العكس الكمية القياسية هي كمية لها المقدار وليس لها اتجاه. وفي هذا الفصل سوف نستخدم اشارة زائد وناقص لنشير إلى اتجاه المتجه. ويمكننا عمل ذلك حيث ان هذا الفصل يتعامل مع الحركة في بعد واحد فقط، وهذا يعني أن أي جسم نقوم بدراسته يمكن أن يتحرك فقط على طول الخط المستقيم. وعلى سبيل المثال بالنسبة للحركة الأفقية، دعنا نأخذ اختيارياً الجهة اليمنى ليكن الاتجاه موجباً. ويتبع ذلك ان اي جسم يتحرك دائماً إلى جهة اليمين ليعمل إزاحة Δx +، وأي جسم يتحرك إلى اليسار يعمل ازاحة Δx -. وسوف نتعامل مع المتجهات بتفصيل أكبر في فصل 3.



الشكل 2.2 منظر علوي لملعب البيسبول اللاعب الذي يضرب الكرة يجري ويقطع مسافة 360 ft عندما يلف حول القاعدة، ولكن ازاحته خلال الرحلة تساوي صفر.

(Mark C. Burnett/ Photo Researchers, Inc)

هناك نقطة هامة لم نشر إليها بعد. لاحظ ان الرسم البياني في الشكل 1.2b لايحتوي فقط على معلومات سته احداث فقط بالضبط ولكنه في الحقيقة منحنى متصل أملس. الرسم البياني يحتوي على معلومات حول فترة 50 s كاملة اثناء ملاحظتنا لحركة السيارة. ومن السهولة أكثر ان نرى التغير في الإزاحة من الرسم البياني من الوصف المتغير أو حتى من جدول الأرقام. وعلى سبيل المثال، انه من الواضح ان السيارة قطعت معظم الأرض اثناء منتصف فترة الـ 50 s عنه في الفترة الأخيرة. فبين الموقعين Ⓒ و Ⓓ ، تكون السيارة قد قطعت حوالي 40 m ، ولكن اثناء اخر عشر ثواني بين الموقعين Ⓔ و Ⓕ ، تكون قد تحركت أقل من نصف هذه المسافة. والطريقة العامة لمقارنة هذه الحركات المختلفة هي ان نقسم الازاحة Δx التي تحدث بين قراءتين للساعة على تلك الفترة الزمنية الخاصة Δt. ويؤدي ذلك إلى نسبة مفيدة، والتي سوف نستخدمها في مواقف عديدة. و من المناسب ان نعطي النسبة اسم خاص- السرعة المتوسطة. وتعرف السرعة المتوسطة $\bar{v}_x$ لجسيم على انها ازاحة الجسيم Δx مقسومة على الفترة الزمنية Δt اثناء حدوث هذه الإزاحة.

$$\bar{v}_x \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \text{(السرعة المتوسطة)} \qquad (2.2)$$

حيث x التي اسفل الرمز v تشير إلى الحركة على المحور x. ومن هذا التعريف نري ان السرعة المتوسطة لها ابعاد طول مقسومة على زمن (L/T)- متر لكل ثانية في نظام الوحدات SI. **2.3**

على الرغم من ان المسافة التي تقطع لاي حركة تكون دائماً موجبة، يمكن أن تكون السرعة المتوسطة لجسيم يتحرك في بعد واحد موجبة أو سالبة، معتمدة على أشارة الازاحة. (الفترة الزمنية Δt تكون دائماً موجبة). إذا كانت أحداثيات الجسم تزيد مع الزمن (بمعنى إذا كان $x_f > x_i$)، فإن Δx تكون موجبة وتكون $\bar{v}_x = \Delta x / \Delta t$ موجبة. هذه الحالة تتيح الحركة في الاتجاه الموجب لـ x. وإذا أنقصت الاحداثيات مع الزمن (بمعنى، إذا كان $x_f < x_i$) فإن Δx تكون سالبة ومن ثم $\bar{v}_x$ تكون سالبة أيضاً. وتتيح هذه الحالة الحركة في اتجاه x السالب.

يمكننا تفسير السرعة المتوسطة هندسياً برسم خط مستقيم بين نقطتين في التمثيل البياني لمنحني (الإزاحة- الزمن) في الشكل 1.2b . هذا الخط يمثل وتر المثلث القائم الزاوية ذو الارتفاع Δx والقاعدة Δt. وميل هذا الخط هو النسبة $\Delta x/ \Delta t$. وعلى سبيل المثال، الخط بين الموضع Ⓐ والموضع Ⓑ له ميل يساوي السرعة المتوسطة للسيارة بين هذين الزمنين

$$(52\text{m} - 30\text{m})/ (10\text{ s} - 0)= 2.2\text{m/ s}.$$

في حياتنا اليومية نتبادل طريقة استعمال الاصطلاحين السرعة Speed والسرعة الإتجاهية Velocity بينما في الفيزياء يوجد فرق واضح بين هاتين الكميتين. اعتبر لاعب سباق ماراثون يجري مسافة تزيد عن 40Km حتى يبلغ النهاية عند نقطة بدايته. متوسط سرعته الإتجاهية يساوي صفر!

ولكننا نحتاج ان نعرف بأي سرعة كان يجري. نسبة مختلفة اختلاف بسيط تجزلنا معرفة هذه السرعة. متوسط السرعة The Average Speed كمية قياسية، تعرف على أنها المسافة الكلية المقطوعة مقسومة على الزمن الذي يستغرق في قطع هذه المسافة:

$$\text{السرعة المتوسطة} = \frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلي}}$$

وحدات النظام SI لمتوسط السرعة Average Speed هو نفسه مثل وحدات متوسط السرعة الإتجاهية Average Velocity : متر لكل ثانية بينما الاختلاف عن متوسط السرعة الإتجاهية أن متوسط السرعة ليس له اتجاه ومن ثم لا يوجد به إشارة جبرية.

كما أن المعلومات عن متوسط السرعة للجسيم لا تخبرنا بشئ عن تفاصيل الرحلة. وعلى سبيل المثال، افرض انك اخذت ثماني ساعات لتسافر 280 Km بسيارتك. متوسط السرعة لرحلتك هو 35 Km/h . بينما ترحل بسرعات مختلفة خلال الرحلة ومتوسط السرعة 35 Km/h يكون نتيجة عدد من السرعات المكنة.

مثال 1.2 حساب متغيرات الحركة:

اوجد الإزاحة، السرعة الإتجاهية المتوسطة، والسرعة المتوسطة للسيارة في الشكل 1.2a بين الموضوع (A) و(F) .

الحل- وحدات الإزاحة يجب أن تكون بالامتار والنتائج العددية، يجب أن يكون لها نفس حدود القيمة المعطاة كمعلومات للموضع (والتي قد لاتعني أكثر من 10 أو 100 مرة أكبر أو أصغر) من رسم العلاقة بين الموضوع والزمن والمعطى في الشكل 1.2b، لاحظ ان $x_A = 30m$ عند $t_A = 0$ s وان $x_F = -53m$ عند $t_F = 50s$. باستخدام هذه القيم وتعريف الازاحة ومن المعادلة 2.1 نجد ان:

$$\Delta x = x_F - x_A = -53m - 30m = -83m$$

هذه النتيجة تعني ان السيارة ستكون على بعد 83m في الاتجاه السالب (إلى اليسار في هذه الحالة) من حيث بدأت. هذا العدد له الوحدات الصحيحة وله قيمة في نفس حدود النتائج المعطاة. وبنظرة سريعة للشكل 1.2a يشير أن هذه القيمة اجابة صحيحة.

انه من الصعب ان نقدر متوسط السرعة المتجهة بدون ان نكمل الحسابات، ولكن نتوقع الوحدات ان تكون بالمتر كل ثانية. وحيث أن السيارة تنتهي عند اليسار من حيث بدأنا في أخذنا المعلومات فإننا نعرف ان متوسط السرعة يجب أن يكون سالباً. ومن المعادلة 2.2:

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{x_F - x_A}{t_F - t_A}$$

$$= \frac{-53\text{ m} - 30\text{ m}}{50\text{ s} - 0\text{ s}} = \frac{-85\text{ m}}{50\text{ s}} = -1.7\text{ m/s}$$

ونجد ان متوسط السرعة لهذه الرحلة بإضافة المسافات المقطوعة وقسمها على الزمن الكلي:

$$\text{السرعة المطلقة المتوسطة} = \frac{22\text{ m} + 52\text{ m} + 53\text{ m}}{50\text{ s}} = 2.5\text{ m/s}$$

2.2 السرعة اللحظية الإتجاهية والسرعة اللحظية

INSTANTANEOUS VELOCITY AND SPEED

غالباً ما نحتاج ان نعرف سرعة جسيم عند لحظة معينه من الزمن بدلاً من الفترة الزمنية المحددة. على سبيل المثال ، على الرغم من انك ربما تريد حساب متوسط سرعتك الإتجاهية خلال رحلة سيارتك الطويلة، فربما تكون لديك رغبة خاصة في معرفة سرعتك في لحظة مشاهدتك سيارة الشرطة الواقفة بجانب الطريق امامك. و بطريقة اخرى انك تريد أن تكون قادر على تحديد سرعتك الإتجاهية بالضبط في لحظة ما. وربما لايكون واضح في الحال كيف تفعل ذلك. ماذا يعني ان نتحدث عن سرعة شئ متحرك إذا "أوقفنا الزمن" وتحدثنا فقط حول لحظة واحدة؟ هذه نقطة دقيقة غير مفهومة كاملاً حتى أواخر عام 1600s . وباكتشاف طريقة الحسابات، بدأ العلماء في فهم كيف نصف حركة جسم في أي لحظة من الوقت.

لنرى كيف يحدث هذا، ندرس الشكل 3.2a. لقد ناقشنا متوسط السرعة الإتجاهية لفترة أثناء تحرك السيارة من الموضوع (A) إلى الموضوع (B)، تعطى من ميل الخط الأزرق الغامق) وبالنسبة للفترة التي تحركتها من (A) إلى (F) (تمثل بواسطة ميل الخط الأزرق الفاتح). أي من هذين الخطين تعتقد انه اقرب تقريباً إلى السرعة الإتجاهية الابتدائية للسيارة؟ بدأت السيارة في الخروج متحركة جهة اليمين، والتي عرفناها انها الجهة الموجبة. ولذلك، كونها موجبة، فربما يكون متوسط السرعة الإتجاهية أثناء الحركة من (A) إلى (B) أقرب إلى القيمة الابتدائية عن قيمة متوسط السرعة الإتجاهية أثناء الفترة من (A) إلى (F) والتي تم تعينها في المثال 1.2 وكانت سالبة. والآن تخيل أننا بدأنا بالخط الأزرق الغامق وازحنا النقطة (B) إلى اليسار على طول المنحنى تجاه النقطة (A) كما هو في الشكل 3.2b. يصبح الخط بين النقطتين اكثر انحداراً، وكلما تقاربت النقطتان أكثر لبعضهما البعض، ويصبح الخط خط مماسي للمنحنى، والموضح بالخط الأخضر في الشكل. ميل هذا المماس يمثل السرعة الإتجاهية للسيارة عند اللحظة التي عندها بدأنا أخذ القراءات، أي النقطة (A). كل ما فعلناه هو تعيين السرعة الإتجاهية اللحظية عند لحظة معينة. بمعنى آخر، السرعة الإتجاهية اللحظية v_x تساوي نهاية قيمة النسبة $\Delta x / \Delta t$ عندما تؤل Δt إلى الصفر(1).

(1) لاحظ ان الازاحة Δx تقترب أيضا من الصفر عندما Δt تقترب من الصفر. وكلما أصبحت Δx و Δt أصغر فأصغر تقترب النسبة $\Delta x / \Delta t$ لقيمة تساوى ميل خط المماس للمنحنى x مع t.

3.3

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (3.2)$$

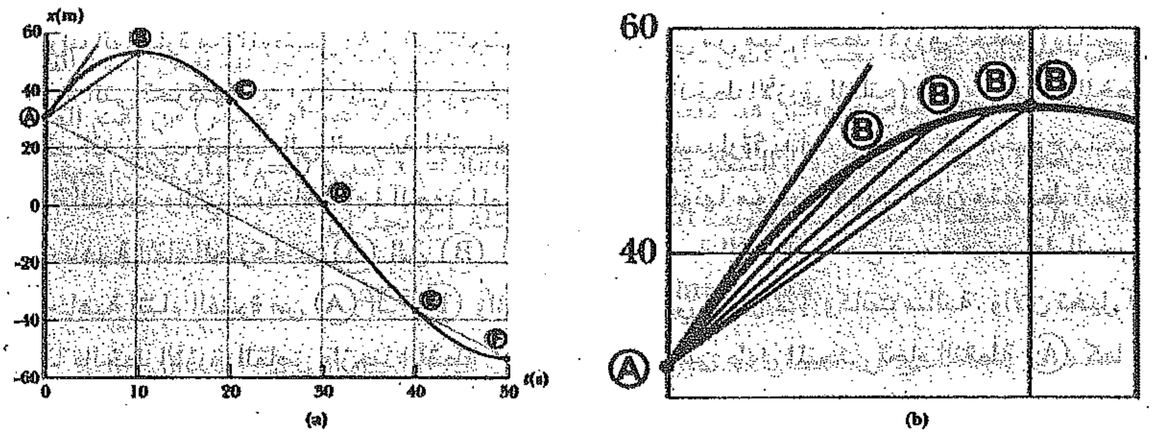
في علم التفاضل، هذه النهاية تسمى مشتقة x بالنسبة إلى t وتكتب dx/dt.

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad (4.2)$$

من الممكن أن تكون السرعة المتجهة اللحظية موجبة، سالبة أو صفر. فيكون ميل منحنى الموضع مع الزمن موجب مثلما هو واضح في أي وقت اثناء أول 10s في الشكل 3.2، تكون v_x موجبة. بعد النقطة (B) تكون $\bar{v}_x$ سالبة حيث إن الميل يكون سالباً و عند القمة يكون الميل والسرعة اللحظية صفراً.

ومن الآن وصاعدا سوف نستخدم كلمة سرعة اتجاهية لنعبر عن السرعة الإتجاهية اللحظية. وعندما تكون سرعة إتجاهية متوسطة، سوف نستخدم الصفة "متوسطة".

السرعة اللحظية The Instantaneous Speed لجسيم تُعرف على إنها مقدار سرعته الإتجاهية Magnitude of its Velocity وكما هو في السرعات المتوسطة Average Speed لا تكون للسرعة اللحظية Instantaneous Speed اتجاه مصاحب لها ومن ثم لاتحمل اشارة جبرية. وعلى سبيل المثال إذا كان أحد الجسيمات له سرعة 25 m/s+ على خط معين وجسيم آخر له سرعة 25m/s- عند نفس الخط، يكون لكل منهما سرعة (2) 25m/s Speed.



الشكل 3.2 (a) رسم يمثل حركة السيارة في الشكل 1.2 (b) تكبير للجزء الأيسر العلوي للرسم يبين كيف يقترب الخط الأزرق بين الوضوعين (A) و (B) حتى يقترب إلى الخط المماس الأخضر وذلك عندما تصبح النقطة (B) اكثر قرباً من النقطة (A).

(2) كما فعلنا في السرعة الإتجاهية، سوف نسقط الصفة لحظية عن كلمة السرعة اللحظية. أي نعني بكلمة السرعة "السرعة اللحظية".

مثال 2.2 السرعة الإتجاهية المتوسطة والسرعة الإتجاهية اللحظية[3]

يتحرك جسيم على الاحداثي x. يتغير إحداثه مع الزمن تبعاً للتعبير $x= -4t+ 2t^2$، حيث x تقدر بالامتار، و t بالثواني[4]. منحنى الوضع مع الزمن لهذه الحركة موضح في الشكل 4.2. لاحظ ان الجسيم يتحرك في الاتجاه السالب للمحور x في أول ثانية من الحركة ويكون ساكناً عند اللحظة $t = 1s$ ثم يتحرك في الاتجاه الموجب لـ x عند $t > 1s$. (a) عين الإزاحة التي يحدثها الجسيم في الفترة الزمنية من $t = 0$ إلى $t = 1s$ وكذلك من $t = 1s$ إلى $t = 3\ s$.

الحل - اثناء أول فترة زمنية يكون الميل سالب ومن ثم سرعة إتجاهية سالبة. ولذلك نعرف أنه لابد أن تكون الإزاحة بين A و B عدد سالب له وحدات الامتار. وبالمثل، نتوقع الازاحة بين B، D ان تكون موجبة.

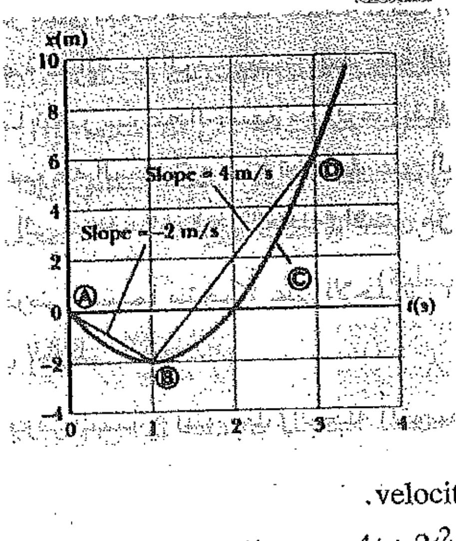
في الفترة الزمنية الاولى نضع $t_i = t_A = 0$ و $t_f = t_B= 1s$. باستخدام المعادلة 1.2 في الصورة $x = -4t + 2t^2$ نحصل على ما يلي بالنسبة لاول ازاحة:

$$\begin{aligned}\Delta x_{A\to B} &= x_f - x_i = x_B - x_A\\ &= [-4(1) + 2(1)^2] = [-4(0) + 2(0)^2]\\ &= -2m\end{aligned}$$

ولحساب الازاحة اثناء الفترة الزمنية الثانية نضع $t = t_B= 1s$ و $t_f = t_d = 3\ s$

$$\begin{aligned}\Delta x_{A\to D} &= x_f - x_i = x_D - x_B\\ &= [-4(3) + 2(3)^2] - [-4(1) + 2(1)^2]\\ &= +8m\end{aligned}$$

يمكن الحصول على هاتين الإزاحتين مباشرة من الرسم البياني الموضح مع الزمن.



الشكل 4.2 العلاقة بين الوضع- الزمن لجسيم له احداثي x يتغير مع الزمن تبعاً للعلاقة $x= -4t+ 2t^2$

(3) عندما نذكر السرعة فيما يلي فإننا نعنى السرعة الإتجاهية velocity.

(4) لعملية التبسيط في قراءتها سوف تستخدم المعادلة التجريبية $x = -4t + 2t^2$ بدلا من $x=(-4.0\ m/s)t + (2.0\ m/s^2)t^2$

(b) احسب السرعة الإتجاهية المتوسطة Average Velocity اثناء هاتين الفترتين.

الحل- في أول فترة زمنية $\Delta t = t_f - t_i = t_B - t_A = 1\ s$. و لذلك باستخدام المعادلة 2.2 وحساب الازاحة في (a) نجد أن

$$\bar{v}_{x(A\to B)} = \frac{\Delta x_{A\to B}}{\Delta t} = \frac{-2\ m}{1\ s} = -\ 2\ m/s$$

في الفترة الزمنية الثانية $\Delta t = 2S$، ولذلك

$$\bar{v}_{x(B\to D)} = \frac{\Delta x_{B\to D}}{\Delta t} = \frac{8\ m}{2\ s} = +\ 4\ m/s$$

هاتان القيمتان تتفقان مع ميل الخطوط التي تربط هذه النقطة في الشكل 2.4.

(c) أوجد السرعة اللحظية Instantaneous Speed للجسيم عند $t= 2.5\ S$.

الحل- بالتأكيد نستطيع ان نخمن هذه السرعة اللحظية على أنها في نفس حدود القيمة لنتائجنا السابقة أي حوالي 4 m/s. وبدراسة الرسم نرى أن ميل المماس عن الموضع (C) يكون أكبر من ميل الخط الازرق الذي يربط النقطتين (B) و (D). ولذلك نتوقع الاجابة أكبر من 4m/s. وبقياس الميل للعلاقة (الموضع- الزمن) عند 2.5 s نجد أن:

$$v_x = +6 m/s$$

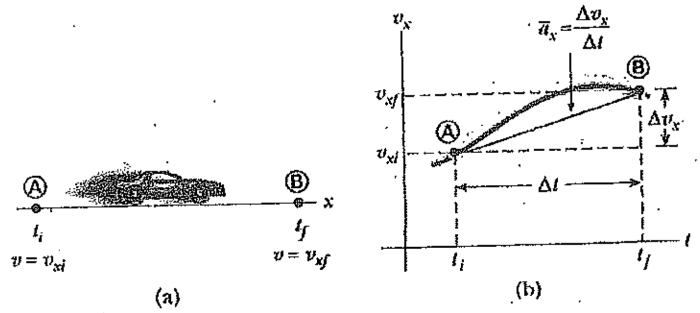
3.2 التسارع (العجلة) ACCELERATION

في اخر مثال تعاملنا مع الوضع الذي تتغير فيه سرعة جسيم اثناء تحركه. وهذا شائع الحدوث. (ما هو مدى ثبوت سرعتك عندما تركب اتوبيس المدينة؟) ومن السهل ان نحدد مقدار التغير في السرعة كدالة في الزمن بنفس الطريقة التي نحدد بها مقدار التغير في الموضع كداله في الزمن. وعندما تتغير سرعة الجسيم مع الزمن يقال للجسيم إنه يتحرك بتسارع (بعجلة). وعلى سبيل المثال تزداد سرعة السيارة عندما تضغط على البنزين وتقل عندما تستخدم الفرامل. وعلى العموم نحن نحتاج إلى تعريف التسارع (العجلة) افضل من ذلك.

افرض جسيماً متحركاً على الاحداثي x بسرعة v_{xi} عند الزمن t_i وسرعة v_{xf} عند الزمن t_f كما هو في الشكل 5.2a .

يُعرف التسارع المتوسط (العجلة المتوسطة) للجسيم بانه التغير في السرعة Δv_x مقسومة على الفترة الزمنية Δt والتي يحدث فيها التغير:

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} \qquad (5.2)$$



الشكل 5.2 (a) جسيم يتحرك على المحور x من (A) إلى (B) بسرعة v_{xi} عند $t= t_i$ وسرعة v_{xf} عند $t=t_f$. (b) العلاقة الخطية السرعة- الزمن لجسيم يتحرك في خط مستقيم. يكون ميل الخط المستقيم الازرق الذي يربط (A) و (B) هو التسارع المتوسط في الفترة الزمنية $\Delta t= t_f- t_i$.

وكما في حالة السرعة، عندما تكون الحركة في اتجاه واحد يمكن ان نستخدم إشارة موجبة أو سالبة لنشير إلى اتجاه التسارع (العجلة). ولان ابعاد السرعة هي L/T وبعد الزمن هو T فإن التسارع يأخذ الابعاد طول مقسوم على مربع الزمن أي L/T^2. وحدات النظام SI للتسارع تكون متر لكل ثانية تربيع (m/s^2) . وعلى سبيل المثال قد يكون من السهل ان تفسر هذه الوحدات إذا ما عرفت أنها متر/ ثانية/ ثانية.

افرض ان جسم له تسارع $2m/ s^2$ يجب ان تكون صوره عن جسم له سرعة على خط مستقيم وتزداد بقيمة 2m/s في فترة مقدارها 1s . فإذا بدأ الجسم الحركة من السكون يمكنك ان تتصور انه يتحرك بسرعة +2m/s بعد 1s، 4m/s بعد 2s وهكذا. وفي هذا الكتاب نستخدم المرادفات "التسارع، العجلة، عجلة التسارع" بنفس المعنى.

وفي بعض الأحوال ربما تكون قيمة التسارع المتوسط مختلفة خلال الفترات المختلفة. ولذلك من المفيد أن نعرف التسارع اللحظي على أنه نهاية متوسط السرعة مقسومة على Δt عندما تؤول Δt إلى الصفر. هذه المفاهيم مماثلة لتعريف السرعة اللحظية التي تم مناقشتها في القسم السابق. وإذا تخيلنا ان النقطة (B) تقترب أكثر و أكثر من النقطة (A) في الشكل 5.2a وأخذت نهاية $\Delta v_x/ \Delta t$ عندما تؤول Δt إلى الصفر، فنحصل على التسارع اللحظي (العجلة اللحظية):

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \qquad \text{(التسارع اللحظي)} \qquad (6.2)$$

بمعنى ان التسارع اللحظي (العجلة اللحظية) تساوي مشتقة السرعة بالنسبة للزمن، ومن التعريف تكون هي ميل المنحنى البياني للعلاقة (السرعة- الزمن) (الشكل 5.2b). ولذلك نقول، كما ان سرعة جسيم متحرك هو ميل المنحنى البياني للجسيم ($x-t$) يكون تسارع الجسيم هو ميل المنحنى البياني للجسيم (v_x-t) . ويمكننا تفسير تفاصيل السرعة بالنسبة للزمن على انه المعدل الزمني للتغير في

السرعة. وإذا كانت a_x موجبة، سوف يكون التسارع في الاتجاه الموجب للاحداثي x، وإذا كانت a_x سالبة يكون التسارع في الاتجاه السالب لـ x.

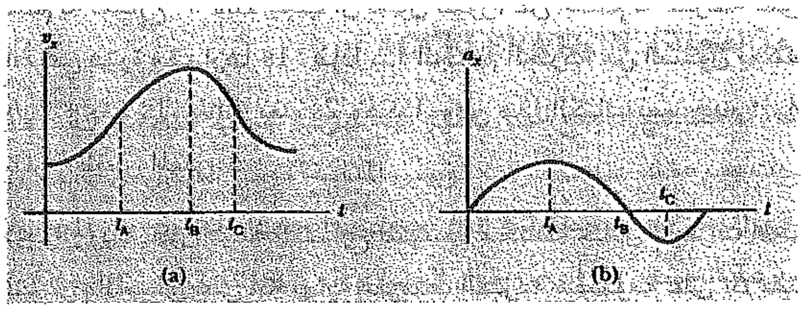
وفيما يلي سوف نستخدم الاصطلاح التسارع "العجلة" لنعبر عن التسارع اللحظي. وعندما نعني التسارع المتوسط سوف نستخدم دائماً الصفة "المتوسط".

ولان $\upsilon_x = dx/dt$ يمكن أيضاً كتابة التسارع على الصورة:

$$a_x = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad (7.2)$$

بمعنى إنه في الحركة في بعد واحد يكون التسارع مساوياً للمشتقة الثانية بالنسبة للزمن.

ويوضح الشكل 2.6 ارتباط منحنى (التسارع- الزمن) (Acceleration- Time) بمنحنى (السرعة- الزمن). ويكون التسارع عند أي زمن مساوياً ميل المنحنى (السرعة- الزمن) عند هذا الزمن. والقيمة الموجبة للتسارع متعلقة بتلك النقط في الشكل 6.2a حيث ان السرعة تزداد في الاتجاه الموجب لـ x. ويصل التسارع القيمة القصوى عند الزمن t_A ، عندما يكون ميل المنحنى (السرعة- الزمن) قيمة قصوى. ثم يؤول التسارع إلى الصفر عند الزمن t_B ، وعندما تكون السرعة قيمة عظمى (بمعنى انه عندما يساوي المنحنى (υ_x - t) صفراً). ويكون التسارع سالباً عندما تقل السرعة في الاتجاه الموجب لـ x وتصل إلى أكبر قيمة سالبة عند الزمن t_c.



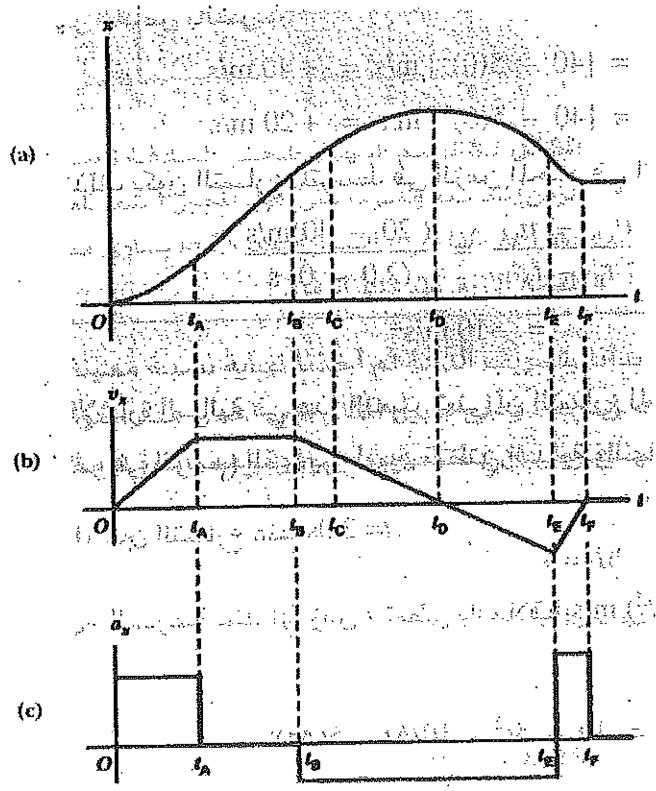
الشكل 6.2 يمكن الحصول على التسارع اللحظي من المنحنى البياني υ_x - t . (a) المنحنى البياني للعلاقة (السرعة- الزمن) كجزء من الحركة. (b) المنحنى البياني للعلاقة (التسارع الزمن) لنفس الحركة. التسارع المعطى من المنحنى البياني (a_x- t) لاي قيمة لـ t يساوي ميل خط المماس للمنحنى البياني (υ_x -t) عند نفس القيمة لـ t.

3.2 مثال ذهني: العلاقات البيانية التي تربط x، υ_x، a_x

يتغير موقع جسم عندما يتحرك على المحور x مع الزمن كما في الشكل 7.2a. ارسم منحنى السرعة مع الزمن والتسارع مع الزمن للجسم.

الحل- السرعة عند أي لحظة هي ميل المماس للمنحنى البياني للعلاقة (x-t) عند تلك اللحظة. بين t=0 و $t= t_A$ يزداد ميل المنحنى البياني (x-t) بإنتظام، ولذلك تزداد السرعة زيادة مستقيمة، كما هو موضح في الشكل 7.2b. وبين t_A و t_B يكون ميل المنحنى (x-t) ثابتاً. ولذلك تظل السرعة ثابتة. وعند t_D يكون ميل المنحنى (x-t) مساوياً للصفر، ولذلك تكون السرعة مساوية الصفر عند تلك اللحظة. وبين t_D وt_E يكون ميل المنحنى (x-t) وبالتالي السرعة كليهما سالباً وتتناقص بانتظام خلال هذه الفترة. وفي الفترة من t_E إلى t_F يظل المنحنى (x-t) سالباً، وعند t_F يؤول إلى الصفر. وأخيراً بعد t_F يكون ميل المنحنى (x-t) مساوياً للصفر، وذلك يعني أن الجسم ساكن عند ($t > t_F$).

ويكون التسارع في أي لحظة مساوياً ميل المماس للمنحنى البياني (υ_x -t) عند تلك اللحظة. المنحنى البياني للتسارع مع الزمن لهذا الجسم موضح في الشكل 7.2c. ويكون التسارع ثابتاً وموجباً بين صفر و t_A حيث ميل المنحنى البياني يكون موجباً. ويكون صفراً بين t_A و t_B وبالنسبة لـ $t > t_F$، حيث يكون ميل المنحنى البياني (υ_x-t) مساوياً للصفر في هذه الأزمنة وتكون سالبة بين t_B و t_E لأن الميل للمنحنى البياني (υ_x-t) يكون سالباً خلال هذه الفترة.



الشكل 7.2 (a) المنحنى البياني لـ (الموضع- الزمن) لجسم يتحرك على طول المحور x. (b) المنحنى البياني (للسرعة- الزمن) لجسم و الذي يمكن الحصول عليه من قياس الميل للمنحنى البياني (الموضع- الزمن) عند كل لحظة. (c) المنحنى البياني لـ (التسارع- الزمن) للجسم يمكن الحصول عليه من قياس ميل المنحنى البياني لـ (السرعة- الزمن) عند كل لحظة.

سؤال سريع

ارسم المنحنى البياني لـ (السرعة- الزمن) للسيارة في الشكل 1.2 a واستخدم رسمك للمنحنى البياني لتعيين لماذا كانت سرعة السيارة تزيد عن السرعة المطلقة المحدده على علامات الطريق وهي (30 Km/h).

مثال 4.2

تتغير سرعة جسيم يتحرك على طول المحور x مع الزمن طبقاً للعلاقة $\upsilon_x = (40- 5t^2)$ m/s حيث t بالثواني. (a) أوجد التسارع المتوسط في الفترة الزمنية من t=0 إلى t= 200s.

الحل- الشكل 8.2 يمثل المنحنى البياني (υ_x -t) والذي تم الحصول عليه من العلاقة بين السرعة والزمن المعطى في هذه المسألة. وحيث ان الميل على طول المنحنى (υ_x-t) يكون سالباً تماماً، نتوقع ان يكون التسارع سالباً.

ويمكننا أن نحسب السرعة عند $t_i = t_A = 0$، $t_F = t_B = 2.0$s بالتعويض عن هذه القيم للزمن t في التعبير الخاص بالسرعة:

$$\upsilon_{xA} = (40 - 5t_A^2)\, m/s = [40 - 5(0)^2]\text{ m/s} = +40\text{ m/s}$$
$$\upsilon_{xB} = (40 - 5t_B^2)\, m/s = [40 - 5(0)^2]\text{ m/s} = +20\text{ m/s}$$

ولذلك يكون التسارع المتوسط في الزمن المحدد في الفترة $\Delta t = t_B - t_A$= 2.0s هو:

$$\bar{a}_x = \frac{\upsilon_{xf} - \upsilon_{xi}}{t_f - t_i} = \frac{\upsilon_{xB} - \upsilon_{xA}}{t_B - t_A} = \frac{(20 - 40)\text{m/s}}{(2.0 - 0)\text{ s}}$$
$$= -10\text{ m/s}^2$$

والإشارة السالبة في هذا التعبير تعني أن التسارع المتوسط سالب هو الذي يُمثل بميل الخط (غير الظاهر في الرسم) الذي يربط بين نقطتي البداية والنهاية في المنحنى البياني (السرعة- الزمن)

(b) عين التسارع عند t= 2.0s.

الحل- السرعة عند أي زمن t تعطى بالعلاقة $\upsilon_{xi} = (40- 5t^2)$ m/s والسرعة عند زمن آخر $t + \Delta t$ يكون:

$$\upsilon_{xf} = 40 - 5(t + \Delta t)^2 = 40 - 5t^2 - 10t\Delta t - 5(\Delta t)^2$$

ولذلك التغير في السرعة خلال الفترة Δt هو:

$$\Delta\upsilon_x = \upsilon_{xf} - \upsilon_{xi} = [\; -10t\Delta t - 5(\Delta t)^2]\text{ m/s}$$

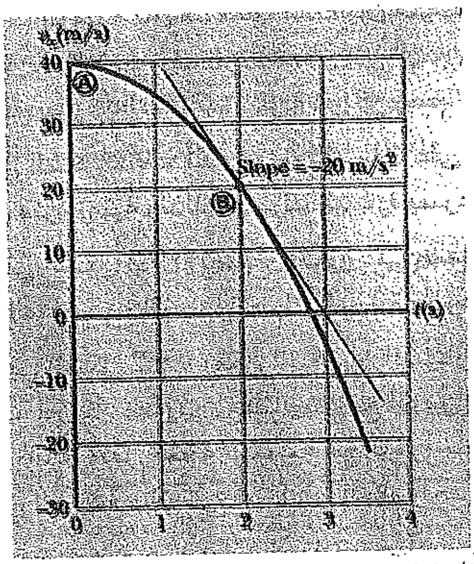
ونستنتج التسارع عند أي زمن t:

بقسمة هذا التعبير على Δt وأخذ النهاية للنتيجة عنما تؤول Δt إلى الصفر:

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} (-10t - 5\Delta t) = -10t \text{ m/s}^2$$

ولذلك عند الزمن t= 2.0s

$$a_x = (-10)(2.0) \text{ m/s}^2 = -20 \text{ m/s}^2$$



الشكل 8.2 الرسم البياني لمنحنى العلاقة (السرعة-الزمن) لجسيم يتحرك على طول المحور x تبعاً للعلاقة $v_x = (40 - 5t^2)$ m/s. التسارع عند $t = 2$ s يساوي ميل خط المماس الأزرق عند ذلك الزمن.

وهذا الحل يمكن الحصول عليه بمقارنة التسارع المتوسط خلال الفترة بين Ⓐ و Ⓑ (-10 m/s^2) مع القيمة اللحظية عند Ⓑ (-20 m/s^2) وذلك بمقارنة ميل الخط (غير مبين على الرسم) الواصل بين Ⓐ و Ⓑ مع ميل المماس عند Ⓑ .

لاحظ أن التسارع ليس ثابتاً في هذا المثال. والحالة التي تحتوي على تسارع ثابت سوف نتعامل معها في القسم 5.2.

نحن قمنا بتقدير مشتقات الدالة بأن بدأنا بتعريف الدالة ثم أخذنا نهاية نسبة معينة. ومن المألوف ان هناك قواعد معينة لعمل المشتقات بسرعة. وعلى سبيل المثال تبين احدى هذه القواعد ان مشتقة اي ثابت تساوي صفراً. ومثال آخر، افرض ان x تتناسب مع t المرفوعة للقوة n مثل هذه العلاقة

$$x = At^n$$

حيث A و n ثوابت. (هذه صورة دالة مألوفة جداً).

مشتقة x بالنسبة لـ t هي:

$$\frac{dx}{dt} = nAt^{n-1}$$

وبتطبيق هذه القاعدة في مثال 2.4 حيث ان:

$v_x = 40 - 5t^2$ نجد أن $a_x = \frac{dv_x}{dt} = -10t$

4.2 التمثيل البياني للحركة MOTION DIAGRAMS

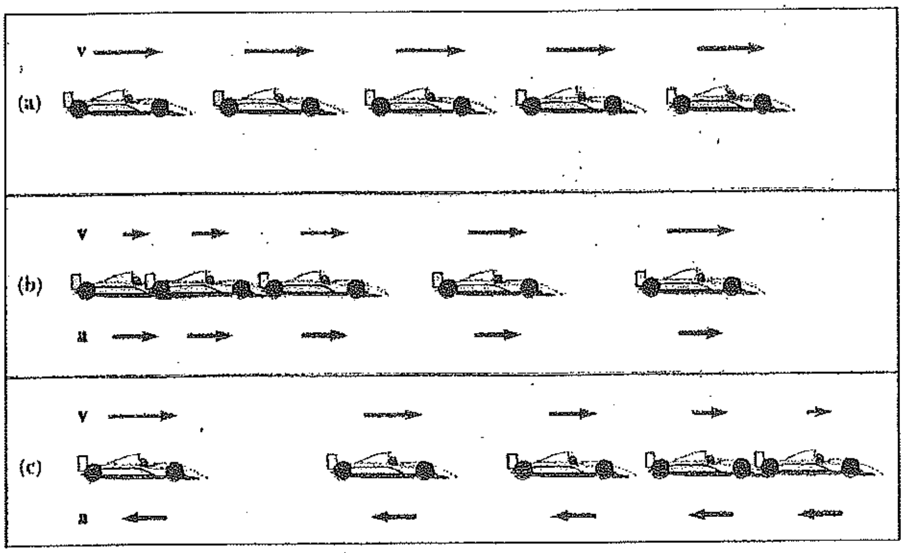
يتداخل غالباً مفهومي السرعة والتسارع مع بعضهما، ولكنهما في الحقيقة كميتان مختلفتان تماماً . ولتوضيح ذلك نستخدم تمثيل الحركة برسم بياني لوصف السرعة والتسارع عندما يكون الجسم في حالة حركة وحتى لا يحدث خلط بين هاتين الكميتين المتجهتين نهتم بالمقدار والاتجاه لكل منهما، وسوف نستخدم اللون الأحمر لمتجه السرعة واللون البنفسجي لمتجه التسارع كما هو مبين في الشكل 9.2. وفيه تم رسم المتجهات رسماً تخطيطياً عند لحظات عديدة اثناء حركة الجسم، ويفرض ان الفترات الزمنية بين موقعين متتالين متساوية. ويمثل هذا التوضيح ثلاث مجموعات من الصور المقطعة لسيارة تتحرك من الشمال إلى اليمين على طول طريق مستقيم. بحيث تكون الفترات الزمنية بين التصوير "Flashes" متساوية في كل رسم.

في الشكل 9.2 a تكون صور السيارة على أبعاد متساوية بما يعني أن السيارة تقطع نفس المسافة في كل فترة زمنية ولذلك تتحرك السيارة بسرعة موجبة ثابتة وبتسارع يساوي صفراً.

وفي الشكل 9.2 b تصبح الصور على مسافات أكثر تباعداً كلما زاد الزمن. في هذه الحالة يزداد متجه السرعة مع الزمن وتتحرك السيارة بسرعة موجبة وتسارع موجب.

وفي الشكل 9.2 c يمكن القول ان السيارة تتباطأ كلما تحركت في اتجاه اليمين حيث تتناقص الأزاحة بين كل صورتين متتاليتين مع الزمن. وتتحرك السيارة في هذه الحالة جهة اليمين بتسارع سالب ثابت. ويقل متجه السرعة مع الزمن حتى يصل إلى الصفر. ونرى من هذا الرسم التخطيطي ان متجهي السرعة والتسارع ليسا في اتجاه واحد. فتتحرك السيارة بسرعة موجبة بينما التسارع سالب.

ويمكن وضع رسم بياني لسيارة تتحرك في البداية تجاه الشمال بتسارع ثابت سالب أو موجب.



الشكل 9.2 (a) تمثيل بياني لحركة سيارة تتحرك بسرعة ثابتة (تسارع يساوي صفر). (b) الرسم البياني لسيارة لها تسارع ثابت اتجاهه في نفس اتجاه سرعتها. يمثل متجه السرعة عند كل لحظه بسهم أحمر ويمثل التسارع الثابت بالسهم البنفسجي. (c) الرسم البياني لسيارة تسارعها ثابت في اتجاه عكس اتجاه السرعة في كل لحظة.

تساؤل سريع 2.2:

(a) إذا كانت السيارة تسير تجاه الشرق، هل يمكن ان يكون تسارعها في اتجاه الشرق؟
(b) إذا كانت السيارة تبطئ من سرعتها، هل يمكن ان يكون تسارعها موجباً؟

5.2 الحركة في خط مستقيم بتسارع ثابت

ONE- DIMENSIONAL MOTION WITH CONSTANT ACCELERATION

إذا تغير تسارع جسم مع الزمن تكون حركته معقدة وصعبة التحليل. ومن أنواع الحركة في بعد واحد والشائع جداً هي تلك الحركة التي يكون فيها التسارع ثابت. وفي هذه الحالة، يكون التسارع المتوسط عبر أي فترة زمنية مساوياً للتسارع اللحظي عند اي لحظة خلال الفترة، وتتغير السرعة بنفس المعدل خلال الحركة.

وإذا بدلنا $\overline{a}_x$ بـ a_x في المعادلة 5.2 وأخذنا $t_i = 0$ و t_f الزمن عند وقت اخر t نجد ان:

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t}$$

أو

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t \qquad (8.2)$$

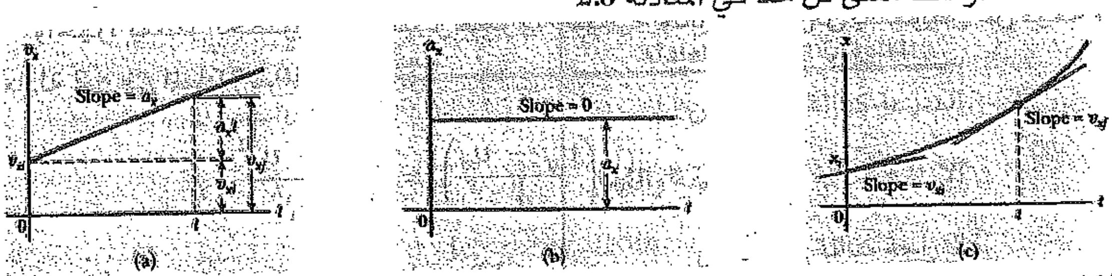
السرعة كدالة في الزمن

هذا التعبير القوي يُمكننا من تعيين سرعة جسم عند اي لحظة t إذا عرفنا السرعة الابتدائية وتسارعه الثابت. المنحنى البياني للعلاقة (السرعة- الزمن) للحركة بتسارع ثابت موضح في الشكل 10.2a . ويكون المنحنى البياني خطاً مستقيماً، والميل (ثابت) يمثل التسارع a_x، وهذا متوافق مع حقيقة ان $a_x = dv_x/dt$ تكون ثابتة. لاحظ ان الميل موجب، وهذا يدل على ان التسارع موجب. وإذا كان التسارع سالباً يجب ان يكون ميل الخط في الشكل 10.2 a سالباً.

وعندما يكون التسارع ثابتاً يكون منحنى التسارع مع الزمن (الشكل 10.2 b) خط مستقيم ميله يساوي صفر.

تساؤل سريع 8.2:

أوصف معنى كل حد في المعادلة 2.8



الشكل 10.2 جسم يتحرك على طول المحور x بتسارع ثابت a_x.
(a) المنحنى البياني للعلاقة (السرعة- الزمن). (b) المنحنى البياني للعلاقة (التسارع- الزمن) (c) المنحنى البياني للعلاقة (الموضع- الزمن).

حيث ان السرعة عند التسارع الثابت تتغير خطياً مع الزمن طبقاً للمعادلة 8.2، يمكننا التعبير عن السرعة المتوسطة في اي فترة زمنية كمتوسط حسابي للسرعة الابتدائية υ_{xi} و السرعة النهائية υ_{xf} :

$$\overline{\upsilon}_x = \frac{\upsilon_{xi} + \upsilon_{xf}}{2}$$ عند ثبوت a_x (9.2)

لاحظ ان التعبير عن السرعة المتوسطة يطبق فقط في حالة ما إذا كان التسارع ثابتاً.

ويمكننا استخدام المعادلات 1.2، 2.2، 9.2 للحصول على الإزاحة لاي جسم كدالة في الزمن. وبإعادة تسمية Δx في المعادلة 2.2 لتمثيل $x_f - x_i$ وباستخدام t بدلا من Δt (حيث اننا نأخذ $t_i=0$) يمكننا ان نقول:

$$x_f - x_i = \overline{\upsilon}_x t = \frac{1}{2}(\upsilon_{xi} + \upsilon_{xf})t$$ (عند ثبوت a_x) (10.2)

نستطيع ان نحصل على تعبير اخر مُفيد للازاحة عند التسارع الثابت بالتعويض من المعادلة 8.2 في المعادلة 10.2.

$$x_f - x_i = \frac{1}{2}(\upsilon_{xi} + \upsilon_{xi} + a_x t)t$$

$$x_f - x_i = \upsilon_{xi} t + \frac{1}{2}a_x t^2$$ (11.2)

نحصل على المنحنى البياني للعلاقة (الموضع- الزمن) لحركة تسارعها ثابت (موجب) والمبين في الشكل 2.10c من المعادلة 11.2 . نلاحظ أن المنحنى قطع مكافئ. ميل خط المماس لهذا المنحنى عند $t = t_i = 0$ يساوي السرعة الابتدائية υ_{xi} ، وميل خط المماس عند اي زمن اخر يساوي السرعة عند هذا الزمن υ_{xf} .

ويمكننا عمل اختبار للتحقق من صحة المعادلة 11.2 بنقل الحد x_i إلى الطرف الايمن للمعادلة ونفاضل المعادلة بالنسبة للزمن:

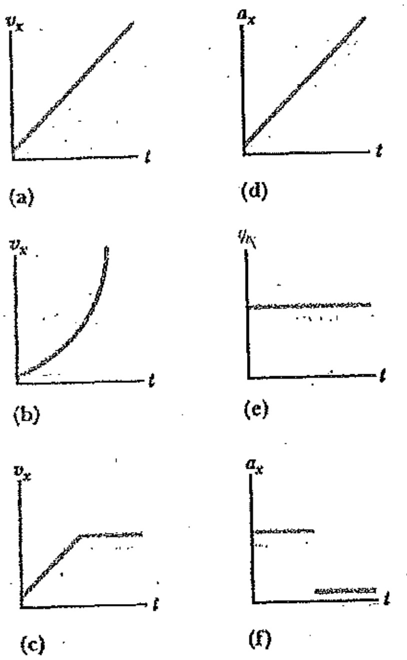
$$\upsilon_{xf} = \frac{dx_f}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x_i + \upsilon_{xi} t + \frac{1}{2}a_x t^2\right) = \upsilon_{xi} + a_x t$$

وأخيراً يمكننا الحصول على تعبير للسرعة النهائية خالياً من الزمن بالتعويض عن قيمة t من المعادلة 8.2 في المعادلة 10.2:

$$x_f - x_i = \frac{1}{2}(\upsilon_{xi} + \upsilon_{xf})\left(\frac{\upsilon_{xf} - \upsilon_{xi}}{a_x}\right) = \frac{\upsilon_{xf}^2 - \upsilon_{xi}^2}{2a_x}$$

$$\upsilon_{xf}^2 = \upsilon_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$$ (عند ثبوت a_x)

وبالنسبة للحركة عند تسارع يساوي صفراً، نرى من المعادلة 8.2 و 11.2 ان:



الشكل 11.2 الاجزاء (a)، (b)، (c) هي منحنيات بيانية للعلاقة (v_x-t) لجسم يتحرك في بعد واحد. وترى التسارع الممكن لكل جسم كدالة في الزمن في (d)، (e) و (f).

$$\left.\begin{aligned} v_{xf} &= v_{xi} = v_x \\ x_f - x_i &= v_x t \end{aligned}\right\} \text{when } a_x = 0$$

بمعنى انه عندما يكون التسارع صفراً، تكون السرعة ثابتة والازاحة متغيره خطياً مع الزمن.

اختبار سريع 4.2

في الشكل 11.2 طابق كل منحنى بياني للعلاقة (v_x-t) مع المنحنى البياني الامثل لوصف الحركة.

المعادلات من 8.2 حتى 12.2 هي تعبيرات كينماتيكية والتي ربما تستخدم في حل أي مسألة تحتوي على حركة في بعد واحد بتسارع ثابت. آخذين في الاعتبار ان هذه العلاقات كانت مشتقة من تعريف السرعة والتسارع معاً مع بعض المعالجات الجبرية البسيطة باليد وبشرط ان يكون التسارع ثابتاً.

الاربع معادلات الكينماتيكية المستخدمة في معظم الاحيان مدونة في قائمة بالجدول 2.2. اختيار اي من المعادلات لاستخدامها لحالة معينة يعتمد على المعلومات التي تعطى لك. واحياناً يكون من الضروري استخدام معادلتين من هذه المعادلات لحل مجهولين. وعلى سبيل المثال، افرض ان السرعة الابتدائية v_{xi} والتسارع a_x معطى لك. يمكنك بعد ذلك ان تجد (1) السرعة بعد مضي فترة زمنية t باستخدام المعادلة $v_{xf} = v_{xi} + a_x t$ و (2) الإزاحة بعد مضي فترة زمنية t، بإستخدام المعادلة $x_f - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$. ويجب التحقق من الحركة في اتجاه المحور x.

الجدول 2.2 المعادلات الكينماتيكية لحركة في خط مستقيم بشرط ان يكون التسارع ثابت

المعادلة	المعلومات المعطاة بالمعادلة
$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$	السرعة كدالة في الزمن
$x_f - x_i = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$	الإزاحة كدالة في السرعة والزمن
$x_f - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	الإزاحة كدالة في الزمن
$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$	السرعة كدالة في الإزاحة

لاحظ أن الحركة في اتجاه المحور x

ستجد ان الكميات التي تتغير اثناء الحركة هي السرعة، الإزاحة، والزمن.

وسوف تحصل على خبرة عظيمة في استخدام هذه المعادلات بحل عدد من التمارين والمسائل. وسوف تكتشف في مرات كثيرة ان اكثر من طريقة يمكن ان تُستخدم للحصول على الحل. ونذكر ان هذه المعادلات الكينماتيكية لايمكن ان تستخدم في الحالة التي يتغير فيها التسارع مع الزمن. ولكنها تُستخدم فقط عندما يكون التسارع ثابتاً.

مثال ذهني 5.2: السرعة لاجسام مختلفة.

اعتبر ان الحركات التالية في بعد واحد: (a) تقذف كره إلى أعلى لتصل إلى أعلى نقطة ثم تسقط لتعود ليد قاذفها (b) سيارة سباق تبدأ من السكون وتزداد سرعتها حتى تصل إلى 100 m/s (c) سفينة فضائية تندفع خلال الفضاء بسرعة ثابتة. هل هناك أي نقط في الحركة لهذه الاجسام والتي تكون عندها السرعة اللحظية مساوية للسرعة المتوسطة على طول الحركة (خلال الحركة)؟ إذا كان كذلك حدد النقطة (أو النقاط).

الحل- (a) تكون السرعة المتوسطة للكرة المقذوفة مساوية صفراً بسبب ان الكرة ترجع لنقطة بدايتها، ولذلك تكون ازاحتها صفراً (تذكر ان السرعة المتوسطة تعرف على انها $\Delta x / \Delta t$). توجد نقطة واحدة التي عندها السرعة اللحظية تساوي الصفر عند أعلى نقطة في الحركة. (b) لايمكن تقييم السرعة المتوسطة للسيارة من المعلومات المعطاه ولكن يجب ان تكون هناك بعض القيم بين الصفر و 100 m/s ولان السيارة سوف يكون لها سرعة لحظية بين الصفر و 100 m/s في بعض الاوقات خلال الفترة الزمنية، فإنه يجب ان يكون هنا بعض اللحظات التي تكون عندها السرعة اللحظية تساوي السرعة المتوسطة.

(c) لان السرعة اللحظية للسفينة ثابتة، تكون سرعتها اللحظية عند أي وقت وسرعتها المتوسطة خلال الفترة الزمنية واحدة.

مثال 6.2: الحركة مع فيض مروري.

(a) قدر متوسط تسارعك عندما تقود من مدخل طريق منحدر إلى طريق سريع يربط بين ولايتين.

الحل- تحتوي هذه المسألة على اكثر من المقادير المعتاده التي نقدرها! سوف نحاول ان نأتي بقيمة التسارع a_x، ولكن من الصعب تقدير قيمتها مباشرة.

الثلاث متغيرات الاخرى التي تحتويها الكينماتيكا هي الموضع، السرعة، والزمن وربما تكون

السرعة هي أسهل واحدة للتقدير. دعنا نفرض ان السرعة 100 Km/h، ولذلك يمكنك الاندماج في حركة المرور. ونضرب هذه القيمة في 1000 لنحول الكيلومترات إلى امتار ثم نقسم على 3600 لنحول الساعات إلى ثواني. هذه الحسابات تساوي تقريباً قسمة القيمة على 3. في الحقيقة دعنا نقول ان السرعة النهائية تساوي $v_{xf} \approx 30$ m/s (تذكر انك يمكن ان تبعد عن النتيجة بهذا النوع من التقريب بإسقاط الارقام العشرية عندما نُجري حسابات ذهنية فإذا بدأت بوحدات بريطانية تستطيع أن تقرب 1mi/ h إلى 0.5 m/s ونستمر في ذلك).

والآن نفرض انك بدأت الصعود للطريق المنحدر بثلث سرعتك النهائية أي أن $v_{xi} \approx 10$ m/s . واخيراً نفرض انك تأخذ حوالي 10s لكي تنتقل من v_{xi} إلى v_{xf} ، اساس هذا التقدير يعتمد على خبرتك السابقة في السيارات. ويمكننا بعد ذلك ان نوجد التسارع باستخدام المعادلة 8.2 :

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t} \approx \frac{30\text{ m/s} - 10\text{ m/s}}{10\text{ s}} = \boxed{2\text{ m/s}^2}$$

هذا النوع من المجهود الذهني في حل المسائل يكون مدهشاً ومفيداً وغالباً ما يعطي نتائج قد لاتكون مختلفة كثيراً عن تلك التي نتوصل إليها من القياسات الدقيقة.

(b) إلى اي بعد سوف تصل اثناء نصف الفترة الزمنية والتي تحركت اثنائها بتسارع؟

الحل- يمكن ان نحسب المسافة المقطوعة اثناء أول 5s من المعادلة 11.2 :

$$x_f - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \approx (10\text{ m/s})(5\text{ s}) + \frac{1}{2}(2\text{ m/s}^2)(5\text{ s})^2$$

$$= 50\text{ m} + 25\text{ m} = \boxed{75\text{ m}}$$

مثال 7.2، مهبط حاملة طائرات

تهبط طائرة على حاملة طائرات بسرعة 140 mi/h≈(63 m/s) (a) ما هو تسارعها إذا وقفت بعد 2.0 s؟

الحل- نُعرف الاحداثي x بانه اتجاه حركة الطائرة. القراءة المتأنية للمسألة تُظهر انه بالاضافة إلى معرفة السرعة الابتدائية المعطاه 63 m/s، نعرف ايضاً ان السرعة النهائية تساوي صفراً. ونلاحظ ايضاً اننا لم نُعطى ازاحة الطائرة اثناء توقفها. المعادلة 8.2 هي المعادلة الوحيدة في الجدول 2.2 التي لاتحتوي الازاحة، ولذلك نستخدمها لايجاد التسارع:

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t} \approx \frac{0 - 63\text{ m/s}}{2.0\text{ s}} = \boxed{-31\text{ m/s}^2}$$

(b) ما هي ازاحة الطائرة اثناء توقفها؟

الحل- نستطيع الان ان نستخدم أي من المعادلات الثلاث الاخرى في الجدول 2.2 لحساب الازاحة. دعنا نختار المعادلة 2.10:

$$x_f - x_i = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t = \frac{1}{2}(63\text{ m/s} + 0)(2.0\text{ s}) = 63\text{ m}$$

وإذا قطعت الطائرة إزاحة أكبر من هذه، فربما تسقط في المحيط. وعلى الرغم من ان فكرة استخدام حبال التوقف لتمكين الطائرات من الهبوط بسلام على السفن قد استخدمت لاول مرة خلال فترة الحرب العالمية الأولى، إلا ان الحبال مازالت جزءاً هاماً وضروري لعمل حاملات الطائرات الحديثة.

مثال 8.2 متابعة حدود السرعة المسموح بها

تسير سيارة بسرعة ثابتة 45.0 m/s تمر على رجل مرور مختبأ خلف لوحة اعلانات. وبعد ثانية واحدة من مرور السيارة على لوحة الاعلانات يخرج رجل المرور من وراء اللوحة ليلحق بها، ويبدأ في السير بتسارع ثابت مقداره 3.0 m/s^2. ما هو طول المسافة الي يقطعها ليصل إلى السيارة؟

الحل- من القراءة المتأنية دعنا نصف هذه المسألة بأنها مسألة تسارع ثابت. ونعرف انه بعد 1s من البداية سوف يأخذ رجل المرور 15s إضافية يتحرك بتسارع حتى تصل سرعته إلى 45.0 m/s. وبالطبع سوف يستمر بعد ذلك في زيادة سرعته (بمعدل 30 m/s كل ثانية) ليلحق بالسيارة. وفي أثناء حدوث كل هذا تستمر السيارة في الحركة. ولذلك يجب علينا ان نتوقع ان النتيجة سوف تكون اكثر من 15s. الرسم التخطيطي (الشكل 12.2) يساعد في تتابع الأحداث.

أولاً : نكتب علاقة لموضع كل سيارة كدالة في الزمن. ومن المناسب ان نختار موقع لوحة الاعلانات نقطة الاصل ونضع $t_B = 0$ هو الزمن الذي يبدأ فيه رجل المرور الحركة. في هذه اللحظة تكون السيارة قد تحركت مسافة 45.0 m لانها تسير بسرعة ثابتة $v_x = 45.0\text{ m/s}$ لمدة 1s. ولذلك الموضع الابتدائي للسيارة المتحركة هو $x_B = 45.0\text{m}$.

وحيث ان السيارة تسير بسرعة ثابتة يكون تسارعها مساوياً للصفر. وبتطبيق المعادلة 11.2 (مع $a_x = 0$) تعطي موضع السيارة عند اي زمن t:

$$x_{car} = x_B + v_{xcar}\, t = 45.0\text{ m} + (45.0\text{ m/s})t$$

وبفحص سريع لهذه العلاقة تظهر انه عند $t = 0$ يعطي هذا التعبير موضع السيارة الابتدائي الصحيح عندما يبدأ رجل المرور في الحركة: $x_{car} = x_B = 45.0\text{ m}$.

يبدأ رجل المرور من السكون عند $t=0$ ويتحرك بتسارع $3.0\ m/s^2$ بعيداً عن نقطة الأصل. ومن ثم يمكن حساب موقعه بعد اي فترة زمنية من المعادلة 2.11:

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

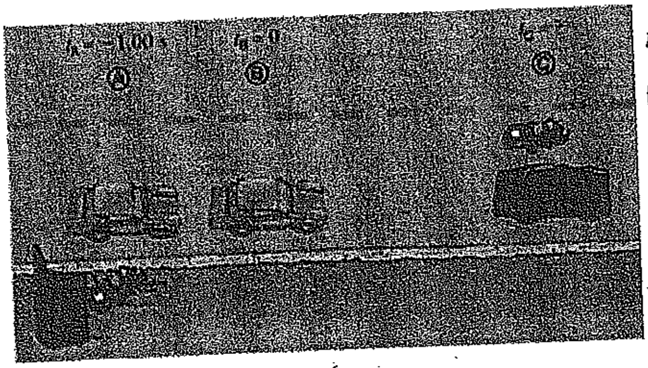
$$x_{\text{trooper}} = 0 + 0t + \frac{1}{2}a_x t^2 = \frac{1}{2}(3.00\ \text{m/s}^2)t^2$$

يدرك رجل المرور السيارة في اللحظة التي يكون فيها موقعه متطابق مع (يساوي) موقع السيارة وهو الموقع C :

$$x_{\text{trooper}} = x_{\text{car}}$$

$$1/2\ (3.00\ \text{m/s}^2)\ t^2 = 45.0\ \text{m} + (45.0\ \text{m/s})t$$

وهذا يعطى معادلة تربيعية: $1.50\,t^2 - 45.0\,t - 45.0 = 0$



والحل الموجب لهذه المعادلة هو $t = 31.0\ s$ (وللمساعدة في حل المعادلات التربيعية) لاحظ انه في هذه الفترة الزمنية 31.0 s، يقطع رجل المرور مسافة حوالي 1440 m (هذه المسافة يمكن حسابها من السرعة الثابتة للسيارة:

$$(45.0\ \text{m/s})\ (31+1) = 1440 = \text{m}$$

تمرين: يمكن حل هذه المسألة بيانياً. على نفس الرسم البياني، ارسم علاقة الموضع مع الزمن لكل سيارة. ومن نقطة تقاطع المنحنين عين الزمن الذي عنده يدرك رجل المرور السيارة.

6.2 السقوط الحر للاجسام FREELY FALLING OBJECTS

من المعروف جيداً الان أنه في غياب مقاومة الهواء، تسقط جميع الاجسام الساقطة بالقرب من سطح الكرة الأرضية في اتجاه الارض بنفس التسارع الثابت تحت تأثير الجاذبية الأرضية. حتى عام 1600 لم تكن تلك النتيجة مقبولة. وقبل هذا الوقت كانت تعاليم الفيلسوف العظيم ارسطو Aristotle (384- 322 B.C) تقول ان الاجسام الثقيلة تسقط اسرع من الخفيفة.

كان العالم الايطالي جاليليو جاليلي Galileo Galilei (1564- 1642) هو من وضع الأفكار الحالية المتعلقة بسقوط الاجسام. هناك اسطورة بأنه وصف سقوط الاجسام بملاحظة وزنين مختلفين يسقطان معاً من برج بيزا المائل ليصطدما بالأرض عند نفس الزمن تقريباً. وعلى الرغم من انه يوجد

بعض الشك بأنه قام بإجراء هذه التجربة الخاصة. ومن الثابت ان جاليليو صمم كثيراًمن التجارب على أجسام تتحرك على مستوى مائل. في هذه التجارب دحرج كره إلى أسفل بمستوى مائل قليلاً وقاس المسافة التي قطعتها في فترات زمنية متتابعة. وكان الغرض من الميل هو تقليل التسارع؛ وبتقليل التسارع استطاع جاليليو ان يقيس الفترات الزمنية بدقة. وبواسطة زيادة ميل المستوى المائل بالتدريج، استطاع جاليليو في النهاية ان يرسم النتيجة حول السقوط الحر للأجسام حيث ان سقوط الكرة حر يكافئ تحرك الكرة إلى أسفل في مستوى عمودي (مائل بزاوية $90°$).

تساؤل سريع:

استخدم قلم رصاص في عمل ثقب في قاع فنجان من الورق ثم غطي الثقب باصبعك واملاء الفنجان بالماء. امسك الفنجان إلى أعلى امامك ثم اتركه ليسقط. هل يخرج الماء من الثقب اثناء سقوط الفنجان؟ لماذا "نعم" أو لماذا "لا"؟

وربما تحاول عمل التجربة التالية. اسقط معاً في ان واحد قطعة نقود وقطعة من ورق مجعده من نفس الارتفاع. فإذا اهمل تأثير مقاومة الهواء، فسوف يأخذ الاثنان نفس الحركة وسوف يصطدمان بالأرض في نفس الوقت. في الحالة المثالية، والتي فيها تكون مقاومة الهواء غائبة مثل هذه الحركة ترجع إلى السقوط الحر. إذا استطعنا تنفيذ نفس التجربة في الفراغ، والذي تكون فيه مقارمة الهواء مهملة حقاً، يجب أن يسقط الورق وقطعة النقود بنفس التسارع حتى عندما تكون الورقة غير مجعدة. في الثاني من اغسطس عام 1971 تم اجراء هذه التجربة على القمر بواسطة رائد الفضاء ديفيد اسكوت David Scott . فقد ترك شاكوش وريشة حران، فسقطا في نفس اللحظة على سطح القمر. وبالتأكيد هذه التجربة تُسعد جاليليو!

وعندما نستخدم التعبير "السقوط الحر للاجسام" ليس بالضرورة أن نشير إلى جسم يسقط من السكون. فالسقوط الحر للأجسام هو أي جسم يتحرك حراً تحت تأثير الجاذبية وحدها بغض النظر عن حركته الابتدائية. ويكون السقوط الحر بمجرد إطلاقه. فأي سقوط حر لجسم سوف يعاني تسارع متجهاً لاسفل بغض النظر عن حركته الابتدائية.

وسوف نشير إلى قيمة تسارع السقوط الحر بالرمز g. وتقل قيمة g الموجودة بالقرب من سطح الأرض مع زيادة الارتفاع. وعلاوة على ذلك يحدث تغير بسيط في g مع التغير في الارتفاع. ومن الشائع ان نعرف "إلى أعلى Up" باتجاه $(+y)$ ونستخدم y لتغير الموضع في معادلات الكينماتيكا. وعلى سطح الأرض قيمة g تساوي تقريباً $9.8\ m/s^2$. وإذا لم تعط فسوف نستخدم هذه القيمة لـ g عندما نجري الحسابات. ولعمل تقدير سريع نستخدم $g= 10\ m/s^2$.

وإذا اهملنا مقاومة الهواء وفرضنا ان تسارع السقوط الحر لايتغير مع الارتفاع خلال مسافات عمودية قصيرة، سوف تكون الحركة لجسم يسقط عمودياً سقوط حر مكافئ لحركة في بعد واحد

تحت تأثير تسارع ثابت. ولذلك يمكن تطبيق المعادلات التي عرضناها في القسم 5.2 لجسم يتحرك بتسارع ثابت. التعديل الوحيد هو ملاحظة أن هذه المعادلات لاجسام تسقط سقوطاً حرا وأن الحركة في الاتجاه العمودي (اتجاه y) بخلاف الاتجاه الافقي (x) وان ذلك التسارع يكون متجها لاسفل له قيمة $9.80\ m/s^2$. ولذلك دائماً نأخذ $a_y = -g = -98\ m/s^2$، حيث إن الاشارة سالبة تعني ان التسارع لجسم يسقط سقوطا حرا يكون متجهاً لاسفل. في الفصل 14 سوف ندرس كيف نتعامل مع التغير في g بتغير الارتفاع.

مثال ذهني 9.2: اقدام غواص فضاء.

يقفز غواص فضاء إلى الخارج من طائرة هيليكوبتر وهي تطير، وبعد عده ثواني يقفز غواص اخر، ويسقطا الاثنان عبر نفس الخط العمودي. اهمل مقاومة الهواء، ولذلك يسقط كلاهما بنفس التسارع. هل يظل الفرق في سرعتيهما ثابت خلال السقوط؟ وهل تظل نفس المسافة بينهما خلال السقوط ثابتة؟ وإذا اتصل الغواصان بحبل مطاط طويل، هل قوة الشد في الحبل تزيد، تقل، أم تظل ثابتة أثناء السقوط؟

الحل- عند اي لحظة معطاه، تختلف سرعة الغواصين لان احدهما بدأ قبل الاخر. في اي فترة زمنية Δt بعد هذه اللحظة، تزداد سرعة الغواصين بنفس المقدار حيث ان لهما نفس التسارع. لذلك يظل الفرق في سرعتيهما ثابت خلال السقوط.

يكون للغواص الأول دائماً سرعة إكبر من الثاني. لذلك فانه في الفترة الزمنية المعطاه يقطع الغواص الأول مسافة اكبر من الثاني. لذلك تزداد المسافة التي تفصلهم.

وبمجرد أن تصل المسافة بين الغواصين طول الحبل المطاط تزداد قوة الشد في الحبل. وكلما زادت قوة الشد تصبح المسافة بين الغواصين إكبر واكبر.

مثال 10.2: وصف الحركة لكرة مقذوفة.

تقذف كرة رأسياً إلى اعلى بسرعة $25\ m/s$. قدر سرعتها خلال فترات زمنية كل منها 1s.

الحل- دعنا نختار الاتجاه إلى اعلى هو الاتجاه الموجب. و بغض النظر عن ان الكرة تتحرك إلى اعلى أو إلى اسفل، تتغير سرعتها العمودية بحوالي $(-10\ m/s)$ كل ثانية تمكثها في الهواء. تبدأ الكره بسرعة $25\ m/s$. وبعد انقضاء 1s تستمر الكرة في التحرك إلى أعلى ولكن بسرعة $15\ m/s$ حيث ان تسارعها إلى اسفل (التسارع لاسفل بسبب نقصان سرعتها وبعد ثانية اخرى تنقص سرعتها لاعلى إلى $5\ m/s$. والان نأتي إلى الجزء الذي يحدث فيه الخدعة - بعد نصف ثانية اخرى تصبح سرعتها صفر. الكرة صعدت إلى اقصى ارتفاع يمكن ان تصل إليه. وبعد هذه النصف ثانية الاخيرة من الفترة الزمنية 1s تتحرك الكرة بسرعة $(-5\ m/s)$ (الاشارة السالبة تبين ان الكرة تتحرك الان في الاتجاه

إلى اسفل). والذي فيه تتغير سرعتها من 5 m/s + إلى 5 m/s - خلال تلك الفترة 1s. والتغير في السرعة خلال هذه الثانية مازال 10 m/s– = ([+5] – 5–). وتستمر في الهبوط وبعد انقضاء (مرور) 1s اخرى تسقط الكرة بسرعة 15 m/s-. وأخيراً وبعد 1s اخرى تصل إلى نقطة بدايتها الأصلية وتتحرك إلى أسفل بسرعة 25 m/s-. وفي حالة قذف الكرة عمودياً من منحدر شاهق، تستطيع ان تستمر في الهبوط مع استمرار تغير سرعتها بمقدار حوالي 10 m/s- كل ثانية.

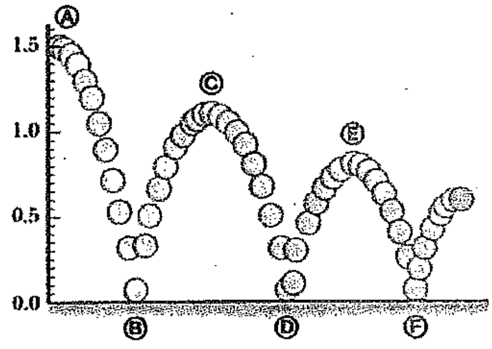
مثال ذهني 11.2: متابعة ارتداد كرة

تسقط كرة تنس من ارتفاع مستوى الكتف (حوالي 1.5m) وترتد ثلاث مرات قبل امساكها. ارسم المنحنيات البيانية لموضعها، سرعتها وتسارعها كدالة في الزمن، مع اعتبار الاتجاه الموجب للاحداثي y+ هو الاتجاه إلى اعلى.

الحل- في رسوماتنا دعنا نمد الأشياء إلى الخارج أفقيا لنرى ما سوف يحدث. (حتى إذا ما تحركت الكرة أفقيا فإن ذلك لا يؤثر على حركتها رأسيا).

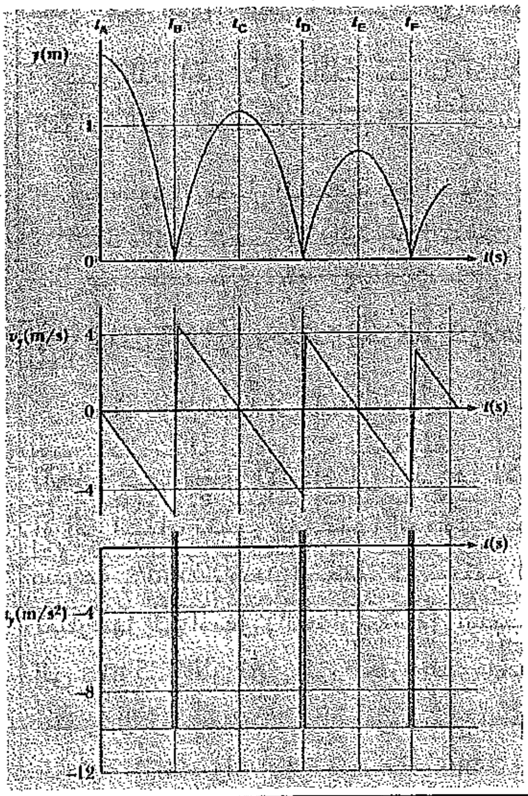
نرى من الشكل 13.2 ان الكرة تلامس الأرض عند النقاط (B)، (D)، (F). ولان سرعة الكرة تتغير من السالب إلى الموجب ثلاث مرات خلال هذه الوثبات، يجب ان يتغير ميل المنحنى البياني للعلاقة (الموضع- الزمن) بنفس الطريقة. لاحظ ان الفترة الزمنية بين الوثبات تقل. لماذايحدث هذا؟

وأثناء سكون الكرة يجب ان يكون ميل منحني (السرعة- الزمن) يساوي $-9.8 m/s^2$ ويكون منحني (التسارع- الزمن) خط افقي عند هذه الازمنه لان التسارع لا يتغير عندما تكون الكره في حاله سقوط حر. وعندما تتلامس الكرة مع الأرض، تتغير السرعة خلال فترة زمنية قصيرة جداً، ولذلك يجب ان يكون التسارع كبير جدا. وهذا يناظر كل الخطوط الممتدة لاعلى في منحنى (السرعة- الزمن) وبالنسبة للخطين في منحنى (التسارع- الزمن).



(a)

الشكل 13.2 (a) أسقطت كرة من ارتفاع 1.5 m وارتدت من الارض (لم يُأخذ في الاعتبار الحركة الافقية لأنها لاتؤثر على الحركة الرأسية). (b) المنحنيات البيانية لعلاقة كل من "الموضع، السرعة، والتسارع مع الزمن.



تساؤل سريع 5.2:

ما هي القيم التي تمثل سرعة الكرة وتسارعها عند النقط Ⓐ ، Ⓒ، Ⓔ في الشكل 13.2.

(a) $v_y = 0, a_y = 0$

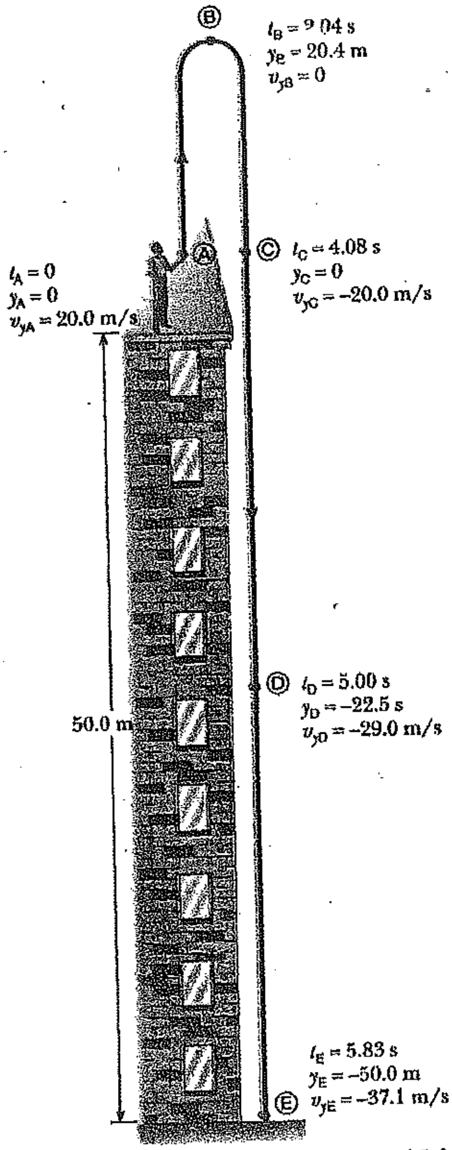
(b) $v_y = 0, a_y = 9.80\ m/s^2$

(c) $v_y = 0, a_y = -9.80\ m/s^2$

(d) $v_y = -9.80\ m/s, a_y = 0$

مثال 12.2: قذف ليس برديء لمجند جديد

قُذف حجر من قمة مبنى بسرعة ابتدائية 20.0 m/s في خط مستقيم إلى اعلى. وكان ارتفاع المبنى 50.0 m، وقد اخطأ الحجر حافة سطح المبنى وهو في طريقه للهبوط، كما هو موضح في الشكل 14.2. وباستخدام $t_A = 0$ هو الزمن الذي يترك الحجر يد القاذف عند الموقع Ⓐ، عين (a) الزمن الذي يعود فيه الحجر إلى الارتفاع الذي قذف منه. (b) اقصى ارتفاع. (c) الزمن الذي يعود فيه الحجر إلى الارتفاع الذي قذف منه. (d) سرعة الحجر عند هذه اللحظة. (e) سرعة وموضع الحجر عند t= 5.0s.



الشكل 14.2 الموضع والسرعة مع الزمن لسقوط حر لحجر يُقذف رأسياً لاعلى بسرعة ابتدائية مقدارها $v_{yi} = 20.0\ m/s$

الحل- (a) اثناء انتقال الحجر من Ⓐ إلى Ⓑ تتغير سرعته بمقدار 20 m/s لانه يقف عند Ⓑ. ولان عجلة الجاذبية الأرضية تسبب تغير السرعة العمودية بقيمة 10m/s كل ثانية في السقوط الحر. يجب ان يأخذ الحجر حوالي 2 s ليذهب من Ⓐ إلى Ⓑ الموضحان في الرسم. (في مثل هذه المسائل، بالتأكيد سوف يساعدك الرسم في تنظيم تفكيرك). ولحساب الزمن t_B الذي عنده يصل الحجر إلى اقصى ارتفاع، نستخدم المعادلة 2.8، $v_{yB} = v_{yA} + a_y t$ ، لاحظ ان $v_{yB} = 0$ وضع بداية قراءة ساعتك عند $t_A = 0$

$$20.0\ m/s + (-9.80\ m/s^2)\ t = 0$$

$$t = t_B = \frac{20.0 \text{ m/s}}{9.80 \text{ m/s}^2} = 2.04 \text{ s}$$

تقديرنا كان قريباً جداً.

(b) حيث ان السرعة المتوسطة خلال الفترة الزمنية الاولى هي 10 m/s (متوسط 20 m/s و 0m/s) ولانها تسير لمدة حوالي 2 s، نتوقع ان يقطع الحجر حوالي 20 m. وبالتعويض عن فترتنا الزمنية في المعادلة 11.2 نستطيع ان نوجد اقصى ارتفاع مقاس من موضع الشخص القاذف حيث نضع $y_i = y_A = 0$:

$$y_{max} = y_B = v_{yA}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$y_B = (20.0 \text{ m/s})(2.04 \text{ s}) + \frac{1}{2}(-9.80 \text{m/s}^2)(2.04 \text{ s})^2$$

$$= 20.4 \text{ m}$$

تقديرنا للسقوط الحر يكون دقيق جداً.

(c) ليس هناك سبب يجعلنا نعتقد ان حركة الحجر من (B) إلى (C) ليست هي خلاف عكس حركته من (A) إلى (B) ولذلك فإن الزمن الذي يحتاجه لان يذهب من (A) إى (C) يجب ان يكون ضعف الزمن الذي يحتاجه لينتقل من (A) إلى (B). و عندما يعود الحجر إلى الارتفاع الذي قذف منه (الموضع (C)) تكون احداثيات y الصفر مرة اخرى. وباستخدام المعادلة 11.2 مع $y_f = y_c = 0$ و $y_i = y_A = 0$ نحصل على

$$y_C - y_A = v_{yA}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$0 = 20.0t - 4.90t^2$$

وهذه معادلة تربيعية ولذلك لها حلان لـ $t = t_C$. وتكون المعادلة على الصورة:

$$t(20.0 - 4.90\,t) = 0$$

احدى الحلول $t = 0$ هو زمن بداية حركة الحجر. والحل الاخر هو $t = 4.08 \text{ s}$، وهو الحل الذي نبحث عنه. لاحظ انه ضعف قيمة حسابات t_B.

(d) مرة اخرى نتوقع ان كل شئ عند (C) هو نفسه عند (A)، ما عدا ان السرعة الان في الاتجاه المضاد. قيمة t التي تم الحصول عليها في (C) يمكن ادخالها في المعادلة 2.8 لتعطي

$$v_{yC} = v_{yA} + a_y t = 20.0 \text{ m/s} + (-9.80 \text{ m/s}^2)(4.08 \text{ s})$$

$$= -20.0 \text{ m/s}$$

سرعة الحجر عندما يعود مرة اخرى لارتفاعه الاصلي تساوي في المقدار سرعته الابتدائية، ولكن في الاتجاه العكسي. وهذا يدل على ان الحركة متماثلة.

(e) في هذا الجزء سنأخذ في الإعتبار ما يحدث عندما يسقط الحجر من الوضع (B) حيث كانت

سرعة العمودية صفر إلى الموضع D . وحيث ان الوقت المستغرق لهذا الجزء من الحركة حوالي 3 s، فإننا نعتبر ان عجلة الجاذبية قد غيرت من السرعة. بحوالي 30 m/s. ونستطيع حساب هذا من المعادلة 8.2 حيث نأخذ $t = t_D - t_B$.

$$v_{yD} = v_{yB} + a_y t = 0\ \text{m/s} + (-9.80\ \text{m/s}^2)(5.00\ \text{s} - 2.04\ \text{s})$$
$$= -29.0\ \text{m/s}$$

نستطيع بسهولة كما أجرينا حساباتنا بين الموضعين A و D أن نتأكد من اننا نستخدم الفترة الزمنية الصحيحة $t = t_D - t_A = 5.0\ \text{s}$.

$$v_{yD} = v_{yA} + a_y t = 20.0\ \text{m/s} + (-9.80\ \text{m/s}^2)(5.00\ \text{s})$$
$$= -29.0\ \text{m/s}$$

ولوصف قوة معادلتنا الكينماتيكية، يمكن ان نستخدم المعادلة 11.2 لتحديد موضع الحجر عند $t_D = 5.0\ \text{s}$ باعتبار التغير في الموضع بين زوج مختلف من المواضع C و D. وفي هذه الحالة يكون الزمن $t_D - t_C$:

$$y_D = y_C + v_{yC} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$
$$= 0\ \text{m} + (-20.0\ \text{m/s})(5.00\ \text{s} - 4.08\ \text{s})$$
$$+ \frac{1}{2}(-9.80\ \text{m/s}^2)(5.00\ \text{s} - 4.08\ \text{s})^2$$
$$= -22.5\ \text{m}$$

تمرين: اوجد (a) سرعة الحجر قبل ارتطامه بالأرض مباشرا عند E و (b) الزمن الكلي الذي يبقاه الحجر في الهواء.

الاجابة- (a) -37.1 m/s (b) 5.83 s

قسم اختياري

7.2 استنتاج معادلات الكينماتيكا من حساب التفاضل والتكامل

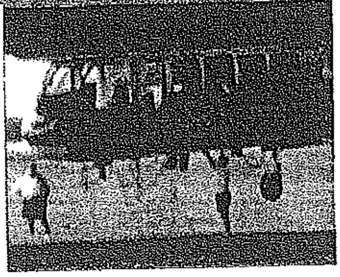
KINEMATIC EQUATIONS DERIVED FROM CALCULUS

هذا قسم اختياري يفترض ان القارئ يجيد طرق حساب التفاضل والتكامل. وإذا كنت لم تدرس بعد التكامل في منهج التفاضل والتكامل، يجب عليك ان تتخطى هذا القسم او تدرسه بعد دراستك للتكامل.

يمكن الحصول على سرعة جسيم متحرك في خط مستقيم إذا كان موضعه معروفاً كدالة في الزمن. ورياضياً السرعة هي مشتقة إحداثي المكان بالنسبة للزمن. ومن الممكن ايضاً إيجاد إزاحة جسيم إذا كانت سرعته معروفة كدالة في الزمن. وفي حساب التفاضل والتكامل الطريقة التي

صورة محيرة

منطاد طوله أكثر من 60 m. عندما يكون ساكناً في المطار يمكن لشخص أن يثبته فوق رأسه بسهولة مستخدماً يد واحدة. وبالرغم من ذلك فإنه من المستحيل لشاب حتى ولو كان قوياً جداً أن يحركه فجأة. ما هي الخاصية لهذا المنطاد الضخم والتي تجعل من الصعب جداً أن تحدث له أي تغير مفاجئ في الحركة؟



web

لمزيد من المعلومات عن المنطاد قم بزيارة الموقع:
http:// www.goodyear.com/ about/ blimp

الفصل الخامس 5

قوانين الحركة
The Laws of Motion

ويتضمن هذا الفصل :

لقد تناولنا في الفصلين 2 و 3 موضوع الحركة بدلالة الإزاحة، والسرعة، والتسارع دون أن نأخذ في الاعتبار ما الذي يسبب الحركة. ماالذي يسبب لأحد الجسيمات أن يبقى ساكناً ويسبب لجسيم آخر أن يتحرك بتسارع؟ وفي هذا الفصل سوف ندرس ما الذي يسبب التغير في الحركة. والعاملان الرئيسيان اللذان نحتاجهما هما القوة التي تؤثر على الجسم وكتلة هذا الجسم. وسوف نناقش ثلاثة قوانين أساسية للحركة والتي تتعامل مع القوة والكتل وهي التي وضعت لها المعادلات منذ أكثر من ثلاثة قرون بواسطة العالم اسحق نيوتن Isaac Newton . وبفهم هذه القوانين يمكننا الإجابة على الأسئلة التالية: " ما هي ميكانيكية تغير الحركة؟" "ولماذا تتسارع بعض الأجسام أكثر من الأخرى؟"

1.5 مفهوم القوة THE CONCEPT OF FORCE

لكل شخص فهم أساسي لمفهوم القوة من خبرته اليومية. عند دفعك بعيداً لطبق العشاء الفارغ تؤثر عليه بقوة. وبالمثل تؤثر بقوة على كرة عندما تقذفها أو تركلها. في هذه الأمثلة ترتبط القوة بنشاط العضلات وبعض التغير في سرعة الجسم. القوى لاتسبب الحركة دائماً. كمثال على ذلك عندما تجلس لقراءة هذا الكتاب، تؤثر على جسمك قوة الجاذبية ولكنك تظل ساكناً. وكمثال آخر يمكنك التأثير بقوة على صخرة ضخمة ولكنك لاتستطيع أن تحركها.

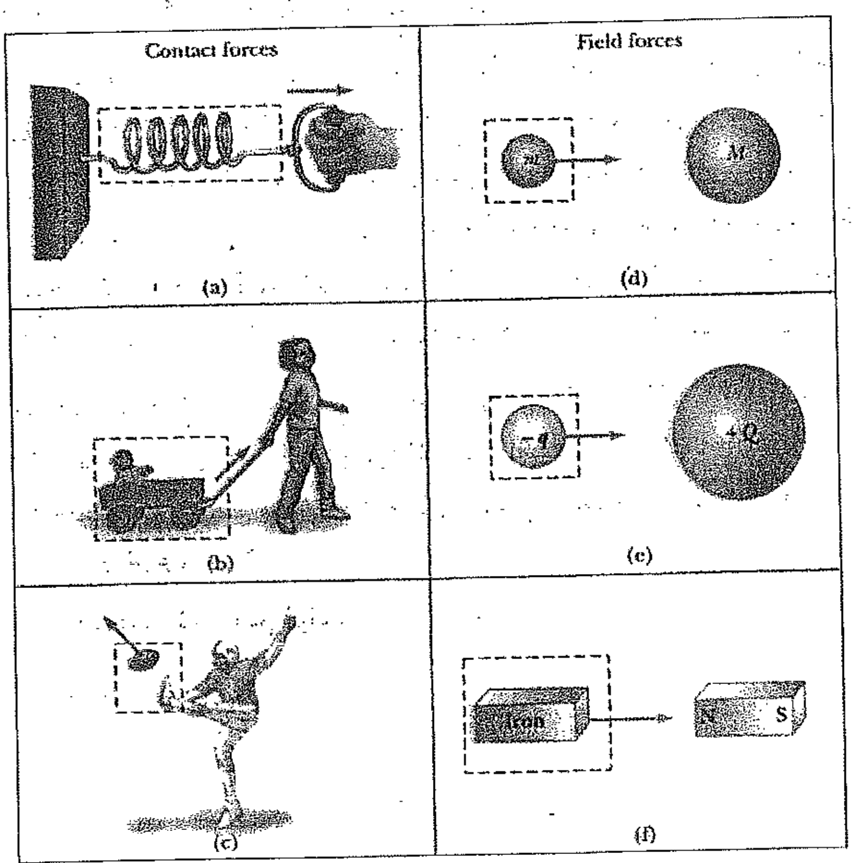
ما هي القوة (إن وجدت) التي تسبب دوران القمر حول الأرض؟ أجاب نيوتن على هذا السؤال وكذلك على الأسئلة المماثلة المتعلقة بأن القوى هي التي تسبب أي تغير في سرعة الجسم. ولذلك إذا تحرك أي جسم حركة منتظمة (سرعة ثابتة)، لايتطلب ذلك قوة لكي تستمر هذه الحركة. سرعة القمر ليست ثابتة لأنه يتحرك حول الأرض في مسار دائري تقريباً. والآن لنعلم أن هذا التغير في السرعة يحدث نتيجة القوة المؤثرة على القمر وحيث إن القوة هي التي يمكنها فقط أن تسبب تغير السرعة، يمكننا القول بأن القوة هي الشئ الذي يتسبب في تسارع الجسم. في هذا الفصل سنركز على العلاقة بين القوة المؤثرة على الجسم وتسارع هذا الجسم.

ماذا يحدث عندما تؤثر عدة قوى معاً على جسم؟ في هذه الحالة، يتسارع الجسم فقط إذا كانت محصلة القوى المؤثرعليه لاتساوي صفراً. وتعرف محصلة القوة على جسم بأنها الجمع الاتجاهي لكل القوي المؤثرة على الجسم (نشير إحياناً إلى صافي القوة بالقوة الكلية أو القوة المحصلة، أو القوة غير المتزنة). إذا كانت القوة المؤثرة على الجسم تساوي صفراً، يكون تسارع الجسم مساوياً الصفر وتظل سرعته ثابتة. بمعنى أنه إذا كانت محصلة القوى المؤثرة على الجسم صفراً، حينئذ يظل الجسم ساكنا أو يستمر في الحركة بسرعة ثابتة. وعندما تكون سرعة الجسم ثابتة (تشمل كذلك الحالة التي يكون فيها الجسم ساكناً)، ويقال أن الجسم في حالة إتزان.

عند جذب ملف زنبركي، كما هو في الشكل 1.5a ، يستطيل الملف. وعندما تجذب عربة كارو بقوة ثابتة وكافية لدرجة أن تتغلب على الاحتكاك، تتحرك العربة كما في الشكل 1.5b . وعند ركل كرة قدم،

كما في الشكل 1.5c ، يتغير شكلها وتبدأ الحركة. كل هذه الحالات هي أمثلة لأنواع القوى تسمى قوى التلامس. بمعنى أنها تحتوي على تلامس فيزيائي بين جسمين. ويمكن ضرب أمثلة أخرى لقوى التلامس مثل القوة المؤثرة لجزيئات غاز على جدار إناء، وكذلك القوة التي تؤثر بها بقدمك على الأرض.

وهناك نوع آخر من القوى، تُعرف بقوى المجال، لا يحدث فيها تلامس فيزيائي بين جسمين ولكن بدلاً من ذلك يكون التأثير عبر الفراغ. قوى الجذب بين جسمين، الموضح في الشكل 1.5d ، هو مثال لهذا النوع من القوى. قوة الجاذبية هذه تجعل الأجسام مرتبطة بالأرض، والكواكب في نظامنا الشمسي تكون مرتبطة بالشمس بواسطة فعل قوى الجاذبية. ومثال شائع آخر لقوة المجال هو القوة الكهربية والتي تؤثر فيها شحنة كهربية على أخرى، كما هو مبين بالشكل 1.5e . وهذه الشحنات قد تكون كشحنات الإلكترون والبروتون في ذرة الهيدروجين. ومثال ثالث لقوة المجال القوى التي يؤثر بها مغناطيس على قطعة حديد كما هو مبين بالشكل 5.1f . والقوى التي تربط مكونات نواة الذرة بعضها ببعض هي أيضاً قوى مجال ذو مدى قصير. وهي القوة المتحكمة في التآثر المتبادل عندما تكون مسافة الفصل في حدود 10^{-15}m.



الشكل (1.5) بعض الأمثلة للقوى المطبقة. في كل حالة تؤثر القوة على الجسم داخل مساحة الصندوق. قد يؤثر عامل خارج محيط مساحة الصندوق بقوة على الجسم.

لم يكن العلماء القدامى بما فيهم نيوتن مُرتاحين لفكرة أن القوة يمكن أن تؤثر بين جسمين منفصلين. للتغلب على هذه المشكلة أدخل مايكل فراداي Michael Faraday (1791-1867) مفهوم المجال. وتبعاً لهذا المدخل، عندما يوضع جسم 1 عند نقطة P بالقرب من جسم 2، نقول أن ذلك الجسم 1 يتأثر مع الجسم 2 بافتراض مجال جاذبية موجود عند P. يتولد مجال الجاذبية عند P. بواسطة الجسم 2. وبطريقة مماثلة، يتولد مجال الجاذبية بواسطة الجسم1 عند موضع الجسم2. وفي الحقيقة تولد جميع الأجسام حول نفسها مجال جذب في الفرغ.

والفرق بين قوى التلامس وقوى المجال ليس قاطعا كما نعتقد مما ذكر آنفا. فحينما نفحصهما على المستوى الذرى نجد أن كل القوى التى اعتبرناها قوى تلامس ناتجة عن قوى مجال كهربائي كالنوع الموضح في شكل 1.5e . إلا اننا إذا أردنا عمل نموذج لظاهرة ماكروسكوبية من الأفضل استخدام كل من نوعى القوى. القوى الأساسية المعروفة في الطبيعة وهي: (1) قوى الجاذبية بين جسمين،(2) القوى الكهرومغناطيسية بين الشحنات الكهربية،(3) القوى النووية القوية بين الجسيمات تحت الذرية (مكونات النواة) و (4) القوى النووية الضعيفة التي تنتج من عمليات اضمحلال إشعاعي معين. في الفيزياء الكلاسيكية نهتم فقط بقوى الجاذبية والقوى الكهرومغناطيسية.

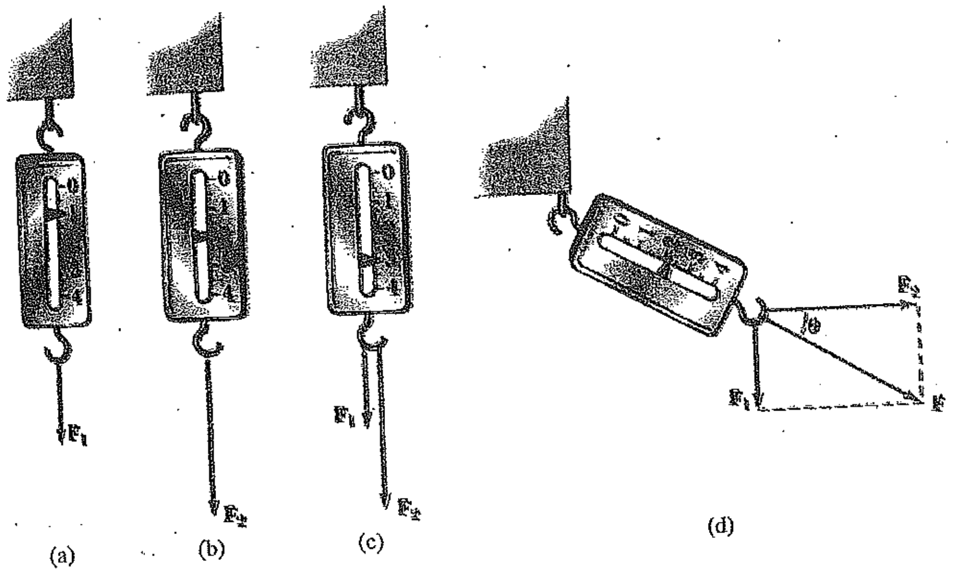
قياس شدة القوة Measuring The Strength of Force

من المناسب أن نستخدم تغير شكل زنبرك لقياس القوة. أفرض أننا طبقنا قوة رأسية على مقياس زنبرك والمثبت عند طرفه العلوي، كما هو مبين في الشكل 2.5a . يستطيل الزنبرك عند استخدام قوة ويقرأ المؤشر على المقياس قيمة القوة المستخدمة. ويمكن معايرة الزنبرك بتعريف وحدة القوة $\mathbf{F}_1$ بأنها القوة التي تجعل المؤشر يقرأ 1.00 cm . (وحيث إن القوة كمية متجهة استخدمنا الرمز الثقيل$\mathbf{F}$). والآن إذا أثرنا بقوة مختلفة إلى أسفل $\mathbf{F}_2$ قيمتها وحدتين كما هو مبين في الشكل 2.5b يتحرك المؤشر إلى 2.00cm . يوضح الشكل 2.5c أن التأثير الناتج عنهما معاً هو مجموع تأثيرات كل منهما على حدة.

والآن نفترض أننا أثرنا بقوتين معاً بحيث يكون تأثير $\mathbf{F}_1$ إلى أسفل و$\mathbf{F}_2$ في الاتجاه الأفقي كما هو موضح بالشكل 2.5d. في هذه الحالة يقرأ المؤشر القيمة $\sqrt{5\ \text{cm}^2} = 2.24$ cm. وتكون القوة المفردة $\mathbf{F}$ التي تنتج نفس القراءة هي مجموع المتجهين $\mathbf{F}_1$ و $\mathbf{F}_2$ كما هو موضح في الشكل 2.5d. بمعنى أن $|\mathbf{F}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 2.24$ units واتجاهها هو $\theta = \tan^{-1}(-0.500) = -26.6°$. وحيث أن القوة كميات متجهة يجب عليك أن تستخدم قواعد جمع المتجهات.

تجربة سريعة

أحضر كرة تنس، ومصاصتين ومع زميل. ضع الكرة على المنضدة. يمكنك أنت وزميلك بالتأثير بقوة النفخ في المصاصة. (ضع المصاصة أفقية على بعد سنتيمترات قليلة أعلى المنضدة) حيث يصطدم الهواء المندفع بالكرة. حاول التكرار بأوضاع مختلفة. انفخ في الاتجاه العكسي المضاد للكرة، انفخ في نفس الاتجاه، انفخ بزاويا عمودية وهلم جر. هل يمكنك التحقق من الطبيعة الاتجاهية للقوى.



الشكل (2.5) يختبر الطبيعة الاتجاهية لقوة باستخدام مقياس زنبركي.(a) تعمل القوة F_1 المتجهة إلى أسفل على استطالة الزنبرك 1.cm (b) وتعمل القوة F_2 المتجهة إلى أسفل على استطالة الزنبرك 2.cm.(c) عند التأثير بالقوتين F_1 وF_2 معاً في الاتجاه إلى أسفل يستطيل الزنبرك بمقدار 3cm. (d) وعندما تؤثر F_1 إلى أسفل وF_2 في الاتجاه الأفقي يعمل اتحاد القوتين معاً على استطالة الزنبرك بمقدار $\sqrt{5}$ cm= $\sqrt{1^2+2^2}$ cm.

2.5 القانون الأول لنيوتن وقانون الأطر القصورية

NEWTON'S FIREST IAW AND INERTIAL FRAMES

قبل كتابة القانون الأول لنيوتن دعنا نفكر في التجربة البسيطة التالية. نفترض أن كتاب موضوع على منضدة. واضح أن الكتاب يبقى ساكناً. والآن تخيل أنك تدفع الكتاب بقوة أفقية كافية للتغلب على قوة الاحتكاك بين الكتاب والمنضدة.(هذه القوة التي تمارسها، وكذلك قوة الاحتكاك، وأي قوى أخرى تؤثر على الكتاب بواسطة أجسام أخرى يشار إليها بأنها قوى خارجية). تستطيع أن تحتفظ بالكتاب في حالة حركة بسرعة ثابتة بالتأثير عليه بقوة تساوي فقط قيمة قوة الاحتكاك وتؤثر في الاتجاه المضاد. وإذا دفعت بعد ذلك بقوة أكبر تزيد مقدارهذه القوة المؤثرة عن قيمة قوة الاحتكاك، يتسارع الكتاب. وإذا أوقفت دفعك للكتاب فسوف يتوقف الكتاب بعد تحركه لمسافة قصيرة حيث تعوق قوة الاحتكاك حركته. افترض الآن أنك تدفع الكتاب عبر أرضية ناعمة مغطاة بطبقة شمع ملساء. يعود الكتاب إلى السكون بعد توقف الدفع ولكن بعد فترة أطول من المرة السابقة. والآن تخيل أرضية مصقولة جيداً وبدرجة عالية حيث ينعدم الاحتكاك، في هذه الحالة بمجرد وضع الكتاب في حالة حركة، يتحرك حتى يصطدم بحائط.

قبل حوالي 1600 عام اعتقد العلماء أن الحالة الطبيعية للمادة هي حالة السكون. وكان جاليليو Galileo أول من أخذ طريقا مختلفا للتفكير في الحركة والحالة الطبيعية للمادة. استنبط من خلال التجارب مثل التي شرحناها سابقاً في حالة الكتاب على سطح أملس، واستنتج أنها ليست طبيعة الأجسام أن تتوقف بمجرد وضعها في حالة حركة؛ على الأصح أن طبيعتها في أن تقاوم التغير في حركتها. وفي صيغته "بمجرد جعل جسم يبدأ الحركة فإنه يحتفظ بها طالما أن القوى المسببة لإعاقة حركته قد أزيلت".

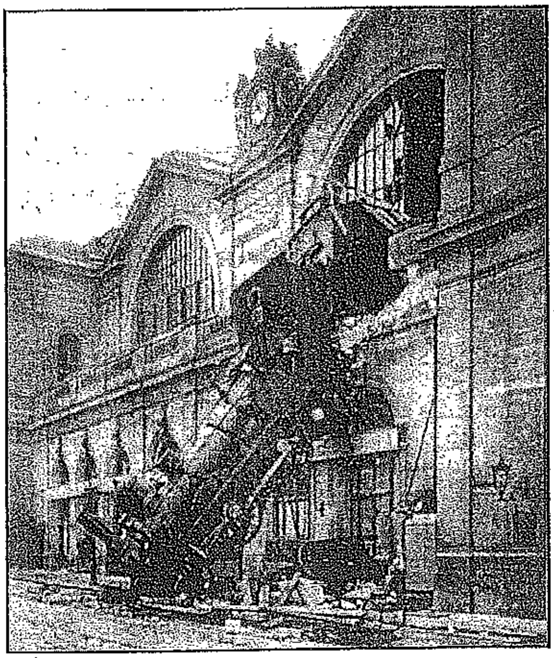
هذا التفسير الجديد لمفهوم الحركة تم صياغته أخيراً بواسطة نيوتن في قانون والذي يعرف بقانون نيوتن الأول للحركة:

> في غياب القوى الخارجية يظل الجسم الساكن ساكناً والجسم المتحرك يستمر في حركته بسرعة ثابتةفي خط مستقيم.

وبصيغة أبسط يمكننا القول عندما لاتؤثر قوة على جسم، يكون تسارع الجسم صفراً. وعندما لايؤثر شئ يُغير من حركة جسم، لاتتغير سرعته بعد ذلك. ومن القانون الأول يمكننا إستنتاج أن أي جسم معزول (لايتآثر مع ما يحيط به) يكون إما ساكناً أو متحركاً بسرعة ثابتة. وميل الجسم أن يقاوم أي محاولة لتغيير سرعته يسمى بالقصور الذاتي للجسم. ويوضح الشكل 3.5 أحد الأمثلة المثيرة كنتيجة منطقية للقانون الأول لنيوتن.

مثال آخر لحركة منتظمة (سرعة ثابتة) على سطح أملس تقريباً. حركة قرص خفيف على طبقة رقيقة من الهواء (وسادة هوائية ثابتة) وكما هو مبين بالشكل 4.5 إذا أعطى القرص سرعة ابتدائية، فسوف يقطع مسافة كبيرة قبل التوقف.

وأخيراً حالة سفينة فضائية تسير في الفضاء بعيداً عن أي كوكب أو أي شئ آخر. تحتاج السفينة إلى نظام دفع لتغيير سرعتها. وإذا أغلق نظام الدفع عندما تصل سرعة السفينة إلى v، فسوف تظل السفينة بهذه السرعة الثابتة ويواصل رواد الفضاء رحلتهم (فهم لا يحتاجون لأى نظام دفع لكى يستمروا فى رحلتهم بسرعةv).



الشكل (3.5) إذا لم تؤثر بقوة خارجية على جسم، سوف يظل الجسم الساكن على حالته من حيث السكون وسوف يستمر الجسم المتحرك على حالته من حيث الحركة بسرعة ثابتة. في هذه الحالة لم يؤثر حائط المبنى على القطار بقوة كافية لإيقافه.

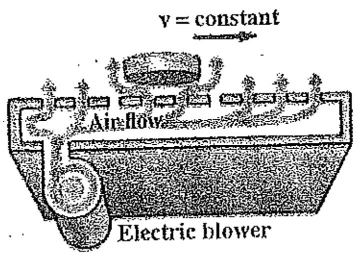
الأطر القصورية

كما رأينا في الجزء 6.4 حركة جسم يمكن أن تُرصد من أي عدد من أطر الإسناد المختلفة. يعرف القانون الأول لنيوتن، أحياناً بقانون القصور الذاتي، مجموعة خاصة من أطر الإسناد تسمى إطر الإسناد القصورية. وهو احد الأطر غير المتسارعة. وحيث أن قانون نيوتن الأول يتعلق فقط بالأجسام التي ليست لها تسارع، فإنه يتحقق فقط في الأطر الساكنة. أي إطار إسناد يتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة لإطار قصوري يكون هو نفسه إطار قصوري (التحويلات الجاليلية المعطاه بالمعادلتين 20.4 و 21.4 تربط الموضع والسرعة بين إطارين قصوريين).

إطار الإسناد الذي يتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة للنجوم البعيدة هو أحسن تقريب للإطار القصوري، ولتحقيق غرضنا نفترض كوكب الأرض كمثال لهذا الإطار. والأرض ليست إطار قصوري حقيقي بسبب حركتها المدارية حول الشمس وحركتها الدورانية حول محورها. وعندما تسير الأرض في مدارها الدائري تقريباً حول الشمس، فإنها تتأثر بتسارع يساوي حوالي $4.4 \times 10^{-3}\ m/s^2$ في اتجاه الشمس بالإضافة إلى ذلك، وبسبب دوران الأرض حول محورها مرة كل 24 h تتأثر نقطة على خط الأستواء بتسارع إضافي $3.37\times 10^{-2}\ m/s^2$ متجهاً نحو مركز الأرض. بينما هذان التسارعان يكونان صغيرين بالمقارنة بـ g وغالباً ما يمكن اهمالها. ولهذا السبب نفرض أن الأرض إطار قصوري وكذلك أي إطار آخر مرتبط بها.

إذا تحرك جسم بسرعة ثابتة. يدعي راصد في إطار ساكن (مثل شخص ساكن بالنسبة للجسم) أن تسارع الجسم والقوة المحصلة المؤثرة عليه تساوي الصفر. ويجد أيضاً أي راصد في إطار ساكن آخر أن $a=0$ و $\sum F=0$ لنفس الجسم. وطبقاً للقانون الأول لنيوتن يكافئ الجسم الساكن آخر متحرك بسرعة ثابتة. يمكن لراكب سيارة تتحرك في طريق مستقيم بسرعة ثابتة 100 Km/h أن يصب القهوة في فنجان بسهولة. ولكن إذا ضغط السائق على دواسة البنزين أو

إسحاق نيوتن Isaac Newton هو عالم الفيزياء والرياضيات الانجليزي المبدع (1642- 1727). ويعتبر اسحاق نيوتن واحد من أنبغ العلماء في التاريخ. وقبل أن يصل عمره إلى الثلاثين وضع المفاهيم والقوانين الأساسية لعلم الميكانيكا، اكتشف القانون العام للجاذبية، واخترع طرق رياضية للحسابات. وطبقاً لنظرياته استطاع نيوتن شرح حركة الكواكب، والمد والجزر وكثير من طبيعة حركة القمر والأرض. وفسر أيضاً كثير من الظواهر الطبيعية المتعلقة بطبيعة الضوء. وكانت إسهاماته في النظريات الفيزيائية هي نافذة التفكير العلمي لمدة قرنين ومازالت هامة حتى يومنا هذا.



الشكل (4.5) لعبة الهوكي الهوائي والذي يأخذ ميزة القانون الأول لنيوتن ليجعل اللعبة أكثر إثارة.

الفرامل أو عجلة القيادة أثناء صب القهوة، تتسارع السيارة ولم تعد إطارا ساكنا قوانين الحركة لاتعمل كما هو متوقع وتتسكب القهوة على الراكب.

تساؤل سريع 1.5

صح أم خطأ: (a) من الممكن أن نحصل على حركة بدون قوة.
(b) من الممكن أن نحصل على قوة في غياب الحركة.

3.5 الكتلة MASS

4.3 تخيل لاعب يمسك إما بكرة سلة أو كرة بولينج. أي من الكرتين تحتفظ بحركتها عندما تحاول إمساكها؟ أي من الكرتين لها ميول أكبر في أن تظل بدون حركة عندما تحاول قذفها؟ وحيث أن كرة البولينج تكون لها مقاومة أكبر في تغير سرعتها، نقول أن لها عزم قصور أكبر من كرة السلة. وكما لاحظنا في الجزء السابق أن القصور الذاتي هو مقياس استجابة الجسم لقوة خارجية.

الكتلة هي تلك الخاصية لجسم التي تميز كم من القصور الذاتي يملكه الجسم، وكما علمنا من الجزء 1.1 أن وحدة الكتلة في نظام SI هي الكيلوجرام. وكلما زادت كتلة جسم كلما قل تسارعه تحت تأثير قوة مؤثرة. وعلى سبيل المثال، إذا أثرت قوة ما على كتلة 3-kg فنتج عنها تسارع مقداره $4\ m/s^2$، ثم أثرت نفس القوة على كتلة 6-Kg فسوف يُنتج عنها تسارع مقداره $2m/s^2$.

ولوصف الكتلة كمياً، نبدأ بم[illegible] قوة معينة تؤثر على أجسام مختلفة. افرض قوة تؤثر على جسم كتلته m_1 تسبب تسا[illegible] [illegible]وة تؤثر على جسم كتلته m_2 تسبب تسارع a_2. النسبة بين الكتلتين تعرف على أنها مقلوب [illegible]بة قيمتي التسارعين الناتجين من تأثير القوة.

$$\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_2}{a_1} \qquad (1.5)$$

إذا كانت كتلة الجسم معلومة، يمكن معرفة كتلة جسم آخر من قياس تسارعهما.

الكتلة هي خاصية متأصلة لجسم ولاتعتمد على الوسط المحيط بالجسم أو على الطريقة التي تستخدم في قياسها. وكذلك الكتلة هي كمية قياسية ولذلك تخضع لقوانين الحساب العادية. بمعنى أنه يمكن جمع عدة كتل بط[illegible]ريقة عددية بسيطة. وعلى سبيل المثال إذا أدمجنا كتلة 3-Kg مع كتلة 5-Kg تكون كتلتيهما الكلية 8-Kg. ويمكننا أن نتحقق من هذه النتيجة عملياً بمقارنة ذلك التسارع المعلوم الذي تعطيه قوة لعدة أجسام منفصلة بالتسارع الذي تعطيه نفس القوة لنفس الأجسام متحدة كوحدة واحدة.

لايجب أن نخلط بين الكتلة والوزن. **فالكتلة والوزن هما كميتان مختلفتان.** وكما رأينا في هذا

الفصل، أن وزن جسم يساوي قيمة قوة الجاذبية المؤثرة على هذا الجسم وتختلف مع الموضع، وعلى سبيل المثال الشخص الذي يزن 180 Ib على الأرض يزن فقط 30 Ib على القمر.

ومن ناحية أخرى تكون كتلة الجسم واحدة في أي مكان: جسم له كتلة 2Kg على الأرض يكون له نفس الكتلة على القمر.

4.5 القانون الثاني لنيوتن NEWTON'S SECOND LAW

4.4 بين القانون الأول لنيوتن ما يحدث لجسم عندما لاتؤثر عليه قوة، فإما أن يظل ساكناً أو يتحرك في خط مستقيم بسرعة ثابتة. ويجيب القانون الثاني لنيوتن على سؤال ماذا يحدث لجسم تؤثر عليه قوة محصلة لا تساوى صفر.

افرض أنك تدفع كتلة من الثلج على سطح أفقي أملس. عندما تؤثر بقوة أفقية **F**، تتحرك الكتلة بتسارع ما **a**. وإذا أثرت بقوة ضعف القوة الأولى، يتضاعف التسارع. وإذا زادت القوة التي تؤثر بها على الجسم إلى **3F**، يتضاعف التسارع ثلاث مرات، وهكذا. ومن مثل هذه المشاهدات نستنتج أن التسارع لجسم يتناسب تناسباً طردياً مع القوة المحصلة التي تؤثر عليه.

ويعتمد تسارع الجسم أيضاً على كتلته، كما هو واضح في القسم السابق. ويمكن فهم ذلك بإجراء التجربة التالية. إذا أثرت بقوة **F** على كتلة ثلج موضوعة على سطح أملس، فسوف تتحرك الكتلة بتسارع ما **a**. وإذا زادت الكتلة إلى الضعف، فسوف ينتج عن نفس القوة المؤثرة تسارع يساوي **a/2** عند مضاعفة كتلة الثلج ثلاث مرات، فسوف ينتج عن نفس القوة المؤثرة تسارع **a/3**، وهكذا. وتبعاً لهذه المشاهدات نستنتج أن قيمة تسارع الجسم تتناسب عكسياً مع كتلته.

ونلخص هذه الشواهد في القانون الثاني لنيوتن:

يتناسب تسارع جسم طردياً مع مجموع القوى المؤثرة عليه وعكسياً مع كتلته.

ولذلك يمكننا ربط الكتلة والقوة من خلال العلاقة الرياضية التالية لقانون نيوتن الثاني:

$$\sum F = ma \quad (2.5)$$

لاحظ أن هذه المعادلة هي تعبير اتجاهي ومن ثم تكافئ معادلات لثلاث مركبات:

$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y \qquad \sum F_z = ma_z \quad (3.5)$$

مركبات قانون نيوتن الثاني

تساؤل سريع 5.2

هل يوجد أي علاقة بين مجموع القوى المؤثرة على جسم والإتجاه الذي يتحرك فيه الجسم؟

وحدة القوة Unit of Force

وحدة القوة في النظام SI هي النيوتن newton والتي تعرف على أنها القوة التي، عندما تؤثر على كتلة 1-Kg، ينتج عنها تسارع مقداره $1 m/s^2$. ومن هذا التعريف والقانون الثاني لنيوتن، نرى أن الـnewton يمكن التعبير عنه بأبعاد الوحدات الرئيسية للكتلة، والطول، والزمن التالية:

$$1\,N \equiv 1 Kg.m/s^2 \qquad (4.5)$$ تعريف النيوتن newton

وبنظام الطاقة الإنجليزي، وحدة القوة هي الباوند Pound والتي تعرف على أنها القوة التي عندما تؤثر على *1-slug mass، ينتج عنها تسارع مقداره $1\ ft/s^2$:

$$1\,Ib \equiv 1\,slug.ft/s^2 \qquad (5.5)$$

وكتقريب مناسب $1\,N \approx \frac{1}{4}\,Ib$

الجدول 1.5 وحدات القوة، الكتلة، والتسارع [a]

نظام الوحدات	الكتلة	التسارع	القوة
SI	kg	m/s^2	$N = kg.m/s^2$
النظام الهندسي البريطاني	slug	ft/s^2	$Ib = slug.ft/s^2$

[a] $1\,N = 0.225\,Ib$

لخُصت وحدات القوة، والكتلة، والعجلة في الجدول 1.5

والآن يمكننا فهم كيف أن شخص بمفرده يمكنه رفع سفينة فضاء ولكنه غير قادر أن يغير حركتها فجأة، كما شرحناه في أول هذا الفصل. كتلة المنطاد أكبر من 6800 Kg. ولكي تكسب هذه الكتلة الكبيرة تسارعا يمكن إدراكه يكون مطلوب قوة كبيرة جداً - بالتأكيد أكبر من التي يمكن أن يعطيها الإنسان.

مثال 1.5 تسارع قرص مطاط الهوكي

كرة هوكي الجليد لها كتلة 0.30kg تتدحرج على سطح أفقي من الجليد الصناعي. تؤثر قوتان على الكرة كما هو مبين بالشكل 5.5. القوة $\mathbf{F}_1$ قيمتها 5.0N والقوة $\mathbf{F}_2$ قيمتها 8.0N. عين كل من مقدار واتجاه تسارع الكرة.

الحل: القوة الناتجة في إتجاه x

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos(-20^\circ) + F_2 \cos(60^\circ)$$

* سلاج هي وحدة الكتلة في النظام الهندسي البريطاني.

$$= (5.0\text{N})\,(0.940) + (8.0\text{N})\,(0.500) = 8.7\ \text{N}$$

القوة الناتجة في اتجاه y

$$\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} = F_1 \sin(-20^\circ) + F_2 \sin(60^\circ)$$

$$= (5.0\text{N})\,(-0.342) + (8.0\text{N})\,(0.866) = 5.2\ \text{N}$$

نستخدم الآن القانون الثاني لنيوتن في صورة مركبات لإيجاد مركبات التسارع في الاتجاهين x و y :

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{8.7\ \text{N}}{0.30\ \text{kg}} = 29\ \text{m/s}^2$$

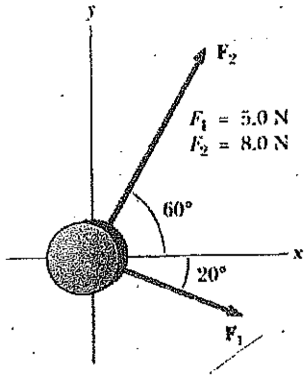
$$a_y = \frac{\sum F_y}{m} = \frac{5.2\ \text{N}}{0.30\ \text{kg}} = 17\ \text{m/s}^2$$

ويكون مقدار التسارع

$$a = \sqrt{(29)^2 + (17)^2}\ \text{m/s}^2 = 34\ \text{m/s}^2$$

وإتجاه التسارع بالنسبة لإيجاد محور x الموجب.

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{17}{29}\right) = 30^\circ$$



الشكل (5.5) تتحرك كرة هوكي الجليد على سطح أملس بتسارع في إتجاه القوة المحصلة F_1+F_2

يمكننا رسم المتجهات في الشكل 5.5 لنفحص عدم معقولية إجابتنا حيث إن متجه التسارع يكون في إتجاه القوة المحصلة، بين الرسم البياني أن القوة المحصلة تساعدنا في تحقيق إجابتنا.

تمرين: عين مركبات قوة عندما تؤثر على الكرة ليصبح التسارع صفراً.

الإجابة: $F_{3x} = -8.7\ \text{N}$ و $F_{3y} = -5.2\ \text{N}$

5.5 قوة الجاذبية والوزن THE FORCE OF GRAVITY AND WEIGHT

نعلم جميعاً أن الأجسام تنجذب إلى الأرض. وتسمى قوة الجذب التي تمارس بواسطة الأرض على الجسم بقوة الجاذبية force of gravity $\mathbf{F}_g$. وتتجه هذه القوة نحو مركز الأرض. ويطلق على مقدارها وزن الجسم Weight.

وكما رأينا في القسم 2.6 يولد السقوط الحر لجسم تسارعاً $\mathbf{g}$ يؤثر تجاه مركز الأرض. وبتطبيق قانون نيوتن الثاني $\sum\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ على السقوط الحر لجسم كتلته m وتسارعه $\mathbf{a} = \mathbf{g}$ و $\sum\mathbf{F} = \mathbf{F}_g$ نحصل على:

$$\mathbf{F}_g = m\mathbf{g} \qquad (6.5)$$

فإن وزن الجسم الذي يعرف بمقدار $\mathbf{F}_g$ وهو mg. (لايجب الربط بين g المائلة التي تمثل تسارع الجاذبية الأرضية مع حرف g غير المائل والذي يمثل الجرام).

وحيث إن الوزن يعتمد على g، فهو يتغير تبعاً لموضعه الجغرافي. ومن ثم فإن الوزن ليس مثل الكتلة فهو ليس خاصية أساسية للجسم. وحيث أن g تقل بزيادة المسافة من مركز الأرض، فسوف يقل وزن الجسم عند ارتفاع عالي عن مستوى سطح البحر. فعلى سبيل المثال، افرض أن جسم له كتلة 70.0 Kg. وزنه عند موضع تكون فيه $g = 9.80\ \text{m/s}^2$ هو $F_g = mg = 686\ \text{m/s}^2$ (حوالي 150 Ib). وعلى قمة جبل حيث $g = 9.77\ \text{m/s}^2$ يكون وزنه 684 N فقط. ولذلك إذا أردت فقد وزن بدون أن تتبع نظام غذائي، تسلق جبل أو زن نفسك على ارتفاع 30.000 ft أثناء طيران طائرة.

وحيث أن الوزن $F_g = mg$ فإنك تستطيع مقارنة كتلتي جسمين بواسطة قياس وزنهما بمقياس زنبركي. عند موضع معين، نسبة وزني الجسمين تساوي النسبة بين كتلتيهما.

مثال 2.5 كم يكون وزنك وأنت في مصعد؟

بالطبع جربت أن تقف في مصعد وهو يتسارع إلى أعلى لكى يرتفع إلى الأدوار العليا. في هذه الحالة تشعر أنك أثقل، فإذا وقفت على ميزان حمام في هذا الوقت، سوف يقيس الميزان قيمة قوة أكبر من وزنك. ولذلك تكون قد لمست وعرفت الدليل الذي جعلك تعتقد أنك أثقل في هذ الحالة. هل أنت أثقل؟

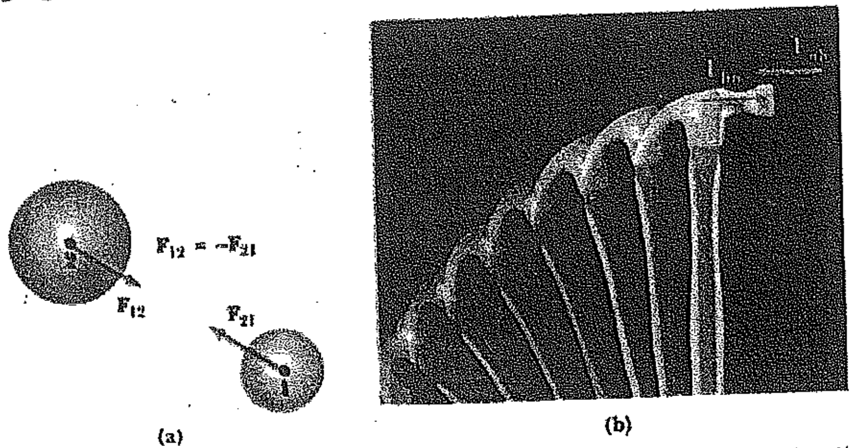
الحل: لايتغير وزنك، عندما يكون التسارع إلى أعلى، تؤثر الأرضية أو الميزان على قدميك بقوة إلى أعلى قيمتها أكبر من وزنك. تلك هي القوة الأكبر التي تشعر بها، والتي تفسر إحساسك بأنك أثقل. ويقرأ الميزان القوة المتجهة إلى أعلى وليس وزنك ولذلك تزداد قراءته.

تساؤل سريع 3.5

تُقذف كرة قاعدة كتلتها m إلى أعلى بسرعة ابتدائية ما. فإذا أهملت مقاومة الهواء، ما هي القوى التي تؤثر على الكرة عندما تصل (a) نصِّف أقصى ارتفاع لها (b) أقصى ارتفاع لها؟

6.5 القانون الثالث لنيوتن NEWTON'S THIRD LAW

4.5 إذا ضغطت بإصبعك على ركن من هذا الكتاب، فسوف يندفع الكتاب إلى الخلف ويحدث انبعاج بسيط في جلدك. وإذا دفعت بقوة أشد، يفعل الكتاب نفس الشئ ويكون الإنبعاج في جلدك أكبر قليلاً. هذه التجربة البسيطة توضح الأساس العام لما يعرف بالقانون الثالث لنيوتن:



الشكل 6.5 القانون الثالث لنيوتن (a) القوة F_{12} التي تنشأ من تأثير الجسم1 على الجسم2 تساوي في القيمة وفي عكس الاتجاه القوة F_{21} التي تنشأ من تأثير الجسم 2 على الجسم1 (b) القوة F_{hn} الناشئة من تأثير المطرقة على المسمار تساوي وعكس القوة F_{nh} الناشئة من تأثير المسمار على المطرقة.
(بتصريح من John Gillmoure/ The Stock Market)

إذا تأثر جسمان، فسوف تكون القوة F_{12} التي يؤثر بها من الجسم 1 على الجسم 2 مساوية في المقدار ومضادة في الاتجاه للقوة F_{21} التي يؤثر بها الجسم 2 على الجسم 1:

$$F_{12} = -F_{21} \tag{7.5}$$

هذا القانون الموضح في الشكل 6.5a ينص على "القوة التي تؤثر في حركة جسم يجب أن تأتي من جسم آخر خارجي. والجسم الخارجي بدوره يتأثر بقوة مساوية في المقدار ومضادة في الإتجاه تقع عليه".

وهكذا يكافئ القول "لايمكن أن توجد قوة منفردة معزولة" وتسمى القوة التي يؤثر بها الجسم 1 على الجسم 2 بقوة الفعل بينما تسمى القوة التي يؤثر بها الجسم 2 على الجسم1 بقوة رد الفعل. وفي الحقيقة أي من القوتين يمكن أن يمثل قوة الفعل أو رد الفعل. تساوي قوة الفعل في المقدار قوة رد الفعل وتضادها في الاتجاه. وفي كل الأحوال تؤثر قوتا الفعل ورد الفعل على جسمين مختلفين. على سبيل المثال، القوة المؤثرة على مقذوف يسقط سقوطاً حراً هي $F_g=mg$ وهي قوة الجاذبية التي تؤثر بها الأرض على المقذوف. رد الفعل في هذه الحالة هو القوة التي يؤثر بها المقذوف على الأرض $F'_g=-F_g$ ، تتسبب F'_g في تسارع الأرض نحو المقذوف كما تسبب F_g في تسارع المقذوف تجاه الأرض. ولكن لأن كتلة الكرة الأرضية كبيرة فإن تسارع الأرض يكون صغيراً.

ومثال آخر على ذلك، القوة المؤثرة بواسطة مطرقة على مسمار (قوة الفعل F_{hn}) في الشكل 6.5 تساوي في المقدار وتضاد في الاتجاه القوة المؤثرة بواسطة المسمار على المطرقة (قوة رد الفعل F_{nh}) هذه القوة الأخيرة توقف حركة المطرقة السريعة إلى الأمام عندما تصطدم بالمسمار.

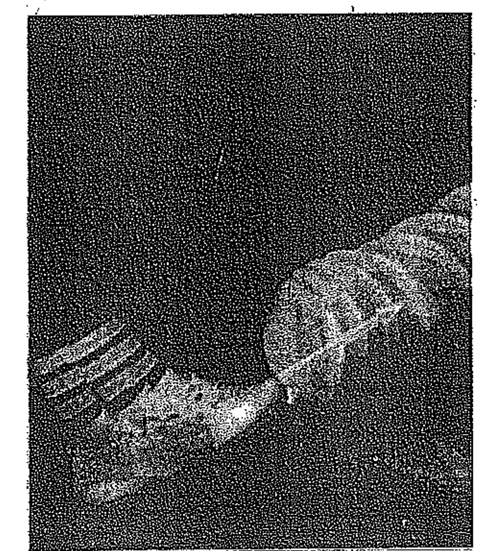
إنك تمارس القانون الثالث لنيوتن مباشرة عندما تضرب حائط بكفك بعنف أو عندما تركل كرة قدم. وينبغي أن تكون قادراً على تحديد قوة الفعل ورد الفعل في هاتين الحالتين.

تساؤل سريع 4.5

يقفز شخص من مركب تجاه حوض السفن. لسوء الحظ قد نسي أن يربط المركب في المرسى (الحوض) وتحرك المركب بعيداً عندما قفز منه. حل هذا الوضع بدلالة القانون الثالث لنيوتن.

عُرفت قوة الجاذبية $\mathbf{F}_g$ بقوة جذب الأرض المؤثرة على جسم. فإذا كان هذا الجسم هو تليفزيون TV ساكن على منضدة كما هو موضح في الشكل 7.5a، لماذا لايتحرك التليفزيون بتسارع في اتجاه $\mathbf{F}_g$؟ لايتحرك التليفزيون بتسارع لأن المنضدة تمسك به. والذي يحدث هو تأثير المنضدة على التليفزيون بقوة إلى أعلى n تسمى القوة العمودية. والقوة العمودية هي قوة تلامس تمنع التليفزيون من السقوط خلال المنضدة ويمكن أن تكون أي قيمة لازمة مع القوة المتجهة إلى أسفل $\mathbf{F}_g$ ويمكن أن تتزايد حتى تصل إلى نقطة الكسر للمنضدة، وتتجه لأعلى نحو نقطة تصدع المنضدة. وإذا كدس شخص بعض الكتب فوق التليفزيون، تزداد القوة العمودية الناتجة من المنضدة، وعلى التليفزيون. وإذا رفع شخص بعض هذه الكتب من التليفزيون تنقص القوة العمودية التي تؤثر بها المنضدة على التليفزيون (وتصبح القوة العمودية صفراً إذا رفع التليفزيون من فوق المنضدة).

تؤثر قوتا الفعل ورد الفعل مزدوجتان دائماً على الأجسام المختلفة. ففي حالة المطرقة والمسمار الموضحة في الشكل 6.5b إحدى القوتان تؤثر على المطرقة والأخرى على المسمار. ومن سوء حظ الشخص الذي قفز من المركب في التساؤل السريع 5.4 تؤثر إحدى القوتان على الشخص والأخرى على المركب.



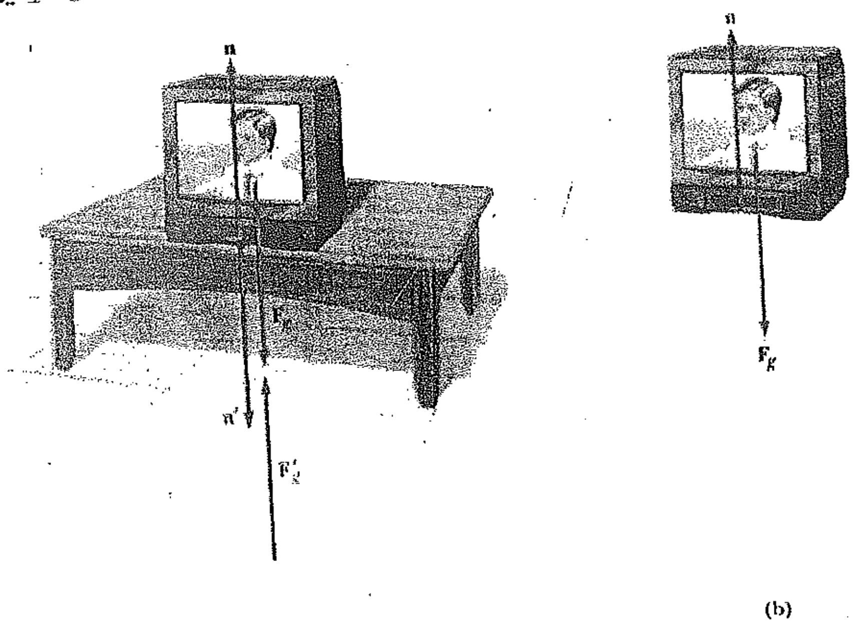
انضغاط كرة القدم بالقوة التي تؤثر بها قدم اللاعب لتجعل الكرة في حالة حركة.

بالنسبة للتليفزيون في شكل 7.5 لاتمثل قوة الجاذبية $\mathbf{F}_g$ والقوة العمودية $\mathbf{n}$ زوج من الفعل ورد الفعل حيث يؤثران على جسم واحد- التليفزيون. قوتا رد الفعل في هذه الحالة $\mathbf{F}'_g$ و $\mathbf{n}'$ تؤثران على أجسام غير التليفزيون.

حيث أن رد الفعل للقوة $\mathbf{F}_g$ هو القوة $\mathbf{F}'_g$ التي يؤثر بها التليفزيون على الأرض ورد الفعل للقوة $\mathbf{n}$ هو القوة $\mathbf{n}'$ التي يؤثر بها التليفزيون على المنضدة فإنه يمكن استنتاج أن

$$\mathbf{F}_g = -\mathbf{F}'_g \quad \text{و} \quad \mathbf{n} = -\mathbf{n}'$$

القوتان $\mathbf{n}$ و $\mathbf{n}'$ لهما نفس المقدار والذي يساوي في نفس الوقت $\mathbf{F}_g$. من القانون الثاني نلاحظ أنه، حيث أن التليفزيون في حالة اتزان ($a = 0$)، فإنه ينتج أن $F_g = n = mg$.



الشكل7.5 عندما يكون التليفزيون ساكناً على منضدة تكون القوى المؤثرة على التليفزيون هي القوة العمودية $\mathbf{n}$ وقوة الجاذبية $\mathbf{F_g}$، كما هو موضح في الجزء(b)، رد الفعل لـ$\mathbf{n}$ هو القوة $\mathbf{n'}$ المؤثرة بواسطة التليفزيون على المنضدة. ورد فعل $\mathbf{F_g}$ هو $\mathbf{F'_g}$ الناتجة بواسطة التليفزيون على الأرض.

تساؤل سريع 5.5

عند تصادم حشرة مع الحاجب الزجاجي للريح في أتوبيس سريع(a) أيهما يتأثر بقوة دفع أكبر: الحشرة أم الأتوبيس أم أنهما سيتأثران بنفس القوة؟ (b) أيهما سيعاني تسارعاً أكبر: الحشرة أم الأتوبيس أم أنهما سيتأثران بنفس التسارع؟

مثال ذهني 3.5

يقف رجل ضخم مواجهاً لطفل صغير على سطح جليدي أملس. تشابكت أيديهما معاً ودفع بعضهما كل في مواجهة الآخر ولذلك تحركا مسافة.

(a) أيهما يتحرك بعيداً بسرعة أكبر؟

الحل: هذا الوضع يشابه ما رأيناه في التساؤل السريع 5.5. طبقاً للقانون الثالث لنيوتن، القوة التي تؤثر على الطفل بواسطة الرجل والقوة التي تؤثر على الرجل بواسطة الطفل هما زوج فعل - رد فعل، ولذلك يجب أن يتساويا في المقدار. (إذا وضع ميزان حمام بين يديهما سوف يقرأ نفس القراءة، بغض النظر عن طريقة مواجهة أي منهما.) ولذلك فإن الطفل الذي له كتلة أقل يكون له تسارع أكبر. كلاهما يتحرك بسرعة وبتسارعين مختلفين في نفس الفترة الزمنية، ولكن التسارع الأكبر للطفل

خلال هذه الفترة ينتج عنه حركته البعيدة عن نقطة التأثير ويتحرك بسرعة أعلى.

(b) من يتحرك أبعد بينما يديهما متلامستان؟

الحل: حيث أن الطفل له تسارع أكبر فإنه يتحرك أبعد خلال الفترة التي تكون فيها يديهما متلامستين.

7.5 بعض التطبيقات على قوانين نيوتن

SOME APPLICATIONS OF NEWTON'S LAWS

4.6 في هذا القسم نطبق قوانين نيوتن على الأجسام التي إما أن تكون متزنة ($a = 0$) أو التي لها تسارع في خط مستقيم تحت تأثير قوة ثابتة خارجية. نفترض أن الأجسام تتصرف كجسيمات ولهذا فإننا سوف لانهتم بالحركة الدورانية. وأيضاً نهمل تأثير الاحتكاك في هذه المسائل والتي تحتوي على حركة؛ ويجب أن ننص في هذه المسائل أن السطح أملس. وأخيراً نهمل كتلة أي حبل يدخل في المسألة. في هذا التقريب مقدار القوة المؤثرة عند أي نقطة على طول الحبل تكون ثابتة على طول النقاط التي تقع على الحبل. تستخدم المرادفات خفيف، الوزن خفيف، وإهمال الكتلة في المسائل لنشير إلى أن الكتلة مهملة عند حل المسائل.

وعنما نطبق قوانين نيوتن على جسم، نهتم بالقوى الخارجية التي تؤثر على الجسم. وعلى سبيل المثال في الشكل 7.5 القوة التي تؤثر على التليفزيون فقط هي **n** و $\mathbf{F}_g$. رد الفعل لهذه القوة **n′** و $\mathbf{F}'_g$ تؤثران على المنضدة والأرض، على الترتيب، ولذلك لاتظهر في قانون نيوتن الثاني عند تطبيقه على التليفزيون.

عندما يتصل حبل يعمل على جذب الجسيم، ويؤثر الحبل بقوة **T** على الجسم، مقدار هذه القوة يسمى الشد في الحبل. وحيث أنها مقدار لكمية متجهة لذلك يكون الشد كمية قياسية.

افرض عربة تُسحب جهة اليمين على سطح أفقي أملس كما هو موضح في الشكل 8.5b. ولإيجاد تسارع العربة وقوة الأرض التي تؤثر بها عليها، لاحظ أولاً أن القوة الأفقية التي تؤثر على العربة تؤثر من خلال الحبل. استخدم الرمز **T** ليمثل القوة التي يؤثر بها الحبل على العربة. وقد رُسمت الدائرة المنقطة حول العربة في الشكل 8.5a لتذكرك أنك مهتم فقط بالقوى المؤثرة على العربة. وهذا واضح في الشكل 8.5b. وبالإضافة إلى القوة **T**، فإن الرسم التوضيحي للقوة المؤثرة على العربة يحتوي على قوة الجاذبية $\mathbf{F}_g$ والقوة العمودية **n** التي تؤثر بها الأرض على العربة. مثل هذا الرسم التوضيحي يبين كل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم. وضع الرسم التوضيحي الصحيح للجسم الحر خطوة هامة في تطبيق قوانين نيوتن. ردود أفعال القوى التي ذكرناها– القوى المؤثرة بواسطة العربة على الحبل، القوة

المؤثرة بواسطة العربة على الأرض، والقوة المؤثرة بواسطة العربة على الأرض- لايشملها الرسم التوضيحي للجسم الحر حيث إنها تؤثر على جسم آخر غير العربة.

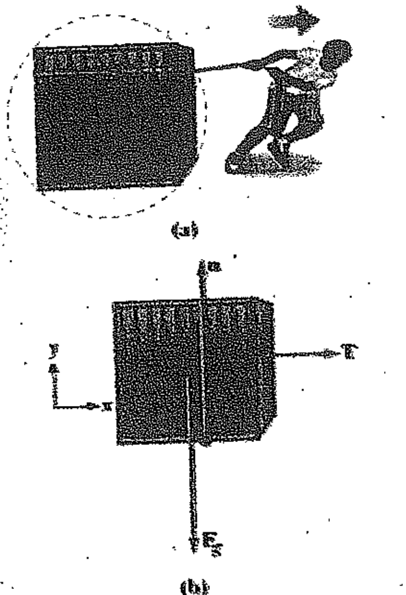
والآن نطبق القانون الثاني لنيوتن في صورة مركباته على العربة. القوة الوحيدة المؤثرة في اتجاه x هي $\mathbf{T}$. وبتطبيق $\sum F_x = ma_x$ للحركة الأفقية:

$$\sum F_x = \mathrm{T} = ma_x \quad \text{أو} \quad a_x = \frac{T}{M}$$

لايوجد تسارع في اتجاه مركبة y. وبتطبيق $\sum F_y = ma_y$ مع $a_y = 0$ نستنتج أن:

$$n + (-F_g) = 0 \quad \text{أو} \quad n = F_g$$

بمعنى أن القوة العمودية لها نفس مقدار قوة الجاذبية ولكن في الاتجاه المضاد.



الشكل 8.5 (a) تسحب عربة ناحية اليمين على سطح أملس (b) رسم توضيحي للجسم الحر يمثل القوى الخارجية المؤثرة على العربة.

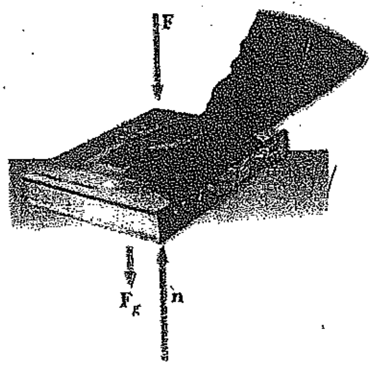
إذا كانت $\mathbf{T}$ قوة ثابتة، يكون التسارع $a_x = T/m$ ثابت أيضاً. ومن ثم يمكن استخدام معادلات التسارع الثابت للكينماتيكا من الفصل 2 للحصول على إزاحة العربة Δx والسرعة v_x كدالة في الزمن.

وحيث إن ثابت = $a_x = T/m$ يمكن كتابة المعادلتين 8.2 و 11.2 كما يلي:

$$v_{xf} = v_{xi} + \left(\frac{T}{m}\right)t$$

$$\Delta x = v_{xi}t + \tfrac{1}{2}\left(\frac{T}{m}\right)t^2$$

في الحالة التي ذكرناها توا يكون مقدار القوة العمودية $\mathbf{n}$ يساوي مقدار $\mathbf{F}_g$، ولكن ليس هذا هو الحال دائماً. وعلى سبيل المثال، افرض أن كتاب موضوع على منضدة وأنت تدفعه إلى أسفل بقوة $\mathbf{F}$ كما هو مبين بالشكل 9.5. وحيث أن الكتاب ساكن لذلك لايوجد تسارع، فإن $\sum F_y = 0$ والتي تعطي $n - F_g - F = 0$ أو $n = F_g + F$.



الشكل (9.5) عندما يدفع جسم جسم آخر إلى أسفل بقوة $\mathbf{F}$ تكون القوة العمودية $\mathbf{n}$ أكبر من قوة الجاذبية: $n = F_g + F$

توجيهات لحل المسائل

اتباع الطريقة التالية عند التعامل مع مسائل تحتوي على قوانين نيوتن:

- ارسم رسم تخطيطي بسيط ودقيق للمسألة.
- اعزل الجسم الذي تحلل حركته. ارسم رسماً تخطيطياً لحركة جسم- حر لهذا الجسم. وبالنسبة للأنظمة التي تحتوي على أكثر من جسم، ارسم رسماً تخطيطياً منفصلاً لكل جسم كجسم حر. لاتدخل في الرسم التخطيطي (لجسم- حر) القوى المؤثرة بواسطة الجسم على مايحيط به. انشئ محاور احداثية مناسبة لكل جسم ثم اوجد مركبات القوى على هذه المحاور.
- طبق القانون الثاني لنيوتن $\sum F = ma$ في صورة مركباته. افحص أبعاد معادلاتك لكي تتأكد أن جميع الحدود لها وحدات القوة.
- حل معادلات المركبات للمجاهيل المطلوبة. وتذكر أنه يجب أن يكون لديك عدد من المعادلات مساوياً لعدد المجاهيل لتحصل على حل كامل.
- تأكد أن نتائجك تتوافق مع الرسم التخطيطي لجسم- حر. واختبر أيضاً توقعات حلولك للقيم القصوى للمتغيرات، وغالباً ما يمكنك ذلك من اكتشاف الخطأ في نتائجك.

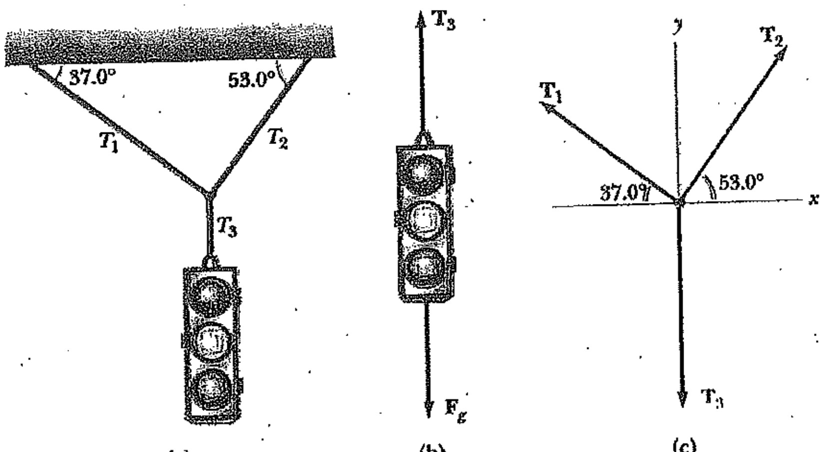
مثال 4.5 إشارة مرور ساكنة

إشارة مرور 125 N معلقة بحبل وهذا الحبل مربوط بحبلين آخرين مثبتين بحامل. الحبلان العلويان يصنعان زاويتين 37.0° و 53.0° مع الأفقي. اوجد الشد في الحبال الثلاث.

الحل: الشكل 10.5a يبين نوع الرسم الذي نرسمه في هذ الحالة. ثم نصمم رسمين تخطيطين لجسمين حرين- أحدهما لإشارة المرور، المبين في الشكل 10.5b، والآخر للعقدة التي تربط الثلاث حبال معاً، كما هو مبين في الشكل 10.5c . وهذه العقدة هي جسم مناسب للاختيار حيث أن جميع القوى التي تهمناتؤثر من خلالها، وحيث أن التسارع لهذا النظام يساوي صفراً، لذلك نعرف أن القوة على الإشارة والقوة على العقدة تساويان صفراً.

في الشكل 10.5b تتولد القوة T_3 بواسطة الحبل العمودي الذي يثبت الإشارة ولذلك $T_3 = F_g = 125\ N$. ثم نختار محاور الإحداثيات المبينة بالشكل 10.5c ونحلل القوة المؤثرة على العقدة إلى مركباتها.

القوة	المركبة x	المركبة y
T_1	$-T_1 \cos 37.0^\circ$	$T_1 \sin 37.0^\circ$
T_2	$T_2 \cos 53.0^\circ$	$T_2 \sin 53.0^\circ$
T_3	0	-125 N



الشكل 10.5 (a) إشارة مرور معلقة بواسطة حبل. (b) رسم تخطيطي لجسم- حر لإشارة المرور. (c) رسم تخطيطي لجسم- حر للعقدة التي تربط الثلاث حبال.

بمعرفة أن العقدة متزنة (a= 0) يمكننا كتابة:

$$(1) \quad \sum F_x = -T_1 \cos 37.0° + T_2 \cos 53.0° = 0$$

$$(1) \quad \sum F_y = -T_1 \sin 37.0° + T_2 \sin 53.0° + (-125\ N) = 0$$

من (1) نرى أن المركبات الأفقية لـ $\mathbf{T}_1$ و $\mathbf{T}_2$ يجب أن تتساوى في القيمة. ومن (2) نرى أن مجموع المركبات العمودية لـ $\mathbf{T}_1$ و $\mathbf{T}_2$ يجب أن تتزن مع وزن الإشارة. وبحل المعادلة (1) للحصول على T_2 بدلالة T_1 نجد أن:

$$T_2 = T_1\left(\frac{\cos 37.0°}{\cos 53.0°}\right) = 1.33\ T_1$$

وبالتعويض عن مقدار $\mathbf{T}_2$ في المعادلة (2) نجد أن:

$$T_1 \sin 37.5° + (1.33\ T_1)(\sin 53.0°) - 125\ \text{N} = 0$$

$$T_1 = 75.1\ \text{N}$$

$$T_2 = 1.33\ T_1 = 99.9\ \text{N}$$

هذه المسألة هامة حيث أنها تشمل ما يجب أن نتعلمه عن المتجهات مع أنواع جديدة من القوى. والمعالجة العامة التي شرحناها هنا هامة جداً وسوف تتكرر مرات عديدة.

تمرين: في أي حالة تكون $T_1 = T_2$؟

الإجابة: عندما يصنع الحبلان المثبتان في الحامل زاويتين متساويتين مع الأفقي.

معلومات تخص التسارع. بينما إذا قمنا بحل المعادلة (2) بالنسبة لـ T ثم عوضنا هذه القيمة لـ T في المعادلة (3) ثم نحلها بالنسبة لـ a نحصل على:

$$(5) \qquad a = \frac{m_2 g \sin\theta - m_1 g}{m_1 + m_2}$$

وعندما نعوض بقيمة a في المعادلة (2) نجد أن:

$$(6) \qquad T = \frac{m_1 m_2 g(\sin\theta + 1)}{m_1 + m_2}$$

لاحظ أن تسارع المكعب أسفل المستوى الأملس فقط إذا كان $m_2 \sin\theta > m_1$ (بمعنى إذا كانت a في الاتجاه الذي افترضناه). إذا كان $m_1 > m_2 \sin\theta$، سوف يكون التسارع إلى أعلى المستوى المائل بالنسبة للمكعب وإلى أسفل بالنسبة للكرة. ولاحظ أيضاً أن ناتج التسارع في المعادلة (5) يمكن تفسيره على إنه القوة الناتجة المؤثرة على نظام مقسومة على الكتلة الكلية للنظام؛ وهذا يتفق مع القانون الثاني لنيوتن. وأخيراً، إذا كانت $\theta = 90°$ سوف تكون نتائج a و T مماثلة لنتائج المثال 8.5.

تمرين: إذا كان $m_1 = 10.0$ Kg، و $m_2 = 5.00$ Kg و $\theta = 45.0°$، اوجد تسارع كل جسم.

الإجابة: $a = -4.22\ m/s^2$، حيث أن الإشارة السالبة تشير إلى أن تسارع المكعب إلى أعلى المستوى المائل وتسارع الكرة إلى أسفل.

8.5 قوى الاحتكاك FORCES OF FRICTION

عندما يكون جسم في حالة حركة على سطح أو في وسط لزج مثل الهواء أو الماء تكون هناك مقاومة للحركة بسبب تفاعل الجسم مع مايحيط به. ونسمي مثل هذه المقاومة بقوة الاحتكاك. قوة الاحتكاك هامة جداً في حياتنا اليومية. تسمح لنا بالمشي أو الجري وضرورية لحركة المركبات.

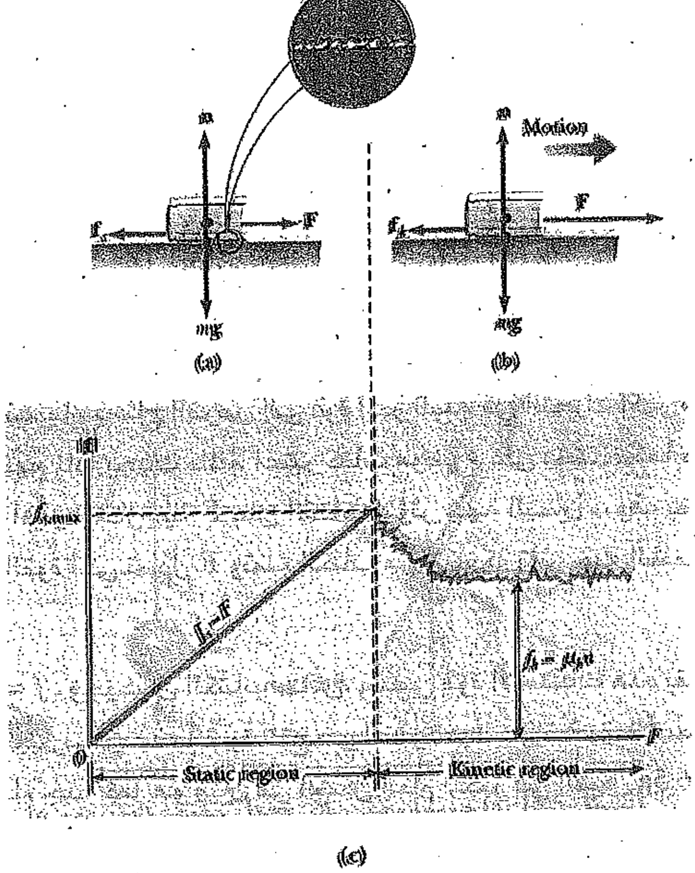
هل حاولت تحريك قرص ثقيل عبر أرضية خشنة؟ ادفع بقوة أكبر فأكبر حتى يبدو القرص حراً "break Free" وبالتالي يتحرك بسهولة نسبياً. يحتاج القرص إلى قوة أكبر للبدء في التحرك أكبر من القوة التي يحتاجها ليحتفظ بحركته ولفهم لماذا يحدث ذلك. اعتبر كتاب موضوع على منضدة كما هو مبين في الشكل 16.5a. فإذا أثرنا بقوة أفقية خارجية **F** على الكتاب لتؤثر جهة اليمين سوف يظل الكتاب ساكناً إذا لم تكن **F** كبيرة جداً. القوة التي تعادل **F** وتمنع الكتاب من الحركة تؤثر جهة الشمال وتسمى قوة الاحتكاك **f**.

وطالما أن الكتاب لايتحرك تكون $f = F$. وحيث أن الكتاب ساكن، نسمي قوة الاحتكاك هذه بقوة الاحتكاك الإستاتيكية $\mathbf{f}_s$. وتوضح التجارب أن هذه القوة تنتج عن النتوءات البارزة فوق الأسطح المتلامسة، حتى للأسطح التي تبدو ملساء جداً كما هو مبين في الشكل العام المكبر في الشكل 16.5a. (إذا كانت الأسطح نظيفة وناعمة على المستوى الذري، سوف تلتحم ببعضها عندما يحدث التلامس)

وعلى الرغم من تعقيد تفاصيل الاحتكاك على المستوى الذري، فإن هذه القوى تنتج عن تأثر كهربي متبادل بين الذرات أو الجزيئات.

وإذا قمنا بزيادة مقدار **F** كما هو مبين في الشكل 16.5b، تزداد قيمة f_s معها ليحتفظ الكتاب بمكانه. وبالطبع لايمكن أن تزيد القوة f_s بلانهاية. وأخيراً الأسطح المتلامسة لاتستمر في المد بقوة احتكاك كافية للتغلب على **F**، ولذلك يتحرك الكتاب بتسارع. وعندما يكون الجسم على حد الحركة تكون f_s قيمة قصوى، كما هو مبين بالشكل 5.16c. وعندما تزيد F عن $f_{s,max}$ يتحرك الكتاب بتسارع جهة اليمين. وبمجرد أن يبدأ الكتاب في الحركة تصبح قوة الاحتكاك المعوقة أقل من $f_{s,max}$ (انظر الشكل 16.5c). وعندما يصبح الكتاب في حالة حركة تسمى قوة الممانعة بقوة الاحتكاك الكيناتيكية f_K. وإذا كانت $F = f_K$ فسوف يتحرك الكتاب جهة اليمين بسرعة ثابتة. وإذا كانت $F > f_K$ فسوف يكون هناك قوة غير متزنة $F = f_K$ في الاتجاه الموجب لـ x وهذه القوة تسبب حركة الكتاب بتسارع جهة اليمين. وإذا أزيلت القوة **F** سوف تؤثر قوة الاحتكاك f_K جهة اليسار ليتحرك الكتاب في الاتجاه السالب لـ x وأخيراً تجعله يسكن.

وعملياً نجد أنه، وكتقريب جيد، كل من $f_{s,max}$ و f_K تتناسب مع القوة العمودية التي تؤثر على الكتاب. وتلخص القوانين العملية التالية المشاهدات المعملية:



الشكل 16.5 يكون اتجاه قوة الاحتكاك **f** بين كتاب وسطح خشن في الاتجاه العكسي للقوة المؤثرة **F**. وحيث أن كلا السطحين خشنين يحدث التلامس عند نقاط قليلة فقط كما هو موضح في الشكل المكبر. (a) مقدار قوة الاحتكاك الساكنة يساوي مقدار القوة المؤثرة. (b) عندما تزداد القوة المؤثرة عن مقدار قوة احتكاك حركي، يتحرك الكتاب جهة اليمين بتسارع. (c) رسم بياني يبين العلاقة بين قوة الاحتكاك مع القوة المستخدمة. لاحظ أن $f_{s,max} > f_R$.

- يكون اتجاه قوة الاحتكاك الساكن بين أي جسمين متلامسين مع بعضهما عكس اتجاه الحركة النسبية ويمكن أن تأخذ القيم:

$$f_s \leq \mu_s n \tag{8.5}$$

حيث μ_s ثابت ليس له وحدات ويسمى معامل الاحتكاك الإستاتيكي Coefficient of Static Friction و n هي مقدار القوة العمودية. وتكون المتباينة في المعادلة 8.5 متساوية عندما يكون أحد الأجسام عند الحركة (على وشك الحركة)، بمعنى أنه عندما $f_s = f_{s,max} = \mu_s n$. وتتحقق المتباينة عندما نؤثر بقوة تقل عن $\mu_s n$.

- يكون اتجاه قوة الاحتكاك الكيناتيكية (الحركي) المؤثرة على جسم عكس اتجاه حركة انزلاق الجسم بالنسبة للسطح الذي تنتج عنه قوة الاحتكاك ويعطى بالعلاقة التالية:

$$f_k \leq \mu_k n \tag{9.5}$$

حيث μ_K هي معامل الاحتكاك الكيناتيكي Coefficient of Kinetic Friction.

- يعتمد المقداران μ_K و μ_s على طبيعة الأسطح، ولكن على العموم تكون μ_K أقل من μ_s. وتتراوح قيمتها بين 0.03 و 1.0. ويدون الجدول 2.5 بعض القيم.

جدول 2.5 معاملات الاحتكاك

	μ_s	μ_k
Steel on Steel	0.74	0.57
Aluminum on Steel	0.61	0.47
Copper on Steel	0.53	0.36
Rubber on Concrete	1.0	0.8
Wood on Wood	0.25 – 0.5	0.2
Glass in Glass	0.94	0.4
Waxed Wood on Wet Snow	0.14	0.1
Waxed Wood on Dry Snow	–	0.04
Metal on Metal (Lubricated)	0.15	0.06
Ice on Ice	0.1	0.03
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Synovial Joints in Humans	0.01	0.003

جميع القيم في هذا الجدول مقربة. في بعض الحالات يمكن أن يزيد معامل الاحتكاك عن القيمة 1.0

- معامل الاحتكاك لايعتمد تقريباً على مساحة التلامس بين الأسطح.

على الرغم من امكانية تغير معامل الاحتكاك الكيناتيكي (الحركي) مع السرعة سوف نهمل مثل هذا التغير في دراستنا.

مثال ذهني 10.5 لماذا تتحرك المزلجة بتسارع؟

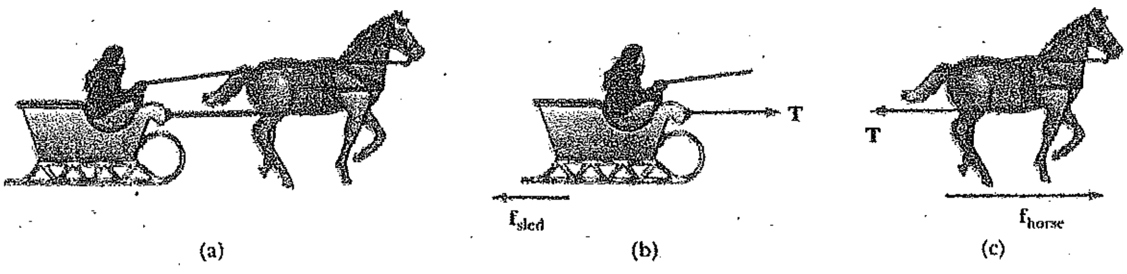
يجر حصان مزلجة على طريق مستوي مغطى بالجليد ليجعلها تتحرك بتسارع، كما هو مبين في الشكل 5.18a . ينص القانون الثاني لنيوتن على أن المزلجة تولد قوة مساوية وعكسية على الحصان. بوجهة النظر هذه، كيف تتحرك المزلجة بتسارع؟ وتحت أي شرط يتحرك النظام (الحصان والمزلجة) بسرعة ثابتة؟

الحل: من المهم أن نتذكر أن القوى الموصوفة في القانون الثالث لنيوتن تؤثر على أجسام مختلفة- يؤثر الحصان بقوة على المزلجة، وتؤثر المزلجة على الحصان بقوة مساوية لها في المقدار ومضادة لها في الاتجاه. وحيث إننا نهتم فقط بحركة المزلجة، لانأخذ في الاعتبار القوى التي تؤثر بها على الحصان. وعند تعيين حركة جسم يجب عليك إضافة القوى المؤثرة على الجسم فقط. القوى الأفقية المؤثرة على المزلجة هي القوة $\mathbf{T}$ للأمام المتولدة بواسطة الحصان وقوة الاحتكاك الخلفية $\mathbf{f}_{sled}$ بين المزلجة والجليد (انظر الشكل 17.5b). وعندما تزيد القوة الأمامية على القوة الخلفية تتحرك المزلجة جهة اليمين بتسارع.

القوة التي تجعل النظام (الحصان والمزلجة) يتحرك بتسارع هي قوة الاحتكاك $\mathbf{f}_{horse}$ المتولدة بواسطة الأرض على أرجل الحصان. القوى الأفقية التي تؤثر على الحصان وهي القوى الأمامية $\mathbf{f}_{horse}$ المتولدة بواسطة الأرض والشد إلى الخلف $\mathbf{T}$ المتولدة بواسطة المزلجة (الشكل 17.5c). محصلة هاتين القوتين تسبب تسارع الحصان. وعندما تتزن $\mathbf{f}_{horse}$ مع $\mathbf{f}_{sled}$ يتحرك النظام بسرعة ثابتة.

تمرين: هل القوة العمودية المتولدة بواسطة الجليد على الحصان وقوة الجاذبية المتولدة بواسطة الأرض على الحصان هي زوج قوى القانون الثالث؟

الإجابة: ليس كذلك حيث تؤثر القوتان على نفس الجسم. بينما يعرف زوج القوى من القانون الثالث Third- Low Force Pairs بإنهما متساويان في المقدار ومتضادان في الإتجاه كما أنهما تؤثران على جسمين مختلفين.



الشكل 17.5

مثال 11.5 تسارع جسمين متصلين عند وجود قوة احتكاك

وصل مكعب كتلته m_1 مع كرة كتلتها m_2 على سطح أفقي خشن بواسطة حبل خفيف الوزن، كما هو مبين في الشكل 5.18a أثرنا على المكعب بقوة مقدارها F تصنع زاوية θ مع الأفقي كما هو مبين. معامل الاحتكاك الكيناتيكي (الحركي) بين المكعب والسطح هي μ_k. عين قيمة تسارع الجسمين.

الحل: نبدأ بتنفيذ الرسم التخطيطي لجسم- حر بالنسبة للجسمين، كما هو مبين في الشكل 18.5b و 18.5c . ثم نطبق القانون الثاني لنيوتن في صورة مركباته لكل جسم ونستخدم المعادلة 9.5، $f_k = \mu_k n$. وبعد ذلك بمكننا تعيين التسارع بدلالة الحدوود المعطاة.

القوة المؤثرة على المكعب **F** لها مركبتان في إتجاه x و y على الصورة $F \cos\theta$ و $F \sin\theta$ على الترتيب وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن لكلا الجسمين وبفرض أن حركة المكعب تكون جهة اليمين نحصل على:

حركة المكعب (1) $\sum F_x = F\cos\theta - f_k - T = m_1 a_x = m_1 a$

(2) $\sum F_y = n + F\sin\theta - m_1 g = m_1 a_y = 0$

حركة الكرة $\sum F_x = m_2 a_x = 0$

(3) $\sum F_y = T - m_2 g = m_2 a_y = m_2 a$

وحيث إن الجسمين متصلان يمكننا مساواة مقادير المركبة x لتسارع المكعب ومركبه y لتسارع الكرة. ومن المعادلة 9.5 نعلم أن $f_k = \mu_k n$ ومن المعادلة (2) نعلم أن $n = m_1 g - F\sin\theta$ (لاحظ أنه في هذه الحالة n لاتساوي $m_1 g$)؛ ولذلك

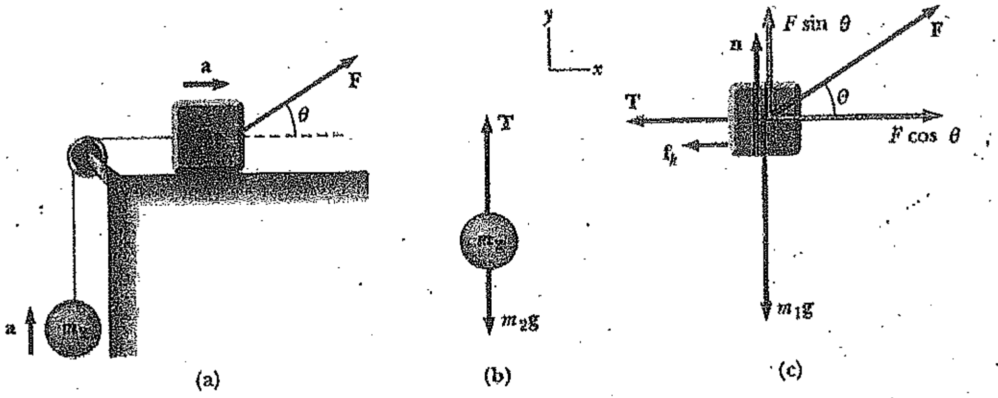
$$(4)\quad f_k = \mu_k (m_1 g - F\sin\theta)$$

بمعنى أن قوة الاحتكاك تتناقص بسبب مركبة y الموجية لـ**F**. وبالتعويض من (4) وقيمة T من (3) في (1) نحصل على

$$F\cos\theta - \mu_k (m_1 g - F\sin\theta) - m_2(a+g) = m_1 a$$

وبحل المعادلة بالنسبة لـ a نحصل على

$$(5)\quad a = \frac{F(\cos\theta + \mu_k \sin\theta) - g(m_2 + \mu_k m_1)}{m_1 + m_2}$$



الشكل 18.5

SUMMARY ملخص

ينص القانون الأول لنيوتن على،" يظل الجسم على حالته من حيث السكون أو الحركة المنتظمة في خط مستقيم مالم تؤثر عليه قوة خارجية "

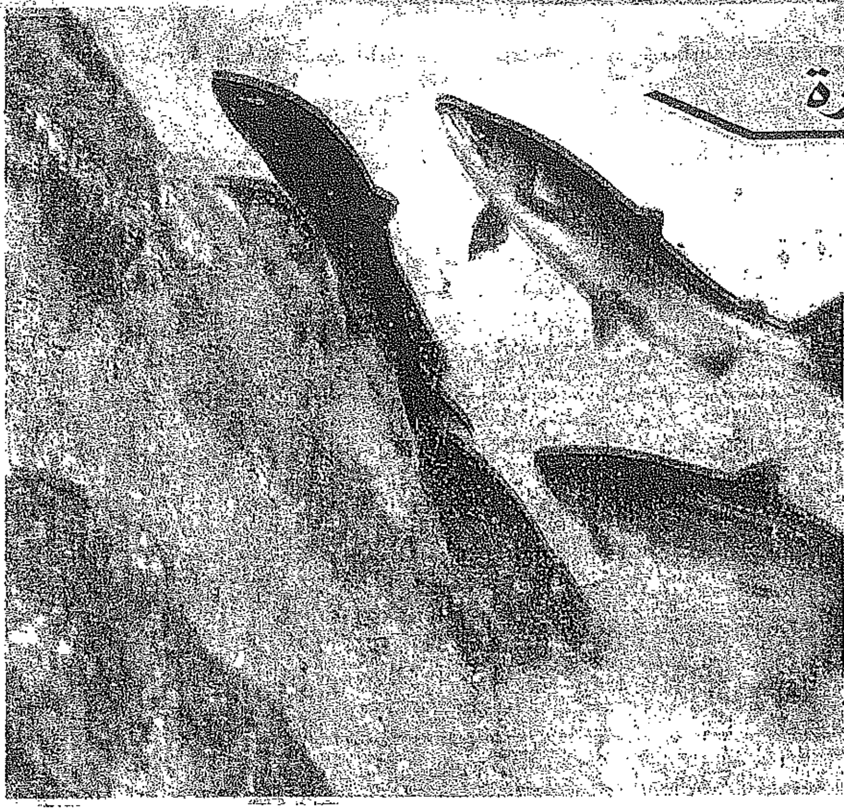
ينص القنون الثاني لنيوتن على،" يتناسب تسارع جسم طردياً مع محصلة القوة المؤثرة عليه وعكسياً مع كتلته ". بمعنى أن مجصلة القوة المؤثرة على جسم تساوي حاصل ضرب كتلته في تسارعه: $\sum \mathbf{F}=m\mathbf{a}$.

قوة الجاذبية المؤثرة على جسم تساوي حاصل ضرب كتلته (كمية قياسية) وتسارع السقوط الحر: $\mathbf{F}_g=m\mathbf{g}$. وزن جسم هو مقدار الجاذبية المؤثرة على الجسم.

ينص القانون الثالث لنيوتن على،" إذا تآثر جسمان فسوف تكون القوة المتولدة بواسطة 1 على الجسم 2 مساوية في المقدار ومضادة في الاتجاه للقوة المتولدة بواسطة الجسم2 على الجسم 1 بمعنى إنه لكل فعل رد فعل مساوٍ له في المقدار ومضاد له في الاتجاه. لذلك لاتوجد القوة المعزولة في الطبيعة.

القوة القصوى للاحتكاك الإستاتيكي بين جسم وسطح تتناسب مع القوة $\mathbf{f}_{s,max}$ العمودية normal Force المؤثرة على الجسم. وعلى العموم $f_s \le \mu_s n$ حيث μ_s هي معامل الاحتكاك الإستاتيكي و n هي مقدار القوة العمودية. وعندما ينزلق جسم على سطح يكون إتجاه قوة الاحتكاك الكيناتيكية $\mathbf{f}_k$ عكس إتجاه حركة الانزلاق وتتناسب مع مقدار القوة العمودية. ومقدار هذه القوة يعطى بالعلاقة $f_k=\mu_k n$ حيث μ_k هي معامل الاحتكاك.

لكي تنجح في تطبيق القانون الثاني لنيوتن يجب أن ندرك جميع القوى المؤثرة على النظام. بمعنى أن نكون قادرين على تصميم الرسم التخطيطي لجسم- حر. يوضح الشكل 19.5 عدداً من الأنظمة مع



صورة محيرة

تتسلق سمكة السلمون الدَّرج في نهر ماك نيل في الاسكا. لماذا يتم بناء مثل هذا الدَّرج حول السد؟ هل يختزل هذا الدَّرج كمية الشغل التي يجب أن تبذلها السمكة لتعبُر السد.

الفصل السابع 7

الشغل وطاقة الحركة

Work and Kinetic Energy

ويتضمن هذا الفصل:

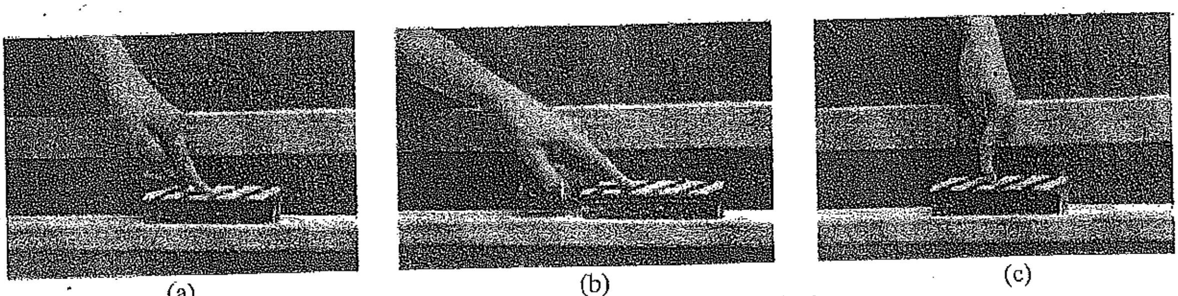
يعتبر مفهوم الطاقة أحد أهم الموضوعات في العلوم والهندسة. في حياتنا اليومية نرى الطاقة في صورة وقود لوسائل النقل والتدفئة، الكهرباء للإضاءة وتشغيل الاجهزة الكهربائية، والغذاء للإستهلاك. مع ذلك فإن كل هذه الافكار لا تُعرف الطاقة. أنها تخبرنا فقط ان الوقود مطلوب لأداء الأعمال وأن هذا الوقود يمدنا بشئ يطلق عليه الطاقة.

في هذا الفصل سنقدم أولاً مفهوم الشغل. يُبذل الشغل بواسطة قوة تؤثر على جسم عندما تتحرك نقطة تأثير القوة لمسافة معينة ويكون للقوة مركبة في اتجاه الحركة. بعد ذلك سنعرف طاقة الحركة وهي الطاقة التي يكتسبها جسم بسبب حركته. بصورة عامة، يمكن تعريف الطاقة بأنها قدرة الجسم على بذل شغل. سنرى أن مبدأي الشغل وطاقة الحركة يمكن تطبيقهما على ديناميكا نظام ميكانيكي وبدون الرجوع لقوانين نيوتن. في الحالات المعقدة يسمح استخدام مفهوم الطاقة بمعالجة اسهل من استخدام التطبيق المباشر لقانون نيوتن الثاني. مع ذلك، من المهم أن نؤكد على أن مفهوم الشغل- الطاقة يعتمد اساساً على قوانين نيوتن وبالتالي يسمح بنتائج تتفق دائماً مع هذه القوانين.

هذه الطريقة البديلة في وصف الحركة تكون مفيدة خاصة عندما تعتمد القوة المؤثرة على موضع الجسم. في هذه الحالة لايكون التسارع ثابتاً وبالتالي لايمكننا تطبيق المعادلات الكينماتيكية التي تم تقديمها في الفصل 2. غالباً ما يتعرض الجسم في الطبيعة إلى قوة تغير من موضعه. تشمل هذه القوى الجاذبية، والقوة التي تؤثر على جسم معلق في زنبرك. بالرغم من امكانية تطبيق الطرق العددية لتحليل مثل هذه المواقف- كتلك التي تم وصفها في قسم 5.6، فإن استخدام فكرة الشغل والطاقة غالباً ما يكون اسهل كثيراً. سندرس طرق التعامل مع أنظمة معقدة بمساعدة نظرية هامة جداً تدعى نظرية الشغل- طاقة الحركة والتي تعد الهدف الاساسي لهذا الفصل.

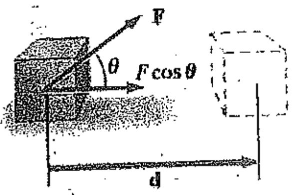
1.7 الشغل المبذول بقوة ثابتة WORK DONE BY A CONSTANT FORCE

كل التغيرات التي استخدمناها من قبل- السرعة والتسارع والقوة.. إلخ تحمل تقريباً نفس المعنى في الفيزياء مثلها مثل ما نستخدمه في حياتنا اليومية. ومع ذلك فإننا نواجه الآن اصطلاح يحمل معنى فيزيائي يختلف تماماً عما نعنيه في حياتنا اليومية ذلك هو "الشغل".



(a) (b) (c)

شكل 1.7 دفع ممحاة على طول حوض السبورة



شكل 2.7 إذا ما ازيح الجسم مسافة **d** تحت تأثير قوة ثابتة **F** فإن الشغل المبذول بهذه القوة يساوي $(F \cos \theta)\, d$.

لكي نفهم ماذا يعني "الشغل" بالنسبة للفيزياء افترض الوضع الموضح في الشكل 1.7. عند تطبيق قوة على ممحاة سبورة، فإن الممحاة تنزلق على طول حوض السبورة. اذا ماكنا نهتم بدراسة كيفية تأثير القوة في تحريك الممحاه، فإنه من الضروري الاهتمام بكل من مقدار واتجاه القوة. إذا افترضنا ان مقدار القوة المستخدمة هو نفسه في الثلاث صور الفوتوغرافية، واضح أن الممحاة تتحرك في الوضع 1.7b أكثر منه في الوضع 1.7a. من ناحية أخرى يوضح الشكل 1.7c الوضع الذي فيه لا يؤدي تطبيق القوة إلى حركة الممحاة نهائياً مهما كانت قوة الدفع لها (هذا مالم تكن القوة بالقدر الذي يؤدي إلى كسر شئ ما). بالتالي عند تحليل القوى لحساب الشغل الناتج، يجب الاهتمام بطبيعة متجه القوة. كذلك فإننا نحتاج أن نعرف المسافة التي قطعتها الممحاة على حوض السبورة إذا ما أردنا حساب الشغل اللازم لإحداث الحركة. تحرك الممحاة 3cm يتطلب شغلاً أكثر عما تحتاجه عند تحريكها 2cm.

دعنا ندرس الوضع الموضح في الشكل 2.7 حيث يعاني جسم ازاحه **d** في خط مستقيم عندما يؤثر عليه بقوة ثابتة **F** والتي تصنع زاوية مقدارها θ مع **d**

الشغل المبذول بقوة ثابتة

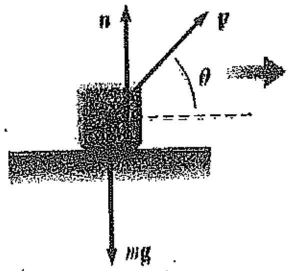
الشغل W المبذول على جسم بقوة ثابتة هو حاصل ضرب مركبة القوة في اتجاه الازاحة في مقدار الازاحة

$$W = Fd\cos\theta \qquad (1.7)$$

كمثال للتمييز بين هذا التعريف وكلمة الشغل التي نستخدمها في حياتنا اليومية افترض انك قد حملت كرسي بذراعيك لمدة ثلاث دقائق. في نهاية هذه الفترة قد يؤدي اجهاد ذراعك إلى الاعتقاد بأنك بذلت كمية شغل كبيرة على الكرسي. طبقاً للتعريف هنا، إنك لاتكون قد بذلت شغلاً ما. لقد اثرت بقوة لتبقى على الكرسي موفوعاً[1] بذراعيك لكنك لم تحركه. القوة لاتبذل شغلاً على الجسم ما لم تحركه ويتضح ذلك من المعادلة 1.7 عند وضع $d=0$ تعطي $W=0$. يوضح الشكل 1.7c هذا الوضع.

يتضح ايضاً من المعادلة1.7 ان الشغل المبذول بقوة على جسم متحرك تساوي صفراً عندما تكون القوة المستخدمة عمودية على اتجاه ازاحة الجسم حيث أن $\theta = 90°$ تعطي $W=0$ حيث أن $\cos 90° = 0$. على سبيل المثال- شكل 3.7- الشغل المبذول بالقوة العمودية على الجسم والشغل المبذول بقوة الجاذبية على جسم كليهما يساوي صفراً لأن كلتا القوتين عموديتان على الازاحة وليس لهما مركبة في اتجاه **d**.

(1) في الحقيقة إنك تبذل شغلاً عند رفع الكرسي لأن عضلاتك تنكمش وتسترخي باستمرار هذا يعني انها تؤثر بقوى داخلية على ذراعك. هكذا فإن جسمك يبذل شغلاً ولكن داخليا على نفسه وليس على الكرسي.



شكل 3.7 عند ازاحة جسم على سطح افقي املس فإن القوة العمودية **n** وقوة الجاذبية mg لاتبذلا شغلاً على الجسم. في هذا الوضع الموضح هنا تكون **F** هي القوة الوحيدة التي تبذل شغلاً.

تعتمد اشارة الشغل على اتجاه **F** بالنسبة إلى **d**. يكون الشغل المبذول موجباً عندما يكون المتجه المصاحب للمركبة $F \cos \theta$ في نفس اتجاه الازاحة على سبيل المثال عند رفع جسم لأعلى فإن الشغل المبذول بالقوة المستخدمة موجباً لان اتجاه القوة لأعلى، أي، في نفس اتجاه الازاحة. عندما يكون المتجه المصاحب للمركبة $F \cos \theta$، مثل جسم مرفوع، فإن الشغل المبذول بقوة الجاذبية على الجسم يكون سالباً. المعامل $\cos \theta$ في تعريف W (المعادلة 1.7) يأخذ ذلك في الاعتبار. من المهم أن تلاحظ أن **الشغل هو انتقال طاقة** وإذا انتقلت طاقة إلى المنظومة (الجسم) تكون W موجبة. إذا انتقلت طاقة من المنظومة، تكون W سالبة.

إذا كانت القوة المستخدمة **F** تؤثر في اتجاه الازاحة، حينئذ $\theta = 0$ و $\cos \theta = 1$. في هذه الحالة تعطي المعادلة 1.7

$$W = Fd$$

الشغل كمية قياسية ووحداته هي حاصل ضرب قوة في طول. لهذا فهو بوحدات النظام الدولي لوحدات القياس (SI) يكون **نيوتن- متر أو جول**.

اختبار سريع 1.7

هل من الممكن لمركبة القوة التي تعطي تسارع عمودي لجسم ان تبذل شغلاً على الجسم (مثل القوة التي تؤثر بها الشمس على الأرض والتي تُثَبِّتُ الارض في مسارها الدائري حول الشمس).

بصورة عامة قد يتحرك الجسم بسرعة ثابتة أو سرعة متغيرة تحت تأثير قوى عديدة. في هذه الحالة حيث إن الشغل كمية قياسية فإن الشغل المبذول لازاحة جسم هو المجموع الجبري لمقادير الشغل المبذول بكل القوى.

مثال 1.7 السيد عامل النظافة

يسحب عامل النظافة مكنسة كهربائية بقوة مقدارها $F = 50.0$ N بزاوية $30°$ مع الأفقي (شكل 4.7a). احسب الشغل المبذول بالقوة على المكنسة الكهربائية عند ازاحتها 3.0m تجاه اليمين.

الحل: لانهم ساعدونا في معرفة أي من القوى التي تؤثر على الجسم يمكن أخذها في الاعتبار فإن رسماً مثل شكل 4.7b يكون مفيداً عندما تريد جمع المعلومات وتنظيم الحل. هنا نستخدم تعريف

الشغل (المعادلة 1.7)

$$W = (F\cos\theta)\, d$$

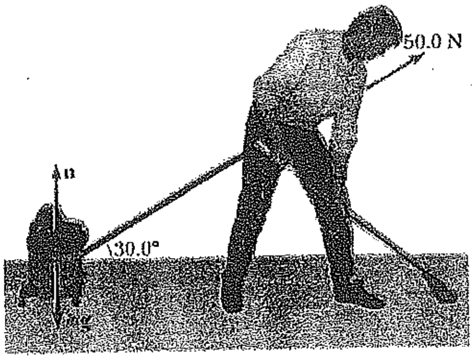
$$= (50.0\ \text{N})\ (\cos 30.0^\circ)\ (3.0\text{m}) = 130\ \text{N}\cdot\text{m}$$

$$= 130\ \text{J}$$

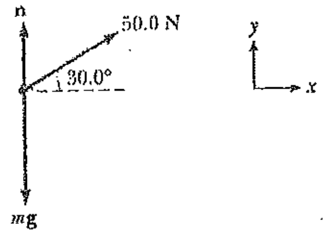
شئ وحيد يجب أن نتعلمه من هذا المثال وهو أن القوة العمودية **n**، وقوة الجاذبية $\mathbf{F}_g = mg$، والمركبة العمودية للقوة المستخدمة $(50.0\text{N})\ (\sin 30^\circ)$ لاتبذل شغلاً على المكنسة لأن هذه القوى عمودية على اتجاه الازاحة.

تمرين: احسب الشغل الذي يبذله الرجل على المكنسة إذا سحبها مسافة 3.0m بقوة أفقية مقدارها 32.0N.

الاجابة: 96 J.

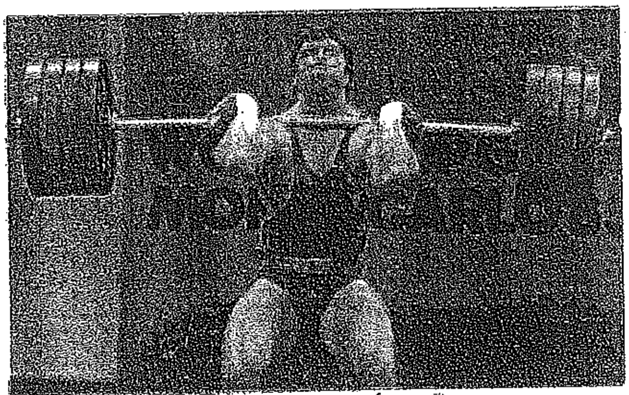


(a)

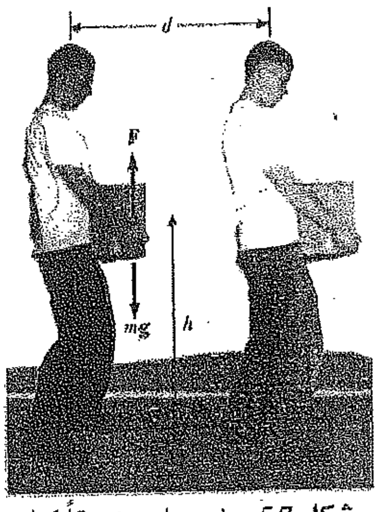


(b)

شكل 4.7 (a) مكنسة كهربائية مسحوبة بزاوية 30.0° مع الأفقي (b) رسم هندسي للجسم الحر للقوى التي تؤثر على المكنسة.



لايبذل رافع الاثقال شغلاً عند وضع قضيب الاثقال على كتفيه (إذا امكنه وضع القضيب على كتفيه وجعل ركبتيه ملتصقتان فإنه يكون قادراً على تحمل الاثقال لفترة طويلة بعض الشئ). هل يبذل شغلاً عند رفع الاثقال إلى هذا الارتفاع.



شكل 5.7 يرفع رجل صندوقاً كتلته m مسافة رأسية h ويمشي افقياً مسافة d.

اختبار سريع 2.7

يرفع رجل صندوقاً ثقيلاً كتلته m مسافة رأسيه h ثم تحرك افقيا مسافة d كما هو موضح بالشكل 5.7. أحسب (a) الشغل الذي يبذله الرجل على الصندوق. (b) الشغل المبذول على الصندوق نتيجة قوة الجاذبية.

2.7 حاصل الضرب القياسي لمتجهين:
THE SCALAR PRODUCT OF TWO VECTORS

نظراً للطريقة التي تم بها ربط متجهى القوة والازاحة في المعادلة 1.7 فإنه من المفيد أن نستخدم طريقة رياضية مبسطة تسمى **الضرب القياسي**. هذه الطريقة تسمح لنا بتوضيح طريقة التأثير المتبادل بين **F** و **d** وبطريقة تعتمد على مدى قرب توازي بعضهم من بعض. يكتب هذا الضرب القياسي **F.d** (بسبب النقطة بين **F** ، **d** فغالباً ما يطلق عليه **الضرب المنقوط** dot product) وبالتالي يمكن كتابة المعادلة 1.7 كحاصل ضرب قياسي.

2.6

التعبير عن الشغل كضرب قياسي (2.7)

$$W = \mathbf{F}\cdot\mathbf{d} = Fd\cos\theta \qquad (2.7)$$

بصورة أخرى فإن **F·d** (تقرأ F dot d) هي اختصار للمقدار $Fd\cos\theta$

حاصل الضرب القياسي لأي متجهين **A** و **B**

بصورة عامة، حاصل الضرب القياسي لأي متجهين **A** و **B** هو كمية قياسية تساوي حاصل ضرب مقدارا المتجهين وجيب تمام الزاوية بينهما θ.

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = AB\cos\theta \qquad (3.7)$$

الشكل 6.7 يوضح هذه العلاقة. لاحظ أنه ليس من الضروري أن يكون للمتجهين **A** و **B** نفس الوحدات.

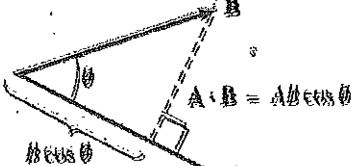
في الشكل 6.7 $B\cos\theta$ عبارة عن مسقط **B** على **A**. لهذا فإن المعادلة 3.7 تنص على أن **A·B** هو حاصل ضرب المقدار **A** في مسقط **B** على **A**.

من الطرف الايمن للمعادلة 3.7 نلاحظ أيضاً أن الضرب القياسي **"تبادلي"**

أي أن $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = \mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$ يمكن عكس الترتيب في الضرب القياسي

أخيراً يخضع الضرب القياسي لقانون التوزيع في الضرب أي أن:

$$\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}+\mathbf{C}) = \mathbf{A}\cdot\mathbf{B} + \mathbf{B}\cdot\mathbf{C}$$



شكل 6.7 حاصل الضرب القياسي **A·B** يساوي مقدار **A** مضروباً في $B\cos\theta$ والتي تمثل مسقط **B** على **A**.

من السهل حساب الضرب القياسي من المعادلة 3.7 عندما يكون **A** عمودياً أو موازيا للمتجه **B**. إذا كان **A** عمودياً على **B**(θ= 90°) فإن **A·B**= 0. (يتحقق التساوي **A·B**=0 ايضاً- في الحالات الأكثر بساطة عندما يكون**A** أو **B** مساويا صفراً). إذا كان المتجه **A** يوازي المتجه **B** وكليهما له نفس الاتجاه (θ=0) فإن **A·B**= AB. إذا كان المتجه **A** يوازي المتجه **B** ولكن كل منهما يسير في اتجاه عكس الآخر (θ= 180°) حينئذ **A·B**= −AB. يكون حاصل الضرب القياسي سالباً إذا كانت 90° < θ< 180°.

وحدات المتجه $\mathbf{i}$ و $\mathbf{j}$، $\mathbf{k}$ التي تم تعريفها في الفصل 3، تقع في الاتجاه الموجب للاتجاهات x و y، z على التوالي في نظام المحاور المتعامدة. لهذا ينتج من تعريف $\mathbf{A\cdot B}$ أن الضرب القياسي لوحدات المتجهات هو:

$$\mathbf{i\cdot i} = \mathbf{j\cdot j} = \mathbf{k\cdot k} = 1 \qquad (4.7)$$

الضرب المنقوط لوحدات المتجه

$$\mathbf{i\cdot j} = \mathbf{i\cdot k} = \mathbf{j\cdot k} = 0 \qquad (5.7)$$

توضح المعادلتان 18.3 و 19.3 أن المتجهين $\mathbf{A}$و $\mathbf{B}$ يمكن التعبير عنهما بدلالة مركباتهما كما يلي:

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$$

باستخدام المعلومات المعطاه في المعادلتين 4.7 و 5.7 نستنتج أن الضرب القياسي للمتجهين $\mathbf{A}$و $\mathbf{B}$ هو:

$$\mathbf{A\cdot B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \qquad (6.7)$$

(تفاصيل الاستنتاج تم تركها لك في المسألة 10.7). في الحالة الخاصة $\mathbf{A=B}$ نجد أن:

$$\mathbf{A\cdot A} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A^2$$

اختبار سريع 3.7

إذا كان الضرب القياسي لمتجهين موجباً هل يُحتم ذلك أن تكون المركبات الكرتيزية للمتجهين موجبة؟

مثال 2.7 الضرب القياسي

يعطي المتجهان $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ بالصورة $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ و $\mathbf{B} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ احسب الضرب القياسي $\mathbf{A\cdot B}$.

الحل:

$$\begin{aligned}\mathbf{A\cdot B} &= (2\mathbf{i}+ 3\mathbf{j})\cdot(-\mathbf{i}+ 2\mathbf{j})\\ &= -2\mathbf{i\cdot i} + 2\mathbf{i}\cdot 2\mathbf{j} - 3\mathbf{j\cdot i} + 3\mathbf{j}\cdot 2\mathbf{j}\\ &= -2(1) + 4(0) - 3(0) + 6(1)\\ &= -2+ 6= 4\end{aligned}$$

---

(2) هذا يكافئ القول بأن $\mathbf{A\cdot B}$ يساوي حاصل ضرب مقدار $\mathbf{A}$ في مسقط $\mathbf{A}$ على $\mathbf{B}$.

(3) هذا واضح لكن في الفصل 11 سنجد طريقة اخرى لجمع المتجهات وهي ذات اهمية في الفيزياء لكنها ليست تبادلية.

حيث استخدمنا الحقائق التالية: $\mathbf{i \cdot i = j \cdot j} = 1$ و $\mathbf{i \cdot j = j \cdot i} = 0$. نفس النتيجة يمكن الحصول عليها عندما نستخدم المعادلة 6.7 مباشرة حيث $A_x = 2$ و $A_y = 3$ و $B_x = -1$ و $B_y = 2$

(b) احسب الزاوية بين **A** و **B**

الحل: مقدار **A** و **B** هما:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5}$$

باستخدام المعادلة 3.7 والنتيجة من الجزئية (a) نحصل على:

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{A \cdot B}}{AB} = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{4}{8.06} = 60.2°$$

مثال 3.7 الشغل المبذول بقوة ثابتة

يعاني جسم يتحرك في المستوى xy ازاحة مقدارها $\mathbf{d} = (2.0\mathbf{i} + 3.0\mathbf{j})$ m عندما تؤثر على الجسم قوة مقدارها $\mathbf{F} = (5.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j})$ N (a) احسب مقدارا الازاحة والقوة.

الحل:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2.0)^2 + (3.0)^2} = 3.6 \text{ m}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5.0)^2 + (2.0)^2} = 5.4 \text{ m}$$

(b) احسب الشغل المبذول بالقوة **F**

الحل: بالتعويض عن **F** و **d** في المعادلتين 4.7 و 5.7 نحصل على:

$$W = \mathbf{F \cdot d} = (5.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j}).(2.0\mathbf{i} + 3.0\mathbf{j}) \text{ N.m}$$

$$= 5.0\mathbf{i}.\ 2.0\mathbf{i} + 5.0\mathbf{i} \cdot 3.0\mathbf{j} + 2.0\mathbf{i} \cdot 2.0\mathbf{j} + 2.0\mathbf{i} \cdot 3.0\mathbf{j}$$

$$= 10 + 6 = 16\text{J}$$

تدريب: احسب الزاوية بين **F** و **d**.

الاجابة: 35°

3.7 الشغل المبذول بقوة متغيرة WORK DONE BY A VARYING FORCE

افترض أن جسماً أُزيح في اتجاه المحور x تحت تأثير قوة متغيرة. افرض أن الازاحة في اتجاه زيادة x من x_i إلى x_f. في مثل هذا الوضع لايمكننا استخدام $W=(F\cos\theta)d$ في حساب الشغل المبذول بالقوة، لأن هذه العلاقة تستخدم فقط في حالة القوة الثابتة في المقدار والاتجاه. ومع ذلك، لو تصورنا أن الجسم يعاني ازاحة صغيرة جداً Δx، كما بالشكل 7.7a فإن مركبة القوة F_x في اتجاه x تكون ثابتة تقريباً في هذه الفترة. في حالة الإزاحات القصيرة يمكن التعبير عن الشغل المبذول بالقوة بما يلي:

$$\Delta W = F_x \Delta x$$

هذا المقدار عبارة عن المساحة المستطيلة المظللة في الشكل 7.7a. إذا ما تصورنا أن منحنى F_x مع x تم تقسيمه إلى عدد كبير من مثل هذه الفترات، حينئذ يكون الشغل الكلي المبذول من x_i إلى x_f يساوي تقريباً مجموع عدد كبير من هذه الحدود:

$$W \approx \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$$

إذا ما أصبحت الإزاحات متناهية الصغر فإن عدد الحدود يزداد إلى عدد كبير جداً بلا حدود. ولكن المجموع يقترب من قيمة محددة تساوي المساحة المحددة بـF_x والمحور x

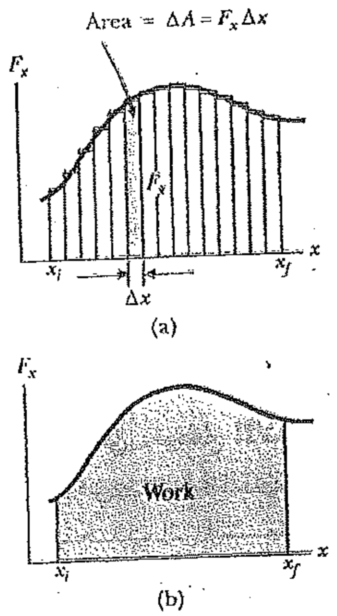
$$\lim_{\Delta x\to 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

هذا التكامل المحدود يساوي عدديا المساحة تحت منحنى F_x مع x بين x_i و x_f. لهذا يمكن التعبير عن الشغل المبذول بالقوة F_x عندما يتحرك الجسم من x_i إلى x_f في الصورة

الشغل المبذول بواسطة قوة متغيرة $$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx \qquad (7.7)$$

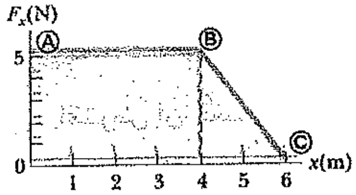
تختزل هذه المعادلة إلى المعادلة 1.7 عندما تكون المركبة $F_x = F\cos\theta$ ثابتة. إذا كان هناك أكثر من قوة تؤثر على الجسم فإن الشغل الكلي المبذول هو عبارة عن الشغل المبذول بالقوة المحصلة. إذا كتبنا القوة المحصلة في اتجاه x في الصورة $\sum F_x$ فإن صافي الشغل- net work، المبذول عندما يتحرك الجسم من x_i إلى x_f هو:

$$\sum W = W_{net} = \int_{x_i}^{x_f} (F_x)dx \qquad (8.7)$$



شكل 7.7 (a) الشغل المبذول بمركبة القوة F_x لإحداث ازاحة صغيرة Δx يساوي $F_x\Delta x$ ويساوي مساحة المستطيل المظلل. الشغل الكلي المبذول للازاحة من x_i إلى x_f يساوي تقريباً مجموع المساحات لكل المستطيلات. (b) الشغل المبذول من المركبة F_x لقوة متغيرة عندما يتحرك الجسيم من x_i إلى x_f تساوي تماماً المساحة تحت هذا المنحنى.

مثال 4.7 حساب الشغل الكلي المبذول من الرسم البياني



شكل 8.7 القوة التي تؤثر على جسم تكون ثابتة للاربعة امتار الاولى للحركة ثم تتناقص خطياً مع x من $x_B= 4.0$ إلى $x_C= 6$. الشغل الكلي المبذول بالقوة هي المساحة تحت هذا المنحنى.

يوضح الشكل 8.7 قوة تتغير مع x تؤثر على جسم. احسب الشغل المبذول بهذه القوة على الجسم عندما يتحرك من $x = 0$ إلى $x = 6.0$.

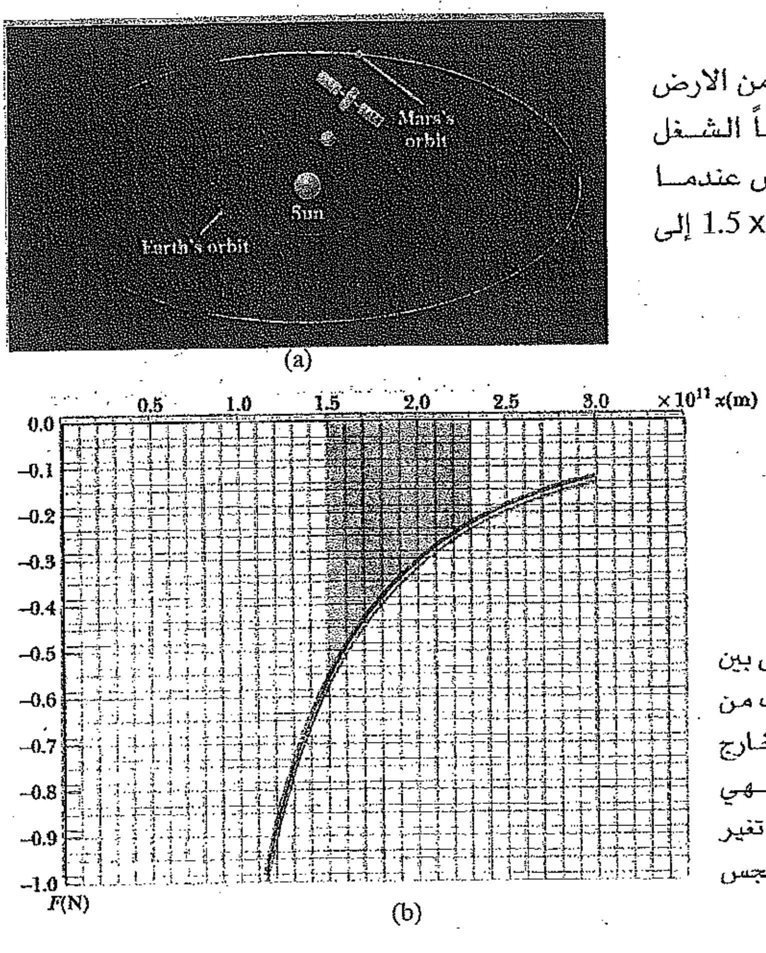
الحل: الشغل المبذول بالقوة يساوي المساحة تحت المنحنى من $x_A=0$ إلى $x_C= 6.0m$ هذه المساحة تساوي مساحة المستطيل من A إلى B بالإضافة إلى مساحة المثلث من B إلى C . مساحة المستطيل هي $(4.0)(5.0)\ N{\cdot}m= 20J$ ومساحة المثلث تساوي $\frac{1}{2}(2.0)(5.0)N{\cdot}m= 5J$ وبالتالي يكون الشغل الكلي 25J.

مثال 5.7 الشغل المبذول من الشمس على مجس

ينجذب مجس يتحرك بين الكواكب إلى الأرض- كما بالشكل 9.7a بقوة مقدارها

$$F = -1.3 \times 10^{22}/x^2$$

حيث x هي المسافة المقاسة من الارض إلى المجس. عين بيانياً وتحليلياً الشغل المبذول من الشمس على المجس عندما تتغير المسافة بينهما من $1.5 \times 10^{11}m$ إلى $2.3 \times 10^{11}m$.



الحل البياني : توضح الاشارة السالبة في معادلة القوة أن المجس ينجذب إلى الشمس. حيث أن المجس يتحرك مبتعداً عن الشمس فإنه من المتوقع أن

شكل 9.7 (a) يتحرك مجس بين الكواكب من موقع قريب من مسار الشمس في اتجاه خارج قطرياً من الشمس وينتهي بالقرب من مدار المريخ. (b) تغير قوة التجاذب مع المسافة للمجس المتحرك بين الكواكب.

يكون الشغل المبذول سالباً . باستخدام رسم بياني أو أي طريقة عددية يمكن عمل رسم بياني كما هو موضح بالشكل 9.7b . يناظر كل مربع صغير في الشبكة مساحة $(0.05N)(0.1x\ 10^{11}\ m) = 5\ x\ 10^{8}\ N{\cdot}m$.
وحيث أنه يوجد تقريباً 60 مربع مظلل، فإن المساحة الكلية (وهي سالبة لانها تحت محور x) تساوي تقريباً $-3\ x\ 10^{10} N{\cdot}m$. يمثل ذلك الشغل الذي تبذله الشمس على المجس.

الحل التحليلي: يمكننا باستخدام المعادلة 7.7 لحساب قيمة الشغل المبذول على المجس بدقة أكثر. لإجراء هذا التكامل فإننا نستخدم الصيغة الاولى من الجدول B.5 في الملحق باعتبار $n=-2$.

$$W = \int_{1.5\times10^{11}}^{2.3\times10^{11}} \left(\frac{-1.3 \times 10^{22}}{x^2}\right) dx$$

$$= (-1.3 \times 10^{22}) \int_{1.5\times10^{11}}^{23\times10^{11}} x^{-2}\, dx$$

$$= (-1.3 \times 10^{22}) (-x^{-1}) \Big|_{1.5\times10^{11}}^{23\times10^{11}}$$

$$= (-1.3 \times 10^{22}) \left(\frac{-1}{2.3\times10^{11}} - \frac{-1}{1.5\times10^{11}}\right)$$

$$= -3.0 \times 10^{10}\ J$$

تمرين: هل هناك فرق، في حالة ما إذا كان مسار المجس ليس متجهاً نحو الخط القطري الخارج من الشمس.

الاجابة: لا. تعتمد قيمة W فقط على الموضع الابتدائي والموضع النهائي وليس على المسار المأخوذ بين هاتين النقطتين.

الشغل المبذول بزنبرك Work Done By a Spring

هناك نظام فيزيائي شائع وفيه تتغير القوة مع الموضع كما بالشكل 10.7 . افترض ثقل على سطح أفقي أملس مربوط في زنبرك. إذا تم شد او ضغط الزنبرك لمسافة صغيرة من نقطة الاتزان فإنه يؤثر بقوة على الثقل مقدارها

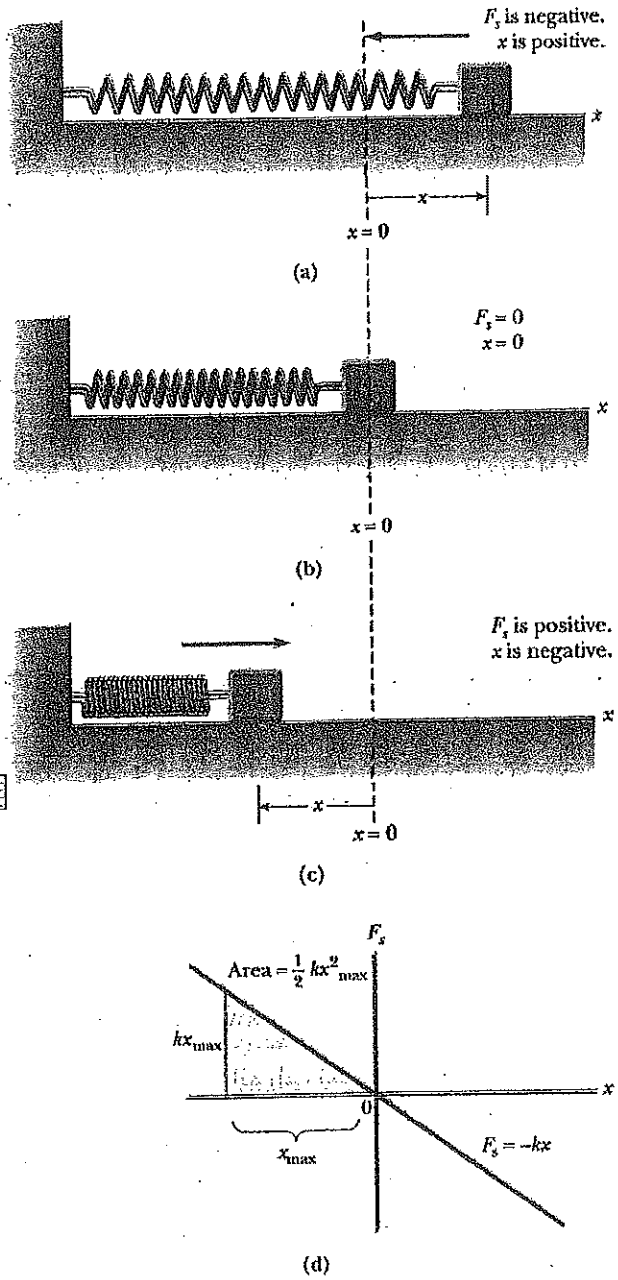
قوة الزنبرك $$F_x = -kx \qquad (9.7)$$

حيث x هي ازاحة الثقل من موضع سكونه $(x=0)$ و k ثابت موجب يسمى **ثابت القوة للزنبرك**. بصورة أخرى فإن القوة اللازمة لانبساط أو انضغاط الزنبرك تتناسب مع مقدار الانبساط أو الانضغاط. يتحقق قانون القوة للزنبرك ويسمى **قانون هوك Hooke's Law** فقط في الإزاحات الصغيرة جداً . قيمة k عبارة عن مقياس صلابة الزنبرك. الزنبرك الصلب تكون له k صغيرة.

اختبار سريع 4.7

ما هي وحدات k، ثابت القوة في قانون هوك.

تعني الاشارة السالبة في المعادلة 9.7 أن القوة التي يؤثر بها الزنبرك تكون دائماً في عكس اتجاه الازاحة. عندما تكون$0<$ x كما بالشكل 10.7a ، فإن قوة الزنبرك تتجه ناحية اليسار- الاتجاه السالب لـ x. عندما تكون $0>$ x كما بالشكل 10.7c فإن قوة الزنبرك تتجه إلى اليمين- الاتجاه الموجب لـ x. عندما تكون $x=0$ كما بالشكل 10.7b فإن الزنبرك لايكون مشدوداً وبالتالي $F_s=0$. حيث إن قوة الزنبرك تؤثر دائماً في إتجاه موضع الاتزان ($x=0$) لهذا يطلق عليها احياناً قوة الارتداد Restoring Force . اذا تم ضغط الزنبرك حتى يصل الثقل إلى النقطة $-x_{max}$ ثم تتركه فإن الثقل سيتحرك من



شكل 10.7 تتغير القوة التي يؤثر بها الزنبرك على الصخرة مع ازاحة الصخرة x من موضع الاتزان $x=0$ (a) عندما تكون x موجبة (شد الزنبرك)، تكون قوة الزنبرك متجهه ناحية اليسار. (b) عندما تكون x صفراً (الطول الطبيعي للزنبرك) تكون قوة الزنبرك صفراً. (c) عندما تكون x سالبة (انضغاط الزنبرك)، تكون قوة الزنبرك متجهة ناحية اليمين. (d) رسم بياني للقوة F_s مع x لمنظومة الثقل-الزنبرك. الشغل المبذول بقوة الزنبرك عندما تتحرك الصخرة من $-x_{max}$ إلى Zero هي مساحة المثلث المظلل $\frac{1}{2}kx^2_{max}$

$+x_{max}$ إلى $-x_{max}$ ماراً بالنقطة Zero. بدلاً من ذلك فإنه إذا تم شد الزنبرك حتى يصل الثقل إلى النقطة $+x_{max}$ ثم تركه فإن الثقل يتحرك من $+x_{max}$ إلى $-x_{max}$ ماراً بالنقطة Zero. حينئذ يعكس الثقل اتجاهه لتعود إلى $+x_{max}$ ويستمر في التذبذب ذهاباً وعوده.

افترض أن الثقل تم دفعه ناحية اليسار لمسافة x_{max} من نقطة الاتزان ثم تتركه. دعنا نحسب الشغل المبذول Ws المبذول من قوة الزنبرك عندما يتحرك الثقل من $x_i = x_{max}$ إلى $x_f = 0$. باستخدام المعادلة 7.7 وفرض أن الثقل يمكن معاملته كجسم، نحصل على

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = \int_{-x_{max}}^{0} (-kx)dx = \frac{1}{2}kx_{max}^2 \qquad (10.7)$$

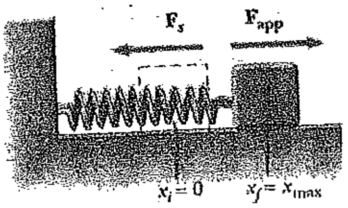
حيث استخدمنا التكامل غير المحدود $\int x^n\,dx = x^{n+1}/(n+1)$ و $n=1$. الشغل المبذول بقوة الزنبرك يكون موجباً لأن القوة تكون في نفس اتجاه الازاحة (كلتاهما ناحية اليمين). عندما ندرس الشغل المبذول بزنبرك عندما يتحرك الثقل من $x_i=0$ إلى $x_f = x_{max}$ نجد أن $W_s = \frac{1}{2}kx_{max}^2$ لأنه في هذا الجزء من الحركة تكون الازاحة ناحية اليمين بينما تكون قوة الزنبرك إلى اليسار. لهذا فإن الشغل الكلي المبذول من قوة الزنبرك عندما يتحرك الثقل من $x_i = -x_{max}$ إلى $x_f = x_{max}$ يساوي صفراً.

يوضح الشكل 10.7d رسماً بيانياً للقوة F_s مع x. الشغل المحسوب من المعادلة 10.7 هي مساحة المثلث المظلل والذي يناظر الإزاحة من $-x_{max}$ إلى الصفر. حيث أن المثلث قاعدته x_{max} وارتفاع kx_{max} فإن مساحته $\frac{1}{2}kx_{max}^2$ وهو الشغل المبذول بالزنبرك كما هو معطى بالمعادلة 10.7.

إذا ما أحدث الثقل إزاحة اختيارية من $x = x_i$ إلى $x = x_f$ فإن الشغل المبذول من قوة الزنبرك يساوي

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)dx = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 \qquad (11.7)$$

على سبيل المثال إذا كان ثابت القوة هو 80 N/m وتم ضغط الزنبرك 3.0 cm من موضع الاتزان فإن الشغل المبذول من قوة الزنبرك عندما يتحرك الثقل مسافة -3.0 إلى موضع الاتزان $x_f=0$ هو 3.6×10^{-2} J. يلاحظ أيضاً من المعادلة 11.7 أن الشغل المبذول بقوة الزنبرك يساوي صفراً في أي حركة تنتهي من حيث بدأت $(x_i = x_f)$. سوف تستخدم هذه النتيجة الهامة في فصل 8 والتي سندرس بكثير من التفصيل حركة هذه المنظومة.



شكل 11.7 تم جذب الصخرة من $x_i=0$ إلى $x_f = x_{max}$ على سطح املس بالقوة F_{app}. إذا تم إجراء العملية ببطء شديد، فإن القوة المستخدمة تساوي وتضاد قوة الزنبرك عند أي لحظة

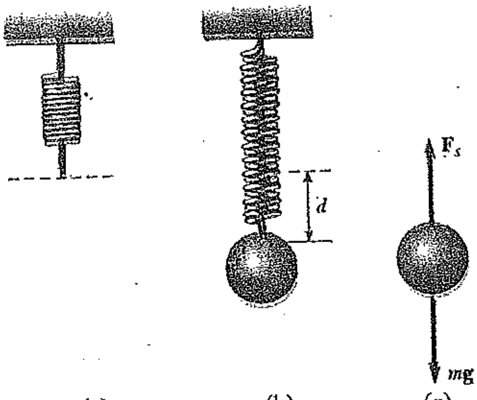
تصف المعادلتان 10.7 و 11.7 الشغل المبذول بالزنبرك على الثقل. الآن دعنا ندرس الشغل المبذول على الزنبرك بمؤثر خارجي External agent والذي يؤثر على الزنبرك ببطء من $x_i = 0$ إلى $x_f = x_{max}$ كما بالشكل 11.7. يمكن حساب هذا الشغل بملاحظة أنه عند أي قيمة للإزاحة،

فإن القوة المستخدمة F_{app} تساوي وتضاد قوة الزنبرك F_s، لذلك فإن $F_{app}=-(-kx)=kx$. لهذا فإن الشغل المبذول بهذه القوة (المؤثر الخارجي) هو:

$$W_{F_{app}} = \int_0^{x_{max}} F_{app}\, dx = \int_0^{x_{max}} kx\, dx = \frac{1}{2} k x_{max}^2$$

هذا الشغل يساوي سالب الشغل المبذول من الزنبرك لأحداث هذه الازاحة.

مثال 6.7 قياس k لزنبرك



شكل 12.7 تعيين ثابت القوة k للزنبرك. الاستطالة الحادثة من قوة بالجسم المعلق وزنه mg. حيث أن قوة الزنبرك تتزن مع قوة الجاذبية فإن $k = mg/d$.

يوضح الشكل 12.7 طريقة شائعة تستخدم في تعيين ثابت القوة للزنبرك.

يعلق الزنبرك رأسياً ويُلحق في نهايته جسم كتلته m. تحت تأثير الثقل mg استطال الزنبرك مسافة d من موضع الاتزان. وحيث إن قوة الزنبرك لاعلى (عكس الازاحة) فإنها تتزن مع قوة الجاذبية لاسفل mg وعندها يكون النظام في سكون. في هذه الحالة يمكننا تطبيق قانون هوك ليعطي

$$|F_s| = kd = mg \quad \text{أو} \quad k = \frac{mg}{d}$$

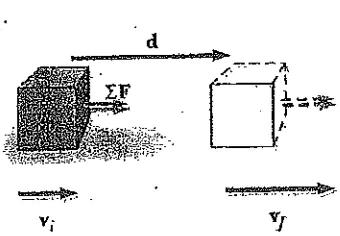
على سبيل المثال إذا استطال الزنبرك مسافة 2.0cm وذلك عند تعليق جسم كتلته 0.55kg فإن ثابت القوة يساوي

$$k = \frac{mg}{d} = \frac{(0.55\ \text{kg})\ (9.80\ \text{m/s}^2)}{2.0 \times 10^{-2}\,\text{m}} = 2.7 \times 10^2\ \text{N/m}$$

4.7 طاقة الحركة ونظرية الشغل- طاقة الحركة

KINETIC ENERGY AND THE WORK- KINETIC ENERGY THEOREM

8.10 من الصعب ان تستخدم قانون نيوتن الثاني لحل مسائل تشمل قوى معقدة. هناك طريقة أخرى وهي ايجاد العلاقة بين سرعة جسم متحرك وازاحته تحت تأثير بعض القوي. إذا ما أمكن حساب الشغل المبذول على جسم في إحداث ازاحة معينه حينئذ يكون من السهل حساب التغير في سرعة الجسم.



شكل 13.7 يعاني جسم ازاحة d وتغير في سرعته تحت تأثير قوة ثابتة صافية $\sum F$

يوضح الشكل 13.7 جسم كتلته m يتحرك تجاه اليمين تحت تأثير قوة كلية $\sum F$. وحيث أن القوة ثابتة، نجد أنه من قانون نيوتن الثاني أن الجسم يتحرك بتسارع ثابت a. إذا ما أزيح الجسم مسافة d فإن الشغل الكلي المبذول بالقوة الكلية $\sum F$ هو

$$\sum W = \left(\sum F\right)d = (ma)d \qquad (12.7)$$

في الفصل 2 وجدنا أن هذه العلاقات تتحقق عندما يعاني الجسيم تسارعاً ثابتاً

$$d = \tfrac{1}{2}(v_i + v_f)t \qquad a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

حيث v_i هي السرعة عند $t=0$ و v_f هي السرعة عند الزمن t. بالتعويض عن هذه العلاقات في المعادلة 12.7 نجد أن:

$$\sum W = m\left(\frac{v_f - v_i}{t}\right)\tfrac{1}{2}(v_i + v_f)t$$

$$\sum W = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2 \qquad (13.7)$$

يمثل المقدار $\frac{1}{2}mv_i^2$ الطاقة المصاحبة لحركة الجسم. هذه الكمية ذو أهمية لدرجة أن أطلق عليها (اسم خاص) **طاقة الحركة** Kinetic Energy. الشغل الكلي المبذول من صافي القوة $\sum F$ تؤثر على جسم تساوي التغير في طاقة الحركة للجسم.

بصورة عامة، فإن طاقة الحركة K لجسم كتلته m يتحرك بسرعة v تعرف بـ

$$K \equiv \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad (14.7)$$ (طاقة الحركة المصاحبة لحركة جسم)

جدول 1.7 طاقات الحركة لأجسام متنوعة

الجسم	الكتلة (kg)	السرعة (m/s)	طاقة الحركة (J)
دوران الأرض حول الشمس	5.98×10^{24}	5.98×10^{4}	2.65×10^{33}
دوران القمر حول الأرض	7.35×10^{22}	1.02×10^{3}	3.82×10^{28}
صاروخ يتحرك بسرعة الهروب*	500	1.12×10^{4}	3.14×10^{10}
سيارة بسرعة 55mi/h	2 000	25	6.3×10^{5}
لاعب سباق جري	70	10	3.5×10^{3}
سقوط حجر من ارتفاع 10m	1.0	14	9.8×10^{1}
كرة جولف عند سرعتها النهائية	0.046	44	4.5×10^{1}
قطرة مطر عند سرعتها النهائية	3.5×10^{-5}	9.0	1.4×10^{-3}
جزئ الأكسجين في الهواء	3.5×10^{-26}	500	6.6×10^{-21}

* سرعة الهروب يجب أن يحصل عليها الجسم وهو قريب من سطح الأرض حتى يمكنه الهروب من الجاذبية الأرضية.

طاقة الحركة هي كمية قياسية لها نفس وحدات الشغل. على سبيل المثال عندما يتحرك جسم كتلته 2.0kg بسرعة 4.0m/s فإن طاقة حركته 16J. يعطي الجدول 1.7 قائمة بطاقات الحركة لاجسام متنوعة.

من السهل غالباً يكون ان نكتب المعادلة 13.7 في الصورة:

$$\sum W = K_f - K_i = \Delta K \qquad (15.7)$$

أي أن:

$$K_i + \sum W = K_f$$

المعادلة 15.7 هي نتيجة معروفة بنظرية الشغل- طاقة الحركة. من المهم أن نلاحظ أنه عندما نستخدم هذه النظرية يجب أن نأخذ في الاعتبار جميع القوى التي تبذل شغلاً على الجسم عند حساب الشغل الكلي المبذول. من هذه النظرية، نلاحظ أن سرعة الجسم تزداد إذا كان الشغل الكلي المبذول عليه موجباً لأن طاقة الحركة النهائية أكبر من طاقة الحركة الابتدائية. تتناقص سرعة الجسم إذا كان الشغل الكلي المبذول سالباً لأن طاقة الحركة النهائية تكون أقل من طاقة الحركة الابتدائية. نظرية الشغل- طاقة الحركة كما هو واضح من المعادلة 15.7 تسمح لنا باعتبار طاقة الحركة هي الشغل الذي يبذله الجسم حتى يصل إلى حالة السكون، أو هي كمية الطاقة المختزنه في الجسم. على سبيل المثال، افترض شاكوشاً (الجسم في هذه الحالة) يستخدم في تثبيت مسمار في حائط، كما بالشكل 14.7 . الشاكوش المتحرك له طاقة حركة وبالتالي يمكنه إحداث شغلاً على المسمار. الشغل المبذول على المسمار يساوي Fd ، حيث F متوسط القوة التي يؤثر بها الشاكوش على المسمار و d المسافة التي يخترقها المسمار في الحائط[4].

لقد استنتجنا نظرية الشغل- طاقة الحركة بشرط أن تكون القوة ثابتة، ولكنها تتحقق كذلك عندما تكون القوة متغيرة. للتأكد من ذلك، افترض أن صافي القوة التي تؤثر على جسم في اتجاه x هي $\sum F_x$. يمكننا استخدام قانون نيوتن الثاني $\sum F_x = ma_x$ واستخدام المعادلة 8.7 في كتابة الشغل الكلي المبذول كما يلي:

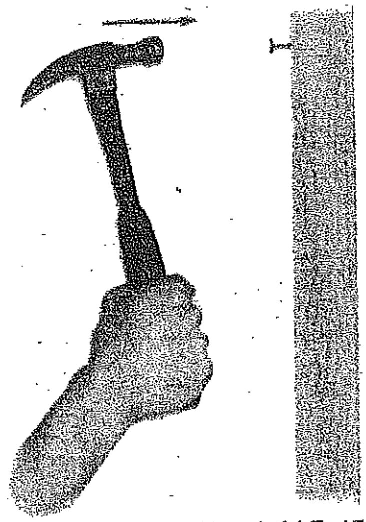
$$\sum W = \int_{x_i}^{x_f} \left(\sum F_x\right) dx = \int_{x_i}^{x_f} ma_x \, dx$$

إذا كانت القوة المحصلة تتغير مع x، فإن كلا من التسارع والسرعة يعتمد على x أيضاً حيث أنه من المألوف أن يتغير التسارع كدالة في t فإننا نستخدم قاعدة السلسلة في كتابة a بصورة مختلفة بعض الشئ.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}$$

بالتعويض عن هذه القيمة لـ a في المعادلة السابقة نحصل على:

$$\sum W = \int_{x_i}^{x_f} mv\frac{dv}{dx}\, dx = \int_{v_i}^{v_f} mv \, dv$$



شكل 14.7 يكون للشاكوش المتحرك طاقة حركة وهكذا فإنه يبذل شغلاً على المسمار دافعاً إياه داخل الحائط.

(4) لاحظ أنه- حيث إن المسمار والشاكوش عبارة عن منظومة من الأجسام وليس أجسام مفردة، فإن جزءاً من طاقة حركة الشاكوش تذهب في تدفئة المسمار والشاكوش عند الاصطدام. أيضاً عند تحرك المسمار داخل الحائط كنتيجة لهذا الاصطدام، فإن قوة الاحتكاك الكبيرة بين المسمار والخشب تؤدي باستمرار لتحويل طاقة حركة المسمار إلى ارتفاع في درجة حرارة المسمار والخشب بالاضافة لتشويه الحائط. الطاقة المصاحبة لتغير درجة الحرارة تسمى الطاقة الداخلية Internal Energy وسيتم دراستها بالتفصيل في فصل 20.

$$\sum W = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2 \qquad (16.7)$$

صافي الشغل المبذول على جسم يساوي التغير في طاقة حركته

تم تغيير حدود التكامل من قيم x إلى قيم v لأنه تم تغيير المتغير من x إلى v. هكذا، نستنتج أن الشغل الكلي المبذول على جسم بصافي القوة التي تؤثر عليه يساوي التغير في طاقة حركة الجسم. هذا صحيح دون اعتبار ما إذا كانت القوة ثابتة أم متغيرة.

حالات تشمل على احتكاك كيناتيكي: Situations Involving Kinetic Friction

إحدى الطرق التي تأخذ في الاعتبار القوى الاحتكاكية عند دراسة حركة جسم منزلق على سطح أفقي، هي حساب الفقد في طاقة الحركة بسبب الاحتكاك. افترض أنه تم دفع كتاب يتحرك على سطح أفقي بسرعة ابتدائية أفقية $\mathbf{v}_i$ لينزلق مسافة d قبل أن يصل إلى السرعة النهائية $\mathbf{v}_f$ كما بالشكل 15.7 . القوة الخارجية التي تتسبب في اكتساب الكتاب تسارعا في الاتجاه السالب لـx هي قوة الاحتكاك الكيناتيكي التي تؤثر في اتجاه اليسار- عكس اتجاه الحركة. طاقة الحركة الابتدائية للجسم هي $\frac{1}{2}mv_i^2$ وطاقة حركته النهائية $\frac{1}{2}mv_f^2$.

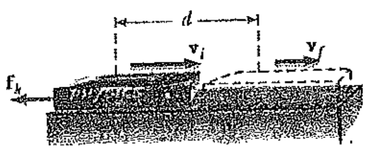
تطبيق قانون نيوتن الثاني على الكتاب يمكنه أن يوضح ذلك. حيث إن القوة الوحيدة التي تؤثر على الكتاب في اتجاه x هي قوة الاحتكاك؛ فإن قانون نيوتن الثاني يعطي $-f_k = ma_x$. بضرب كلا الطرفين لهذه العلاقة في d واستخدام المعادلة 12.2 في الصورة $v_{xf}^2 - v_{xi}^2 = 2a_xd$ للحركة تحت تأثير قوة ثابتة، نحصل على $-f_kd = (ma_x)d = \frac{1}{2}mv_{xf}^2 - \frac{1}{2}mv_{xi}^2$

$$\Delta K_{\text{friction}} = -f_kd \qquad (17.7a)$$

الفقد في طاقة الحركة نتيجة الاحتكاك

هذه النتيجة توضح أن مقدار التغير في طاقة الحركة الذي تحدثه قوة الاحتكاك الحركي هو $-f_kd$: يذهب جزء من طاقة الحركة المفقودة في تدفئة الكتاب والباقي يذهب في تدفئة السطح الذي ينزلق فوقه الكتاب. في الحقيقة، الكمية $-f_kd$ تساوي الشغل المبذول بالاحتكاك الكيناتيكي على الكتاب بالإضافة إلى الشغل المبذول بالاحتكاك الكيناتيكي على السطح. (سوف ندرس العلاقة بين درجة الحرارة والطاقة في الجزء III من هذا الكتاب). عندما يؤثر الاحتكاك- بالإضافة للقوى الأخرى- على الجسم، تعطي نظرية الشغل- طاقة الحركة.

$$K_i + \sum W_{\text{other}} - f_kd = K_f \qquad (17.7b)$$



شكل 15.7 ينزلق كتاب ناحية اليمين على سطح أفقي نتيجة وجود احتكاك حركي يؤثر تجاه اليسار. سرعة الكتاب الابتدائية هي v_i وسرعته النهائية $\mathbf{v}_f$. القوى العمودية وقوة الجاذبية لم توضع على الرسم لانهما متعامدتان على اتجاه الحركة وبالتالي فهما لاتؤثران على سرعة الكتاب.

حيث $\sum W_{other}$ تمثل مجموع الشغل المبذول على الجسم بقوى تختلف عن الاحتكاك الكيناتيكي.

اختبار سريع 5.7

هل من الممكن ان تزيد قوى الاحتكاك من طاقة حركة الجسم.

مثال 7.7 سحب ثقل على سطح أملس

سحب ثقل كتلته 6.0kg من السكون تجاه اليمين على طول سطح أفقي املس بقوة أفقية ثابتة مقدارها 22N. احسب سرعة الثقل بعد تحركه مسافة 3.0m.

الحل: شكل 16.7a يوضح رسماً لهذا الوضع. يمكننا استخدام معادلات الكينماتيكا (Kinematic) للحصول على الحل، لكن دعنا نستخدم تقريب الطاقة Energy approach. تتزن القوة العمودية مع قوة الجاذبية الأرضية على الثقل، وهما رأسيتان ولايبذلان شغلاً على الثقل حيث إن الإزاحة افقية. ولأنه لايوجد احتكاك فإن صافي القوة المؤثرة على الثقل هي قوة الـ12N. ويكون الشغل المبذول على الثقل هو:

$$W = Fd = (12\ \text{N})(3.0\ \text{m}) = 36\ \text{N·m} = 36\text{J}$$

باستخدام نظرية الشغل- طاقة الحركة وبملاحظة أن طاقة الحركة الابتدائية صفراً، نحصل على:

$$W = K_f - K_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - 0$$

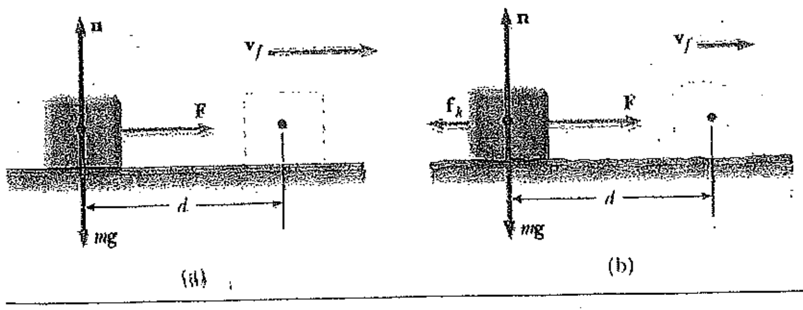
$$v_f^2 = \frac{2W}{m} = \frac{2(36\text{J})}{6.0\ \text{kg}} = 12\ \text{m}^2/s^2$$

$$v_f = 3.5\ \text{m/s}$$

تمرين: احسب تسارع الثقل وأوجد السرعة النهائية باستخدام المعادلة الكينماتيكية

$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_xd$$

الاجابة: $a_x = 2.0\text{m/s}^2$ $v_f = 3.5\ \text{m/s}$



شكل 16.7 سحب ثقل تجاه اليمين بقوة افقية ثابتة (a) سطح املس (b) سطح خشن.

مثال 8.7 سحب ثقل على سطح خشن.

احسب السرعة النهائية للثقل في المثال 7.7 إذا كان السطح غير أملس وله معامل احتكاك كيناتيكي 0.15.

الحل: تبذل القوة شغلاً مثل ما في المثال 7.7

$$W = Fd = (12\ \text{N})\ (3.0\ \text{m}) = 36\text{J}$$

في هذه الحالة يجب أن نستخدم المعادلة 7.17a لحساب طاقة الحركة المفقودة بسبب الاحتكاك $\Delta K_{\text{friction}}$. مقدار قوة الاحتكاك هو:

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg = (0.15)\ (6.0\text{kg})\ (9.8\text{m/s}^2) = 8.82\ \text{N}$$

التغير في طاقة الحركة نتيجة الاحتكاك هو:

$$\Delta K_{\text{friction}} = -f_k d = -(8.82\ \text{N})\ (3.0\text{m}) = -26.5\text{J}$$

يمكن حساب السرعة النهائية للثقل من المعادلة 17.7b

$$\tfrac{1}{2}mv_i^2 + \sum W_{\text{other}} - f_k d = \tfrac{1}{2}mv_f^2$$

$$0 + 36\text{J} - 26.5\text{J} = \tfrac{1}{2}\ (6.0\ \text{kg})\ v_f^2$$

$$v_f^2 = 2(9.5\text{J})/(6.0\ \text{kg}) = 3.18\ \text{m}^2/s^2$$

$$v_f = 1.8\ \text{m/s}$$

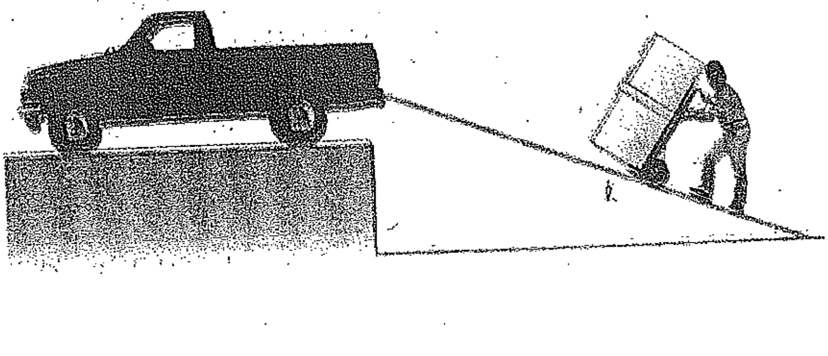
بعد قطع مسافة 3.0m على السطح الخشن، يتحرك الثقل بسرعة 1.8m/s والتي تختلف عن القيمة 3.5m/s عند قطعة نفس المسافة على سطح أملس.

تمرين: احسب تسارع الثقل من قانون نيوتن الثاني واحسب السرعة النهائية باستخدام معادلات الحركة.

الاجابة: $a_x = 0.53\text{m/s}^2$; $v_f = 1.8$ m/s

مثال ذهني 9.7 هل يخفض المزلقان الشغل المطلوب؟

يرغب شخص في تحميل ثلاجة على عربة باستخدام مزلقان (مستوى مائل) كما بالشكل 17.7. يعتقد هذا الشخص أن الشغل المبذول يمكن ان ينخفض وذلك بزيادة طول المزلقان L. هل هذا الادعاء صحيح.



شكل 17.7

الحل: لا: بالرغم من أن القوة المطلوبة تكون أقل في حالة المزلقان الطويل، فإن هذه القوة يجب أن تؤثر مسافة أطول وذلك لبذل نفس كمية الشغل. افترض أن الثلاجة تم وضعها على حامل بعجل ودفعها على المزلقان المنحدر بسرعة ثابتة. القوة العمودية التي يؤثر بها المزلقان على الثلاجة تكون عمودية على اتجاه الحركة وبالتالي لاتبذل شغلاً على الثلاجة. حيث إن $\Delta K=0$ فإن نظرية الشغل-طاقة الحركة تعطى

$$\sum W = W_{\text{by man}} + W_{\text{by gravity}} = 0$$

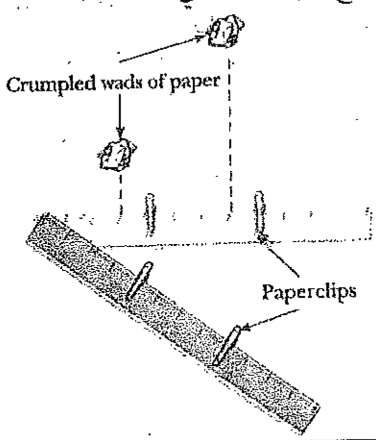
الشغل المبذول بقوة الجاذبية الأرضية يساوي وزن الثلاجة مضروباً في الارتفاع الرأسي للازاحة الحادثة مضروباً في $\cos 180°$، أو $W_{\text{by gravity}} = -mgh$ (تظهر الاشارة السالبة حيث إن قوة الجاذبية الارضية تكون لأسفل عكس اتجاه الازاحة) وهكذا فإن الرجل سيبذل شغلاً على الثلاجة يساوي mgh بغض النظر عن طول المزلقان.

افترض سمكة سلمون تحاول ان تسبح فوق سطح الماء في الصورة الفوتوغرافية الموجودة في أول الفصل. لا يغير بناء درجات سلم للسمك حول السد في مقدار الشغل الكلي الذي تبذله السمكة عند قفزها مسافة رأسية. مع ذلك يسمح الدرج للسمكة بعمل هذا الشغل في صورة مجموعة من القفزات الصغيرة، والتأثير النهائي هو رفع الموضع الرأسي للسمكة بطول ارتفاع السد.

راكبي الدراجات يعملون بجدية ويبذلون جهداً عند الارتفاع إلى أعلى قبوة

تجربة سريعة:

الصق مشبكي ورق على مسطرة بحيث يكون أحد المشبكين على بعد ضعف المشبك الآخر. ضع المسطرة على منضدة وعليها كومتين من الورق أمام المشبكين. حرك المسطرة بسرعة حتى تعمل زاوية صغيرة، ثم أوقفها فجأة بأصبعك. ستتحرك الورقة الخارجية بسرعة ضعف سرعة الورقة الداخلية عند تحركهما على المنضدة مبتعدين عن المسطرة. قارن بين المسافتين اللتان انزلقهما المشبكان. كيف يمكن ربط ذلك مع نتائج المثال الذهني 10.7.



مثال ذهني 10.7 أهمية الفيزياء في قيادة آمنة

سيارة تسير بسرعة ابتدائية υ وعند استعمال الفرامل (الكابح) تنزلق السيارة لمسافة d قبل أن تتوقف. بفرض أن سرعة السيارة الابتدائية كانت 2υ عند لحظة استعمال الكابح. احسب المسافة التي تنزلقها السيارة في هذه الحالة قبل ان تتوقف.

الحل: دعنا نفترض أن قوة الاحتكاك الكيناتيكي بين السيارة وسطح الطريق مقدار ثابت ولها نفس القيمة عند كلتا السرعتين. حاصل ضرب القوة الكلية في الازاحة التي تحدثها السيارة يساوي طاقة الحركة الابتدائية للسيارة لأن $K_f=0$. إذا تم مضاعفة السرعة، كما في هذا المثال، فإن طاقة الحركة ستتضاعف اربع مرات. عند ثبوت القوة المستخدمة (في هذه الحالة القوة الاحتكاكية) فإن المسافة المقطوعة ستتضاعف اربع مرات وذلك عند مضاعفة السرعة وبالتالي يتوقع أن تكون المسافة المقطوعة هي $4d$.

مثال 11.7 منظومة الزنبرك- الثقل

ثقل كتلته 1.6 kg متصل بزنبرك افقي له ثابت قوة 1.0×10^3 N/m كما هو موضح بالشكل 10.7.
إذا تم ضغط الزنبرك مسافة 2.0cm ثم ترك ليتحرك من السكون (a) احسب سرعة الثقل عند مروره على موضع الاتزان $x=0$ إذا كان السطح املس.

الحل: في هذا الوضع، يبدأ الثقل بسرعة $\upsilon_i=0$ عند $x=-2.0\text{cm}$ والمطلوب حساب υ_f عند $x_f=0$.
سوف نستخدم المعادلة 10.7 لحساب الشغل المبذول بواسطة الزنبرك حيث

$$x_{\max}=x_i=-2.0\text{cm}=-2.0\times10^{-2}\ \text{m}$$

$$W_s=\tfrac{1}{2}kx_{\max}^2=\tfrac{1}{2}(1.0\times10^3\ \text{N/m})(-2.0\times10^{-2}\text{m})^2=0.20\text{J}$$

باستخدام نظرية الشغل- طاقة الحركة وباعتبار أن $\upsilon_i=0$ فإننا نحصل على التغير في طاقة الحركة للثقل نتيجة الشغل المبذول عليه بواسطة الزنبرك .

$$W_s=\tfrac{1}{2}m\upsilon_f^2-\tfrac{1}{2}m\upsilon_i^2$$

$$0.20\text{J}=\tfrac{1}{2}(1.6\ \text{kg})\upsilon_f^2-0$$

$$\upsilon_f^2=\frac{0.40\ \text{J}}{1.6\ \text{kg}}=0.25\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$\upsilon_f=0.50\ \text{m/s}$$

(b) احسب سرعة الثقل عند مروره بموضع الاتزان إذا اعاقت حركته قوة احتكاك ثابتة مقدارها 4.0N تبطيء من حركته من لحظة اطلاقه.

الحل: بالتأكيد ستكون الاجابة أقل من تلك التي حصلنا عليها في (a) حيث إن القوة الاحتكاكية تعوق الحركة. يمكننا استخدام 17.7 لحساب طاقة الحركة المفقودة بسبب الاحتكاك واضافة هذه القيمة السالبة إلى طاقة الحركة التي تم الحصول عليها في غياب الاحتكاك. طاقة الحركة المفقودة نتيجة الاحتكاك هي:

$$\Delta K = -f_k d = -(4.0\ \text{N})(2.0\times 10^{-2}\text{m}) = -0.080\text{J}$$

في الجزء (a) كانت طاقة الحركة النهائية بدون هذا الفقد تساوي 0.2J. لهذا فإن طاقة الحركة النهائية في وجود الاحتكاك هي:

$$K_f = 0.20\text{J} - 0.080\text{J} = 0.12\text{J} = \tfrac{1}{2}mv_f^2$$

$$\tfrac{1}{2}(1.6\ \text{kg})v_f^2 = 0.12\text{J}$$

$$v_f^2 = \frac{0.24\text{J}}{1.6\ \text{kg}} = 0.15\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$v_f = 0.39\ \text{m/s}$$

كما هو متوقع فإن هذه القيمة أقل من 0.5m/s والتي تم الحصول عليها في (a). كلما زادت قوة الاحتكاك كلما تناقصت السرعة.

5.7 القـــدرة POWER

افترض نموذجين لسيارة احداهما رخيصة بمحرك اربعة اسطوانات والأخرى غالية الثمن بمحرك (ذو كفاءة عالية) بمحرك ذو ثمانية اسطوانات. بالرغم من الفروق في المحركين فإن كلتا السيارتين لهما نفس الكتلة وكلتاهما تصعدان إلى قمة هضبة ولكن السيارة ذات المحرك عالي الكفاءة تأخذ وقتاً أقل للوصول إلى القمة. كلتا السيارتين تبذلان نفس الشغل ضد الجاذبية الارضية ولكن في فترات زمنية مختلفة. من وجهة النظر العملية، فإنه ليس من المفيد فقط أن نعلم الشغل المبذول بالسيارتين بل أيضاً معدل بذل الشغل. بأخذ نسبة كمية الشغل المبذول إلى الزمن اللازم لبذل هذا الشغل سيكون لدينا طريقة لتحديد هذا المبدأ. المعدل الزمني لبذل الشغل يسمى القدرة POWER.

القدرة المتوسطة

إذا استخدمت قوة خارجية على جسم وإذا كان الشغل المبذول بهذه القوة في الفترة الزمنية Δt هو W حينئذ تعرف **القدرة المتوسطة** التي استهلكت أثناء هذه الفترة بالمقدار

$$\overline{\mathcal{P}} \equiv \frac{W}{\Delta t}$$

يؤدي الشغل المبذول على جسم إلى زيادة في طاقته. لهذا، فهناك تعريف اشمل للقدرة على أنها المعدل الزمني لانتقال الطاقة. بطريقة مشابهة لتلك التي استخدمت في تعريف السرعة والتسارع، يمكن تعريف القدرة اللحظية $\mathscr{P}$ على أنها نهاية القدرة المتوسطة عندما تقترب Δt من الصفر.

$$\mathscr{P} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

حيث تمثل dW مقدار الزيادة في الشغل. إذا عبرنا عن الازاحة بـ ds، نحصل من المعادلة 2.7 على $dW = \mathbf{F}.ds$. لهذا فإن القدرة اللحظية يمكن كتابتها على الصورة

القدرة اللحظية

$$\mathscr{P} = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F} \cdot \frac{ds}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \qquad (18.7)$$

حيث استخدمنا $\mathbf{v} = ds/dt$

وحدة القدرة في النظام SI هي J/s جول/ ثانية. تسمي ايضاً Watt واط (على اسم مخترع المحرك البخاري جيمس واط James Watt)

الواط

$$1\ \text{W} = 1\text{J/s} = 1\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$$

الحرف W (القائم) للقدرة يختلف عن الحرف W المائل أي (الإتلك) للشغل. وحدة القدرة في النظام الهندسي البريطاني هي الحصان (قدرة حصان) Horse Power (hp)

$$1\ \text{hp} = 746\ \text{W}$$

وحدة الطاقة (أو الشغل) يمكن تعريفها بدلالة وحدة القدرة. واحد **كيلو واط ساعة** (kWh) هي الطاقة المحولة أو المستهلكة في الساعة بمعدل ثابت 1 كيلو واط= 1000J/s القيمة العددية لـ 1 kWh هي:

الكيلو واط ساعة هي وحدة الطاقة

$$1\ \text{kWh} = (10^3\text{W})\ (3\ 600\ \text{s}) = 3.6 \times 10^6\ \text{J}.$$

من المهم أن نتأكد أن كيلو واط ساعة هو وحدة طاقة وليس القدرة. عندما ندفع فاتورة الكهرباء فإنك تدفع لشركة الكهرباء الطاقة الكهربائية الكلية التي استخدمتها خلال الفترة المدونة في الفاتورة. هذه الطاقة عبارة عن القدرة المستخدمة مضروبة في الزمن الذي استخدمتها فيه. على سبيل المثال لمبة 300 W تستخدم لمدة 12 h تستهلك (0.300 kW)(12h)= 3.6 kWh من الطاقة الكهربية

اختبار سريع 6.7

افترض عربة بضاعة قديمة وسيارة رياضية تبذلان نفس المقدار من الشغل عند صعودهما لهضبة ولكن عربة البضاعة تحتاج وقت أطول لتنفيذ هذا العمل كيف نقارن الرسم البياني للقدرة $\mathscr{P}$ مع الزمن t للعربة والسيارة.

مثال 12.7 القدرة المولدة بموتور مصعد

كابينة كتلتها 1000 kg تحمل ركاباً كتلتهم 800 kg. تؤثر عليها قوة احتكاك ثابتة مقدارها 4000N والتي تعوق حركة الكابينة كما هو واضح بالشكل 18.7a. (a) ما هو الحد الأدنى للطاقة المولدة بالموتور لرفع كابينة المصعد بسرعة ثابتة 3.0 m/s.

الحل: يجب أن يولد الموتور قوة مقدارها T لكي ترفع كابينة المصعد إلى أعلى. حيث أن السرعة ثابتة تعني أن $a = 0$ لهذا يعطى قانون نيوتن الثاني $\sum F_y = 0$. شكل 18.7b يوضح رسما هندسيا للجسم الحر واعتبرنا الاتجاه لاعلى هو الاتجاه الموجب. من قانون نيوتن الثاني نحصل على:

$$\sum F_y = T - f - Mg = 0$$

حيث M هي كتلة المنظومة (الكابينة والركاب) وتساوي 1 800 kg. لهذا فإن:

$$T = f + Mg$$
$$= 4.00 \times 10^3\ \text{N} + (1.8 \times 10^3\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)$$
$$= 2.16 \times 10^4\ \text{N}$$

باستخدام المعادلة 18.7 وبمعرفة أن **T** لها نفس اتجاه **v**، نحصل على:

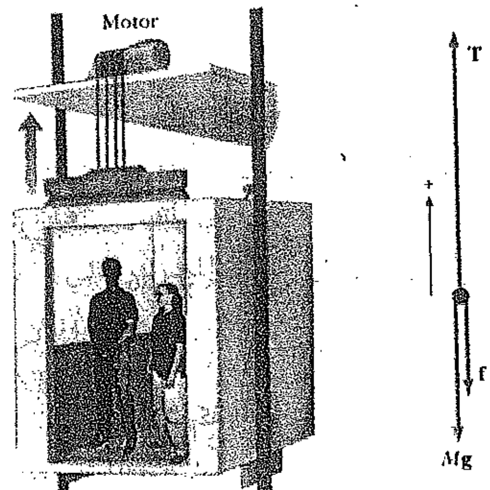
$$\mathscr{P} = \mathbf{T}\cdot\mathbf{v} = Tv$$
$$= (2.16 \times 10^4\ \text{N})(3.0\ \text{m/s}) = 6.48 \times 10^4\ \text{W}$$

(b) ما مقدار القدرة التي يجب أن يولدها الموتور عندما تكون سرعة الكابينة v إذا كان مُصمَّماً على أن يعطي تسارع لأعلى مقدار 1.0m/s^2.

الحل: نتوقع أن نحصل على قيمة أكبر من تلك التي حصلنا عليها في (a)، حيث كانت السرعة ثابتة، ولأنه في هذه الحالة سيبذل الموتور شغلاً إضافياً لإحداث تسارعاً للكابينة، يكون التغير الوحيد في المسألة هو أن $a \neq 0$. بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الكابينة نحصل على:

$$\sum F_y = T - f - Mg = Ma$$

$$T = M(a+g) + f$$
$$= (1.80 \times 10^3\ \text{kg})(1.0 + 9.80)\text{m/s}^2 + 4.0 \times 10^3\ \text{N}$$
$$= 2.34 \times 10^4\ \text{N}$$



شكل 18.7 (a) يؤثر الموتور بقوة لأعلى **T** على كابينة المصعد. مقدار هذه القوة هي الشد T في الحبل الموصل بين الموتور والكابينة. القوتان المؤثرتان على الكابينة وتتجهان لأسفل هما قوة الاحتكاك **f** وقوة الجاذبية الارضية Fg= Mg (b) الرسم التوضيحي للجسم الحر لكابينة المصعد.

لهذا وباستخدام المعادلة 18.7، نحصل على القدرة المطلوبة:

$$\mathscr{P} = T\upsilon = \quad (2.34 \times 10^4 \upsilon)\ \mathrm{W}$$

حيث υ هي السرعة اللحظية للكابينة بالمتر/ ثانية. هذه القدرة أقل من تلك التي حصلنا عليها في (a) طالما كانت السرعة أقل من $\mathscr{P}/T = 2.77\mathrm{m/s}$ ولكن ستكون أكبر عندما تزيد سرعة الكابينة عن هذه القيمة.

مثال ذهني 13.7

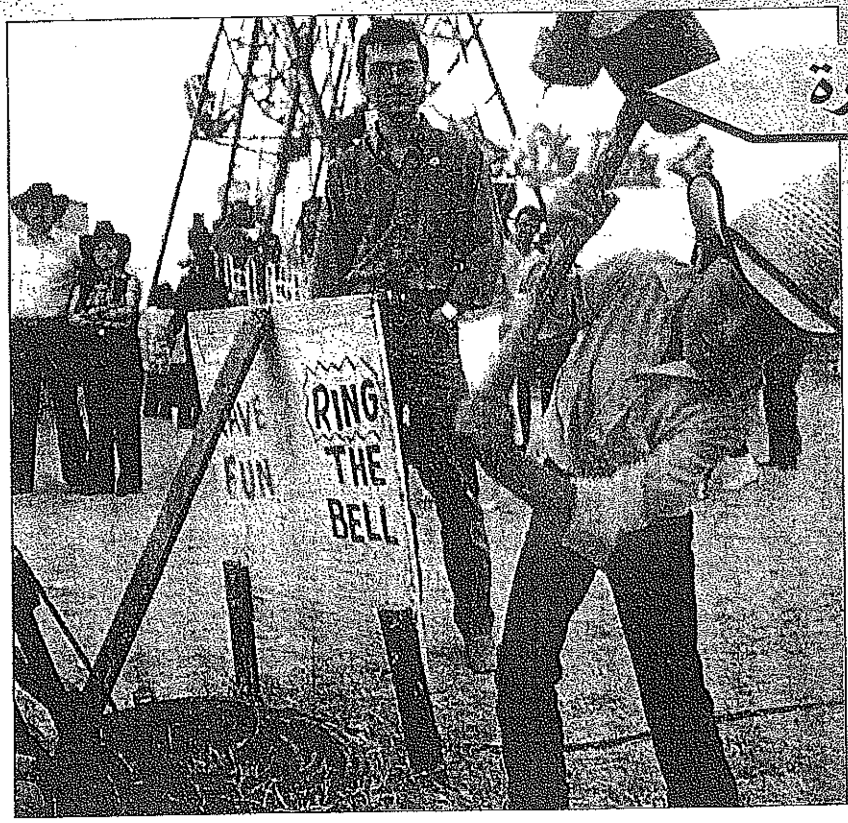
في الجزء (a) من المثال السابق يولد الموتور قدره لرفع الكابينة ومع ذلك تتحرك الكابينة بسرعة ثابتة. يفسر طالب هذا الوضع بأن طاقة الحركة للكابينة لاتتغير لأن سرعتها لا تتغير. هذا الطالب يُرجع ذلك إلى أنه طبقاً لنظرية الشغل- طاقة الحركة فإن $W= \Delta K=0$. وحيث أن $\mathscr{P} = W/t$. استنتج الطالب ان الطاقة المولدة بالموتور تساوي صفراً أيضاً. كيف يمكنك تفسير هذا التناقض الظاهري.؟

الحل: تنص نظرية الشغل- طاقة الحركة أن حاصل ضرب القوة الكلية المؤثرة على النظام في الازاحة تساوي التغير في طاقة حركة النظام. في حالة المصعد يكون صافي القوة مساويا صفراً فعلاً (أي أن $T - Mg - f = 0$) ولذلك $W= (\sum F_y)d = 0$ ومع ذلك، يمكن حساب قدرة الموتور ليس من صافي القوة ولكن من القوة التي يؤثر بها الموتور في اتجاه الحركة وهي T وليست صفراً.

(اختياري)

6.7 الطاقة والسيارة ENERGY AND THE AUTOMOBILE

السيارات التي لها محرك يعمل بالبنزين تكون سيارة منخفضة الكفاءة وعاجزة حتى تحت الظروف القياسية حيث إن أقل من 15% من الطاقة الكيميائية في الوقود هي التي تستخدم كطاقة للسيارة. هذا الوضع يكون أسوأ في حالة الوقوف المتكرر داخل المدينة. في هذا الجزء سنستخدم مبادئ الطاقة والقدرة والاحتكاك لدراسة استهلاك الوقود بالسيارة. تساهم عدة آليات لفقد الطاقة في السيارة. حيث يفقد 67% من الطاقة المكنةمن الوقود في المحرك. تنتهي هذه الطاقة في الجو جزئياً من خلال دورة العادم وجزء عن طريق دورة التبريد (كما سنلاحظ في الفصل 22 فإن الطاقة المفقودة في دورتا العادم والتبريد تلتزمان بقانون أساسي في الديناميكا الحرارية). يُفقد تقريباً 10% من الطاقة المتاحة في الاحتكاك في آلات نقل الحركة وعمود الحركة والعجل وكراسي المحاور وعمود الكردان. كذلك يتسبب الاحتكاك بين الاجزاء المتحركة الاخرى في فقد 6% من الطاقة وتستخدم 4% من الطاقة لتشغيل مضخات الوقود والزيت وكذلك بعض الكماليات مثل نظام القدرة في عجلة



صورة محيرة

منظر عام في الكرنفال وهو تعليق حرس يعمل بالجذب. وفيه يأرجح اللاعب مطرقة ثقيلة ويسقطها لأسفل.

الفصل الثامن 8

طاقة الوضع وحفظ الطاقة

Potential Energy and Conservation of Energy

ويتضمن هذا الفصل:

في الفصل السابع تم تقديم مبدأ طاقة الحركة وهي عبارة عن الطاقة الملازمة لحركة الجسيم. في هذا الفصل سوف نقدم صورة أخرى للطاقة وهي طاقة الوضع، وهي الطاقة المصاحبة لمجموعة من الاجسام التي تؤثر بقوى متبادلة بينها. يمكن اعتبار طاقة الوضع كطاقة مخزونة والتي قد يمكنها بذل شغل أو تحوُّل إلى طاقة حركة. يمكن استخدام مبدأ طاقة الوضع عند التعامل مع فئه معينه من القوى تسمى القوى المحافظة. عندما تؤثر قوى محافظة داخل نظام معزول فإن طاقة الحركة المكتسبة (أو المفقودة) بالنظام نتيجة تغيير مواضع مكوناته تُعادَل بفقد (أو كسب) مساو في طاقة الوضع. هذا الاتزان بين صورتين من صور الطاقة يُعرف بمبدأ حفظ الطاقة الميكانيكية.

تتواجد الطاقة في الكون في عدة صور، تشمل الطاقة الميكانيكية والكهرمغناطيسية والكميائية والنووية. علاوة على ذلك، يمكن تحويل الطاقة من صورة إلى أخرى. فعلى سبيل المثال عند توصيل بطارية بموتور كهربائي، تتحول الطاقة الكهربية إلى طاقة ميكانيكية وذلك عندما يستخدم الموتور في تشغيل جهاز. تحويل الطاقة من صورة إلى أخرى هو جزء اساسي في دراسة الفيزياء، الهندسة، الكيمياء، البيولوجي، الجيولوجيا والفلك.

عند تحويل الطاقة من صورة لأخرى فإن الطاقة الكلية المتواجدة لاتتغير. يعنى حفظ الطاقة أنه بالرغم من أن صور الطاقة قد تتغير، إذا ما فقد جسم أو منظومة طاقة، فإن نفس الكمية من الطاقة تظهر في جسم آخر أو في الأوساط المحيطة بالجسم.

1.8 طاقة الوضع *POTENTIAL ENERGY

5.3 الجسم الذي يكتسب طاقة حركة يمكنه أن يبذل شغلاً على جسم آخر على سبيل المثال الشاكوش المتحرك يمكنه أن يدفع بمسمار داخل الحائط. الآن سوف نقدم صورة آخرى من صور الطاقة. هذه الطاقة تسمى طاقة **الوضع** U وهي الطاقة المصاحبة لمجموعة من الاجسام. قبل تحديد صور معينة من طاقة الوضع، يجب أن نُعرف أولاً المنظومة والتي تتكون من جسمين أو أكثر تؤثر بقوى على بعضها البعض. **إذا ما تم تغيير وضع المنظومة فإن طاقة الوضع للمنظومة تتغير.** إذا كانت المنظومة تحتوي على جسمين يؤثر كل منهما على الآخربقوى، حينئذ يسبب الشغل المبذول بالقوة التي تؤثر على أحد الجسمين في تحويل طاقة بين طاقة الحركة للجسم وصور أخرى لطاقة المنظومة.

طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية: Gravitational Potential Energy

عندما يسقط جسم نحو الأرض، تؤثر الأرض عليه بقوة جذب mg، واتجاه القوة هو نفس اتجاه حركة الجسم. تبذل قوة الجاذبية شغلاً على الجسم ومن ثم تُزيد طاقة حركته. افترض أن قالباً من الطوب سقط من السكون مباشرة على مسمار في لوحه موضوعة على الأرض. عند ترك القالب يسقط فإنه يسقط في اتجاه الأرض مكتسباً سرعة وبالتالي يكتسب طاقة حركة. المنظومة المكونة من

* في بعض الكتب باللغة العربية طاقة الوضع تسمى طاقة الجهد.

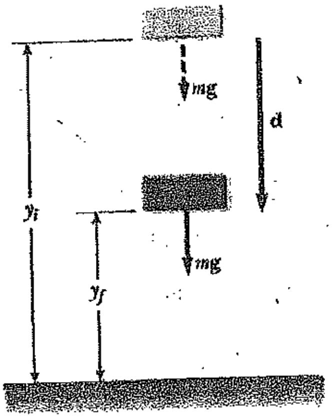
القالب والأرض لها طاقة وضع عندما يكون القالب على أي مسافة من الأرض (أي أن هناك امكانية بذل شغل) وتتحول طاقة الوضع إلى طاقة حركة عندما يسقط القالب. يحدث تحويل طاقة الوضع إلى طاقة حركة باستمرار خلال السقوط. عندما يصل القالب إلى المسمار واللوحة على الارض، فإنه يبذل شغلاً على المسمار دافعاً اياه داخل اللوحة. ماذا يحدد مقدار الشغل الذي يمكن ان يبذله القالب على المسمار؟ من السهل أن تلاحظ انه كلما كانت كتلة القالب أكبر كلما زادت المسافة التي يخترقها المسمار في اللوحة، كذلك كلما زاد ارتفاع القالب قبل ان يسقط، كلما زاد الشغل المبذول منه على المسمار.

حاصل ضرب مقدار قوة الجاذبية mg المؤثرة على جسم في ارتفاع الجسم يعد من الاشياء الهامة في الفيزياء والتي يعطي أسم **"طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية" يرمز لها بالرمز** U_g وبالتالي تكون معادلة طاقة الوضع هي:

طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية

$$U_g \equiv mgy \qquad (1.8)$$

طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية هي طاقة لمنظومة مكونة من الجسم والأرض. تتحول هذ الطاقة إلى طاقة حركة للمنظومة بقوة الجاذبية. في هذا النوع من النظم تكون أحد مكوناته (الارض) أكبر كثيراً في الكتلة عن المكون الآخر (الجسم). يمكن افتراض أن الجسم الأثقل ثابت ويمكن التعبير عن طاقة الحركة للمنظومة بطاقة الحركة للجسم الاقل في الكتلة. هكذا فإن طاقة حركة المنظومة يمكن تمثيلها بطاقة حركة الجسم الساقط تجاه الارض. لاحظ كذلك أن المعادلة 1.8 صحيحة فقط للاجسام القريبة من سطح الارض حيث تكون **g** ثابتة تقريباً(1).



شكل 1.8 الشغل المبذول على القالب بواسطة قوة الجاذبية عند سقوطه من ارتفاع y_i إلى ارتفاع y_f يساوي $mgy_i - mgy_f$

دعنا الآن نبحث عن العلاقة بين الشغل المبذول على جسم من قوة الجاذبية وطاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية للمنظومة المكونة من الأرض والجسم.

لاجراء ذلك دعنا نفترض ان قالباً كتلته m على ارتفاع ابتدائي y_i فوق الارض، كما هو موضح بالشكل 1.8. إذا ما أهملنا مقاومة الهواء حينئذ تكون القوة الوحيدة التي تبذل شغلاً على القالب عند سقوطه هي قوة الجاذبية التي تؤثر على القالب وتساوي mg. الشغل المبذول بقوة الجاذبية عندما تحدث للقالب ازاحة لاسفل مقدارها **d** هو:

$$W_g = (m\mathbf{g})\cdot\mathbf{d} = (-mg\mathbf{j})\cdot(y_f - y_i)\mathbf{j} = mgy_i - mgy_f$$

حيث استخدمنا العلاقة (المعادلة 4.7) $\mathbf{j}\cdot\mathbf{j} = 1$. إذا ما تأثر جسم

(1) الفرض بأن قوة الجاذبية ثابتة يكون فرضا جيدا طالما كانت الإزاحة الرأسية صغيرة بالمقارنة مع نصف قطر الأرض.

بإزاحة أفقية وإزاحة رأسية، أي أن $\mathbf{d} = (x_f - x_i)\mathbf{i} + (y_f - y_i)\mathbf{j}$ حينئذ يظل الشغل المبذول بقوة الجاذبية هو $mgy_i - mgy_f$ لأن $-mg\mathbf{j}\cdot(x_f - x_i)\mathbf{i} = 0$. هكذا فإن الشغل المبذول بقوة الجاذبية يعتمد فقط على التغيير في y ولايعتمد على أي تغير في اتجاه x.

علمنا سابقاً أن الكمية mgy هي طاقة الوضع الناشىء عن الجاذبية للمنظومة U_g وهكذا نحصل على:

$$W_g = U_i - U_f = -(U_f - U_i) = -\Delta U_g \qquad (2.8)$$

من هذه النتيجة نلاحظ أن الشغل المبذول على أي جسم بقوة الجاذبية يساوي سالب التغير في طاقة وضع الجاذبية للمنظومة. كذلك، توضح هذه النتيجة أن الفرق فقط بين طاقتي وضع الجاذبية عند الموضع الابتدائي والموضع النهائي هما اللتان لهما أهمية. يعني ذلك أن لدينا الحرية الكاملة ان نضع نقطة اصل الاحداثيات في اي وضع مناسب. اخيراً الشغل المبذول بقوة الجاذبية على الجسم عند سقوط الجسم على الارض هو نفسه الشغل المبذول الذي يبذله جسم يبدأ السقوط وينزلق على سطح مائل على الأرض. الحركة الافقية لاتؤثر على قيمة W_g.

وحدة طاقة جهد الجاذبية هي نفسها وحدة الشغل أي جول. طاقة الوضع مثلها مثل الشغل وطاقة الحركة وهي كمية قياسية.

إختبار سريع 1.8

هل من الممكن ان تكون طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية لجسم سالبة.

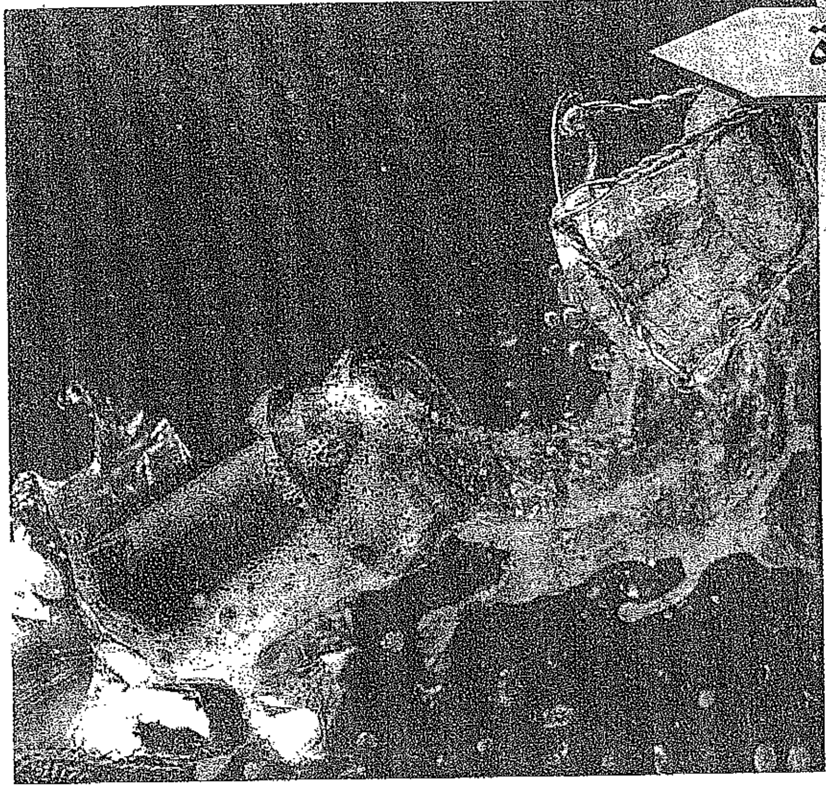
مثال 1.8 لاعب البولينج وألم في أصبعه

أمسك لاعب البولينج باستهتار كرة البولينج فانزلقت من يده على اصابع قدمه. باعتبار مستوى الارض هو y =0 لاحداثيات المنظومة، احسب الشغل الكلي لقوة الجاذبية على الكرة عند سقوطها. إعد الحسابات بافتراض أن رأس اللاعب هي مركز الاحداثيات.

الحل: أولاً: نحتاج تقدير بعض القيم. كرة البولينج كتلتها 7 kg وارتفاع إصبع اللاعب عن الأرض هو 0.03 m. كذلك سنفترض أن الكرة تسقط من ارتفاع 0.5 m. طاقة الوضع للمنظومة المكونة من الكرة والأرض قبل سقوط الكرة مباشرة هي $U_i = mgy_i = (7\text{kg})(9.80\text{m/s}^2)(0.5\text{m}) = 34.3\text{J}$ بنفس الطريقة عندما تصل الكرة إصبع قدمه $U_f = mgy_f = (7\text{Kg})(9.8\text{m/s}^2)(0.03\text{m}) = 2.06\text{J}$ وبالتالي يكون الشغل المبذول بقوة الجاذبية هو:

$$W_g = U_i - U_f = 32.24\text{J}$$

ربما قد نحافظ على رقم عشري واحد نتيجة التقريب في حساباتنا. وهكذا، يمكننا أن نقدر أن



صورة محيرة

زجاجة المياه الغازية هذه بعد أن رجت انطلقت سدادة الفلين وسالت المياه الغـازية في كل مكان. على عكس الإعتقاد السائد أن رج زجاجة المياه الغازية قبل فتحها لايزيد ضغط غاز ثاني أكسـيد الكربون بداخلها. لوأنك تعرف الحيلة سيمكنك فتح زجاجة المياه الغازية بعد رجها دون أن تسيل منها نقطة واحدة. فما هو السـر؟ ولماذا لايزداد الضغط داخل الزجاجة بعد رجها؟

الفصل السادس عشر 16

درجـة الحـرارة
Temperature

ويتضمن هذا الفصل:

1.16 درجـة الحـرارة والقـانون الصـفـري للديناميكا الحرارية
Temperature and the Zeroth Law of Thrmodynamics

2.16 الترمومـتـرات ومـقـيـاس سلسـيـوس لدرجات الحرارة
Thermometers and the Celsius Temperature Scale

3.16 الترمومتر الغازي ذو الحجم الثابت والمقياس المطلق لدرجات الحرارة
The Constant-Volume Gas Thermometer and the Absolute Temperature Scale

4.16 التمدد الحراري للأجسام الصلبة والسوائل
Thermal Expansion of Solids and Liquids

5.16 وصف ماكروسكوبي للغاز المثالي
Macroscopic Description of an Ideal Gas

حمم بركانية منصهرة تسيل إلى أسفل الجبل في كيلايو-هواي Kilauea Hawaii تنخفض درجة حرارة الحمم الساخنة التي تسيل من فوهة البركان حتى تصل إلى حالة الإتزان مع الجو المحيط بها، وعند إذ تتجمد الحمم البركانية لتكون الجبال.

في دراستنا للميكانيكا عرفنا بدقة بعض المصطلحات مثل الكتلة والقوة وطاقة الحركة وذلك لتسهيل المدخل الكمي. بالمثل الدراسة الكمية للظواهر الحرارية تقتضي تعريفا دقيقا لبعض المصطلحات مثل درجة الحرارة والحرارة والطاقة الداخلية. وهذا الباب يقوم بتعريف تلك المصطلحات كما يتناول أحد قوانين الديناميكا الحرارية وهو القانون الصفري. بعد ذلك سنتناول مقاييس درجات الحرارة الثلاث الأكثر انتشارا وهي مقياس سلسيوس Celsius scale ومقياس فهرنهيت Fahrenheit scale ومقياس كلفن Kelvin scale.

ونواصل دراستنا فنتناول أهمية الربط بين تركيب المادة والظواهر الحرارية. فمثلا الغازات تتمدد بدرجة كبيرة عندما تسخن بينما السوائل والأجسام الجامدة تتمدد بدرجة أقل. إذا لم يكن الغاز حرًّ التمدد أثناء التسخين فإن ضغطه يرتفع. بعض المواد عند تسخينها تنصهر أو تغلي أو تحترق أو تنفجر وكل ذلك يعتمد على تكوينها وتركيبها.

ونختتم هذا الباب بدراسة الغازات المثالية على المستوى الماكروسكوبي وسنهتم بالعلاقة بين بعض الكميات مثل الضغط والحجم ودرجة الحرارة. وفي الباب الثامن عشر سندرس الغازات على المستوى الميكروسكوبي باستخدام نموذج تمثل فيه جزيئات الغاز بجسيمات صغيرة.

1.16 درجة الحرارة والقانون الصفري للديناميكا الحرارية

TEMPERATURE AND THE ZEROTH LAW OF THERMODYNAMICS

10.3
10.4

تعودنا أن نربط دائما بين مفهوم درجة الحرارة ومدى شعورنا بسخونة أو برودة الأشياء عندما نتحسسها. ومن ثم فإن إحساسنا يعطينا مؤشرا تقريبيا عن درجة الحرارة، إلا أن إحساسنا لايمكن الإعتماد عليه في كثير من الأحيان فقد يخدعنا. على سبيل المثال عندما تخرج من الثلاجة صندوق معدني وعلبة من الكرتون ستشعر بأن الصندوق المعدني أبرد من علبة الكرتون على الرغم من أنهما عند درجة حرارة واحدة. وهذا الشعور ناتج عن أن الفلزات أكثر توصيلا للحرارة من الكرتون. إذن نحن نحتاج إلى مقياس يمكن الإعتماد عليه ويكون أكثر دقة عند تقدير درجة الحرارة أو البرودة النسبية للأجسام. لقد تمكن العلماء من إيجاد أنواع مختلفة من الترمومترات نستطيع باستخدامها من قياس درجة الحرارة بدقة عالية.

نحن نعرف الحقيقة أنه إذا وضع جسمان عند درجتي حرارة مختلفتين بحيث كانا متلامسين فإنهما سيصلا إلى درجة حرارة متوسطة. فمثلا إذا وضعنا ملعقة من الأيس كريم في كوب عند درجة حرارة الغرفة فإن الأيس كريم سينصهر ودرجة حرارة الكوب ستنخفض وبنفس الطريقة إذا وضعنا مكعب من الثلج في فنجان قهوة ساخن فإنه ينصهر وتنخفض درة حرارة الفنجان.

لإدراك مفهوم درجة الحرارة من الضروري أن نعرِّف مصطلحين شائعي الإستخدام هما التلامس الحراري والإتزان الحراري Thermal Contact و Thermal equilibrium . لكي نستوعب معنى التلامس الحراري سنفترض أن جسمين موضوعين في وعاء معزول بحيث أنهما يتأثران ببعضهما فقط دون أن يتأثرا بالوسط المحيط فإذا كانا عند درجتى حرارة مختلفتين سيحدث بينهما انتقال في الطاقة حتى وإن لم يكونا في البداية في حالة تلامس. والحرارة هي انتقال الطاقة من جسم لآخر نتيجة لاختلاف درجة حرارتيهما. وسوف نتناول مفهوم الحرارة بتعمق في الباب السابع عشر. أما حاليا فسنكتفي بالقول إن الجسمين يكون بينهما تلامس حراري إذا ما تم بينهما تبادل للطاقة. أما الإتزان الحراري فهو الوضع الذي يكون فيه الجسمان في حالة تلامس حراري ولايحدث بينهما تبادل للطاقة عن طريق الحرارة.

نفرض أن جسمين B, A ليس بينهما تلامس حراري وجسم ثالث، وهو الترمومتر، ونود أن نعرف ما إذا كان الجسمان B , A في حالة اتزان حراري فيما بينهما. أولا يوضع الترمومتر ليتلامس مع الجسم A حتى يصل إلى حالة اتزان حراري بعد ذلك ستظل درجة حرارة الترمومتر ثابته فندونها. يوضع الترمومتر بعد ذلك مع الجسم B بحيث يلامسه وبعد أن يصلا إلى حالة اتزان حراري نسجل درجة الحرارة. فإذا وجدنا أن درجتي الحرارة متساويتان إذن الجسم A والجسم B في حالة اتزان حراري فيما بينهما.

ويمكن تلخيص تلك النتائج في صورة قانون يسمى القانون الصفري للديناميكا الحرارية The zeroth Law of Thermodynamics ونصه كما يلي:-

> إذا كان جسمان B , A كل منهما على حدة في حالة اتزان حراري مع جسم ثالث فإن الجسمين B, A يكونان في حالة اتزان حراري فيما بينهما.

وهذا القانون من السهل إثباته عمليا ، كما أنه على درجة كبيرة من الأهمية لأنه يمكننا من تعريف درجة الحرارة. فيمكننا أن نعرف درجة الحرارة على أنها الخاصية التي تحدد ما إذا كان جسم في حالة اتزان حراري مع آخر.

فالجسمان المتزنان حراريا مع بعضهما يكونان عند درجة حرارة واحدة أو على العكس إذا كان الجسمان عند درجتي حرارة مختلفتين فإنهما لا يكونان في حالة اتزان حراري فيما بينهما.

2.16 الترمومترات ومقياس سلسيوس لدرجات الحرارة

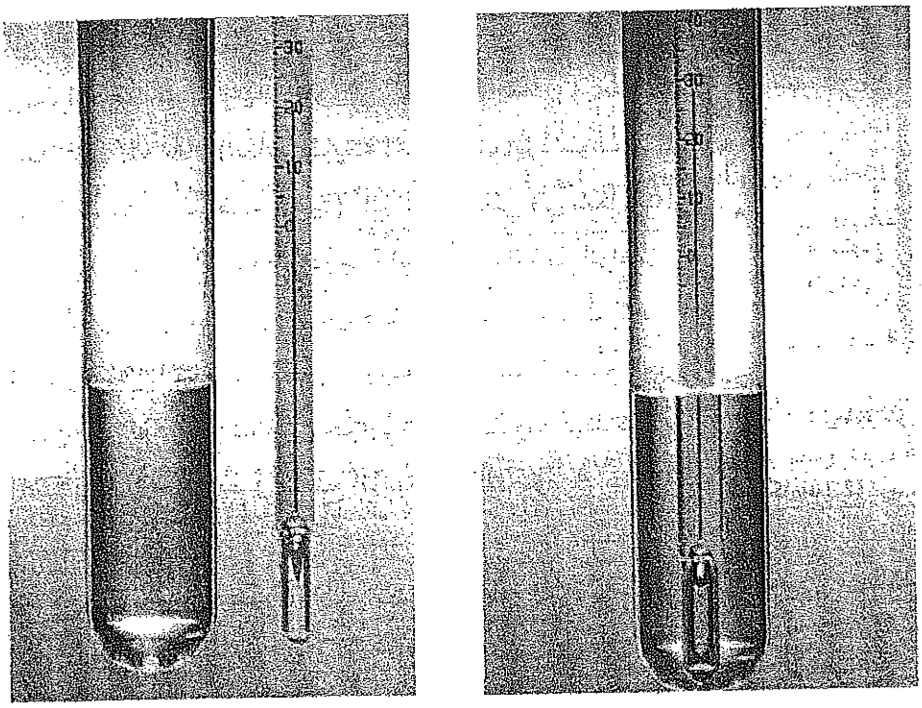
THERMOMETERS AND THE CELSIUS TEMPERATURE SCALE

الترمومترات هي وسائل تستخدم في تعريف وقياس درجات الحرارة. وتقوم فكرة جميع الترمومترات على أساس أن أحد خواص مادة ما تتغير عندما تتغير درجة حرارتها. ومن بين الخواص التي تتغير بتغير درجة الحرارة

(1) حجم السائل (2) طول جسم صلب (3) ضغط غاز عند ثبات حجمه (4) حجم غاز عند ثبات ضغطه (5) المقاومة الكهربائية لموصل (6) لون جسم ما. ويمكن وضع مقياس لدرجات الحرارة يصلح لأي مدى على أساس أي من تلك الخواص الطبيعية

أحد الترمومترات شائعة الإستخدام يحتوي على كمية من السائل غالبا الزئبق أو الكحول. وهذا السائل يتمدد داخل أنبوبة شعرية من الزجاج عندما يسخّن شكل (1.16) . الخاصة الطبيعية في هذه الحالة هي التغير في حجم السائل. وأي تغير في درجة الحرارة يمكن اعتبار أنه يتناسب مع التغير في طول عمود السائل. ويعاير الترمومتر بوضعه في حالة تلامس حراري مع نظام طبيعي تظل درجة حرارته ثابته. أحد تلك الأنظمة هي خليط من الجليد والماء في حالة اتزان تحت الضغط الجوي العادي. وتعرف درجة حرارة هذا الخليط على مقياس سلسيوس بأنها تساوي صفر درجة سلسيوس وتكتب على النحو التالي 0°C ودرجة حرارة هذا الخليط المتزن تسمى نقطة تجمد الماء أو نقطة الجليد Ice Point. وهناك نظام آخر يستخدم كذلك في معايرة الترمومترات وهو خليط من الماء وبخاره في حالة اتزان حراري عند الضغط الجوي ودرجة حرارته تعرّف على أنها تساوي 100°C وتسمى نقطة غليان الماء Steam Point . وبعد تحديد مستوى ارتفاع السائل في الترمومتر عند هاتين النقطتين تقسم المسافة بينهما إلى 100 قسم متساو وذلك لكي نحدد مقياس سلسيوس. إذن كل قسم يناظر تغيرا في درجة الحرارة مقداره درجة سلسيوس واحدة. وهذا المقياس كان يسمى في الماضي المقياس المئوي لدرجات الحرارة حيث إنه مقسم إلى 100 قسم بين نقطتي الجليد وبخار الماء. والترمومترات المعايره بهذه الطريقة قد تؤدي إلى بعض المشاكل عند استخدامها في القياسات الدقيقة. فمثلا سنجد أن القراءات التي يبينها ترمومتر كحولي معاير عند نقطتي الجليد وبخار الماء يحتمل أن تتفق مع القراءات التي يبينها ترمومتر زئبقي عند نقط المعايرة فقط حيث أن الزئبق والكحول لهما خواص مختلفة في التمدد الحراري فعندما يقرأ أحد الترمومترين 50°C يحتمل أن يبين الترمومتر الآخر قيمة تختلف قليلا عن تلك الدرجة وهذا الإختلاف سيزداد عندما تكون درجات الحرارة المراد قياسها بعيدة عن درجات المعايرة[1].

(1) ترمومتران بهما نفس السائل قد يعطيان قراءات مختلفة ويرجع ذلك إلى صعوبة تصنيع أنابيب شعرية زجاجية ذات قطر منتظم ليمر بها الزئبق.



شكل (1.16) نتيجة للتمدد الحراري يرتفع مستوى الزئبق في الترمومتر كلما ارتفعت درجة حرارة الماء في أنبوبة الإختبار .

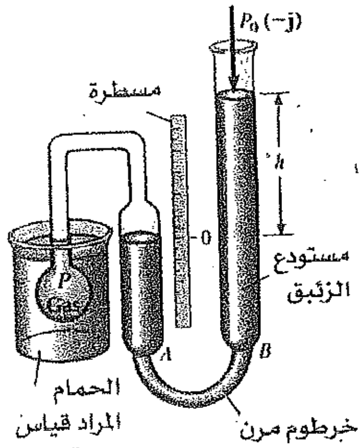
وهناك مشكلة عملية أخرى في أي ترمومتر وهي تتعلق بالمدى المحدد في درجات الحرارة التي يمكن استخدامه فيه. فالترمومتر الزئبقي على سبيل المثال لايمكن استخدامه تحت نقطة تجمد الزئبق وهي ($-39^{\circ}C$) كما أن الترمومتر الكحولي لايمكن استخدامه في درجات الحرارة أعلى من ($85^{\circ}C$) وهي نقطة غليان الكحول. لكي نتخطى تلك العقبة نحتاج إلى ترمومتر لاتتوقف قراءته على المادة المستخدمه فيه. والترمومتر الغازي الذي سيناقش في القسم التالي يقترب من تحقيق هذا المطلب

3.16 الترمومتر الغازي ذو الحجم الثابت والمقياس المطلق لدرجات الحرارة

THE CONSTANT VOLUME GAS THERMOMETER AND THE ABSOLUTE TEMPERATURE SCALE

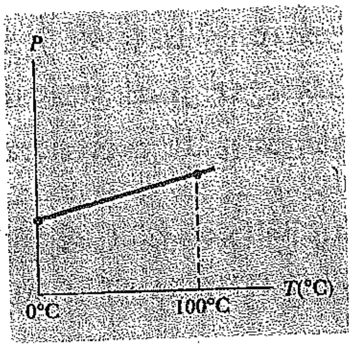
قراءات درجات الحرارة التي يعطيها الترمومتر الغازي لاتعتمد على المادة المستخدمة في الترمومتر إلى حد كبير. واحد أنواع الترمومترات الغازية هو الترمومتر الغازي ذو الحجم الثابت الموضح في شكل (2.16). الخاصية الطبيعية المستخدمة لتحديد درجة الحرارة في هذا الجهاز هي تغير الضغط لحجم ثابت من الغاز مع تغير درجة الحرارة. في أول الأمر كان الترمومتر الغازي ذو الحجم الثابت يعاير باستخدام نقطتي الجليد وبخار الماء كما يلي: يغمر الدورق في حمام جليد ويرفع المستودع B أو يخفض حتى يصل سطح الزئبق في العمود A إلى نقطة الصفر على التدريج. الإرتفاع h وهو الفرق بين مستوى سطح الزئبق في المستودع B والعمود A يعين مقدار الضغط في القارورة عند درجة الحرارة صفر سلسيوس $0^{\circ}C$. تغمر القارورة بعد ذلك في الماء عند نقطة بخار الماء ويعاد ضبط المستودع B حتى يصل سطح الزئبق في العمود A عند صفر التدريج من جديد. وهذا يدل على أن حجم الغاز صار نفس

الحجم كما كان في حمام الجليد" ومن ثم يسمى الترمومتر ثابت الحجم" ومستوى الزئبق في العمود B يعطى قيمة لضغط الغاز عند 100°C (هناك طريقة أخرى للمعايرة سوف نذكرها بعد ذلك وهي تستخدم حاليا). الرسم البياني في شكل (3.16) يوضح قيمتي الضغط ودرجة الحرارة والخط الواصل بين النقطتين يمثل منحنى المعايرة لتحديد درجات الحرارة المجهولة. فإذا ما أردنا تحديد درجة حرارة مادة، نضع القارورة التي بها الغاز في تلامس حراري مع المادة ونضبط مستوى المستودع B حتى يصل سطح الزئبق في العمود A عند نقطة الصفر من التدريج وارتفاع عمود الزئبق يحدد ضغط الغاز. وبمعرفة الضغط يمكن تحديد درجة حرارة المادة باستخدام الرسم البياني في شكل (3.16).

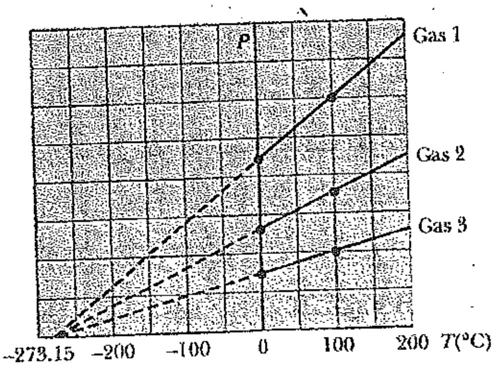


شكل(2.16) ترمومتر غازي ثابت الحجم يقيس ضغط الغاز الموجود في القارورة المغمورة في الحمام بينما يظل حجم الغاز في القارورة ثابتا ويتم ذلك برفع أو خفض المستودع B لكي يظل مستوى الزئبق في العمود A ثابتا.

10.3 الآن سنفترض أن درجات الحرارة تقاس بترمومترات غازية تحتوي على غازات مختلفة عند ضغوط ابتدائية مختلفة. لقد بينت النتائج أن قراءات الترمومترات لا تتوقف تقريبا على نوع الغاز المستخدم طالما كان ضغط الغاز منخفضا ودرجة الحرارة أعلى من الدرجة التي يسال عندها الغاز. ويزداد الإتفاق بين قراءات الترمومترات باستخدام غازات مختلفة كلما انخفض الضغط شكل (16.4).



شكل (3.16) خط بياني يبين الضغط ودرجة الحرارة مأخوذ بواسطة ترمومتر غازي ذو حجم ثابت.
النقطتان تمثلان درجتان عياريتان هما نقطة تجمد الجليد ونقطة بخار الماء.



شكل (4.16) العلاقة البيانية بين الضغط ودرجة الحرارة لثلاث غازات مختلفة لاحظ أنه في جميع الحالات بمد الخط على استقامته يصل إلى ضغط يساوي صفر عند درجة حرارة تساوي -273.15°C.

web
for more information about the temperature standard, visit the National Institute of Standards and Technology at http://www.nist.gov

بمد المنحنيات في شكل 4.16 نحو درجات الحرارة السالبة سنجد في جميع الحالات أن الضغط يصير صفرا عند درجة حرارة تساوي $-273.15°C$. وهذه الدرجة المميزة تستخدم كأساس للمقياس المطلق لدرجات الحرارة الذي جعل الدرجة $-273.15°C$ هي نقطة الصفر. ودرجة الحرارة هذه تسمى الصفر المطلق absolute Zero وحجم الدرجة على المقياس المطلق يساوي حجم الدرجة على مقياس سلسيوس. ومن ثم فإن التحويل بين هذه الدرجات يتم باستخدام العلاقة:

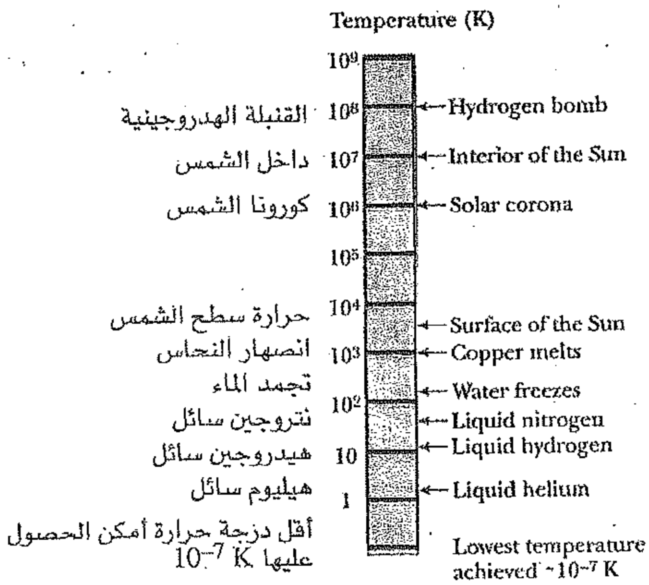
$$T_C = T - 273.15 \qquad (1.16)$$

حيث T_C هي الدرجة سلسيوس و T هي الدرجة المطلقة.

ونظرا لأن تجمد الجليد وبخار الماء من الصعب تكرارهما عمليا، فقد اتفق على تحقيق المقياس المطلق على أساس نقطة ثابتة واحدة. وتم هذا الإتفاق في عام 1954 بواسطة اللجنة الدولية للمقاييس والموازين. ومن بين قائمة النقط الثابتة الخاصة بالعديد من المواد جدول (1.16) أختيرت النقطة الثلاثية للماء كنقطة مرجعية لهذا المقياس. والنقطة الثلاثية للماء هي درجة الحرارة والضغط الذي عندهما يتواجد الماء السائل وبخار الماء والجليد معا في حالة اتزان. وهذه النقطة الثلاثية تحدث عند درجة حرارة تساوي $0.01°C$ وضغط يساوي 4.58 مليمتر زئبق.

وعلى المقياس المطلق الذي تستخدم فيه الوحدة كلفن Kelvin ، درجة حرارة النقطة الثلاثية للماء تساوي 273.16 K (لاحظ عدم وجود علامة الدرجة عند استخدام الوحدة كلفن). وقد تم هذا الاختيار حتى ينطبق المقياس المطلق لدرجات الحرارة المبني على أساس نقطتي الجليد وبخار الماء والمقياس المطلق الجديد المبني على أساس النقطة الثلاثية للماء. والمقياس المطلق (يسمى أيضا مقياس كلفن Kelvin Scale) في النظام الدولي لوحدات القياس واختصاره SI يستخدم لوحدة درجة الحرارة المطلقة الدرجة كلفن.

ويعرف الكلفن على أنه 1/273.16 من الفرق بين الصفر المطلق ودرجة حرارة النقطة الثلاثية للماء.



شكل (5.16) درجات الحرارة المطلقة التي عندها تتم مختلف العمليات الفيزيائية مقياس الرسم لوغارتمي

جدول (1.16) درجات حرارة النقط الثابتة*

النقطة الثابته	درجة الحرارة (°C)	درجة الحرارة (K)
النقطة الثلاثية للهيدروجين	–259.34	13.81
نقطة غليان الهيليوم	–268.93	4.215
نقطة غليان الهيدروجين عند ضغط 33.36KPa	–256.108	17.042
نقطة غليان الهيدروجين	–252.87	20.28
النقطة الثلاثية للنيون	–246.048	27.102
النقطة الثلاثية للأكسجين	–218.789	54.361
نقطة غليان الأكسجين	–182.962	90.188
النقطة الثلاثية للماء	0.01	273.16
نقطة غليان الماء	100.00	373.15
نقطة تجمد القصدير	231.968 1	505.118 1
نقطة تجمد الزنك	419.58	692.73
نقطة تجمد الفضة	961.93	1 235.08
نقطة تجمد الذهب	1 064.43	1 337.58

* جميع القيم المذكورة مأخوذة عن National Bureau of Standards Special Publication 420. May 1975.
جميع القيم عند ضغط جو واحد ما عدا النقط الثلاثية.

يبين شكل 5.16 درجة الحرارة المطلقة لمختلف العمليات الطبيعية ودرجة الصفر المطلق لايمكن الوصول إليها إلا أن بعض التجارب المعملية باستخدام أشعة الليزر في تبريد الذرات مكنت من الوصول إلى درجات قريبة جدا من الصفر المطلق.

ماذا يحدث لغاز لو أن درجة حرارته وصلت إلى الصفر المطلق؟ كما يبين شكل (4.16) سيصبح الضغط على جدران الوعاء الذي يحتوي هذا الغاز مساويا صفراً وفي القسم 5.16 سوف نبين أن ضغط الغاز يتناسب مع متوسط طاقة الحركة لجزيئاته ومن ثم طبقاً للفيزياء الكلاسيكية تكون طاقة الحركة لجزيئات الغاز تساوي صفر عند الصفر المطلق، كما تتوقف حركة الجزيئات وتستقر في قاع الوعاء الذي يحتوي على الغاز. إلا أن نظرية الكم أعطت نموذجا محتلفا وبينت أن بعض الطاقة تظل متبقية عند الصفر المطلق وتسمى طاقة نقطة الصفر Zero Point energy.

مقياس سلسيوس وفهرنهيت وكلفن لدرجات الحرارة(2)

The celsius, Fahrenheit and Kelvin Temperature Scales

معادلة (1.16) تبين أن درجة الحرارة سلسيوس T_C مزاحة عن درجة الحرارة المطلقة (كلفن) بمقدار 273.15°C، وحيث أن حجم الدرجة واحد على المقياسين فإن فرقا في درجات الحرارة قدره

(2) سميت على أسماء واضعيها وهم Anders Celsius (1701-1744)
Gabriel Fahrenheit (1686-1736) - William Thomson, Lord Kelvin (1824-1907)

5°C يساوي فرقا في درجات الحرارة قدره 5 K. فالمقياسان يختلفان فقط في اختيار نقطة الصفر. ولذلك نجد أن درجة تجمد الجليد على مقياس كلفن 273.15K تناظر 0.00°C على مقياس سلسيوس ودرجة غليان الماء أي نقطة البخار على مقياس كلفن تساوي 373.15 K وتناظر 100.00°C على مقياس سلسيوس.

المقياس المستخدم في الحياة اليومية بالولايات المتحدة هو مقياس فاهرنهيت Fahrenheit Scale ونقطة تجمد الجليد على هذا المقياس 32°F ونقطة غليان الماء 212°F والعلاقة بين مقياس سلسيوس وفاهرنهيت هي:

$$T_F = \tfrac{9}{5}T_C + 32^\circ\mathrm{F} \qquad \textbf{(2.16)}$$

اختبار سريع 1.16

ما هو المدلول الفيزيائي للعامل $\frac{9}{5}$ في المعادلة (2.16)؟ ولماذا لا يوجد في المعادلة (1.16).

استطرادا للأفكار التي وردت في الإختبار السريع (1.16) سنستخدم معادلة (2.16) لإيجاد علاقة بين التغير في درجات الحرارة على مقاييس سلسيوس وكلفن وفاهرنهيت.

$$\Delta T_C = \Delta T = \tfrac{5}{9}\Delta T_F \qquad \textbf{(3.16)}$$

مثال (1.16) تحويل درجات الحرارة

درجة حرارة الجو في أحد الأيام 50°F كم تكون درجة الحرارة بالدرجة سلسيوس والدرجة كلفن.

الحل: بإحلال $T_F = 50^\circ$ F في مَعادلة (2.16) نحصل على

$$T_C = \tfrac{5}{9}(T_F - 32) = \tfrac{5}{9}(50 - 32) = 10^\circ\mathrm{C}$$

ومن معادلة (1.16) نجد أن

$$T = T_C + 273.15 = 10 + 273.15 = 283.15\ \mathrm{K}$$

هناك مجموعة من درجات الحرارة المتعلقة بالجو ونظائرها على المقاييس الأخرى سنذكرها فيما يلي:

درجة تجمد الماء 0°C وتعادل 32°F

درجة حرارة الجو عند 10°C تعادل 50F

درجة حرارة الجو في يوم حار 30°C وتعادل 86° F

مثال 16.2 تسخين وعاء به ماء:

وعاء به ماء، سُخن من 25°C إلى 80°C ما هو مقدار التغير في درجة حرارته على مقياس كلفن وفاهرنهيت.

الحل: من معادلة 3.16 نرى أن التغير في درجة الحرارة على مقياس سلسيوس يساوي التغير في درجة الحرارة على مقياس كلفن أي أن

$$\Delta T = \Delta T_C = 80°C - 25°C = 55°C = 55\ K$$

ومن معادلة 16.3 نجد كذلك أن

$$\Delta T_F = \frac{9}{5}\Delta T_C = \frac{9}{5}(55°C) = 99°F$$

4.16 التمدد الحراري للأجسام الصلبة والسوائل

THERMAL EXPANSION OF SOLIDS AND LIQUIDS

في دراستنا للترمومترات الزجاجية وجدنا أنه قد تمت الإستفادة من إحدى الخواص الهامة للمواد وهي ازدياد الحجم بارتفاع درجة الحرارة (بعض المواد ينكمش حجمها مع ارتفاع درجة الحرارة كما سنرى بعد قليل). هذه الظاهره التي تسمى التمدد الحراري Thermal expansion تلعب دورا هاما في العديد من الاستخدامات الهندسية. على سبيل المثال الفواصل الخاصة بالتمدد الحراري مثل تلك التي نراها في شكل (6.16) لابد من وجودها في المباني والطرق السريعة الخرسانية وخطوط السكك الحديدية وحوائط الطوب الأحمر والكباري لكي تعادل التغيرات في الأبعاد الناتجة عن تغير درجات الحرارة.

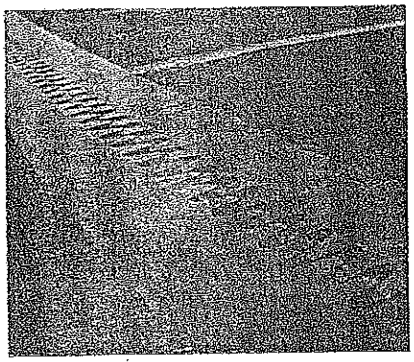
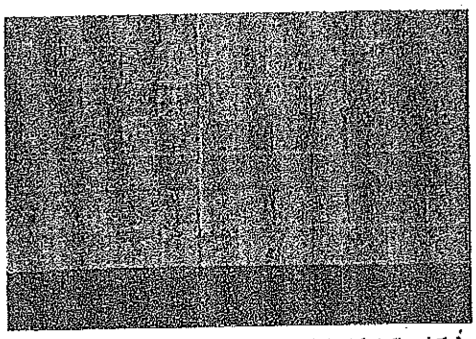
التمدد الحراري ينتج عن التغير في الأبعاد بين ذرات الأجسام. ولكي نفهم ذلك سنتخيل أن الذرات في المواد مرتبطة ببعضها بواسطة زنبركات قوية كما نرى في شكل (7.16). في درجات الحرارة المعتادة تتذبذب الذرات في الأجسام الجامدة حول أوضاع الإتزان وسعة الذبذبة تكون في حدود 10^{-11}م والتردد في حدود 10^{13} هرتز. والمسافات بين الذرات تكون في المتوسط 10^{-10} م.

مع ازدياد درجة حرارة الجسم تزداد سعة ذبذبة الذرات ومن ثم تزداد المسافة الفاصلة بينها(3). وينتج عن ذلك تمدد الأجسام. إذا كان التمدد الحراري صغيرا نسبيا بالمقارنة بأبعاد الجسم قبل التمدد فإن التغير في أي بعد من الأبعاد يتناسب مع التغير في درجة الحرارة تقريبا. نفترض أن جسما طول أحد أبعاده الابتدائية L_i في اتجاه ما عند درجة حرارة ما وازداد الطول بمقدار ΔL لارتفاع في درجة

(3) بصورة أدق التمدد الحراري ينتج عن الطبيعة غيرالمتماثلة لمنحنى طاقة الوضع للذرات في الأجسام الجامدة. فإذا كان التذبذب توافقي الحركة فعلاً، فإن المسافات بين الذرات لا تتغير بغض النظر عن سعة الذبذبة.

الحرارة مقداره ΔT . نظرا لأنه من المناسب معرفة التغير النسبي في الطول المناظر لتغير في درجة الحرارة مقداره درجة واحدة، فسنعرّف متوسط معامل التمدد الطولي α على النحو التالي:

متوسط معامل التمدد الطولي
$$\alpha \equiv \frac{\Delta L / L_i}{\Delta T}$$

شكل (6.16) (a) فواصل للتمدد الحراري تستخدم في الطرق وفي الكباري بدون هذه الفواصل يحدث انحناء في السطح نتيجة للتمدد الحراري في الصيف أو تشتق نتيجة للإنكماش في الأيام الباردة (b) الفواصل الطولية في الحوائط تملؤ بمادة رخوة بحيث تسمح للحائط بالتمدد والإنكماش عندما تتغير درجة حرارة الحائط.

وقد بينت التجارب أن α مقدار ثابت في حالة التغيرات الصغيرة في درجة الحرارة ولتسهيل إجراء الحسابات نكتب تلك المعادلة بالصورة التالية:

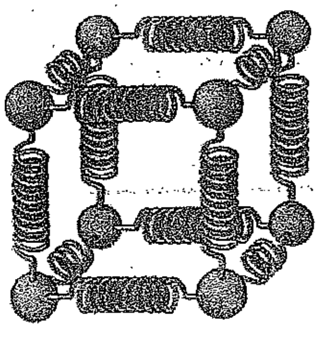
التغير في الطول لجسم ما يتناسب مع التغير في درجة الحرارة
$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T \qquad (4.16)$$

أو بالصورة

$$L_f - L_i = \alpha L_i (T_f - T_i) \qquad (5.16)$$

حيث L_f هو الطول النهائي، T_f , T_i هما درجتا الحرارة الإبتدائية والنهائية علي الترتيب، ثابت التناسب α هو متوسط معامل التمدد الطولي للمادة ووحدته $°C^{-1}$.

وقد يكون من المفيد أن نتصور التمدد الحراري كأنة تكبير لصورة فوتوغرافية للجسم. على سبيل المثال بتسخين قرص مصنوع من الحديد شكل (8.16) تزداد جميع أبعاده بما في ذلك قطر الفتحة طبقا لمعادلة 4.16. جدول 2.16 يعطى متوسط معامل التمدد الطولي للمواد المختلفة لاحظ أن α موجبة لجميع المواد مما يعني ازدياد الطول بارتفاع درجة الحرارة إلا أن ذلك ليس في جميع الحالات فهناك بعض المواد



شكل (7.16) نموذج ميكانيكي يبين توزيع الذرات في مادة. الذرات مبينه على شكل كرات مرتبطة ببعضها بواسطة زنبركات لكي توضح الطبيعة المرنة للقوى بين الذرات.

مثل الكالسيت $Ca\,CO_3$ يتمدد أحد أبعاده (α موجبة) بينما ينكمش البعد الآخر (α سالبة) مع ارتفاع درجة الحرارة.

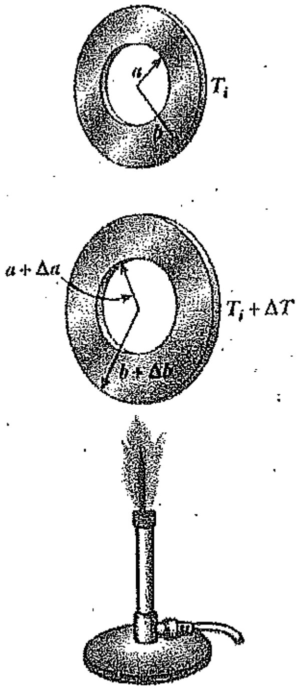
حيث إن الأبعاد الخطية للجسم تتغير بتغير درجة الحرارة فلابد أن يتغير الحجم ومساحة السطح كذلك. والتغير في الحجم مع ثبات الضغط يتناسب مع الحجم الابتدائي V_i ومع التغير في درجة الحرارة طبقا للمعادلة :

$$\Delta V = \beta V_i \Delta T \qquad (6.16)$$

حيث β هي متوسط معامل التمدد الحجمي للأجسام الصلبة وهو يساوي تقريبا ثلاث أمثال متوسط معامل التمدد الطولي أي أن $\beta = 3\alpha$ (هذا بفرض أن معامل التمدد الطولي واحد في جميع الإتجاهات)

ولكي نوضح كيف أن $\beta = 3\alpha$ للجسم الصلب، افترض صندوقا أبعاده هي ℓ, ω, h وحجمه عند درجة حرارة ما T_i هو V_i يساوي $\ell\omega h$ إذا تغيرت درجة الحرارة وصارت $T_i + \Delta T$ سيتغير الحجم ليصبح $V_i + \Delta V$ حيث إن كل بعد من أبعاد الصندوق سيتغير طبقا لمعادلة 4.16. إذن

$$\begin{aligned} V_i + \Delta V &= (\ell + \Delta\ell)(\omega + \Delta\omega)(h + \Delta h) \\ &= (\ell + \alpha\ell\Delta T)(\omega + \alpha\omega\Delta T)(h + \alpha h\Delta T) \\ &= \ell\omega h(1 + \alpha\Delta T)^3 \\ &= V_i[1 + 3\alpha\Delta T + 3(\alpha\Delta T)^2 + (\alpha\Delta T)^3] \end{aligned}$$



شكل (8.16) التمدد الحراري لقرص رفيع متجانس معدني. بتسخين القرص تزداد جميع الأبعاد

جدول (2.16) متوسط معامل التمدد الطولي لبعض المواد عند درجة حرارة الغرفة

المادة	متوسط معامل التمدد الطولي $\alpha\,(^\circ C^{-1})$	المادة	متوسط معامل التمدد الحجمي $\beta\,(^\circ C^{-1})$
ألمونيوم	24×10^{-6}	كحول إثيلي	1.12×10^{-4}
النحاس الأصفر والبرونز	19×10^{-6}	بنزين	1.24×10^{-4}
النحاس	17×10^{-6}	أسيتون	1.5×10^{-4}
الزجاج (العادي)	9×10^{-6}	جلسرين	4.85×10^{-4}
الزجاج (بيركس)	3.2×10^{-6}	زئبق	1.82×10^{-4}
الرصاص	29×10^{-6}	ترينتينه	9.0×10^{-4}
الصلب	11×10^{-6}	جازولين	9.6×10^{-4}
الإنفار(سبيكة Ni-Fe)	0.9×10^{-6}	هواء عند درجة 0°C	3.67×10^{-3}
الخرسانة	12×10^{-6}	هليليوم	3.665×10^{-3}

إذا قسمنا طرفي المعادلة على V_i ثم نقلنا الحد $\frac{\Delta V}{V_i}$ في الطرف الأيسر من المعادلةوباقي الحدود في الطرف الأيمن سنحصل على التغير النسبي في الحجم

$$\frac{\Delta V}{V_i} = 3\alpha\Delta T + 3(\alpha\Delta T)^2 + (\alpha\Delta T)^3$$

وحيث إن $\alpha\Delta T << 1$ عندما تكون $\Delta T < 100°C$ يمكننا اهمال الحدان $3(\alpha \Delta T)^2$ و $(\alpha \Delta T)^3$ بعد هذا التقريب سنحصل على المعادلة

$$\frac{\Delta V}{V_i} = 3\alpha\Delta T$$

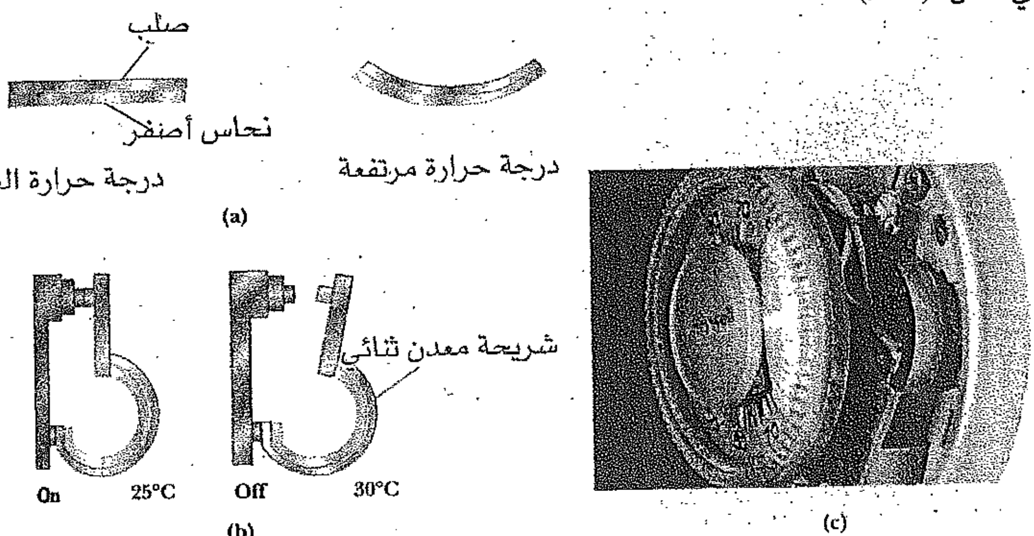
$$3\alpha = \frac{1}{V_i}\frac{\Delta V}{\Delta T}$$

والمعادلة (6.16) تبين أن الطرف الأيمن لهذه المعادلة يساوي β ومن ثم نجد أن $3\alpha = \beta$ وبنفس الطريقة يمكن أن نثبت أن التغير في المساحة لصفيحة مستطيلة يعطى بالمعادلة.

$$\Delta A = 3\alpha A_i \Delta T$$

(ارجع إلى مسألة 53)

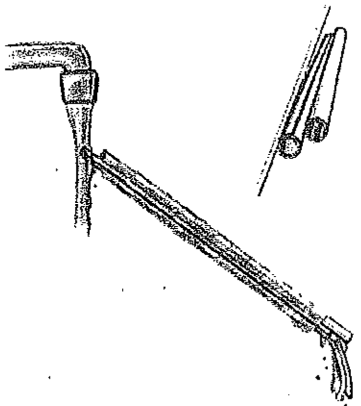
كما نرى من جدول (2.16) لكل مادة معامل تمدد طولي خاص بها فمثلا إذا زادت درجة حرارة قضيب من النحاس الأصفر وآخر من الصلب لهما نفس الطول الإبتدائي وبنفس المقدار وكانت درجة حرارتهما الابتدائية واحدة فإن قضيب النحاس الأصفر سيتمدد أكثر من قضيب الصلب. وقد استخدمت هذه الظاهرة في عمل وسيلة بسيطة تسمى شريحة المعدن الثنائي bimetallic strip وهي تستخدم كمنظم لدرجات الحرارة وهي تتكون من شريحتين رفيعتين من معدنين مختلفين ملتصقين ببعضهما وعندما ترتفع درجة حرارة هذه الشريحة يتمدد المعدنان بمقادير مختلفة فتتقوس الشريحة كما في شكل (9.16)



شكل (9.16) شريحة المعدن الثنائي (a) الشريحة تنحنى مع تغير درجة الحرارة لأن للمعدنين معاملين مختلفين للتمدد (b) شريحة المعدن الثنائي تستخدم كترموستات لقفل أو فتح دائرة كهربائية (c) التركيب الداخلي لترموستات يبين الثنائي المعدني ملفوف على بعضه. كيف تفسر السبب في جعل الشريحة ملفوفة على بعضها؟

معمل سريع

ضم مصاصتان ورقيتان مثل المصاصات المستخدم في شرب السوائل المرطبة مستخدما شريط لاصق كما في الشكل بحيث تكون إحداهما متقدمة عن الأخرى بمقدار 2 سنتيمتر تقريبا ضعهما في تيار ماء ساخن يتدفق من صنبور بحيث يدخل الماء الساخن أحد الأنبوبتين دون الأخرى ضع الأنبوبتين في وضع رأسي بسرعة وانظر إليهما بتمعن ستلاحظ وجود تقوس بسيط على طول الشريط اللاصق ناتج من اختلاف التمدد في الأنبوبتين قد يكون التغير طفيفا. ضع ماء بارد في نفس الأنبوبة التي كان بها الماء الساخن ستلاحظ بوضوح تغير طفيف في الشكل.



اختبار موجز 2.16

إذا غمرت الترمومتر المستخدم في قياس درجة حرارة الغرفة بسرعة في ماء ساخن جدا. تلاحظ أن مستوى الزئبق سوف يهبط قليلا قبل أن يرتفع إلى درجة الحرارة النهائية لماذا؟

اختبار موجز 3.16

إذا كنت ستمنح جائزة إذا ما صنعت ترمومتر زجاجي ذو حساسية عالية باستخدام بعض المواد في جدول 2.16 فأي نوع من الزجاج وأي سائل شفاف سوف تختار؟

مثال 16.3 تمدد قضيب السكة الحديد

قضيب للسكة الحديد طوله 30.0m عندما كانت درجة الحرارة 0.0°C (a) كم يكون طوله عندما ترتفع درجة الحرارة إلى 40.0°C ؟

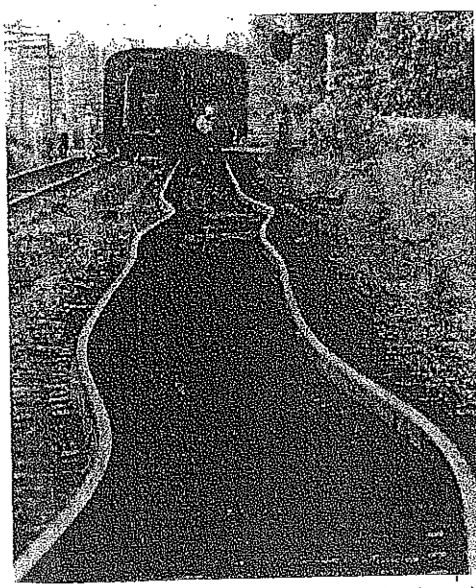
الحل: باستخدام جدول 2.16 وبمعرفة أن التغير في درجة الحرارة 40.0°C سنجد أن الزيادة في الطول هي:

$$\Delta L=\alpha L_i \Delta T=[11\times10^{-6}(^\circ C)^{-1}]\,(30.000\ m)(40.0^\circ C)$$

$$=0.013\ m$$

إذا كان طول القضيب 30.00 m عند 0°C سيكون طوله عند 40.0°C هو 30.013 m.

(b) نفرض أن نهايات القضيب قد ثبتت في مكانها عند درجة 0°C حتى لايحدث التمدد فما هو مقدار



الحرارة المرتفعة في الصيف في أحدى المدن تسببت في انبعاج قضبان السكة الحديد وخروج القطار عن القضبان.

الإجهاد الحراري الذي يحدث في القضيب إذا ارتفعت درجة حرارته إلى 40.0°C

الحل:

من تعريف معامل ينج للأجسام الصلبة انظر معادلة (6.12) نجد أن الإجهاد الطولي يساوي

$$Y\frac{\Delta L}{L_i} = \frac{F}{A}$$

وبما أن y للصلب تساوي $20 \times 10^{10} N/m^2$ انظر جدول (12.1) نجد أن

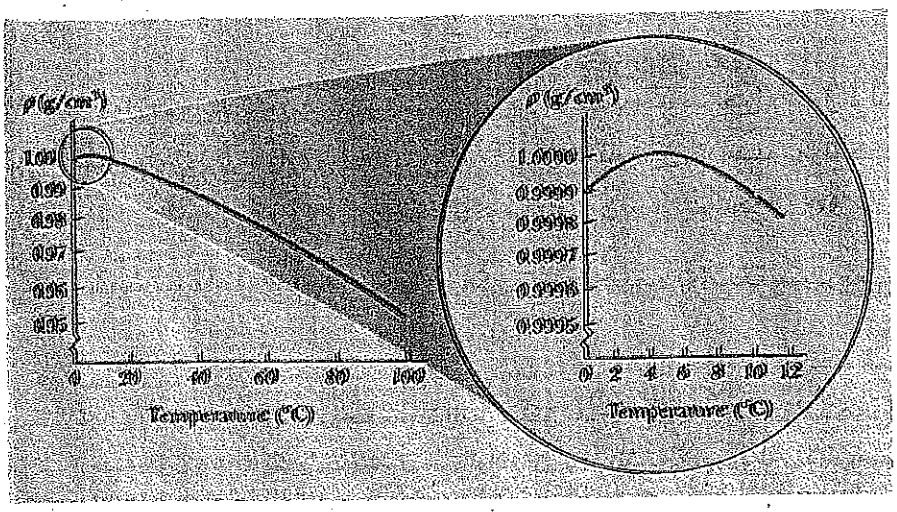
$$\frac{F}{A} = (20 \times 10^{10}\ N/m^2)\left(\frac{0.013\ m}{30.000\ m}\right) = 8.7 \times 10^{7}\ N/m^2$$

تمرين: إذا كانت مساحة مقطع القضيب هي $30.0\ cm^2$ فما مقدار قوة التضاغط في القضيب Force of Compression

الإجابة: $2.6 \times 10^5\ N$

السلوك الشاذ للماء The unusual Behavior of Water

يزداد حجم السوائل بصفة عامة مع ارتفاع درجة الحرارة ومتوسط معامل تمددها الحجمي أكبر عشر مرات من معامل التمدد الحجمي للأجسام الصلبة إلا أن الماء يشذ عن هذه القاعدة، كما نرى من منحنى الكثافة مع درجة الحرارة في شكل (10.16). مع ارتفاع درجة الحرارة من صفر إلى 4.0°C ينكمش الماء ومن ثم تزداد كثافته، وأعلى من 4.0°C يتمدد الماء مع زيادة درجة الحرارة ومن ثم تقل كثافته. وكثافة الماء تصل إلى أعلى قيمة لها وهي $1000\ kg/m^3$ عند 4.0°C ويمكننا باستخدام التمدد الحراري غير المعتاد للماء أن نفسر تجمد مياه المستنقعات عند السطح وليس عند القاع. فعندما تهبط

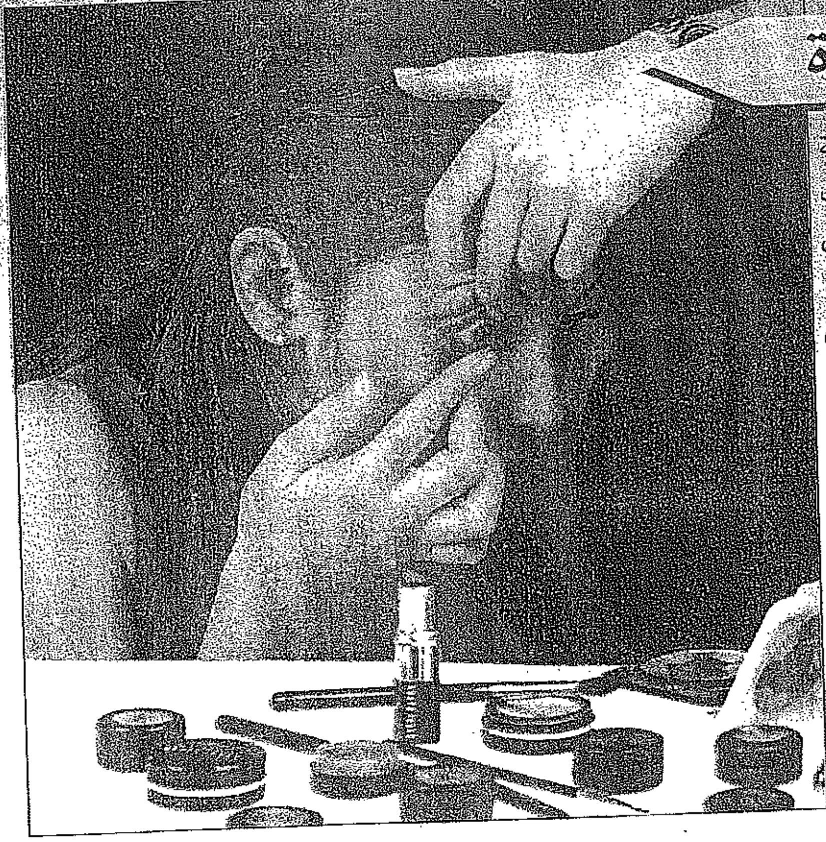


شكل(10.16) رسم يبين كيف تتغير كثافة الماء مع تغير درجة الحرارة عند الضغط الجوي والدائرة التي على اليمين تبين أن كثافة الماء تصل إلى أعلى قيمة لها عند 4°C.

الفيزياء

للعلميين والمهندسين

الكهربية والمغناطيسية



صورة محيرة

العدسات اللاصقة مريحة الارتداء لأنها تجذب البروتينات من دموع مرتديها وتكون جزيئات معقدة التركيب تتحد مع العدسات. بذلك تعطي شعوراً بأنها جزء من مرتديها. وبعض الأنواع أنتجت لتدعيم قوة الجذب هذه لتلتصق العدسة بالبشرة. ما هي طبيعة هذه القوى؟ (شارلز د. وينتر).

الفصل العشرون 20

المجالات الكهربية

Electric Fields

ويتضمن هذا الفصل :

تعتبر القوة الكهرمغناطيسية بين الجسيمات واحدة من القوى الأساسية في الطبيعة. سنبدأ هذا الفصل بوصف الخصائص الأساسية للقوى الكهربية. بعد ذلك سنناقش قانون كولوم Coulomb الذي يعد القانون الأساسي الذي يحكم القوة بين جسيمين مشحونين. يلي ذلك تقديم لمبدأ المجال الكهربي المصاحب لتوزيع شحنات وتأثيره على جسيمات مشحونة أخرى. ثم نوضح كيف يستخدم قانون كولوم Coulomb لحساب المجال الكهربي لتوزيع شحني. وسيتضمن هذا الباب مناقشة لحركة جسيم مشحون في مجال كهربي منتظم.

1.20 خصائص الشحنات الكهربية PROPERTIES OF ELECTRIC CHARGES

هناك العديد من التجارب التي توضح وجود قوى كهربية وشحنات. على سبيل المثال، بعد إمرار مشط خلال شعرك في يوم جاف سنجد أن المشط يجذب قصاصات الورق الصغيرة. وتكفي قوة الجذب عادة لتعليق الوريقات بالمشط. يحدث نفس التأثير عندما تدلك قطعة من الزجاج أو المطاط بقطعة من الحرير أو الفرو.

تجربة أخرى بسيطة عندما يدلك بالون منفوخ بقطعة من الصوف، نجد أن البالون قد التصق بالحائط عادة عدة ساعات. عندما تسلك المواد هذا السلوك يقال أنها (تكهربت) أو أصبح عليها شحنة كهربية. يمكن بسهولة شحن جسمك بتدليك حذائك بسجادة من الصوف. ويمكن إزالة الشحنة التي على جسمك بلمسة خفيفة لصديقك. تحت الظروف العادية، سترى ومضة وسيشعر كل منكما بوخزه خفيفة. (مثل هذه التجارب تلاحظ جيداً في الأيام الجافة لأن الرطوبة العالية في الهواء تسبب تسرب الشحنة التي تكونت على جسمك إلى الأرض).

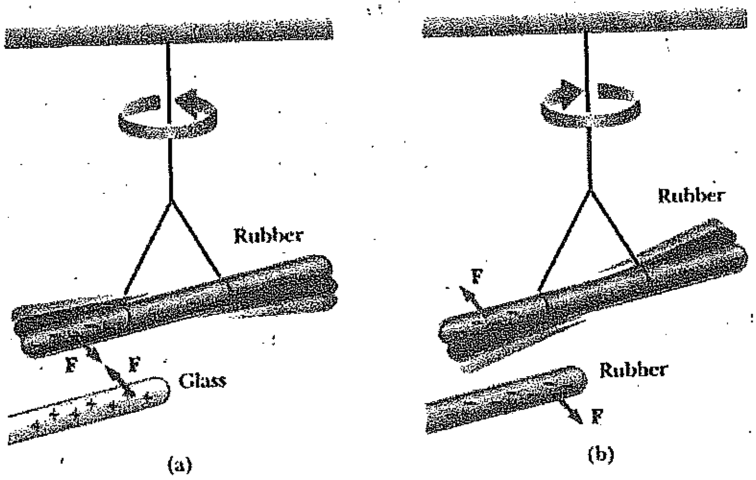
تجربة سريعة:

دلك بالون منتفخ بإمراره على شعرك. ثم امسك البالون بالقرب من ماء يتدفق من الصنبور. ماذا يحدث؟ (يمكن أن يستخدم بدلاً من البالون قلم من البلاستيك أو مشط).

في سلسلة من التجارب البسيطة، وُجد أن هناك نوعين من الشحنات الكهربية والتي أعطيت الأسماء موجب وسالب بواسطة العالم بنيامين فرانكلين (Benjamin Franklin 1706- 1790). وللتأكد من صحة هذا، افترض أننا دلكنا قضيباً من المطاط بقطعة من الفرو ثم علقناه بخيط من مادة غير فلزية كما هو موضح بالشكل (1.20). وعند تدليك ساق من الزجاج بقطعة من الحرير وتقريبها من ساق المطاط نجد أن الساقين يجذب كل منهما الأخر (شكل 1.20 a). وعلى الجانب الأخر، إذا قرب ساقان مشحونان من المطاط (أو ساقان مشحونان من الزجاج) كما هو موضح بالشكل (1.20 b) يتنافر الساقان. ويوضح هذا أن المطاط والزجاج يكونان في حالتين مختلفتين من التكهرب. وعلى أساس هذه المشاهدات يمكن أن نستنتج أن الشحنات المتشابهة تتنافر كلاهما الأخرى والشحنات المختلفة تجذب كلاهما الأخرى.

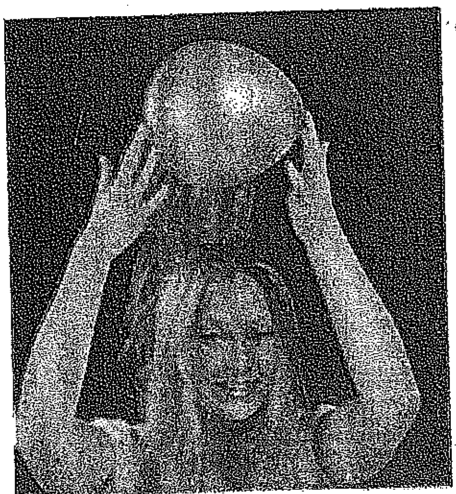
وباستخدام الاصطلاحات التي اقترحها فرانكلين Franklin، تسمى الشحنة الكهربية على ساق الزجاج موجبة وتلك التي على ساق المطاط سالبة. وبناء عليه، أي جسم مشحون ينجذب لساق المطاط المشحون (أو يتنافر مع ساق الزجاج المشحون) تكون شحنته موجبة، وأي جسم مشحون يتنافر مع ساق المطاط المشحون (أو ينجذب لساق الزجاج المشحون) يجب أن تكون شحنته سالبة.

قوى الجذب الكهربي هي المسئولة عن سلوك العديد من المنتجات التجارية. مثل، البلاستيك في العدسات اللاصقة "إيتافيلكون Etafilcon" المصنوعة من جزيئات تجذب كهربياً جزيئات البروتين من الدموع الآدمية. ويتم امتصاص جزيئات البروتين وتحتجز بواسطة المادة البلاستيكية لكي تصبح العدسة في النهاية متكونة من دموع مرتديها. ولهذا السبب لاتعامل العين العدسة على أنها جسم غريب حيث يمكن ارتداؤها براحة وأمان. والعديد من مستحضرات التجميل أيضاً تأخذ ميزة القوى الكهربية وذلك بدمج مواد تنجذب كهربياً للجلد والشعر مسببة تلوين الأنسجة. أو مواد كيميائية أخرى تلتصق بمجرد وضعها.



شكل (1.20) (a) ساق من المطاط مشحونة بشحنة سالبة ومعلقة بواسطة خيط تجذب لساق من الزجاج عليها شحنة موجبة. (b) ساق من المطاط مشحونة بشحنة سالبة تتنافر مع ساق مطاطية سالبة الشحنة.

مبدأ هام أخر من نموذج فرانكلين Franklin للكهربية يتضمن أن الشحنة الكهربية دائماً محفوظة. وعلى هذا، عندما يدلك جسم بآخر لاتتولد شحنة في هذه العملية ولكن حالة التكهرب تنتج عن انتقال الشحنة من جسم لآخر. يكتسب أحد الجسمين كمية من الشحنة السالبة بينما يكتسب الآخر شحنة موجبة متساوية في المقدار. على سبيل المثال، عند تدليك ساق من الزجاج بقطعة من الحرير، يكتسب الحرير شحنة سالبة وهي مساوية في المقدار للشحنة الموجبة على ساق الزجاج. نعرف الآن من فهمنا للتركيب الذري أن الإلكترونات سالبة الشحنة قد انتقلت من الزجاج للحرير أثناء عملية الدلك. بينما أثناء عملية دلك المطاط بالفرو يكتسب المطاط شحنة كهربية سالبة وللفرو شحنة كهربية موجبة. وهذه العملية تتفق مع حقيقة أن المادة المتعادلة كهربياً وغير المشحونة تحتوي على العديد من الشحنات الموجبة (بروتونات داخل النواة) بنفس مقدار الشحنات السالبة (الالكترونات).



شكل (2.20): تدليك بالون بشعرك في يوم جاف يسبب شحن البالون والشعر. (شارلز د. وينترز Charles D. Winters).

اختبار سريع 1.20

عند دلك بالون منتفخ بإمراره على شعرك، تجذب المادتان بعضهما البعض كما بالشكل (2.20). هل كمية الشحنة الموجودة على البالون وعلى شعرك بعد الدلك (a) اقل من، (b) مساوية، (c) أكثر من مقدار الشحنة الموجودة قبل الدلك.

في عام 1909م اكتشف روبرت ميليكان (Robert Millikan 1868- 1953) أن الشحنة الكهربية تحدث نتيجة لتجميع العديد من شحنة الالكترون. وبمعنى أحدث، الشحنة الكهربية q يقال أنها مكماة غير متصلة حيث q هو رمز قياسي يستخدم للتعبير عن الشحنة. وعلى ذلك توجد الشحنة على شكل "مجموعات" غير متصلة ويمكن بذلك كتابة $q=Ne$ حيث N عدد صحيح. وأوضحت بعض التجارب الأخرى في ذلك الوقت أن الإلكترون له شحنة سالبة $(-e)$ وأن البروتون له شحنة مساوية لشحنة الإلكترون ولكن بإشارة مخالفة $(+e)$. وبعض الجسيمات مثل النيوترون لايحمل شحنات. والذرة الطبيعية يجب أن تحتوي على العديد من البروتونات بنفس عدد الإلكترونات. ولأن الشحنة كمية محفوظة فإن الشحنة الكلية في نطاق مغلق تظل كما هي. فإذا نشأت جسيمات مشحونة في عملية ما فأنها دائماً تنشأ على شكل أزواج حيث يكون كل من الزوجين له نفس المقدار ومختلف في الإشارة.

ومن هذه المناقشة يمكن أن نستنتج أن الشحنة الكهربية لها الخصائص الهامة التالية:

1- يوجد نوعان من الشحنة في الطبيعة، حيث لهما خاصية أن الشحنات غير المتشابهة تجذب كلاهما الأخرى. وأن الشحنات المتشابهة تنافر كل منهما الأخرى.

2- الشحنة محفوظة Conserved.

3- الشحنة كمية مكماه Quantized.

2.20 العوازل والموصلات INSULATORS AND CONDUCTORS

يمكن تصنيف المواد من حيث قدرتها على توصيل الشحنة إلى:

الموصلات الكهربية وهي مواد تتحرك فيها الشحنات الكهربية بحرية، والأخرى هي **العوازل الكهربية** وهي مواد لايمكن للشحنة الكهربية أن تتحرك فيها بحرية.

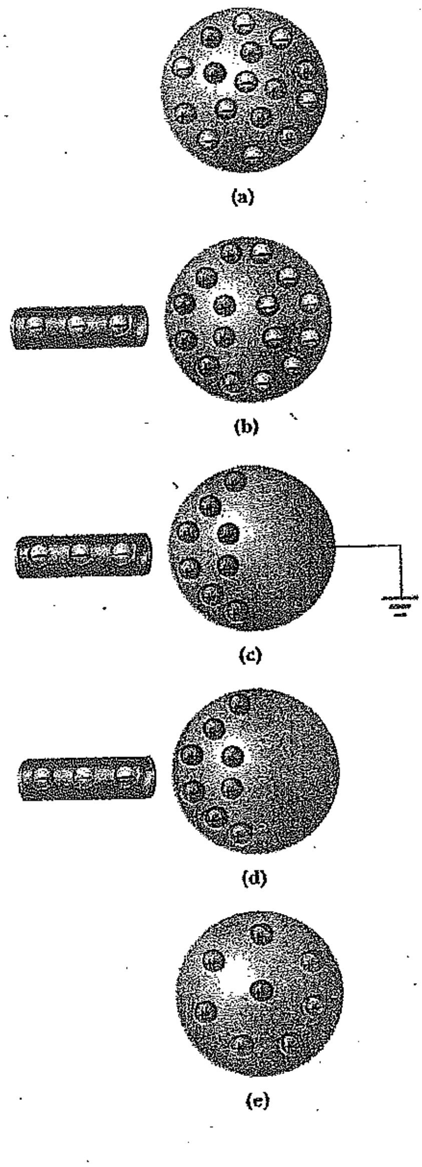
والمواد مثل الزجاج، والمطاط والخشب تقع في طائفة المواد العازلة. عندما تشحن هذه المواد بالدلك، تصبح المنطقة المدلكة مشحونة ولاتتمكن الشحنة من الحركة إلى المنطقة الأخرى من المادة.

وعلى النقيض، المواد مثل النحاس، الألومنيوم والفضة هي موصلات كهربية جيدة. عند شحن هذه المواد في مساحة صغيرة، توزع الشحنة نفسها على كل سطح المادة. إذا أمسكت ساقا من النحاس بيدك ودلكته بقطنة من الصوف أو الفرو لن تجذب الساق قصاصة الورق الصغيرة. ربما تظن أن هذه الساق لايمكن شحنها. على أى حال، إذا أخذت ماسكاً خشبياً وأمسكت به ساق النحاس أثناء دلكها، تبقى الساق مشحونة وتجذب قصاصات الورق الصغيرة. وتفسير ذلك يكون كالآتي: بدون العازل الخشبي تتحرك الشحنة الكهربية الناتجة بالدلك على الساق النحاسي إلى جسمك ومنه إلى الأرض. وباستخدام الماسك الخشبي العازل يمنع سريان الشحنة من الساق إلى يديك.

أشباه الموصلات Semiconductors وهي نوع ثالث من المواد خصائصه الكهربية تكون بين العوازل والموصلات. السيليكون والجرمانيوم أمثلة شهيرة على أشباه الموصلات التي تستخدم عادة في تصنيع مختلف الأجزاء الكهربية مثل الترانزستور والوصلة الثنائية الباعثة للضوء. والخصائص الكهربية لأشباه الموصلات تختلف بدرجة كبيرة بإضافة كميات محددة من ذرات معينة إلى المواد.

عندما يتصل موصل بالأرض بسلك أو أنبوب يقال أنه أصبح أرضياً. ويمكن اعتبار الأرض "بالوعة" لانهائية تهاجر إليها الشحنات الكهربية بسهولة. بهذا التصور يمكن فهم كيفية شحن موصل بعملية تعرف بالحث.

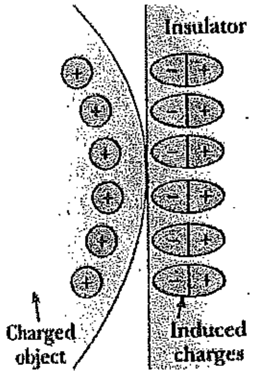
ولفهم عملية الحث، يمكن اعتبار كرة موصلة متعادلة الشحنة ومعزولة عن الأرض كما هو مبين بالشكل (3.20 a). عند تقريب ساق من المطاط مشحونة بشحنة سالبة للكرة، تتكون على منطقة من الكرة الأكثر قرباً للساق شحنة موجبة، بينما تتكون على المنطقة البعيدة من الكرة عن الساق شحنة سالبة مساوية كما هو موضح بالشكل (3.20 b). (هذا لأن الإلكترونات في المنطقة من الكرة القريبة من الساق ترحل إلى الجهة الأخرى من الكرة. يحدث هذا دائماً إذا لم يتلامس الساق مع الكرة). وإذا أجريت نفس التجربة بعد توصيل الكرة بسلك موصل يصل الكرة بالأرض (شكل 3.20 c) تتنافر بشدة بعض الإلكترونات من الموصل لوجود الشحنة السالبة على الساق وتتحرك خارج الكرة خلال السلك إلى الأرض.

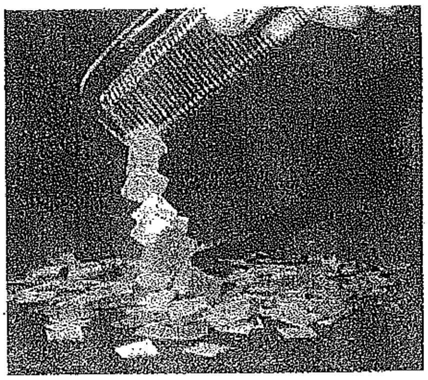


شكل (3.20) : شحن جسم فلزي بالحث (يحدث هذا مع عدم تلامس الجسمين). (a) كرة معدنية متعادلة بها شحنات موجبة وسالبة متساوية. (b) يعاد توزيع الشحنات على الكرة عند تقريب ساق مشحون من المطاط للكرة. (c) عند توصيل الكرة بالأرض بسلك موصل تنتقل بعض الإلكترونات للأرض خلال السلك. (d) عند إزالة السلك الموصل بالأرض، تتكون على الكرة شحنة موجبة غير موزعة بانتظام. (e) عند إزالة ساق المطاط المشحون تصبح الشحنة الموجبة الناتجة موزعة بانتظام على سطح الكرة.

تجربة سريعة:

اقطع قطعة من الورق إلى أجزاء صغيرة جداً. مشط شعرك ثم قرب المشط جداً من قطع الورق. لاحظ أنها تتسارع في اتجاه المشط. ما مقدار القوة الكهربية مقارنة بمقدار قوة الجاذبية الموجودة على الورق؟ استمر في المشاهدة تجد أن بعض القصاصات تقفز مبتعدة عن المشط. لم تسقط الأوراق مباشرة ولكن تنافرت. ماسبب ذلك؟



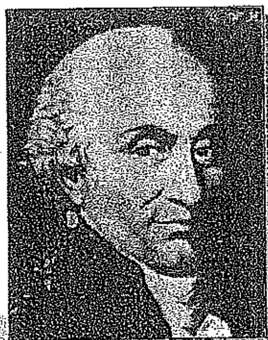


شكل (4.20): (a) الجسم المشحون على اليسار يسبب حثاً للشحنات على سطح العازل. (b) مشط مشحون يجذب قصاصات صغيرة من الورق لأن الشحنات تنتقل خلال الورق. (Fundamental Photographs 1968).

إذا أزيل السلك الموصل بالأرض (شكل 3.20 d)، سينتج على الكرة الموصلة شحنة بالحث موجبة. وعند إزالة ساق المطاط بعيداً عن الكرة (شكل 3.20 e) تظل الشحنة الموجبة المتكونة بالحث على الكرة غير المتصلة بالأرض. لاحظ أن الشحنة الناتجة على الكرة تتوزع بانتظام على سطح الكرة بسبب قوى التنافر بين الشحنات المتشابهة. وأن ساق المطاط لم يفقد شيئاً من الشحنة السالبة أثناء هذه العملية.

شحن جسم بالحث يتطلب عدم ملامسته مع الجسم المسبب للشحن بالحث. وهذا عكس شحن الجسم بالدلك (وهذا يحدث بالتوصيل) ويتطلب تلامس الجسمين.

تحدث في العوازل عملية شبيهة بالحث في الموصلات. ففي أغلب الجزيئات المتعادلة، ينطبق مركز الشحنة الموجبة مع مركز الشحنة السالبة، على أي حال، تزاح هذه المراكز داخل كل جزئ في العازل في حالة شحنه، مما يسبب زيادة في الشحنات الموجبة في جهة من الجزئ عن الجهة الأخرى. وإعادة ترتيب هذه الشحنة داخل الجزيئات المنفردة تنتج شحنة بالحث على سطح العازل، كما هو موضح بالشكل 4.20 وبمعرفة الحث في العوازل نستطيع تفسير كيفية جذب مشط بعد دلكه بالشعر لقطع الورق الصغيرة المتعادلة كهربياً، وكيف يكون البالون المدلك بملابسك قادراً على الالتصاق بحائط متعادل كهربياً.



شارلز كولوم (1736- 1806) Charles Coulomb كانت أهم إنجازات كولوم Coulomb في العلوم في مجال الكهربية الساكنة والمغناطيسية. (وفحص خلال حياته شدة المواد وحسب القوى التي أثرت على الأجسام نتيجة الأشعة. بجانب إسهاماته في مجال التركيب الميكانيكي Structural Mechanics. وفي مجال الجهود "Ergonomics" أبحاثة التي أوضحت أساس فهم الطريقة التي يبذل بها الإنسان والحيوان الشغل). (الصورة مقدمة مع الشكر من Ilp A Niels Bohr Library/ E. Scott Barr Collection).

اختبار سريع 2.20

انجذب جسم A إلى جسم B. إذا علمت أن الجسم B مشحون بشحنة موجبة. ماذا يمكن أن تقول عن الجسم A؟ (a) شحن بشحنة موجبة. (b) شحن بشحنة سالبة. (c) متعادلة كهربياً. (d) المعلومات ليست كافية للإجابة.

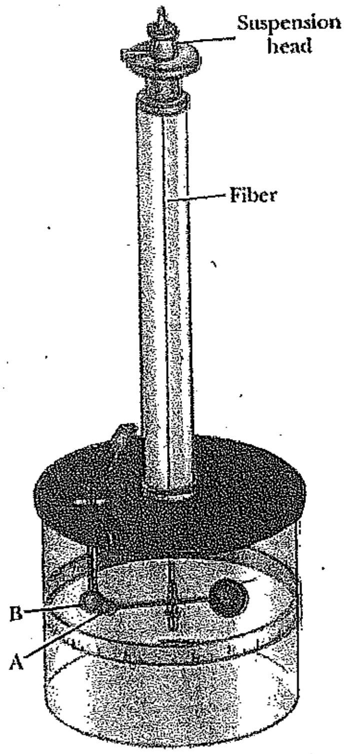
3.20 قانون كولوم COULOMB'S LAW

قاس شارلز كولوم Charles Coulomb (1806-1736) مقدار القوى الكهربية بين جسمين مشحونين باستخدام ميزان الالتواء الذي ابتكره (شكل 5.20).

أكد كولوم أن القوة الكهربية بين كرتين صغيرتين مشحونتين تتناسب عكسياً مع مربع المسافة بينهما (r) اي أن: $F_e \propto 1/r^2$. والمبدأ الذي يعمل على أساسه ميزان الالتواء هو نفسه الذي أستخدم في جهاز كافندش (Cavendish) لقياس ثابت الجذب (انظر القسم 2.14)، مع استبدال الكرتين المتعادلتين كهربياً بكرتين مشحونتين. وتسبب القوة الكهربية بين الكرتين A و B كما بالشكل 5.20 جذب أو تنافر بينهما، وتسبب الحركة الناتجة (ليّ) في خيط التعليق. ويسبب عزم الازدواج المختزن في الخيط، يتناسب هذا العزم مع الزاوية التي يدور بها الخيط، وقياس هذه الزاوية يعطي قيماً قياسية للقوة الكهربية جذباً أو تنافراً. وبمجرد شحن الكرتين بدلكهما تكون القوة الكهربية بينهما كبيرة جداً مقارنة بقوة الجاذبية بينهما، وعلى ذلك يمكن إهمال قوة الجاذبية الأرضية.

وقد أوضحت تجارب كولوم أن القوة الكهربية بين جسمين مشحونين ساكنين:

- تتناسب عكسياً مع مربع المسافة r بين الجسمين وفي اتجاه الخط الواصل بينهما.
- تتناسب مع حاصل ضرب الشحنتين q_1 و q_2 على الجسمين.
- تجاذب إذا كانت الشحنتان مختلفتين في الإشارة وتنافر إذا كانت الشحنتان لهما نفس الإشارة.



شكل (5.20) : ميزان الالتواء لكولوم، يستخدم لاثبات قانون التربيع العكسي للقوة الكهربية بين شحنتين.

ومن هذه المشاهدات يمكننا أن نعبّر رياضياً عن قانون كولوم كمعادلة تعطي مقدار القوة الكهربية (أحياناً تسمى قوة كولوم) بين شحنتين نقطتين:

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \qquad (1.20)$$

حيث k_e ثابت يسمى ثابت كولوم. استطاع كولوم أن يوضح في تجاربه أن المقدار الأسي للرمز r هو 2 واللايقين لا يتعدى بعضاً من المائة. وقد بينت التجارب الحديثة أن هذا المقدار هو 2 وبلا يقين لا يتعدى بعض الأجزاء من 10^{16}.

ويعتمد مقدار ثابت كولوم على الوحدات المختارة. ففي الوحدات القياسية العالمية (SI) وحدة الشحنة هي الكولوم (C). وثابت كولوم k_e في وحدات (SI) قيمته $k_e = 8.9875 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2$ ويمكن كتابة هذا الثابت أيضاً على الصورة:

$$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

حيث الثابت ε_0 (الحرف الأغريقي ابسيلون) يعرف بسامحية الفراغ Permitivity of Free Space وقيمته

$8.8542 \times 10^{-12} C^2/N \cdot m^2$ وأصغر وحدة شحنة معروفة في الطبيعة هي شحنة الإلكترون أو البروتون(1) والتي لها قيمة مطلقة تساوي:

$$|e| = 1.60219 \times 10^{-19} C$$

وعلى ذلك؛ شحنة واحد كولوم (1C) تساوي تقريباً شحنة 6.24×10^{18} إلكترون أو بروتون. وهذا العدد قليل جداً عند مقارنته بعدد الإلكترونات(2) الحرة في 1سم^3 من النحاس والتي قيمتها في حدود 10^{23}. ولايزال (1C) كمية ضخمة من الشحنة. وفي تجربة عملية واقعية لشحن قضيب من المطاط أو الزجاج بالاحتكاك، كانت الشحنة التي حصلنا عليها في حدود $10^{-6}C$. وبعبارة أخرى، فقط جزء بسيط من الشحنة الكلية قد انتقل إلى القضيب من المادة الدالكة.

ويوضح الجدول 1.20 شحنة وكتلة الإلكترون والبروتون والنيوترون.

جدول 1.20 شحنة وكتلة الإلكترون والبروتون والنيوترون

Particle	Charge (C)	Mass (kg)
Electron (e)	$-1.602\,191\,7 \times 10^{-19}$	$9.109\,5 \times 10^{-31}$
Proton (p)	$+1.602\,191\,7 \times 10^{-19}$	$1.672\,61 \times 10^{-27}$
Neutron (n)	0	$1.674\,92 \times 10^{-27}$

مثال 1.20 ذرة الهيدروجين

تفصل الإلكترون والبروتون في ذرة الهيدروجين مسافة (في المتوسط) تساوي $5.3 \times 10^{-11}m$ تقريباً أوجد مقدار القوة الكهربية وقوة الجذب بين الجسيمين.

الحل: من قانون كولوم نجد أن قوة الجذب الكهربي مقدارها

$$F_e = k_e \frac{|e|^2}{r^2} = \left(8.99 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}\right) \frac{\left(1.60 \times 10^{-19} C\right)^2}{\left(5.3 \times 10^{-11} m\right)^2}$$

$$= 8.2 \times 10^{-8} N$$

وباستخدام قانون نيوتن للجذب والجدول 1.20 لكتل الجسيمات نجد أن قوى الجذب مقدارها:

(1) لم يتم الحصول بعد على شحنة الالكترون كشحنة حرة، على أي حال، النظريات الحديثة تفترض وجود جسيمات تسمى الكواركات (quarks) والتي لها شحنات 1/3 شحنة الالكترون وثلثي شحنة الالكترون. وعلى الرغم من هذا توجد مؤشرات عملية لهذه الجسيمات داخل أنوية المواد، ولم يعثر على الكواركات الحرة حتى الآن. وستناقش خصائص أخرى للكواركات في الفصل 46 وهو امتداد لهذا النص.

(2) ذرة فلز مثل النحاس تحتوي على واحدة أو أكثر من الإلكترونات في المدار الخارجي وهذه الإلكترونات ضعيفة الارتباط بالنواة. وعندما تتحد عدة ذرات لتكون الفلز، تكون هذه الإلكترونات في المدار الخارجي وهي غير مرتبطة بأي ذرة. وهذه الإلكترونات تتحرك داخل الفلز بنفس الطريقة التي تتحرك بها جزيئات غاز في إناء.

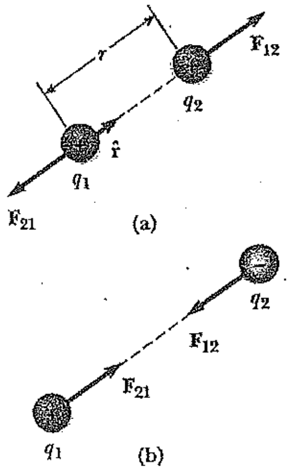
$$F_g = G\frac{m_e m_p}{r^2}$$
$$= \left(6.7 \times 10^{-11}\frac{\text{N.m}^2}{\text{kg}^2}\right)$$
$$\times \frac{(9.11 \times 10^{-31}\text{kg})(1.67 \times 10^{-57}\text{kg})}{(5.3 \times 10^{-11}\text{m})^2}$$
$$= 3.6 \times 10^{-47}\text{N}$$

والنسبة $F_e/F_g \approx 2\text{X } 10^{39}$. وعليه تكون قوة الجذب بين جسمين مشحونين بالذرة مهملة عند مقارنتها بالقوة الكهربية بينهما. لاحظ تماثل شكل قانون نيوتن للجذب وقانون كولوم للقوة الكهربية. بغض النظر عن قيمة المعامل الضربي. ما هو الفرق الأساسي بين القانونين؟

عند مناقشة قانون كولوم يجب أن نتذكر أن القوة قيمة متجهة ويجب معاملتها على هذا الأساس. لهذا يعبّر عن القانون في شكل إتجاهي للقوة الكهربية التي تسببها شحنة q_1 على شحنة ثانية q_2 وتكتب $\mathbf{F}_{12}$ وهي:

$$\mathbf{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad (2.20)$$

حيث $\hat{\mathbf{r}}$ هو متجه الوحدة في الإتجاه من q_1 إلى q_2 كما هو موضح بالشكل (6.20 a). ولأن القوة الكهربية تتبع القانون الثالث لنيوتن، القوة الكهربية المبذولة بالشحنة q_2 على الشحنة q_1 تساوي في المقدار القوة المبذولة بالشحنة q_1 على الشحنة q_2 وفي الاتجاه العكسي، فإن $\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}$. أخيراً من المعادلة 2.20 نجد أنه إذا كان q_1، q_2 لهما نفس الإشارة كما في الشكل (6.20 a)، فيكون حاصل الضرب q_1q_2 موجباً والقوة قوة تنافر. وإذا كان q_2، q_1 مختلفتين في الإشارة كما في الشكل 6.20 b يكون حاصل الضرب q_2q_1 سالب الإشارة وتكون القوة قوة تجاذب. وتكون ملاحظة إشارة حاصل الضرب q_2q_1 وسيلة سهلة لحساب اتجاه تأثير القوة بين الشحنات.



شكل (6.20) : شحنتان نقطيتان تفصلهما مسافة r تتأثران بقوة بينهما تعطى بقانون كولوم. القوة الكهربية $\mathbf{F}_{21}$ المبذولة بالشحنة q_2 على الشحنة q_1 تساوي في المقدار وفي عكس الاتجاه القوة $\mathbf{F}_{12}$ المبذولة بالشحنة q_1على الشحنة q_2. (a) عندما تكون الشحنتان لهما نفس الإشارة تكون القوة قوة تنافر. (b) عندما تكون إشارتا الشحنتين مختلفتين تكون القوة قوة جذب.

اختبار سريع 3.20

جسم A شحنته $+2\mu C$ وجسم B شحنته $+6\mu C$ أي العبارات الآتية صحيحة؟

(a) $\mathbf{F}_{AB} = -3\mathbf{F}_{BA}$ (b) $\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$ (c) $3\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$

عندما يوجد أكثر من شحنتين، تعطي القوة بين أي زوج منها بالمعادلة 2.20. وعلى هذا تكون القوة المحصلة على أي منهما هي المحصلة الاتجاهية للقوى المبذولة من الشحنات المختلفة كل على حدها.

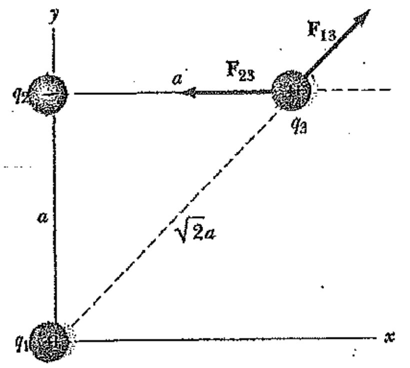
على سبيل المثال، إذا وجدت أربعة شحنات تكون القوة المبذولة من الشحنات 2، 3، 4 على الشحنة 1 هي:

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{31} + \mathbf{F}_{41}$$

مثال 2.20 أوجد القوة المحصلة

افترض وجود ثلاث شحنات نقطية موضوعة عند أركان مثلث قائم كما في الشكل 7.20 حيث $q_1 = q_3 = 5\mu C$، $q_2 = -2\mu C$، $a = 0.10\text{m}$. أوجد القوة المحصلة المؤثرة على الشحنة q_3.

الحل: أولاً، نلاحظ اتجاه القوى المختلفة المبذولة بالشحنات q_1، q_2 على الشحنة q_3. القوة F_{23} المبذولة بالشحنة q_2 على q_3 تكون قوة جذب لأن q_3، q_2 لهما إشارات مختلفة. والقوة F_{13} الناتجة عن q_1 على q_3 تكون قوة تنافر لأن إشارة كل منهما موجبة. ومقدار القوة $\mathbf{F}_{23}$ تكون:



شكل 7.20 : القوة $\mathbf{F}_{13}$ المبذولة بالشحنة q_1 على q_3 والقوة $\mathbf{F}_{23}$ المبذولة بالشحنة q_2 على q_3 وتكون القوة المحصلة $\mathbf{F}_3$ والمبذولة على q_3 هي المجموع الاتجاهي $\mathbf{F}_{23} + \mathbf{F}_{13}$.

$$F_{23} = k_e \frac{|q_2||q_3|}{a^2}$$

$$= \left(8.99 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(2.0 \times 10^{-6}\text{C})(5.0 \times 10^{-6}\text{C})}{(0.10 \text{ m})^2}$$

$$= 9.0 \text{ N}$$

لاحظ أنه بسبب اختلاف إشارة q_3، q_2 تكون $\mathbf{F}_{23}$ متجهة ناحية الغرب كما في الشكل 7.20.

ويكون مقدار القوة المبذولة بالشحنة q_1 على q_3 هو

$$F_{13} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(\sqrt{2}a)^2}$$

$$= \left(8.99 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(5.0 \times 10^{-6}\text{C})(5.0 \times 10^{-6}\text{C})}{2(0.10 \text{ m})^2}$$

$$= 11 \text{ N}$$

القوة $\mathbf{F}_{13}$ تكون قوة تنافر وتصنع زاوية $45°$ مع محور السينات. لذلك، نجد أن المركبة السينية والمركبة الصادية للقوة $\mathbf{F}_{13}$ متساويتان وقيمة كل منهما $F_{13} \cos 45° = 7.9\text{N}$.

والقوة $\mathbf{F}_{23}$ تكون في الاتجاه السالب لمحور السينات حيث المركبتين السينية والصادية للقوة المحصلة المؤثرة على q_3 تكون

$$F_{3x} = F_{13x} + F_{23} = 7.9 \text{ N} - 9.0 \text{ N} = -1.1 \text{ N}$$

$$F_{3y} = F_{13y} = 7.9 \text{ N}$$

ويمكننا أيضاً التعبير عن القوة المحصلة المؤثرة على q_3 بوحدات اتجاهية على الصورة

$$\mathbf{F}_3 = (-1.1\mathbf{i} + 7.9\mathbf{j}) \text{ N}$$

تمرين: أوجد مقدار واتجاه القوة المحصلة $\mathbf{F}_3$؟

الإجابة: 8.0 N بزاوية $98°$ مع محور السيني.

مثال 3.20 أين تكون القوة المحصلة صفراً؟

ثلاث شحنات نقطية تقع على محور السينات كما في الشكل 8.20. الشحنة الموجبة $q_1 = 15\ \mu C$ وتقع عند $x = 2.0\text{m}$، والشحنة الموجبة $q_2 = 6.0\ \mu\text{C}$ وتقع عند نقطة الأصل. والقوة المحصلة المؤثرة على الشحنة q_3 مقدارها صفر. ما هو الإحداثي السيني للشحنة q_3؟

الحل: بسبب كون q_3 سالبة و q_1، q_2 موجبتين. القوتان $\mathbf{F}_{23}$، $\mathbf{F}_{13}$ كلاهما قوة جذب كما هو موضح بالشكل 20.8. ومن قانون كولوم نجد أن:

$$F_{13} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(2.00-x)^2} \qquad F_{23} = k_e \frac{|q_2||q_3|}{x^2}$$

والقوة المحصلة المبذولة على q_3 لكي تكون صفراً $\mathbf{F}_{23}$ يجب أن تساوي في المقدار وتخالف في اتجاه القوة $\mathbf{F}_{13}$

$$k_e \frac{|q_2||q_3|}{x^2} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(2.00-x)^2}$$

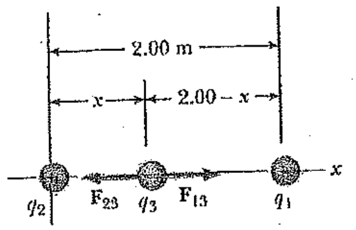
بملاحظة أن k_e، q_3 عوامل مشتركة في طرفي المعادلة يمكن القسمة عليهما وحل المعادلة في x نجد أن:

$$(2.00-x)^2|q_2| = x^2|q_1|$$

$$(4.00 - 4.00x + x^2)(6.00 \times 10^{-6}\text{C})$$

$$= x^2(15.0 \times 10^{-6}\text{C})$$

وبحل المعادلة من الدرجة الثانية في x نجد أن $x = 0.775\text{m}$.



شكل 8.20 : وضعت ثلاث شحنات نقطية على محور السينات. فإذا كانت القوة المحصلة المؤثرة على الشحنة q_3 مقدارها صفر فإن القوة $\mathbf{F}_{13}$ المبذولة بالشحنة q_1 على q_3 يجب أن تساوي في المقدار وتضاد في الاتجاه القوة $\mathbf{F}_{23}$ المبذولة بالشحنة q_2 على q_3.

لماذا يكون الجذر السالب ليس مقبولاً؟

مثال 4.20 أوجد الشحنة على الكرات

كرتان متماثلتان صغيرتان مشحونتان، كتلة كل منهما 3×10^{-2} kg معلقتان ومستقرتان كما في الشكل 9.20 a. طول خيطا التعليق هو 0.15 m والزاوية θ هي $5°$. أوجد قيمة الشحنة على كل من الكرتين؟

الحل: من المثلث القائم الموضح في الشكل 9.20 a نجد أن $\sin\theta = a/L$ لذلك:

$$a = L\sin\theta = (0.15\text{m})\sin 5° = 0.013\text{ m}$$

المسافة التي تفصل الكرتين $2a = 0.026\text{m}$.

يبين الشكل 9.20 b القوى المؤثرة على الكرة اليسرى. ولأن الكرة في وضع اتزان يكون مجموع القوى في الاتجاه الأفقي والرأسي - كل منهما على حده - مساوياً للصفر.

$$(1) \qquad \sum F_x = T\sin\theta - F_e = 0$$

$$(2) \qquad \sum F_y = T\cos\theta - mg = 0$$

من المعادلة رقم 2 نرى أن $T= mg/\cos\theta$ وعلى هذا يمكن أن نلاشي T من معادلة 1 إذا استخدمنا المعادلة 2. وهذا يعطي مقدار القوة الكهربية F_e.

$$(3) \qquad F_e = mg \tan\theta$$
$$= (3.0 \times 10^{-2}\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2)\tan 5.0°$$
$$= 2.6 \times 10^{-2}\,\text{N}$$

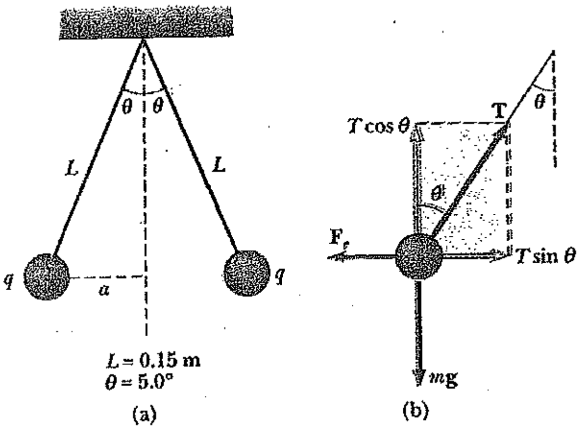
من قانون كولوم (المعادلة 1.20)، يكون مقدار القوة الكهربية:

$$F_e = k_e \frac{|q|^2}{r^2}$$

حيث $r= 2a = 0.026$ m، $|q|$ تكون مقدار الشحنة على كل كرة. (لاحظ أن القيمة $|q|^2$ ظهرت هنا لأن الشحنة متساوية على كلا من الكرتين). وهذه المعادلة يمكن حلها لنحصل على $|q|^2$:

$$|q|^2 = \frac{F_e r^2}{k_e} = \frac{(2.6 \times 10^{-2}\,\text{N})(0.026\,\text{m})^2}{8.99 \times 10^9\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2}$$

$$|q| = 4.4 \times 10^{-8}\,\text{C}$$



شكل 9.20 : (a) كرتان متماثلتان كلا منهما تحمل نفس الشحنة q، علقت في وضع اتزان. (b) رسم توضيحي يمثل القوى المؤثرة على الكرة اليسرى.

تمرين: إذا كانت الشحنة على الكرات سالبة، كم عدد الإلكترونات التي يجب أخذها لنحصل على شحنة مقدارها $-4.4\text{x}10^{-5}$.

الجواب: $2.7\text{x}10^{11}$ إلكترون.

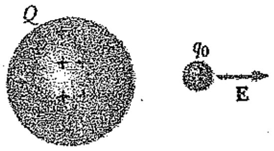
تجربة سريعة:

لإجراء هذه التجربة نحتاج إلى شريطين شفافين طول كل منهما 20cm (كتلة كل منهما ≈65mg). اثن حوالي 1cm من كل طرف من أطراف الشريطين معاً لتكوّن ماسكاً. اضغط كلا الشريطين بوضعهما على منضدة جنباً إلى جنب، ودلكهما بأصابعك للأمام والخلف. اسحبهما من الماسك بسرعة ليكتسبا شحنة. ستجد أن الشريطين قد كوّنا شكل حرف v مقلوباً وذلك بتنافرهما. قس الزاوية بينهما ثم استنتج الشحنة المتولدة على كل شريط. افترض أن الشحنات تعمل وكأنها موضوعة عند مركز كتلة كل شريط.

4.20 المجال الكهربي THE ELECTRIC FIELD

11.5 سنناقش هنا مجال قوتين هما قوة جذب الأجسام والقوة الكهربية. كما أشرنا سابقاً أن مجال القوى يمكن أن يعمل خلال الفراغ منشئ تأثيراً حتى عندما لايحدث تلامساً فيزيائياً بين الأجسام. وقد تم تعريف مجال قوة الجذب للجسيمات g عند نقطة في الفراغ في القسم 14.6 على أنه يساوي قوة الجذب $\mathbf{F}_g$ التي تعمل على جسم اختبار كتلته m مقسوماً على الكتلة $\mathbf{g}=\mathbf{F}_g/m$. والنتيجة المشابهة لذلك بالنسبة للقوى الكهربية استنتجت بواسطة ميخائيل فراداي Michael Faraday وهي مثل

المقدار العملي الذي سنحصل عليه عند مناقشة العديد من الفصول التالية. وفي هذا الاستنتاج يقال إن المجال الكهربي موجود في منطقة من الفراغ حول الجسم المشحون. عندما يدخل جسم آخر مشحون هذا المجال الكهربي تؤثر عليه قوة كهربية. وعلى سبيل المثال، نفترض الشكل 10.20 والذي يوضح شحنة اختبار صغيرة موجبة q_0 وضعت بالقرب من جسم آخر يحمل شحنة أكبر وموجبة Q. نعرف الشدة (بمعنى آخر المقدار) للمجال الكهربي عند موقع شحنة الاختبار على انه القوة الكهربية لوحدة الشحنة أو بمعنى أدق **المجال الكهربي E** عند نقطة الفراغ يعرف على انه القوة الكهربية $\mathbf{F}_e$ المؤثرة على شحنة اختبار موجبة q_0 موضوعة عند هذه النقطة مقسوماً على قيمة شحنة الاختبار.

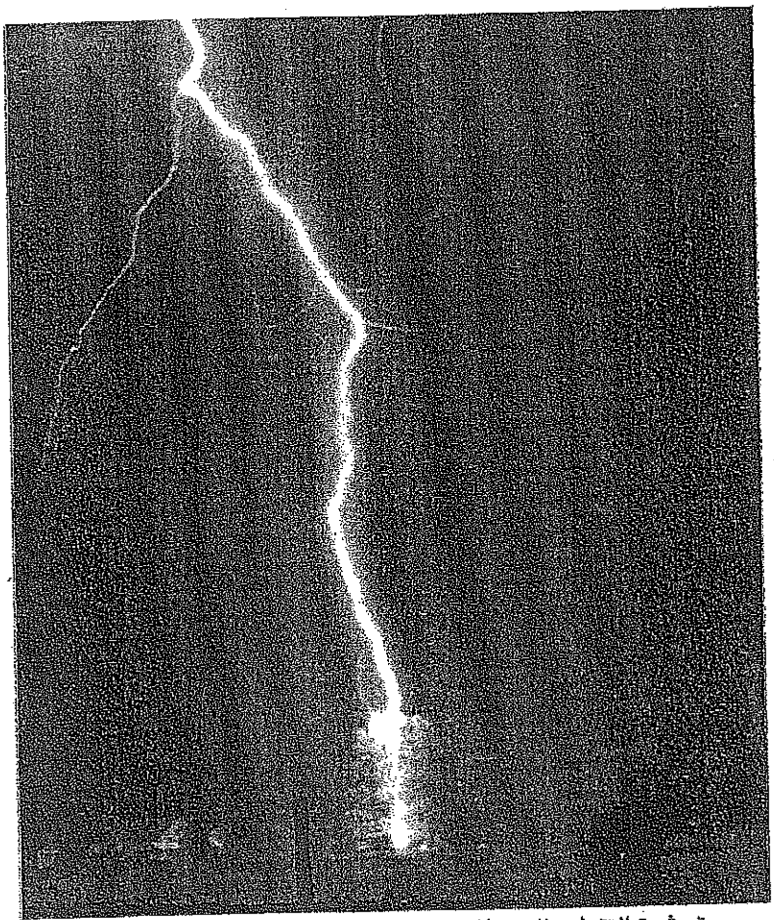


شكل 10.20 : شحنة اختبار صغيرة موجبة q_0 وضعت بالقرب من جسم يحمل شحنة Q أكبر كثيراً وموجبة، تكتسب مجال كهربي E يتجه كما هو موضح بالرسم.

$$\mathbf{E} \equiv \frac{\mathbf{F}_e}{q_0} \qquad \text{تعريف المجال الكهربي} \qquad (3.20)$$

لاحظ أن **E** هو المجال الناشئ عن شحنة خارجية تؤثر على شحنة الاختبار وليس المجال الناشئ عن شحنة الاختبار نفسها. لاحظ أيضاً، أن وجود مجال كهربي هو خاصية لمصدره. فمثلاً كل إلكترون يأتي بمجاله الكهربي الخاص به.

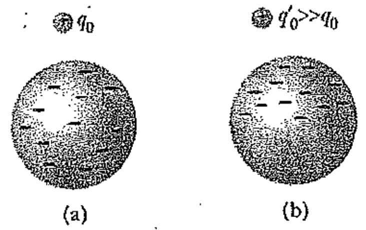
ووحدات المتجه **E** في القياسات العالمية هي نيوتن/كولوم (N/C)، وكما يوضح الشكل 10.20 اتجاه E هو اتجاه القوة المؤثرة على شحنة الاختبار الموجبة عندما توضع في المجال. ونقول أن **المجال الكهربي موجود عند نقطة إذا اكتسبت شحنة الاختبار الثابتة عند هذه النقطة قوة كهربية.** وبمعرفة مقدار واتجاه المجال الكهربي عند هذه النقطة يمكن حساب القوة الكهربية المبذولة علي أي شحنة عند هذه النقطة من المعادلة 3.20.



صورة مثيرة التقطت للبرق المندفع لتحطيم شجرة بالقرب من منازل ريفية. (©Johnny Autery).

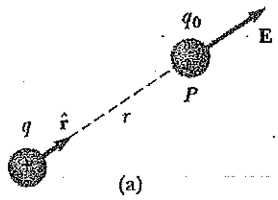
جدول 2.20 بعض قيم المجال الكهربي

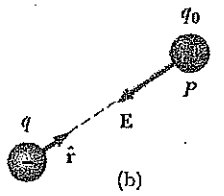
المصدر	E(N/C)
لمبة إضاءة فلوريسنت	10
الطقس (طقس عادي)	100
بالون مدلكة على الشعر	1 000
الطقس (في وجود سحب رعدية)	10 000
قالب تصوير مستندات	100 000
قوس تفريغ في الهواء	>3 000 000
بالقرب من الكترون في ذرة الهيدرجين	5×10^{11}



شكل (11.20) : (a) إذا كانت شحنة الاختبار q_0 صغيرة بدرجة كافية فان توزيع الشحنة على الكرة لايتأثر. (b) عندما تكون شحنة الاختبار q'_0 كبيرة يتأثر توزيع الشحنات على الكرة كنتيجة لوجود الشحنة q'_0.

وأكثر من هذا، يقال أن المجال الكهربي موجود عند نقطة ما (حتى في الفراغ) **بغض النظر عن وجود شحنة اختبار عند هذه النقطة**. (وهذا يشبه بأن مجال قوة الجذب ينشأ لأي جسم بغض النظر عن وجود بعض الأجسام الأخرى عند نقطة في هذا المجال). ومقدار المجال الكهربي لمصادر مجالات مختلفة معطاة في الجدول 2.20.





شكل (12.20) : شحنة اختبار q_0 عند نقطة P على مسافة r من شحنة نقطية q. (a) إذا كانت q موجبة يكون المجال الكهربي عند p متجهاً للخارج من الشحنة q. (b) يكون اتجاه المجال الكهربي عند p في اتجاه الداخل إلى q إذا كانت سالبة.

عند استخدام المعادلة 3.20 يجب أن نفترض أن شحنة الاختبار q_0 صغيرة بقدر كاف بحيث لاتؤثر على توزيع الشحنات المسببة للمجال الكهربي. إذا وضعت شحنة اختبار متناهية الصغر q_0 بالقرب من كرة معدنية مشحونة بانتظام كما في الشكل 11.20 a، فإن الشحنة على الكرة المسببة للمجال الكهربي تظل منتظمة التوزيع. وإذا كانت شحنة الاختبار كبيرة بقدر كافي ($q'_0 >> q_0$) كما بالشكل 11.20 b فإن الشحنة على الكرة الفلزية يعاد توزيعها وتكون النسبة بين القوة وشحنة الاختبار مختلفة ($F'_e/q'_0 \neq F_e/q_0$). ويكون هذا بسبب إعادة توزيع الشحنة على الكرة الفلزية، والمجال الكهربي الناشئ يكون مختلفاً عنه في حالة وجود شحنة اختبار أقل كثيراً.

لكي نعين اتجاه المجال الكهربي نفترض وجود شحنة نقطية q على مسافة r من شحن اختبار q_0 تقع على نقطة P كما هو موضح بالشكل 12.20. وتبعاً لقانون كولوم، القوة الناشئة عن الشحنة على شحنة الاختبار تكون:

$$\mathbf{F}_e = k_e \frac{q q_0}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

حيث $\hat{\mathbf{r}}$ هي وحدة المتجهات في اتجاه من q إلى q_0 ويكون تعريف المجال الكهربي عند النقطة P (موضع شحنة الاختبار) هو $\mathbf{E} = F_e/q_0$، ونجد أن المجال الكهربي عند P الناشئ عن الشحنة q هو:

$$\mathbf{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \qquad (4.20)$$

يبين الشكل 12.20 a أن المجال الكهربي يتجه إلى الخارج إذا كانت q موجبة. ويتجه إلى الشحنة q إذا كانت سالبة كما هو مبين بالشكل 12.20 b.

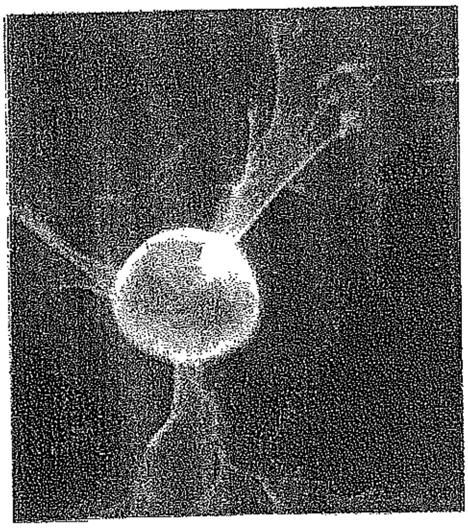
لحساب المجال الكهربي عند النقطة P نتيجة مجموعة من الشحنات النقطية، يجب أولاً أن نحسب متجهات المجال الكهربي عند النقطة P كل على حدة باستخدام المعادلة 4.20 ثم نجمعها اتجاهياً. وبعبارة أخرى:

المجال الكهربي الكلي عند أي نقطة P نتيجة مجموعة من الشحنات يساوي المجموع الاتجاهي للمجالات الكهربية للشحنات المختلفة.

ومبدأ التحصيل هذا يطبق على المجالات يُتبع عادة كخاصية للقوى الكهربية. على هذا، فإن المجال الكهربي لمجموعة من الشحنات يمكن التعبير عنه كالآتي:

$$\mathbf{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2}\hat{\mathbf{r}}_i \qquad (5.20)$$

حيث r_i هي المسافة من الشحنة q_i إلى النقطة P (موضع شحنة الاختبار)، $\hat{\mathbf{r}}_i$ هو متجه الوحدة متجهاً من q_i إلى P.



اختبار سريع 4.20

وضعت شحنة مقدارها $3\ \mu C$، عند نقطة P حيث يتجه المجال الكهربي إلى اليمين ومقداره 4×10^6 N/C. فإذا استبدلت الشحنة بأخرى مقدارها $-3\ \mu C$ ماذا يحدث للمجال الكهربي عند P؟

هذه الكرة الفلزية تم شحنها بمولد شحنات لكي تحمل شحنة كهربية صافية. ولد التركيز العالي للشحنات على الكرة مجال كهربياً قوياً حولها. ونتيجة تسرب الشحنة خلال الغاز المحيط بالكرة تسبب في ظهور وهج وردي. (E.R.Degginer/H.Armstrong Roberts).

مثال 5.20 المجال الكهربي نتيجة شحنتين

وضعت شحنة مقدارها $q_1 = 7\ \mu C$ عند نقطة الأصل وشحنة أخرى $q_2 = -5\ \mu C$ على مسافة x على المحور السيني وتبعد 0.3 m من نقطة الأصل (شكل 13.20). أوجد المجال الكهربي عند النقطة P احداثياتها (0.4, 0) m.

الحل: أولاً: دعنا نحسب مقدار المجال الكهربي عند النقطة P نتيجة كل شحنة على حدها. المجالان $\mathbf{E}_1$ نتيجة الشحنة $7\ \mu C$ و $\mathbf{E}_2$ الناتج عن الشحنة $-5\ \mu C$ موضحان بالشكل 13.20 ومقدارهما هو:

$$E_1 = k_e\frac{|q_1|}{r_1^2} = \left(8.99 \times 10^9\ \frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right)\frac{(7.0 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0.40\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 3.9 \times 10^5\ \mathrm{N/C}$$

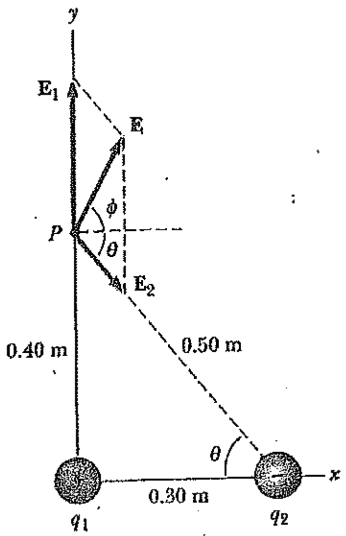
$$E_2 = k_e \frac{|q_2|}{r_2^2} = \left(8.99 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(5.0 \times 10^{-6}\ \text{C})}{(0.50\ \text{m})^2}$$
$$= 1.8 \times 10^5\ \text{N/C}$$

المتجه $\mathbf{E}_1$ له مركبة فقط في اتجاه المحور الصادي والمتجه $\mathbf{E}_2$ له مركبة في اتجاه المحور السيني مقدارها $E_2 \cos\theta = \frac{3}{5}E_2$ ومركبة في الاتجاه الصادي السالب تعطى بالقيمة $-E_2 \sin\theta = -\frac{4}{5}E_2$. حيث يمكننا التعبير عن المتجهات كالآتي:

$$\mathbf{E}_1 = 3.9 \times 10^5\,\mathbf{j}\ \text{N/C}$$
$$\mathbf{E}_2 = (1.1 \times 10^5\mathbf{i} - 1.4 \times 10^5\mathbf{j})\ \text{N/C}$$

ويكون المجال الكلي عند P هو المحصلة للمجالين $\mathbf{E}_1$ و $\mathbf{E}_2$:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = (1.1 \times 10^5\mathbf{i} + 2.5 \times 10^5\mathbf{j})\ \text{N/C}$$



شكل 13.20 : المجال الكهربي الكلي $\mathbf{E}$ عند النقطة P يساوي الجمع الاتجاهي $\mathbf{E}_1+\mathbf{E}_2$، حيث $\mathbf{E}_1$ هو المجال الناتج عن الشحنة الموجبة q_1 و $\mathbf{E}_2$ هو المجال الناتج عن الشحنة السالبة q_2.

من هذه النتيجة نجد أن $\mathbf{E}$ مقدارها 2.7×10^5 N/C ويصنع زاوية $\phi = 66^\circ$ مع الاتجاه السيني الموجب.

تمرين: أوجد القوى الكهربية المؤثرة على الشحنة 2×10^{-8} عند النقطة P.

الجواب: 5.4×10^{-3} N في نفس اتجاه $\mathbf{E}$.

مثال 6.20 المجال الكهربي لثنائي القطب

يعرف ثنائي القطب على أنه شحنة موجبة q وشحنة سالبة $-q$ تفصلهما مسافة صغيرة. ويوضح الشكل 14.20 ثنائي القطب، أوجد المجال الكهربي $\mathbf{E}$ عند النقطة P نتيجة الشحنات، حيث P على مسافة $y >> a$ من نقطة الأصل.

الحل: عند النقطة P المجالان الكهربيان $\mathbf{E}_1$، $\mathbf{E}_2$ نتيجة الشحنتين متساويان في المقدار لان P تقع على مسافات متساوية من الشحنتين. والمجال الكهربي $\mathbf{E}=\mathbf{E}_1+\mathbf{E}_2$، حيث:

$$\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = k_e \frac{q}{r^2} = k_e \frac{q}{y^2 + a^2}$$

المركبات الرأسية لكل من $\mathbf{E}_1$، $\mathbf{E}_2$ تلاشي بعضها البعض، والمركبات الأفقية متساوية لان كل منها تقع على المحور السيني. على ذلك، تكون المحصلة $\mathbf{E}$ موازية للمحور السيني ومقدارها يساوي $2E_1 \cos\theta$. ومن الشكل 14.20 نرى أن $\cos\theta = a/r = a/(y^2+a^2)^{1/2}$، لذلك:

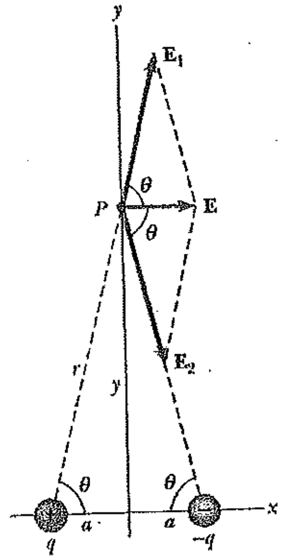
$$E = 2E_1 \cos\theta = 2k_e \frac{q}{(y^2 + a^2)} \frac{a}{(y^2 + a^2)^{1/2}}$$
$$= k_e \frac{2qa}{(y^2 + a^2)^{3/2}}$$

ولأن $y >> a$ يمكن أن نهمل a^2، فيكون المجال المحصل:

$$E \approx k_e \frac{2qa}{y^3}$$

على هذا نرى أنه على مسافة بعيدة من ثنائي القطب ولكن على المحور المنصف للخط الواصل بين الشحنتين، يتغير مقدار المجال الكهربي الناشئ عن ثنائي القطب مع $1/r^3$، بينما التغير البطئ للمجال الناشئ عن شحنتين نقطيتين يتغير تبعاً للمقدار $1/r^2$، (انظر المعادلة 4.20). ذلك لأنه عند النقط البعيدة تكون المجالات الناشئة عن شحنات متساوية المقدار ومختلفة الإشارة غالباً ما تلاشي بعضها البعض. وتغير E مع $1/r^3$ لثنائي القطب نحصل عليه أيضاً عند مسافة بعيدة علي المحور السيني (انظر المسألة 21) وبصورة عامة لأي نقط على مسافة كبيرة.

وثنائي القطب نموذج جيد لجزيئات عديدة، مثل حمض الهيدروكلوريد (HCL). وكما سنرى في الفصول التالية، أن الذرات المتعادلة والجزيئات تسلك مسلك ثنائي القطب عندما توضع في مجال كهربي خارجي. وأكثر من هذا، فالعديد من الجزيئات مثل (HCL) هي ثنائي قطب دائم. وسنناقش في الفصل 23 تأثير ثنائيات القطب هذه على سلوك المواد وبخاصة المجال الكهربي.



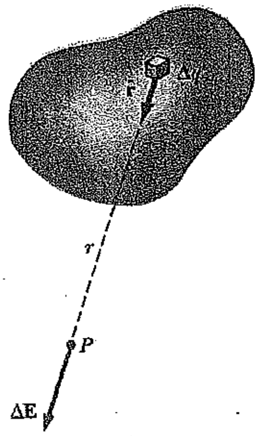
شكل 14.20 : المجال الكهربي الكلي **E** عند النقطة P الناشئ عن شحنتين متساويتين في المقدار ومختلفتين في الإشارة (ثنائي القطب) يساوي المجموع الاتجاهي $\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$. المجال $\mathbf{E}_1$ الناتج عن الشحنة الموجبة q والمجال $\mathbf{E}_2$ ناتج عن الشحنة السالبة $-q$.

5.20 المجال الكهربي لتوزيع شحني متصل

ELECTRIC FIELD OF A CONTINUOUS CHARGE DISTRIBUTION

تكون في الغالب المسافات بين الشحنات في مجموعة شحنية أقل كثيراً من المسافة بين المجموعة ونقطة الدراسة (على سبيل المثال، النقطة التي نود إيجاد المجال الكهربي عندها). في هذه الحالة، تكون الشحنات متجاورة جداً أو متصلة. ونظام الشحنات الذي تقترب فيه الشحنات جداً من بعضها يكون مكافئاً لشحنة كلية متصلة موزعة خلال خط أو على سطح ما أو خلال حجم ما.

ولاستنتاج المجال الكهربي الناشئ عن توزيع شحني متصل، نتبع الخطوات التالية؛ أولاً: نقسم التوزيع الشحني إلى أجزاء صغيرة كل منها يحتوي على شحنة صغيرة Δq كما هو موضح بالشكل 15.20 ثم نستخدم المعادلة 4.20 لحساب المجال الكهربي الناشئ عن أحد هذه العناصر عند النقطة P. أخيراً نحسب المجال الكهربي الكلي عند P الناشئ عن التوزيع الشحني بتجميع مساهمات كل عناصر الشحنة (وذلك بتطبيق مبدأ التجميع Superposition).



شكل 15.20 : المجال الكهربي عند P الناشئ عن توزيع شحني متصل هو المجموع الاتجاهي للمجالات **ΔE** الناشئ عن كل العناصر Δq للتوزيع الشحني.

المجال الكهربي عند P الناشئ عن عنصر يحمل شحنة Δq هو:

$$\Delta \mathbf{E} = k_e \frac{\Delta q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

حيث r هي المسافة من العنصر إلى النقطة P و $\hat{\mathbf{r}}$ هو متجه الوحدة واتجاهه من عنصر الشحنة إلى النقطة P. ويكون المجال الكهربي الكلي عند P الناشئ عن كل العناصر في التوزيع الشحني هو :

$$\mathbf{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i$$

يشير i إلى العنصر رقم i في التوزيع. ولأن التوزيع الشحني يكون تقريباً متصل، فإن المجال الكلي عند P في النهاية $\Delta q_i \to 0$ هو:

المجال الكهربي لتوزيع شحني متصل $$\mathbf{E} = k_e \lim_{\Delta q_i \to 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \qquad (6.20)$$

حيث يكون التكامل على جميع التوزيع الشحني. وهذه عملية اتجاهية يجب معاملتها على نحو مناسب.

وقد أوضحنا مثل هذه الحسابات بأمثلة عديدة وافترضنا فيها أن الشحنة موزعة بانتظام على خط، أو على سطح أو خلال حجم. ومن الملائم عند إجراء مثل هذه الحسابات، استخدام مبدأ الكثافة الشحنية مع التعبيرات الآتية:

- إذا كانت الشحنة Q موزعة بانتظام خلال الحجم V، تعرف **الكثافة الشحنية الحجمية** ρ كالآتي:

$$\rho \equiv \frac{Q}{V}$$

حيث ρ يعبر عنها بوحدات الكولوم لكل متر مكعب (C/m^3).

- إذا كانت الشحنة Q موزعة بانتظام على المساحة A، فإن **الكثافة الشحنية السطحية** σ (الحرف اليوناني الصغير سيجما) تعرف كالآتي:

$$\sigma \equiv \frac{Q}{A}$$

حيث σ يعبر عنها بوحدات كولوم لكل متر مربع (C/m^2).

- إذا كانت الشحنة Q موزعة بانتظام على خط طوله ℓ، فإن **الكثافة الشحنية الطولية** λ هي:

$$\lambda \equiv \frac{Q}{\ell}$$

حيث λ يعبر عنها بوحدات كولوم لكل متر (C/m).

- إذا كانت الشحنة موزعة بشكل غير منتظم على حجم أو سطح أو خط، يجب أن تعبر عن كثافات الشحنة كالآتي:

$$\rho \equiv \frac{dQ}{dV} \quad ; \quad \sigma \equiv \frac{dQ}{dA} \quad ; \quad \lambda \equiv \frac{dQ}{d\ell}$$

حيث dQ هي قيمة الشحنة في حجم صغير أو سطح صغير أو عنصر طول.

مثال 7.20 المجال الكهربي الناشئ عن قضيب مشحون

قضيب طوله ℓ عليه شحنة طولية متجانسة λ لوحدة الأطوال وشحنة كلية Q. احسب المجال الكهربي عند نقطة P التي تقع على المحور الطولي للقضيب وعلى بعد a من إحدى نهايتيه (شكل 16.20).

الحل: دعنا نتصور أن القضيب موضوع على محور السينات وأن dx هو طول جزء صغير منه وأن dq هي شحنة ذلك الجزء. لأن القضيب عليه شحنة لوحدة الأطوال كثافتها λ، فإن الشحنة dq على هذا الجزء الصغير هي $dq=\lambda\, dx$.

المجال الكهربي $d\mathbf{E}$ الناشئ عن هذا الجزء عند P يكون على المحور السيني السالب (لان مصدر المجال يحمل شحنة موجبة Q) ومقداره

$$dE = k_e\frac{dq}{x^2} = k_e\lambda\frac{dx}{x^2}$$

ولأن كل عنصر آخر يُنتج مجالاً في الاتجاه السيني السالب فإن مشكلة جمع مساهماتها سهلة في هذه الحالة. والمجال الكلي عند P الناشئ عن كل أجزاء القضيب والتي تقع على مسافات مختلفة من النقطة P، تعطى بالمعادلة 6.20 والتي تصبح في هذه الحالة[3]:

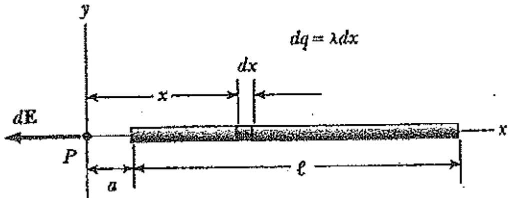
$$E = \int_a^{\ell+a} k_e\lambda\frac{dx}{x^2}$$

حيث تكون حدود التكامل ممتدة من إحدى نهايتي القضيب ($x=a$) إلى النهاية الأخرى ($x=\ell+a$). والثوابت K_e و λ يمكن إزالتها من التكامل ليكون المجال:

$$E = k_e\lambda\int_a^{\ell+a}\frac{dx}{x^2} = k_e\lambda\left[-\frac{1}{x}\right]_a^{\ell+a}$$

$$= k_e\lambda\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\ell+a}\right) = \frac{k_eQ}{a(\ell+a)}$$

حيث استخدمت الحقيقة ($Q=\lambda\ell$).



شكل (16.20) : المجال الكهربي عند نقطة P نتيجة شحنة منتظمة على ساق يقع على محور السينات. شدة المجال عند P نتيجة جزء منه شحنته dq هي K_edq/x^2. المجال الكهربي الكلي عند P هو المجموع الاتجاهي على كل أجزاء الساق.

إذا كانت P بعيدة عن القضيب ($a \gg \ell$) وحيث ℓ في المقام يمكن إهمالها، فتكون ($E \approx K_eQ/a^2$).

وهذه هي الصيغة التي نتوقعها لشحنة نقطية. وعند قيمة كبيرة للمقدار (a/ℓ) يبدو التوزيع الشحني وكانه شحنة نقطية مقدارها Q. واستخدام النهايات حيث ($a/\ell \to \infty$) هي غالباً طريقة جيدة لإختبار الصيغة الرياضية.

(3) من الضروري فهم كيفية حل مثل هذا التكامل. أولا: عبر عن عنصر الشحنة dq بدلالة المتغيرات الأخرى في التكامل (في هذا المثال، يوجد متغير واحد هو x وعليه أجرينا التبديل $dq=\lambda\, dx$). يجب أن يكون التكامل على كميات قياسية، لهذا يجب التعبير عن المجال الكهربي بدلالة المركبات كما تقتضي الضرورة. (في هذا المثال نجد أن المجال له مركبة فقط في اتجاه x، ولهذا لن نخوض في تفاصيل مزعجة). بعد ذلك اختصر تعبيرك الرياضي إلى تكامل في متغير واحد (أو عدة تكاملات كل منها في متغير واحد)، في الأمثلة التي تحتوى على تماثل كرى أو اسطواني، يكون المتغير الواحد في اتجاه القطر.

مثال 8.20 المجال الكهربي لشحنة منتظمة على شكل حلقة

حلقة نصف قطرها (a) تحمل شحنة موزعة بانتظام مقدارها Q. احسب المجال الكهربي نتيجة الحلقة عند نقطة P تقع على مسافة x من مركزها على المحور المركزي العمودي على مستوى الحلقة (شكل 17.20 a).

الحل: مقدار المجال الكهربي الناشئ من عنصر شحنته dq عند P هو:

$$dE = k_e \frac{dq}{r^2}$$

هذا المجال له مركبة في اتجاه المحور السيني (x) مقدارها: $dE_x = dE \cos\theta$ في اتجاه المحور ومركبة $dE_\perp$ عمودية على هذا المحور. كما نرى في شكل 17.20 b، على أي حال، المجال المحصل عند P يجب أن يقع خلال المحور x لأن المركبات المتعامدة لكل عناصر الشحنة المختلفة مجموعها الجبري يساوي صفر.

على ذلك، المركبة العمودية للمجال الناشئ عن أي عنصر شحنته تتلاشى بالمركبة العمودية الناشئة عن عنصر على الجانب العكسي للحلقة. ولأن $r = (x^2+a^2)^{1/2}$ و $\cos\theta = x/r$ نجد أن:

$$dE_x = dE\cos\theta = \left(k_e \frac{dq}{r^2}\right)\frac{x}{r} = \frac{k_e x}{(x^2+a^2)^{3/2}}dq$$

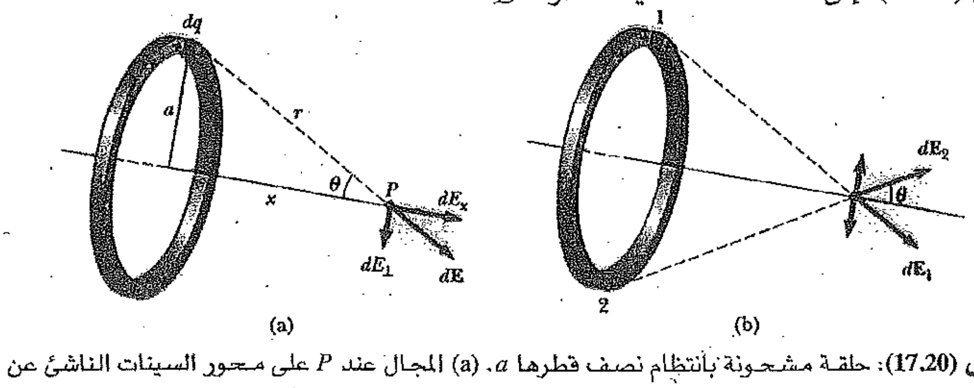
كل العناصر للحلقة تشارك بنفس المقدار في المجال عند النقطة P لأنها جميعا متساوية البعد عند هذه النقطة. وعلى ذلك يمكننا إجراء التكامل للحصول على المجال الكلي عند P:

$$E_x = \int \frac{k_e x}{(x^2+a^2)^{3/2}}dq = \frac{k_e x}{(x^2+a^2)^{3/2}}\int dq$$

$$= \frac{k_e x}{(x^2+a^2)^{3/2}}Q$$

هذه النتيجة توضح أن المجال الكهربي يكون صفراً عند $x = 0$. هل هذا يسبب دهشتك؟

تمرين: بين أنه على مسافة كبيرة من الحلقة $(x >> a)$ يؤول المجال الكهربي على المحور والموضح بالشكل (17.20) إلى حالة شحنة نقطية مقدارها Q.



شكل (17.20): حلقة مشحونة بانتظام نصف قطرها a. (a) المجال عند P على محور السينات الناشئ عن عنصر الشحنة dp. (b) المجال الكهربي الكلي عند P يكون في اتجاه المحور السيني (x). المركبة العمودية للمجال عند P نتيجة العنصر 1 تتلاشى بالمركبة العمودية الناشئة عن العنصر 2 .

مثال 9.20 المجال الكهربي لقرص منتظم الشحنة

قرص نصف قطره R كثافة الشحنة على سطحه هي σ. احسب المجال الكهربي عند نقطة P تقع على المحور العمودي المار بمركز القرص وعلى مسافة x من مركز القرص (شكل 18.20).

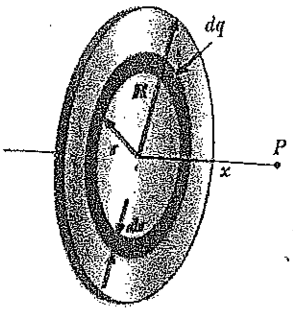
الحل: إذا اعتبرنا القرص عبارة عن مجموعة من الحلقات المتحدة المركز، يمكن استخدام النتيجة التي حصلنا عليها في المثال (8.20)، والتي تعطي المجال الناشئ عن حلقة نصف قطرها r ثم نجمع مشاركات كل الحلقات المكونة للقرص. بالمثل، المجال عند نقطة محورية يجب أن يكون على المحور المركزي.

الحلقة التي نصف قطرها r وعرضها dr موضحة بالشكل (18.20) مساحة سطحها تساوي $2\pi rd\,r$. الشحنة dq على هذه الحلقة تساوي مساحة سطح الحلقة مضروبة في كثافة الشحنة السطحية: $dq= 2\pi\sigma r\ dr$. وباستخدام هذه النتيجة في المعادلة التي تعطي E_x في المثال (8.20) (مع استبدال a بالقيمة r) يكون المجال الناشئ عن الحلقة هو:

$$dE = \frac{k_e x}{(x^2+r^2)^{3/2}}(2\pi\sigma r\ dr)$$

للحصول على المجال الكلي عند P، نكامل هذه الصيغة الرياضية على النهايات من $r=0$ إلى $r=R$ مع ملاحظة أن x ثابتة. وهذا يعطي:

$$E = k_e x\pi\sigma\int_0^R \frac{2r\ dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$
$$= k_e x\pi\sigma\int_0^R (x^2+r^2)^{-3/2}\ d(r^2)$$
$$= k_e x\pi\sigma\left[\frac{(x^2+r^2)^{-1/2}}{-1/2}\right]_0^R$$
$$= 2\pi k_e\sigma\left(\frac{x}{|x|}-\frac{x}{(x^2+R^2)^{1/2}}\right)$$



شكل (18.20): قرص مشحون بانتظام نصف قطره R. المجال الكهربي عند نقطة P على المحور المركزي عمودية على مستوى القرص.

هذه النتيجة صالحة لكل قيم x. ويمكننا حساب المجال بالقرب من القرص على المحور إذا تصورنا أن $x \ll R$، وفي هذه الحال تؤول الصيغة بين الأقواس إلى الوحدة:

$$E \approx 2\pi k_e\sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

حيث $\varepsilon_0 = 1/(4\pi K_e)$ هي سماحية الفراغ. كما سنجد في الفصل التالي، سنحصل على نفس النتيجة للمجال الناشئ عن شريحة لانهائية مشحونة بانتظام.

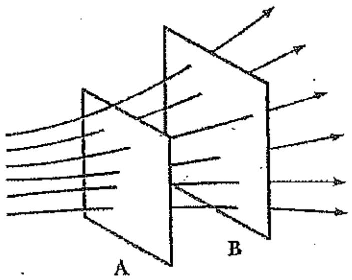
6.20 خطوط المجال الكهربي ELECTRIC FIELD LINES

5.11 رسم خطوط تأخذ نفس اتجاه متجه المجال الكهربي عند أي نقطة هي الطريقة الملائمة لتصور شكل المجال الكهربي. هذه الخطوط تسمى خطوط المجال الكهربي، وهي ترتبط بالمجال الكهربي في أي نطاق في الفراغ كالآتي:

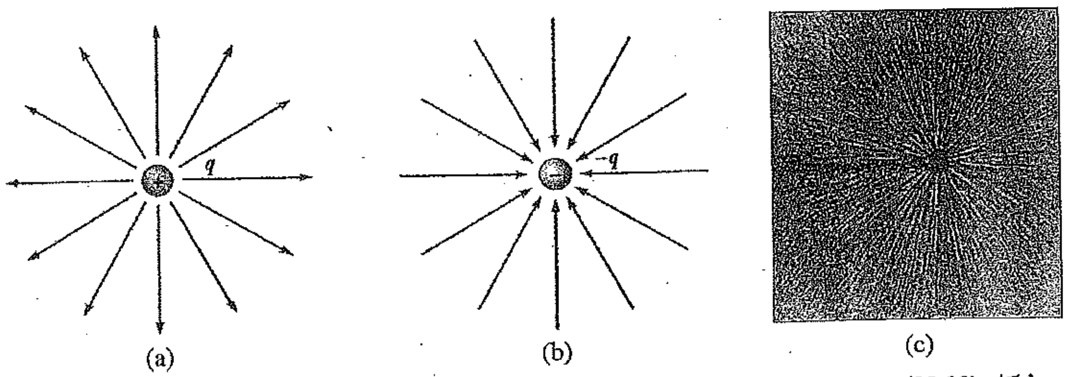
- متجه المجال الكهربي E يمس خط المجال الكهربي عند أي نقطة.
- عدد الخطوط في وحدة المساحات على السطح العمودي على هذه الخطوط يتناسب مع مقدار المجال الكهربي في هذه المنطقة. وعلى ذلك، تكون E كبيرة عندما تكون خطوط المجال قريبة من بعضها وتكون صغيرة عندما تكون خطوط المجال متباعدة عن بعضها.

هذه الخصائص موضحة بالشكل (19.20). كثافة الخطوط خلال السطح A اكبر من كثافة الخطوط خلال السطح B، وعلى ذلك، يكون المجال الكهربي اكبر كثافة على السطح A عنه على السطح B والأكثر من ذلك، حقيقة أن الخطوط عند نقاط مختلفة المواقع تكون في اتجاهات مختلفة توضح أن المجال غير منتظم.

تمثيل لخطوط مجال كهربي لمجال ناشئ عن شحنة نقطية موجبة مفردة موضحة بالشكل (20.20a). لاحظ انه في هذا الرسم ثنائي البعد وضحنا فقط خطوط المجال التي تقع في المستوى المحتوي للشحنة. تتجه الخطوط في الواقع قطرياً من الشحنة للخارج في جميع الاتجاهات، وعلى ذلك، بدلاً من الخطوط التي على شكل مسطح (إطار Wheel) سنجد الصورة عبارة عن كرة خطوط. ولأن شحنة الاختبار الموجبة الموضوعة في هذا المجال سوف تنفر بتأثير الشحنة النقطية الموجبة، ستتجه الخطوط قطرياً (عموديا) Radially مبتعدة عن الشحنة النقطية الموجبة.



شكل (19.20) : خطوط المجال الكهربي النافذة من سطحين: مقدار المجال على السطح A أكبر منه عن السطح B.



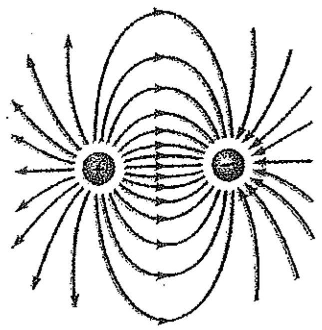
شكل (20.20): خطوط المجال الكهربي لشحنة عبارة عن نقطة. (a) لشحنة موجبة، تتجه الخطوط قطرياً للخارج. (b) لشحنة سالبة تتجه خطوط المجال قطرياً للداخل. لاحظ أن الأشكال توضح خطوط المجال التي تقع في المستوى المحتوي للشحنة فقط. (c) المناطق المظلمة قطع صغيرة من الخيوط (Thread) معلقة في الزيت، والتي رتبت بمجال ناتج عن شحنة صغيرة من موصل في المركز. (c، بواسطة هارولد م. واجي جامعة برنس تاون).

خطوط المجال الكهربي التي تمثل المجال الناشئ عن شحنة نقطية سالبة مفردة تتجه للشحنة الشكل (20.20b). في كلا الحالتين تكون الخطوط في اتجاه نصف القطر وتمتد إلى اللانهاية. لاحظ أن الخطوط تقترب من بعضها عندما تصل إلى الشحنة، وهذا يشير إلى أن شدة المجال تتزايد عندما نتحرك في اتجاه مصدر الشحنة.

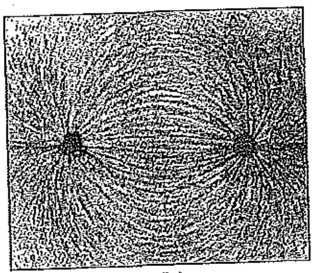
القواعد المتبعة لرسم خطوط المجال الكهربي:

- يجب أن تبدأ الخطوط من شحنة موجبة وتنتهي عند الشحنة السالبة.
- عدد الخطوط التاركة لشحنة موجبة أو الواصلة لشحنة سالبة يتناسب مع مقدار الشحنة.
- لايتقاطع خطان من خطوط المجال.

هل هذا التصور للمجال الكهربي بدلالة خطوط المجال يتفق مع المعادلة 4.20، وهي الصيغة التي حصلنا عليها للمجال باستخدام قانون كولوم؟ للإجابة عن هذا السؤال افترض سطحاً كروياً افتراضياً نصف قطره r متحد المركز مع شحنة نقطية، من التماثل، نجد أن مقدار المجال الكهربي متساوي عند أي نقطة على سطح الكرة. عدد الخطوط N الذي يخرج من الشحنة يساوي عدد الخطوط النافذة من السطح الكروي. وعلى ذلك، يكون عدد الخطوط لوحدة المساحة على السطح الكروي هو $N/4\pi r^2$. (حيث مساحة سطح الكرة هي $4\pi r^2$). ولأن E تتناسب مع عدد الخطوط في وحدة المساحة نجد أن E تتغير مع $1/r^2$ وهذا يتفق مع المعادلة 4.20.



(a)



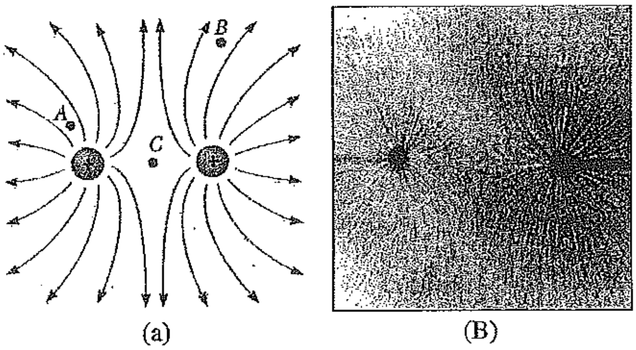
(b)

شكل (21.20): (a) خطوط المجال الكهربي لشحنتين نقطيتين متساويتي المقدار ومختلفتي الإشارة (ثنائي القطب الكهربي). لاحظ أن عدد الخطوط التي تترك الشحنة الموجبة يساوي عدد الخطوط الواصلة المنتهية بالشحنة السالبة. (b) أخذت الصورة باستخدام برادة حديد معلقة في زيت والتي تترتب تبعاً للمجال. (أخذت بتصريح من Harold M.Waage Princeton University).

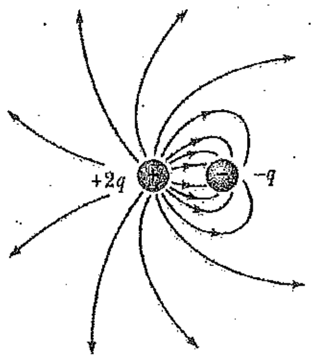
كما رأينا استخدمنا خطوط المجال الكهربي للوصف النوعي (qualitatively) للمجال الكهربي. والمشكلة في هذه الطريقة هي أننا عادة نرسم عدداً محدداً من الخطوط من (أو إلى) كل شحنة، وعلى ذلك، يبدو هذا وكأن المجال يعمل فقط في اتجاه معين، وهذا غير صحيح. وفي المقابل، المجال متصل وموجود عند كل نقطة. مشكلة أخرى ترتبط بهذا النمط (أو النموذج) وهي خطورة الحصول على انطباع خاطئ من رسم خطوط المجال في بعدين بدلاً من وصفة في حالة الثلاث أبعاد. ويجب مراعاة هذا النقص كل مرة ترسم فيها أو تنظر إلى الرسم الموضح لخطوط المجال الكهربي.

نختار عدد خطوط المجال بدءاً من أي جسيم شحنته موجبة لتكون $C'q$ وعدد الخطوط التي تنتهي على أي جسيم شحنته سالبة لتكون $C'|q|$. حيث C' ثابت تناسب اختياري. وبمجرد اختيار C' يكون عدد الخطوط ثابتا. على سبيل المثال، إذا كانت شحنة الجسيم 1 هي Q_1 والجسيم 2 شحنته Q_2، إذن النسبة بين عدد الخطوط هي $N_2/N_1 = Q_2/Q_1$.

عدد خطوط المجال لشحنتين نقطيتين متساويتا المقدار ولكن مختلفتي الإشارة، (ثنائي القطب الكهربي) موضحة في الشكل (21.20). لأن الشحنات متساوية المقدار، يكون عدد الخطوط الذي يبدأ عند الشحنة الموجبة يساوي العدد المنتهي عند الشحنة السالبة، عند النقاط القريبة جداً من الشحنات تكون الخطوط تقريباً قطرية (Radial) أو عمودية.



شكل 22.20: (a) خطوط المجال الكهربي لشحنتين نقطيتين موجبتين (المواقع A, B, C نوقشت في الاختبار السريع 5.20) (b) قطع من الخيوط معلقة في زيت، وهي ترتب في اتجاه المجال الناشئ عن شحنتين موجبتين متساويتي المقدار. (صورة بإذن من Princeton Harold M Waage University).



شكل 23.20: خطوط المجال الكهربي لشحنة نقطية $+2q$ وشحنة $-q$. لاحظ أن الخطين يخرجان من $+2q$ لكل خط ينتهي على الشحنة $-q$.

الكثافة العالية للخطوط بين الشحنات تشير إلى منطقة شديدة المجال الكهربي. شكل (22.20) يوضح خطوط المجال بجوار شحنتين نقطيتين موجبتين متساويتين. مرة أخرى، الخطوط تكون تقريباً قطرية عند النقاط القريبة جداً لكل من الشحنتين ونفس العدد من الخطوط يخرج من كل شحنة لأن الشحنتين متساويتان في المقدار. وعلى مسافات كبيرة من الشحنات، يكون المجال تقريباً مساوياً لمجال ناشئ عن شحنة واحدة قيمتها $2q$.

وأخيراً، في الشكل 23.20 رسم تخطيطي لخطوط المجال الكهربي المصاحب لشحنة موجبة $+2q$ وشحنة سالبة $-q$ في هذه الحالة عدد الخطوط الخارجة من الشحنة $+2q$ يساوي ضعف عدد الخطوط المنتهي بالشحنة أذن فقط نصف عدد الخطوط الخارجة من الشحنة الموجبة يصل إلى الشحنة السالبة. والنصف الباقي يبتعد عن الشحنة السالبة. نتصور إنه قد انتهى في مالا نهاية. وعلى مسافات أكبر كثيراً من المسافة التي تفصل بين الشحنتين، تكون خطوط المجال الكهربي مكافئة لتلك الناتجة عن شحنة مفردة $+q$.

اختبار سريع 5.20

رتب مقادير المجال الكهربي عند النقاط A, B, C الموضحة بالشكل 22.20 a (أكبر المقادير أولاً).

7.20 حركة جسيمات مشحونة في مجال كهربي منتظم

MOTION OF CHARGED PARTICLES IN A UNIFORM ELECTRIC FEILD

عندما نضع جسيم شحنته q وكتلته m في مجال كهربي $\mathbf{E}$، تكون القوة الكهربية المبذولة على الشحنة هي $q\mathbf{E}$. إذا كانت هذه هي القوة الوحيدة المبذولة على الجسيم تكون هي القوة الكلية ولذلك يجب أن تجعله يسير بعجلة (بتسارع). في هذه الحالة، بتطبيق قانون نيوتن Newton الثاني على الجسيم:

$$\mathbf{F}_e = q\mathbf{E} = m\mathbf{a}$$

وعلى ذلك تكون عجلة الجسيم:

$$\mathbf{a} = \frac{q\mathbf{E}}{m} \qquad (7.20)$$

إذا كان المجال $\mathbf{E}$ منتظماً (أي انه ثابت المقدار والاتجاه)، تكون العجلة ثابتة. وإذا كان الجسيم موجب الشحنة، تكون عجلته في اتجاه المجال الكهربي. وإذا كان الجسيم شحنته سالبة، تكون العجلة في عكس اتجاه المجال.

مثال 10.20 تسارع شحنة موجبة

شحنة نقطية موجبة q كتلتها m انطلقت من السكون في مجال كهربي $\mathbf{E}$ يتجه عبر محور السينات، كما هو موضح في الشكل 24.20، صف حركتها.

الحل: تكون العجلة ثابتة وتعطى بالعلاقة $q\mathbf{E}/m$. وتكون الحركة خطية بسيطة على محور السينات. لهذا، يمكن تطبيق معادلات الحركة في اتجاه واحد (انظر الفصل 2):

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$$

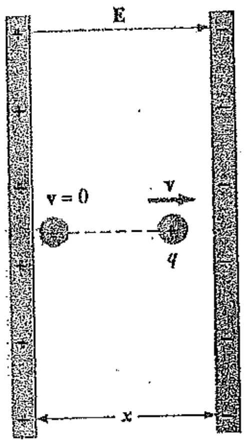
$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$$

وبأخذ $x_i = 0$ و $v_{xi} = 0$ نحصل على:

$$x_f = \tfrac{1}{2}a_x t^2 = \frac{qE}{2m}\,t^2$$

$$v_{xf} = a_x t = \frac{qE}{m}\,t$$

$$v_{xf}^2 = 2a_x x_f = \left(\frac{2qE}{m}\right)x_f$$



شكل 24.20: نقطة موجبة الشحنة q في مجال كهربي منتظم $\mathbf{E}$ تخضع لعجلة ثابتة في اتجاه المجال.

طاقة الحركة للشحنة بعد أن تتحرك مسافة $x = x_f - x_i$ هي:

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}m\left(\frac{2qE}{m}\right)x = qEx$$

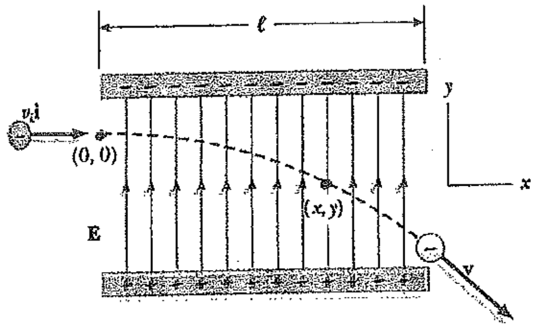
يمكن أن نحصل أيضاً على هذه النتيجة من نظرية الشغل والحركة لأن الشغل المبذول بالقوى الكهربية هو $F_e x = qEx$ و $W = \Delta k$.

المجال الكهربي في المنطقة بين لوحين معدنيين مستويين ومشحونين بشحنتين مختلفتين يكون تقريباً منتظماً (شكل 25.20). افترض أن إلكترون شحنته $-e$ قذف أفقياً في هذا المجال بسرعة ابتدائية $v_i\mathbf{i}$. ولأن المجال الكهربي $\mathbf{E}$ في الشكل 25.20 يكون في الاتجاه الموجب لمحور y، تكون عجلة الإلكترون في الاتجاه السالب للمحور y. أي أن:

$$\mathbf{a} = -\frac{eE}{m}\mathbf{j} \qquad (8.20)$$

لأن العجلة ثابتة، يمكننا تطبيق معادلات الحركة في اتجاهين (انظر الفصل 4)، مع اعتبار $v_{xi} = v_i$ و $v_{yi} = 0$. بعد أن يكون الإلكترون قد قطع زمناً t في المجال، تكون مركبات سرعته هي

$$v_x = v_i = \text{constant} \qquad (9.20)$$



شكل 25.20: قذف إلكترون أفقياً في مجال كهربي منتظم ناتج عن لوحين مشحونين. يخضع الإلكترون لعجلة في الاتجاه الأسفل (عكس E) ويكون مساره قطعاً مكافيء بينما يكون بين اللوحين.

$$v_y = a_y t = -\frac{eE}{m}t \qquad (10.20)$$

وأحداثياته بعد زمن t في المجال هي:

$$x = v_i t \qquad (11.20)$$

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m}t^2 \qquad (12.20)$$

وبالتعويض عن المقدار $t = x/v_i$ من المعادلة 11.20 في المعادلة 12.20 نجد أن y تتناسب مع x^2. أى أن مسار القذيفة هو قطع مكافيء. بعد أن يترك الإلكترون المجال يستمر في الحركة في خط مستقيم في اتجاه v (شكل 25.20)، خاضعاً لقانون نيوتن الأول بسرعة $v>v_i$. لاحظ أننا أهملنا قوة الجاذبية الأرضية المؤثرة على الإلكترون. وهذا تقريب جيد عند التعامل مع الأجسام الذرية. ولمجال كهربي قيمته 10^4 N/C، النسبة بين مقدار القوة الكهربية eE إلى مقدار قوة الجاذبية mg يكون في حدود 10^{14} للإلكترون وفي حدود 10^{11} للبروتون.

مثال 11.20 تسارع إلكترون

دخل إلكترون في منطقة مجال كهربي منتظم كما في الشكل 25.20 بسرعة $v_i = 3 \times 10^6$ m/s وكان $E = 200$ N/C. والطول الأفقي للألواح هو $\ell = 0.1$ m. (a) أوجد عجلة الإلكترون أثناء وجوده في المجال الكهربي.

الحل: شحنة الإلكترون قيمتها المطلقة هي 1.6×10^{-19}C وكتلته $m = 9.11 \times 10^{-13}$ kg. وعلى ذلك، تعطي المعادلة 8.20 :

$$\mathbf{a} = -\frac{eE}{m}\mathbf{j} = -\frac{(1.60\times10^{-19}\,\mathrm{C})\,(200\,\mathrm{N/C})}{9.11\times10^{-31}\,\mathrm{kg}}\mathbf{j}$$

$$= -3.51 \times 10^{13}\,\mathbf{j}\,\mathrm{m/s^2}$$

(b) أوجد الزمن الذي يأخذه الإلكترون للمرور خلال المجال.

الحل: المسافة الأفقية خلال المجال هي $\ell = 0.1$ m مع $x = \ell$ نجد أن الزمن المستغرق داخل المجال هو:

$$t = \frac{\ell}{v_i} = \frac{0.100\,\mathrm{m}}{3.00\times10^6\,\mathrm{m/s}} = 3.33\times10^{-8}\mathrm{s}$$

(c) ما هي الإزاحة الرأسية y للإلكترون أثناء مروره في المجال؟

الحل: باستخدام المعادلة 20.12 والنتائج من الأجزاء (a), (b) نجد أن:

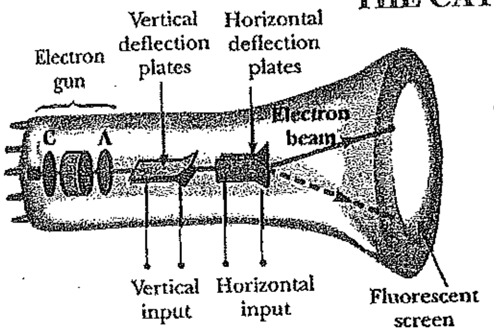
$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2}(-3.51\times10^{13}\ \text{m/s}^2)(3.33\times10^{-8}\ \text{s})^2$$
$$= -0.0195\ \text{m} = -1.95\ \text{cm}$$

إذا كانت المسافة بين اللوحين أقل من هذه النتيجة، سيتصادم الإلكترون باللوح الموجب.

تمرين: احسب سرعة الإلكترون لحظة خروجه من المجال. (الجواب 3.22×10^6 m/s)

8.20 انبوبة أشعة الكاثود THE CATHODE RAY TUBE

المثال السابق يصف جزءاً من أنبوبة أشعة الكاثود (CRT). هذه الأنبوبة، مبينة في الشكل 26.20، وهي شهيرة الاستخدام للحصول على عرض مرئي للمعلومات الإلكترونية في عارض الذبذبات (أوسلوسكوب Oscilloscope)، نظم الرادار ومستقبل التليفزيون وشاشات الحاسب الآلي.



شكل 26.20: رسم توضيحي لأنبوبة أشعة الكاثود. تترك الإلكترونات الكاثود الساخن C معجلة للأنود A. بالإضافة لهذه الإلكترونات يعمل قاذف الإلكترونات على تجميع حزمة الإلكترونات بينما تقوم الألواح بحرف الشعاع.

وأنبوبة أشعة الكاثود (CRT) هي أنبوبة تفريغ يتم فيها تعجيل حزمة إلكترونات وحرفها تحت تأثير مجالات كهربية أو مغناطيسية. ويتم إنتاج الحزمة الإلكترونية بمجموعة تسمى بندقية إلكترونات أو (قاذف إلكترونات Electron Gun). تقع عند عنق الأنبوبة. هذه الإلكترونات، إذا تركت بدون تدخل تمر في مسار خط مستقيم حتى تصطدم بمقدمة أنبوبة أشعة الكاثود (CRT)، "الشاشة" التي تم طلاؤها بمادة تشع ضوءاً مرئياً إذا قذفت بإلكترون.

في عارض الذبذبات (Oscilloscope) تنحرف الإلكترونات في اتجاهات مختلفة بواسطة مجموعتين من الألواح موضوعتين متعامدتين على بعضهما البعض في عنق الأنبوبة. (أنبوبة التليفزيون CRT تقود الشعاع بواسطة مجال مغناطيسي، كالمناقشة في الفصل 27). تستخدم دائرة كهربية خارجية للتحكم في كمية الشحنة الموجودة على الألواح. وذلك بوضع شحنة موجبة على أحد الألواح الأفقية وشحنة سالبة على اللوح الآخر فيتولد مجالاً كهربياً بين اللوحين ويسمح للشعاع بالتوجيه من جانب لآخر. وتعمل الألواح الرأسية الحارفة بنفس الطريقة. فيما عدا أن تغير الشحنة عليها تحرف شعاع الإلكترونات رأسياً.

ملخص SUMMARY

الشحنات الكهربية لها الخصائص الهامة التالية:

- الشحنات المختلفة تجذب كل منهما الأخرى، والشحنات المتشابهة تنافر بعضها البعض.
- الشحنة باقية (محفوظة).
- الشحنة تكون مكماه (غير متصلة)، أي تكون في مجموعات محددة أي أنها تكون عدداً صحيحاً مضروباً في شحنة الإلكترون.

صورة محيرة

تمسك السيدة بيدها كرة مشحونة يصل الجهد الكهربي لها حوالي 100000 V وتسمى الآلة التي تنتج هذا الجهد الكهربي العالي بمولد فان دي جراف Van de Graaff . ما السبب في وقوف شعر السيدة عند نهايته كأشواك شعر القنفذ؟ ولماذا هي آمنة في هذا الموقف بينما في الحقيقة 110 V يمكن أن تقتلك؟

(Henny Leap and Jim Lehman)

الفصل الثاني والعشرون 22

الجهد الكهربي
Electric Potential

ويتضمن هذا الفصل :

تم استخدام مبدأ طاقة الوضع في الفصل الثامن عند الحديث عن بقاء القوى وقوى الجذب والقوى المرنة الناشئة عن زنبرك. باستخدام مبدأ بقاء الطاقة، استطعنا أن نتحاشى التعامل المباشر مع القوى عند حل المسائل المختلفة في الميكانيكا. في هذا الفصل نرى أن طاقة الوضع لها أهمية عظمى في دراسة الكهربية. لأن القوى الكهرستاتيكية المعطاة بقانون كولوم لها خاصية الحفظ، فإن الظواهر الكهرستاتيكية يمكن وصفها بكفاءة بدلالة طاقة الوضع الكهربي. وهذه الفكرة تمكننا من تعريف مقدار قياسي يسمى "الجهد الكهربي". لأن الجهد الكهربي عند أي نقطة في المجال الكهربي هي دالة قياسية، فإنه يمكننا استخدامه لوصف الظواهر الكهروستاتيكية بطريقة أكثر سهولة من تلك التي تستخدم فيها فقط مبدأ المجال الكهربي والقوى الكهربية. وفي فصول تالية سنرى أن مبدأ الجهد الكهربي له أهمية عملية عظيمة.

1.22 فرق الجهد والجهد الكهربي POTENTIAL DIFFERENCE AND ELECTRIC POTENTIAL

11.8 عند وضع شحنة اختبار q_0 في مجال كهربي $\mathbf{E}$ ناشئ عن بعض الأجسام المشحونة، تكون القوة الكهربية المؤثرة على شحنة الاختبار هي $q_0\mathbf{E}$. (إذا كان المجال ناتجاً عن اكثر من جسم مشحون، فإن هذه القوة المؤثرة على شحنة الاختبار تمثل المحصلة الاتجاهية للقوى التي تؤثر عليها من الشحنات المختلفة الأخرى المنفردة) وتكون القوة $q_0\mathbf{E}$ محفوظة Conservative لأن القوى المفردة المعطاة بقانون كولوم وصفت بأنها محفوظة. عندما تتحرك شحنة الاختبار في المجال الكهربي بتأثير عامل خارجي، فإن الشغل المبذول بواسطة المجال على الشحنة يساوي الشغل المبذول بواسطة العامل الخارجي المسبب للإزاحة. فإذا افترضنا إزاحة متناهية الصغر ds، يكون الشغل المبذول نتيجة المجال الكهربي على الشحنة هو $\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}= q_0\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$. وبينما يبذل هذا القدر من الشغل نتيجة المجال، تقل طاقة الوضع الكهربي للمنظومة المكونة من الشحنة والمجال بمقدار $dU = -q_0\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$ فإذا كانت إزاحة الشحنة من نقطة A إلى نقطة B محدودة، يكون التغير في طاقة الوضع للمنظومة $\Delta U = U_B - U_A$ حيث

التغير في طاقة الوضع

$$\Delta U = -q_0 \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \qquad (1.22)$$

ويتم إجراء التكامل على المسار الذي تسلكه الشحنة q_0 عند انتقالها من النقطة A إلى النقطة B، ويسمى التكامل إما تكامل على المسار Path Integral أو تكامل خطي Line Integral (المصطلحان مترادفان). ولأن القوة $q_0\mathbf{E}$ محفوظة، **فان هذا التكامل الخطي لا يعتمد على المسار عبر النقطتين A و B.**

اختبار سريع 1.22

إذا كان المسار بين A و B لايسبب أي تغير في المعادلة 1.22، لماذا لانستخدم مباشرة التعبير الرياضي $\Delta U= -q_0Ed$، حيث d هي الخط المستقيم بين النقطتين A و B؟

ولاتعتمد طاقة الوضع لوحدة الشحنة U/q_0 على القيمة q_0 وقيمتها وحيدة عند كل نقطة في المجال الكهربي. وهذه القيمة U/q_0 تسمى **الجهد الكهربي** (أو ببساطة الجهد) V. وعلى ذلك يكون الجهد الكهربي عند أي نقطة في المجال الكهربي هو

$$V = \frac{U}{q_0} \qquad (2.22)$$

وتعني حقيقة كون طاقة الوضع كمية قياسية أن الجهد الكهربي هو أيضاً كمية قياسية.

فرق الجهد $\Delta V= V_B - V_A$ بين أي نقطتين A و B في مجال كهربي يعرف بأنه التغير في طاقة الوضع للمنظومة مقسوماً على قيمة شحنة الاختبار q_0:

فرق الجهد

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \qquad (3.22)$$

ويجب عدم الخلط بين فرق الجهد والفرق في طاقة الوضع.

ويتناسب فرق الجهد مع التغير في طاقة الوضع، ونرى من المعادلة 3.22 أن المقدارين تربطهما العلاقة $\Delta U= q_0\Delta V$.

الجهد الكهربي له الخصائص القياسية للمجال الكهربي ولايعتمد على الشحنة التي توضع في المجال. على أي حال، عندما نتحدث عن طاقة الوضع، فإننا نقصد عندئذ المنظومة المكونة من الشحنة والمجال. ولأننا عادة نهتم بمعرفة الجهد الكهربي عند موقع الشحنة وطاقة الوضع الناتجة عن تفاعل الشحنة مع المجال، فإننا نتبع مبدأ عاماً في الحديث عن طاقة الوضع وكأنها تتبع (تصاحب) الشحنة.

لأن التغير في طاقة الوضع لشحنة هو الشغل المبذول بواسطة المجال الكهربي على الشحنة بإشارة سالبة (ونلاحظ ذلك من المعادلة 1.22)، يكون فرق الجهد ΔV بين النقطتين A و B مساوياً الشغل لوحدة الشحنات الذي يجب أن يبذله عامل خارجي لتحريك شحنة اختبار من A إلى B دون تغيير في طاقة الحركة لشحنة الاختبار.

مثل طاقة الوضع تماماً، سنهتم بالفرق في الجهد الكهربي فقط. ولتحاشي التعامل مع فروق الجهد، على أية حال، نأخذ غالباً قيمة الجهد الكهربي مساوية للصفر عند نقطة مناسبة في المجال الكهربي. وهذا ما نفعله هنا: نتصور أنه عند نقطة اختيارية يكون الجهد الكهربي صفراً عند نقطة ما في مالانهاية بالنسبة للشحنات المسببة للمجال. وبهذا الاختيار، يمكن أن ننص على أن "الجهد الكهربي عند أي نقطة اختيارية في المجال الكهربي تساوي الشغل لوحدة الشحنات المطلوب لاحضار شحنة إختبار موجبة من مالانهاية إلى تلك النقطة"، ولذلك إذا أخذنا النقطة A في المعادلة 3.22 لتكون في ما لا نهاية، يكون الجهد الكهربي عند أي نقطة B هو:

$$V_p = -\int_\infty^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \qquad (4.22)$$

في الحقيقة، V_p تمثل فرق الجهد ΔV بين النقطة P ونقطة في مالانهاية. (المعادلة 4.22 هي حالة خاصة من المعادلة 3.22).

ولأن الجهد الكهربي يمثل قياساً لطاقة الوضع لوحدة الشحنات، تكون وحدات الجهد الكهربي وفرق الجهد في النظام المتري الدولي (SI unit) هي الجول لكل كولوم والتي تعرف بالفولت (V):

تعريف الفولت

$$1\ \text{V} \equiv 1\frac{\text{J}}{\text{C}}$$

على ذلك يكون 1J من الشغل يجب أن يبذل لتحريك 1C من الشحنة خلال فرق جهد مقداره 1V.

المعادلة 3.22 توضح أن فرق الجهد أيضاً له وحدات المجال الكهربي مضروباً في المسافة. ومن هذا نجد أن وحدات المجال الكهربي في النظام المتري الدولي هي (N/C) ويمكن التعبير عنه أيضاً بالفلط لكل متر:

$$1\ \frac{\text{N}}{\text{C}} = 1\frac{\text{V}}{\text{m}}$$

وتستخدم وحدة الإلكترون فلط (eV) كوحدة للطاقة عموماً في الفيزياء الذرية والنووية. وتعرف بأنها طاقة الالكترون (أو البروتون) التي يكتسبها أو يفقدها عندما يتحرك خلال فرق جهد مقداره 1V. لأن 1V= 1J/C ووحدة الشحنة الأساسية تساوي تقريباً $1.6x\ 10^{-19}C$، فإن الالكترون فلط يرتبط بالجول بالعلاقة:

$$1\ eV= 1.6 \times 10^{-19} C.V= 1.6 \times 10^{-19} j \qquad (5.22) \quad \text{الإلكترون فلط}$$

على سبيل المثال، إلكتروناً في حزمة إلكترونية داخل أنبوبة الصورة في التليفزيون تكون سرعته 3.5×10^7 m/s، وهذا يناظر طاقة حركة 5.6×10^{-16}J، وهذه الطاقة تكافئ $3.5x\ 10^3$ eV. هذا الإلكترون يجب أن يتحرك بتسارع من السكون خلال فرق جهد مقداره 3.5 kV ليصل إلى هذه السرعة.

2.22 فرق الجهد في مجال كهربي منتظم

POTENTIAL DIFFERENCE IN A UNIFORM ELECTRIC FIELD

المعادلتان 1.22 و 3.22 صالحتان لكل المجالات الكهربية، سواء كانت منتظمة أم غير منتظمة، ويمكن تبسيطها في حالة المجال المنتظم. أولاً، افترض مجالاً كهربياً منتظماً في الاتجاه السالب للمحور y كما هو مبين بالشكل 1.22a. دعنا نحسب فرق الجهد بين النقطتين A، B والتي تفصلهما مسافة d، حيث d مقاسة في الاتجاه الموازي لخطوط المجال، وبذلك يمكن كتابة المعادلة 3.22 على الصورة:

$$V_B - V_A = \Delta V = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot ds = -\int_A^B E \cos 0^\circ\, ds = -\int_A^B E\, ds$$

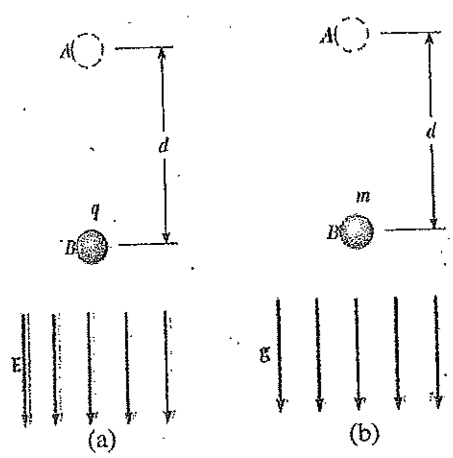
ولأن E ثابت، يمكننا إخراجه من التكامل حيث:

$$\Delta V = -E\int_A^B ds = -Ed \qquad (6.22) \quad \text{(فرق الجهد في مجال كهربي منتظم)}$$

وتشير الإشارة السالبة إلى أن النقطة B يكون جهدها الكهربي أقل من جهد النقطة A؛ أي، $V_B < V_A$. وتشير خطوط المجال الكهربي دائماً في اتجاه نقص الجهد الكهربي، كما هو مبين بالشكل 1.22a.

افرض الآن أن شحنة اختبار q_0 تتحرك من النقطة A إلى النقطة B. يمكننا أن نحسب التغير في طاقة جهدها من المعادلتين 3.22 و 6.22:

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 E d \qquad (7.22)$$



شكل 1.22 : (a) عندما يتجه المجال لأسفل، يكون الجهد الكهربي للنقطة B أقل من جهد النقطة A. وتفقد شحنة الاختبار الموجبة طاقة جهد كهربي عندما تتحرك من A إلى B. (b) عندما تتحرك كتلة m لأسفل في مجال الجاذبية g تفقد طاقة وضع نتيجة لذلك.

ومن هذه النتيجة، نجد أنه إذا كانت q_0 موجبة، تكون ΔU سالبة. ونستخلص من ذلك أن "تفقد الشحنة الموجبة طاقة وضع كهربي عند تحركها في اتجاه المجال الكهربي". ويعني هذا أن المجال الكهربي يبذل شغلاً على الشحنة الموجبة عندما تتحرك في اتجاه هذا المجال. (وهذا يشابه الشغل المبذول بمجال الجاذبية على كتلة أثناء سقوطها، كما هو مبين بالشكل 1.22b). فإذا إنطلقت شحنة اختبار موجبة من السكون في اتجاه المجال الكهربي، تكتسب قوة مقدارها $q_0\mathbf{E}$ في اتجاه $\mathbf{E}$ لأسفل (شكل 1.22a). وبذلك، تعجل الشحنة لأسفل، وتكتسب طاقة حركة. **وباكتساب الجسيم المشحون طاقة حركة، يفقد كمية مساوية من طاقة الوضع.**

إذا كانت q_0 سالبة، تكون ΔU موجبة وتنعكس الحالة السابقة: تكتسب الشحنة السالبة طاقة وضع كهربي عندما تتحرك في اتجاه المجال الكهربي. فإذا انطلقت شحنة سالبة من سكون في المجال $\mathbf{E}$، تعجل الشحنة في عكس اتجاه المجال.

لنفرض الآن الحالة العامة لجسيم مشحون يتحرك بحرية بين نقطتين في مجال كهربي منتظم يتجه خلال المحور x، كما هو موضح بالشكل 2.22. (في هذه الحالة، لاتتحرك الشحنة نتيجة عامل خارجي كما كانت من قبل). فإذا كانت $\mathbf{s}$ تمثل متجه الإزاحة بين A و B، تصبح المعادلة 3.22 على الصورة:

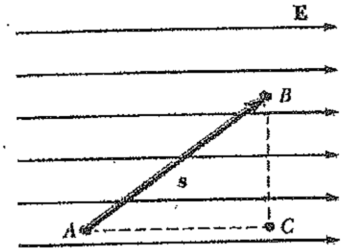
$$\Delta V = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\mathbf{E}\cdot\int_A^B d\mathbf{s} = -\mathbf{E}\cdot\mathbf{s} \qquad (8.22)$$

وحيث إن $\mathbf{E}$ ثابت يمكننا اخراجه من التكامل، يكون التغير في طاقة الوضع هو

$$\Delta U = q_0\Delta V = -q_0\mathbf{E}\cdot\mathbf{s} \qquad (9.22)$$

تجربة سريعة:

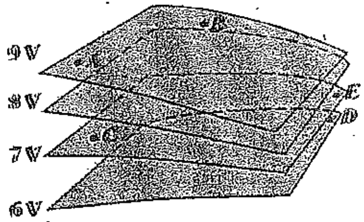
لكي تحدث شرارة كهربية في الهواء الجاف يصل المجال الكهربي إلى حوالي 30000V/cm. عند مسح سجادة بقدمك والاقتراب من مقبض الباب، بتقدير طول الشرارة احسب فرق الجهد بين أصبعك ومقبض الباب بعد دلك السجادة بقدمك وقبل لمس المقبض. (إذا كان الجو رطباً عند محاولتك لهذه التجربة، ربما لايمكن إجراؤها. لماذا؟)



شكل 2.22 : مجال كهربي منتظم يتجه خلال الاتجاه الموجب للمحور x. النقطة B جهدها الكهربي أقل من الجهد الكهربي للنقطة A. النقط B و C عند نفس الجهد الكهربي.

11.9 في النهاية، نستنتج من المعادلة 8.22 أن كل النقاط في المستوى العمودي على المجال الكهربي المنتظم تتساوى في الجهد الكهربي. نستطيع أن ندرك ذلك من الشكل 2.22 حيث يكون فرق الجهد $V_B - V_A$ مساو لفرق الجهد $V_C - V_A$. (اثبت ذلك لنفسك بأخذ الضرب القياسي $\mathbf{E}\cdot\mathbf{s}$ على المسار $\mathbf{s}_{A\to B}$، حيث تكون الزاوية θ بين $\mathbf{E}$ و $\mathbf{s}$ اختيارية كما بالشكل 2.22، وحاصل الضرب القياسي للمسار $\mathbf{s}_{A\to C}$، وتكون $\theta=0$). لذلك، يكون $V_B = V_C$. "**ويسمى السطح ذو التوزيع المتصل لنقاط لها نفس الجهد الكهربي باسم سطح تساوي الجهد**".

لاحظ أنه بسبب $\Delta U = q_0\Delta V$، لايبذل شغل أثناء حركة شحنة اختبار بين نقطتين على سطح تساوي الجهد. وأسطح تساوي الجهد لمجال كهربي منتظم تتكون من مجموعة من المستويات التي تتعامد جميعها على المجال. وسنناقش الأسطح متساوية الجهد لمجالات مختلفة التماثل في الأقسام التالية.



شكل 3.22 : أربعة أسطح كلٌ منها متساوية الجهد.

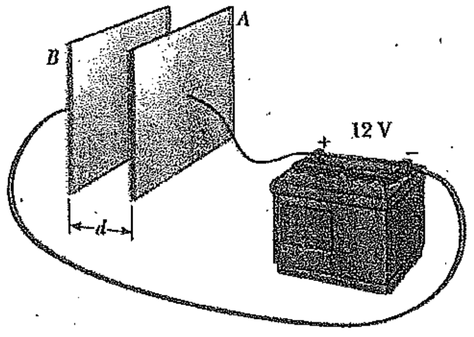
اختبار سريع 2.22

النقاط المشار إليها بأحرف في الشكل 3.22 تقع على مجموعة من الأسطح متساوية الجهد المصاحبة لمجال كهربي. رتب (من الأكبر للأصغر) الشغل المبذول بواسطة المجال على شحنة موجبة تتحرك من A إلى B؛ من B إلى C، ومن C إلى D ومن D إلى E.

مثال 1.22 المجال الكهربي بين لوحين متوازيين شحنتيهما مختلفتان

تعطي بطارية فرقاً في الجهد محدداً بين لوحين متصلين بطرفيها. فإذا وصلت بطارية 12-V بين اللوحين المتوازيين كما بالشكل 4.22. وكانت المسافة الفاصلة بين اللوحين هي $d = 0.3\text{cm}$، وإذا افترضنا أن المجال الكهربي بين اللوحين منتظماً (وهذا الفرض منطقي إذا كانت المسافة بين اللوحين صغيرة مقارنة بأبعاد اللوح وإذا لم نأخذ في الاعتبار النقاط القريبة من نهايتي اللوحين). أوجد مقدار المجال الكهربي بين اللوحين.

الحل: يتجه المجال الكهربي من اللوح الموجب (A) إلى اللوح السالب (B)، ويكون اللوح الموجب ذو جهد كهربي أعلى من اللوح السالب. ويتساوى فرق الجهد بين اللوحين تماماً مع فرق الجهد بين قطبي البطارية. وندرك هذا إذا تذكرنا أن كل النقاط على الموصل تكون في حالة اتزان ولها نفس الجهد الكهربي[1]، لذا، لايوجد فرق جهد بين قطب البطارية وأي جزء من اللوح المتصل به. ولذلك يكون مقدار المجال الكهربي بين اللوحين هو المعطى بالمعادلة 6.22.



شكل 4.22 : بطارية 12-V تتصل بلوحين متوازيين. المجال الكهربي بين اللوحين تعطي قيمته بفرق الجهد ΔV مقسوماً على المسافة بين اللوحين d.

$$E = \frac{|V_B - V_A|}{d} = \frac{12 \quad \text{V}}{0.30 \times 10^{-2}\text{m}} = \boxed{4.0 \times 10^3 \text{ V/m}}$$

وهذا النموذج الموضح في شكل 4.22 يسمى مكثف اللوحين المتوازيين، وسيتم مناقشته بتفاصيل أكثر في الفصل 23.

مثال 2.22 حركة بروتون في مجال كهربي منتظم

يوضح الشكل 5.22 مجالاً كهربياً منتظما مقداره 8×10^4 V/m. انطلق بروتون من السكون في الاتجاه الموجب للمحور x حيث قطع مسافة 0.5m في اتجاه $\mathbf{E}$. (a) أوجد التغير في الجهد الكهربي بين النقطتين A و B.

(1) يتلاشى المجال الكهربي داخل موصل في حالة اتزان كهرستاتيكي؛ لذا، يكون التكامل الخطي $\int \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$ بين أى نقطتين داخل الموصل مساوياً للصفر. وسيتم مناقشة ذلك بالتفصيل في القسم 6.22

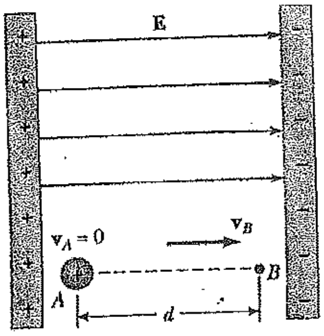
الحل: يتحرك البروتون (الموجب الشحنة) في اتجاه المجال وإلى الموضع ذي الجهد الكهربي المنخفض. ومن المعادلة 6.22 نجد أن

$$\Delta V = -Ed = -(8.0\times10^{4}\ \text{V/m})(0.50\ \text{m})$$
$$= -4.0\times10^{4}\ \text{V}$$

(b) أوجد التغير في طاقة الوضع للبروتون نتيجة هذه الأزاحة.

الحل:

$$\Delta U = q_0\Delta V = e\Delta V$$
$$= (1.6\times10^{-19}\ \text{C})(-4.0\times10^{4}\ \text{V})$$
$$= -6.4\times10^{-15}\ \text{J}$$



شكل 5.22 : يكتسب البروتون عجلة خلال حركته من A إلى B في اتجاه المجال الكهربي.

وتدل الإشارة السالبة على أن طاقة الوضع للبروتون قد تناقصت نتيجة حركته في اتجاه المجال الكهربي. وبينما يكتسب البروتون عجلة (تسارع) في اتجاه المجال، يكتسب بذلك طاقة حركة وفي نفس الوقت يفقد طاقة وضع كهربي (مبدأ ثبوت الطاقة).

تمرين: استخدم مبدأ ثبوت الطاقة لإيجاد سرعة البروتون عند النقطة B.

الإجابة: 2.77×10^{6}m/s

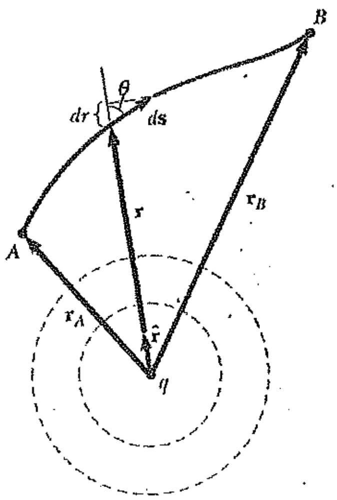
3.22 الجهد الكهربي وطاقة الوضع نتيجة عن شحنات نقطية
ELECTRIC POTENTIAL AND POTENTIAL ENERGY DUE TO POINT CHARGES

افرض أن شحنة موجبة معزولة قيمتها q. هذه الشحنة تسبب مجالاً كهربياًيتجه قطرياً لخارج النقطة. لإيجاد الجهد الكهربي عند نقطة تقع على مسافة r من الشحنة، نبدأ بالتعبير الرياضي العام لفرق الجهد.

$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$$

حيث A و B نقطتين اختياريتين كالموضحتين في الشكل 6.22. عند أي نقطة في المجال، يكون المجال الكهربي الناتج عن الشحنة النقطية هو $\mathbf{E} = k_e q\ \hat{\mathbf{r}}/r^2$ (المعادلة 4.20)، حيث $\hat{\mathbf{r}}$ هو متجه الوحدة في الاتجاه من الشحنة إلى هذه النقطة. ويمكن التعبير عن الكمية $\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$ كما يلي:

$$\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = k_e \frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}\cdot d\mathbf{s}$$



شكل 6.22 : فرق الجهد بين النقطتين A و B نتيجة شحنة نقطية q يعتمد فقط على المسافة بين الشحنة وكل من نقطة البداية ونقطة النهاية r_A و r_B. وتمثل الدائرتان المتقطعتان مقاطع لأسطح كروية متساوية الجهد.

ولأن مقدار $\hat{\mathbf{r}}$ هو 1، يكون حاصل الضرب القياسي $\hat{\mathbf{r}}\cdot d\mathbf{s} = ds \cos\theta$ حيث θ هي الزاوية بين $\hat{\mathbf{r}}$ و $d\mathbf{s}$. علاوة على ذلك، $ds \cos\theta$ هي مسقط $d\mathbf{s}$ على $\mathbf{r}$؛ لذلك فإن $ds\cos\theta = dr$، وبذلك تكون أي إزاحة $d\mathbf{s}$ عبر المسار من النقطة A إلى B تسبب تغيراً dr في مقدار المسافة

من الشحنة المسببة للمجال $\mathbf{r}$. وبالتعويض عن هذه القيم، نجد أن $\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}= (k_e q/r^2)dr$ ؛ إذن، يصبح التعبير الرياضي لفرق الجهد هو

$$V_B - V_A = -\int E_r dr = -k_e q\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2} = \left[\frac{k_e q}{r}\right]_{r_A}^{r_B}$$

$$V_B - V_A = k_e q\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right] \qquad (10.22)$$

لا يعتمد التكامل للمقدار $\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$ على المسار بين النقطتين A و B ويجب أن يكون كذلك لأن المجال الكهربي للشحنة النقطية محفوظ (Conservative).

وبذلك تعبر المعادلة 10.22 عن النتيجة الهامة وهي أن فرق الجهد بين أي نقطتين A و B في مجال ناشئ عن شحنة نقطية يعتمد فقط على الإحداثيات القطرية r_A و r_B. وفي العادة نختار المرجع للجهد الكهربي ليكون صفراً عند $r_A = \infty$. وبذلك يكون الجهد الكهربي الناشئ عن شحنة نقطية عند أي مسافة r من الشحنة هو

الجهد الكهربي الناشئ عن شحنة نقطية $$V = k_e\frac{q}{r} \qquad (11.22)$$

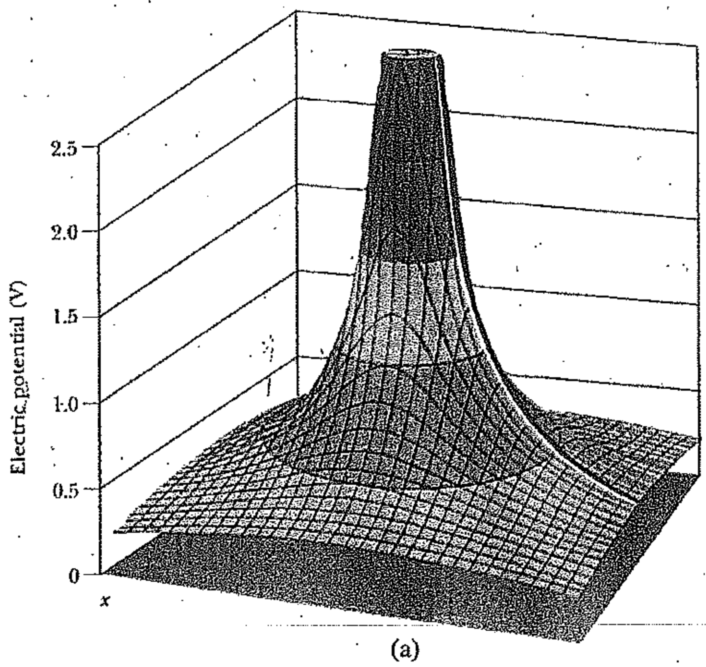
ويوضح الرسم البياني بالشكل 7.22 الجهد الكهربي كدالة في المسافة القطرية r المقاسة من الشحنة الموجبة في المستوى xy. إفترض التشابه بين الجهد الكهربي وجهد الجاذبية. فإذا تخيلت أنك تدحرج بلية إلى قمة ربوة تشبه في الهيئة الشكل 7.22a. قوة الجاذبية المؤثرة على البلية تشابه قوة التنافر المؤثرة على جسم له شحنة موجبة عندما تصل إلى جسم آخر شحنته موجبة. بالمثل، الجهد الكهربي الممثل بالشكل البياني في المنطقة المحيطة بشحنة سالبة تشابه "ثغرة" بالنسبة لأي شحنة موجبة. ويجب أن يكون أي جسم مشحون على مسافة لانهائية من الشحنة الأخرى قبل أن يكون السطح مستو تماماً ويكون جهده عندئذٍ صفراً.

اختبار سريع 3.22

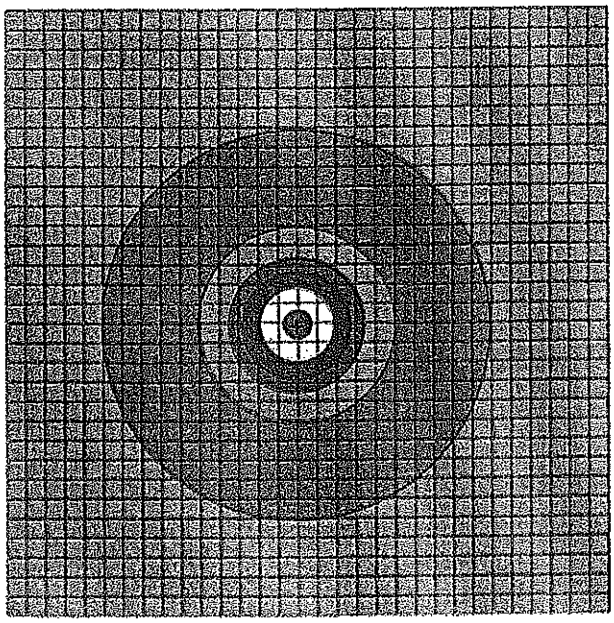
بالون كروي يحوي جسماً موجب الشحنة في مركزه. عند نفخ البالون لحجم أكبر مع الاحتفاظ بالشحنة في مركزه، هل يزداد الجهد الكهربي على سطح البالون أم ينقص أم يظل كما هو؟ وماذا عن مقدار المجال الكهربي؟ وكذلك الفيض الكهربي؟

نحصل على الجهد الكهربي الناتج عن شحنتين نقطيتين أو أكثر بتطبيق مبدأ التحصيل. وهذا يعني أن الجهد الكهربي الكلي عند أي نقطة P والناتج عن عدة شحنات نقطية هو مجموع الجهود الناتجة عن كل شحنة على حدها. ولمجموعة من الشحنات النقطية، يمكن أن نعبر عن الجهد الكهربي الكلي عند P الآتي:

الجهد الكهربي نتيجة عدة شحنات نقطية $$V = k_e\sum_i\frac{q_i}{r_i} \qquad (12.22)$$



(a)



(b)

شكل 7.22 : (a) رسم يوضح الجهد الكهربي في المستوى المحيط بشحنه واحدة موجبة على المحور العمودي. (دالة الجهد الكهربي للشحنة السالبة ستبدو مثل ثغرة بدلاً من ربوة). الخط الأحمر يوضح طبيعة $1/r$ للجهد الكهربي، كما توضحه المعادلة 11.22 . (b) صورة تبدو كعمق للمحور العمودي المبين بالشكل (a)، وهي توضح دوائر متحدة المركز حيث يكون الجهد الكهربي ثابت. وهذه الدوائر هي مقاطع عرضية لكرات متساوية الجهد تكون الشحنة في مركزها.

حيث تم اعتبار الجهد صفراً عند مالانهاية و r_i هي المسافة من النقطة P إلى الشحنة q_i. لاحظ أن الجمع في المعادلة 12.22 هو جمعاً جبرياً لكميات قياسية وليس جمعاً اتجاهياً (الذي نستخدمه لحساب المجال الكهربي لمجموعة من الشحنات). لذلك، غالباً ما يكون الحصول على V اكثر سهولة من الحصول على $\mathbb{E}$. ويمثل الشكل 22.8 الجهد الكهربي حول ثنائي القطب.

سنناقش الآن طاقة الوضع لمنظومة مكونة من جسمين مشحونين. فإذا كان V_1 هو الجهد الكهربي عند نقطة P نتيجة شحنة q_1، ثم بذل شغلاً خارجياً لإحضار شحنة أخرى q_2 من مالانهاية إلى النقطة P بدون عجلة مقداره q_2V_1، من التعريف، هذا الشغل يساوي طاقة الوضع U للمنظومة المكونة من الجسمين المشحونين عندما تفصل بينهما مسافة r_{12} (كما بالشكل 9.22). وبذلك يمكننا التعبير عن طاقة الوضع كالآتي(2):

طاقة الوضع الكهربي نتيجة شحنتين

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \qquad (13.22)$$

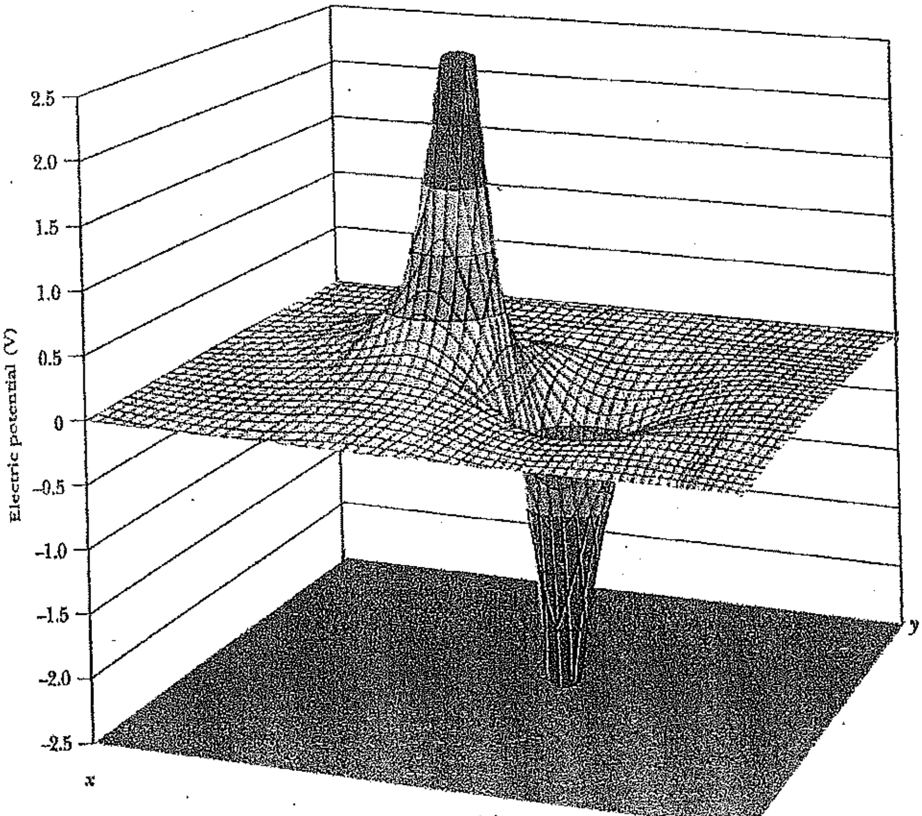
لاحظ أنه إذا كانت الشحنتان لهما نفس الإشارة، تكون U موجبة. وهذا يتفق مع حقيقة أن الشغل الموجب يجب أن يبذل على المنظومة بواسطة عامل خارجي لينقل الشحنتين بالقرب من بعضهما (لأن الشحنات المتشابهة تتنافر). وإذا كانت الشحنتان مختلفتين في الإشارة، تكون U سالبة، وهذا يعني أن الشغل السالب يجب أن يبذل ضد قوة الجذب بين الشحنتين غير المتشابهتين ليظلا بالقرب من بعضهما.

وإذا كانت المنظومة تحتوي على أكثر من جسمين مشحونين، يمكننا أن نحصل على طاقة الوضع الكلية وذلك بحساب U لكل زوج من الشحنات ثم جمع هذه الحدود جبرياً. وعلى سبيل المثال، طاقة الوضع الكلية للمنظومة المكونة من الثلاث شحنات الموضحة بالشكل 10.22 هي:

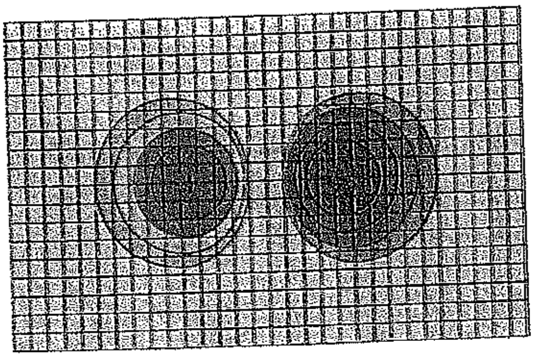
$$U = k_e\left(\frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{q_1q_3}{r_{13}} + \frac{q_2q_3}{r_{23}}\right) \qquad (14.22)$$

ويمكننا أن نناقش ذلك فيزيائياً كما يلي: تصور أن الشحنة q_1 مثبته عند الموضع المبين بالشكل 10.22 ولكن q_2 و q_3 توجدان في ما لا نهاية، بذلك يجب أن يبذل شغل بمؤثر خارجي لإحضار q_2 من مالانهاية لموقعها بالقرب من q_1 مقداره $k_e\, q_1q_2/r_{12}$ وهو يمثل الحد الأول من المعادلة 14.22. والحدان الآخران من المعادلة يمثلا الشغل المطلوب لإحضار q_3 من مالانهاية إلى موقعها بالقرب من q_1 و q_2. (لاتعتمد النتيجة على الرتبة التي إنتقلت بها الشحنات).

(2) التعبير الرياضي لطاقة الوضع لمنظومة مكونة من شحنتين نقطيتين يعطى بالمعادلة 13.22، وهي لها نفس الشكل الذي يعطي طاقة الوضع في حالة الجاذبية بين كتلتين نقطيتين Gm_1m_2/r (راجع الفصل 14). وهذا التشابه لايثير الدهشة حيث أنه في الحقيقة تم استنتاج كلا التعبيرين من قانون التربيع العكسي للقوى.

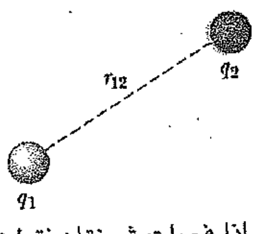


(a)

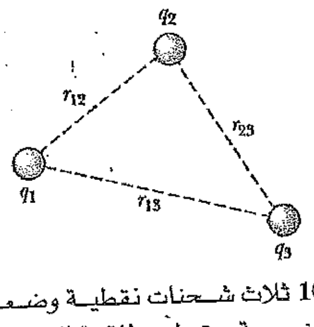


(b)

شكل 8.22 (a) الجهد الكهربي في مستوى يحتوي على ثنائي القطب (b) صورة من أعلى للدالة الممثلة بالشكل (a).



شكل 9.22 إذا فصلت شحنتان نقطيتان بمسافة r_{12}، تعطي طاقة الوضع لزوج الشحنات بالعلاقة $k_e q_1 q_2 / r_{12}$.



شكل 10.22 ثلاث شحنات نقطية وضعت في المواقع الموضحة. وتعطي طاقة الوضع لهذه المنظومة من الشحنات بالمعادلة 14.22.

مثال 3.22 الجهد الكهربي نتيجة شحنتين نقطيتين

وضعت شحنة $q_1 = 2\ \mu C$ عند نقطة الأصل، وشحنة $q_2 = -6\ \mu C$ عند النقطة (0,3)m كما بالشكل 11.22a . (a) إوجد الجهد الكهربي الكلي الناشئ عن هاتين الشحنتين عند النقطة P، إحداثياتها هي (4,0)m.

الحل: بالنسبة لشحنتين، يعطي المجموع من المعادلة 12.22 كمايلي:

$$V_p = k_e\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

$$= 8.99 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\left(\frac{2.00 \times 10^{-6}\text{C}}{4.00\text{ m}} + \frac{-6.00 \times 10^{-6}\text{C}}{5.00\text{ m}}\right)$$

$$= -6.29 \times 10^3\text{ V}$$

(b) إوجد التغير في طاقة الوضع للشحنة 3 μC عندما تتحرك من مالانهاية إلى النقطة P (الشكل 11.22b).

الحل: عندما تكون الشحنة في ما لا نهاية $U_i = 0$ عندما تكون الشخنة عند P

$U_f = q_3 V_p$؛ وعلى ذلك،

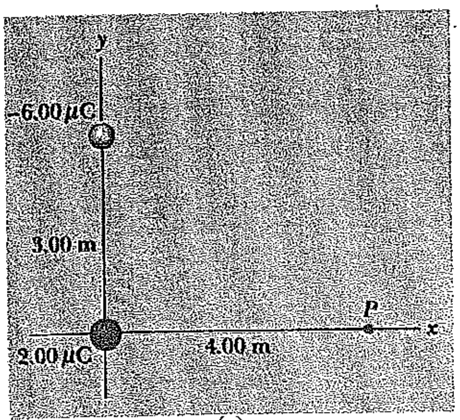
$$\Delta U = q_3 V_p - 0 = (3.00 \times 10^{-6}\text{C})\ (-6.29 \times 10^3\text{ V})$$

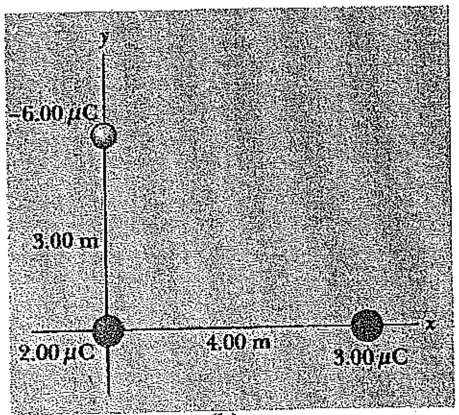
$$= -18.9 \times 10^{-3}\text{ J}$$

وحيث أن الشغل $W = -\Delta U$، يجب أن يبذل شغلاً موجباً بعامل خارجي ليزيل الشحنة من النقطة P لتعود إلى مالانهاية.

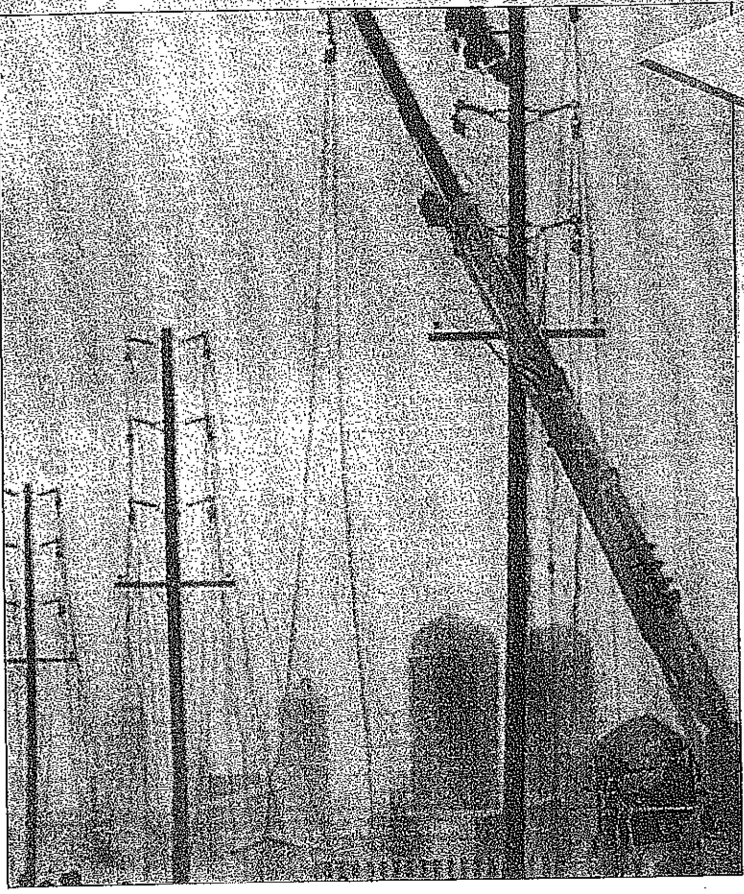
تمرين: أوجد طاقة الوضع الكلية للمنظومة الموضحة بالشكل 11.22b.

الإجابة: -5.48×10^{-2} J





شكل 11.22 (a) الجهد الكهربي عند النقطة P الناشئ عن شحنتين هو الجمع الجبري للجهود الناشئة عن كل شحنة على حدها. (b) ماذا تكون طاقة الوضع لمنظومة مكونة من ثلاث شحنات؟



صورة محيرة

وفر العاملون بمحطة الكهرباء القـدرة لمدينة "أونتـريو Ontario" الشـمالية بولاية إيزادور Isadore والتي ظلت بدون قدرة كهربية لعدة أيام في يناير عـام 1998 بسـبب عاصفة ثلجية مدمرة. من الخطر جداً لمس خط نقل القدرة الكهربية بسبب جهدها العالي جداً، والذي يصل إلى مئات الآلاف من الفولت بالنسبة للأرض. لماذا يستخدم مثل هذا الفرق الكبير في الجهد لنقل القـدرة الكهـربيـة إذا كـان بهـذه الخطورة؟ ولماذا لا تُصعق الطيـور التي تقف على الأسلاك بالكهرباء؟ (AP/ Wide World Photo/ Fred Chartrand)

الفصل الرابع والعشرون 24

التيـــار والمقـــاومـــة

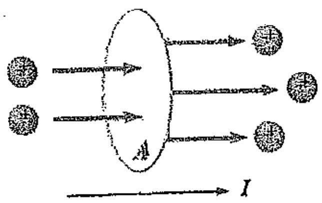
Current and Resistance

ويتضمن هذا الفصل:

إقتصرت معالجتنا للظواهر الكهربية في الفصول السابقة على دراسة الشحنات الساكنة، أو "الكهربية الساكنة". والآن سنعتبر حالة شحنات كهربية متحركة. سنستخدم التعبير "تيار كهربي" أو ببساطة "التيار" لوصف معدل سريان الشحنة خلال منطقة في الفراغ. وتتعلق معظم التطبيقات العملية الكهربية بالتيار الكهربي. كمثال لذلك، البطارية الخاصة بجهاز الإضاءة لآلة التصوير (الفلاش Flash)، والتي تمد فتيلة المصباح بالتيار عند غلق الدائرة. مختلف الأجهزة المنزلية تعمل بالتيار المتردد. وفي هذه الحالات العامة، تتدفق الشحنات خلال موصل، مثل سلك من النحاس، ومن الممكن أيضاً أن يوجد التيار خارج الموصل. كمثال لذلك، تمثل حزمة الإلكترونات في أنبوبة الصورة بجهاز التليفزيون تياراً.

يبدأ هذا الفصل بتعريف التيار وكثافة التيار. معطياً وصفاً دقيقاً للتيار، وبعض العوامل التي تساهم في وجود مقاومة لسريان الشحنة في الموصل سيتم مناقشتها. وسنستخدم نموذجاً تقليدياً لوصف التوصيل الكهربي في الفلزات، وكذلك مناقشة حدود هذا النموذج.

1.24 التيار الكهربي ELECTRIC CURRENT



شكل 1.24 شحنات تتحرك خلال مساحة A. المعدل الزمني الذي تسري به الشحنة خلال المساحة يعرف بالتيار I. إتجاه التيار هو الإتجاه الذي تتحرك فيه الشحنة الموجبة عندما تتحرك بحرية.

13.2

يمكن أن نتصور تشابهاً بين سريان الماء والتيار الكهربي. في مواضع عديدة يكون شائعاً تركيب كابح لتدفق المياه في المنازل كإجراء للمحافظة على الماء. يمكن قياس تدفق المياه من الأجهزة المشابهة لذلك بتحديد كمية المياه الخارجة خلال فترة زمنية، والتي تقاس عادة باللتر لكل دقيقة. وعلى مدى واسع، يمكننا تحديد خصائص تيار النهر بوصف المعدل الذي تتدفق به المياه بعد مكان ما. على سبيل المثال، التدفق خلال ضفتي شلالات نياجرا يذكر أن معدلها بين $1400\ m^3/s$ و $2800\ m^3/s$.

والآن تصور أن نظاماً تتحرك فيه الشحنات الكهربية. عندما يكون هناك سريان للشحنة الكلية خلال منطقة ما، يقال أن هناك تيار كهربي. ولتعريف التيار بدقة أكبر، إفرض أن الشحنات تتحرك عمودياً على سطح مساحته A كما هو مبين بالشكل 1.24 (هذه المساحة يمكن أن تكون مساحة مقطع سلك، مثلاً). **التيار الكهربي هو معدل سريان الشحنة خلال هذا السطح**. فإذا كانت ΔQ هي مقدار الشحنة التي تمر خلال هذه المساحة في فترة زمنية Δt، تكون القيمة المتوسطة للتيار I_{av} مساوية للشحنة التي تمر خلال A لوحدة الزمن

$$I_{av} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \tag{1.24}$$

إذا تغير معدل سريان الشحنة مع الزمن، يتغير التيار مع الزمن ونعرف لذلك **التيار اللحظي** I بنهاية تفاضل متوسط التيار:

التيار الكهربي

$$I \equiv \frac{dQ}{dt} \tag{2.24}$$

والوحدات القياسية العالمية للتيار هي الأمبير (A):

$$1\text{ A} = \frac{1\text{ C}}{1\text{ s}} \tag{3.24}$$

لذلك، 1A من التيار يكافئ 1C من الشحنة تمر خلال السطح في 1S.

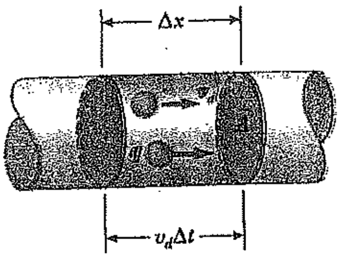
إتجاه التيار

الشحنات التي تمر خلال السطح في الشكل 1.24 يمكن أن تكون موجبة أو سالبة، أو الاثنين معاً. **وقد اتفق على إعتبار ان التيار يأخذ نفس إتجاه تدفق الشحنة الموجبة**. يعزى وجود التيار في الموصلات الكهربية مثل النحاس والألومونيوم إلى حركة الإلكترونات سالبة الشحنة. لذا، عندما نتحدث عن التيار في أي موصل عادي، **يكون إتجاه التيار عكس إتجاه تدفق الإلكترونات**. على أي حال، إذا افترضنا حزمة من البروتونات الموجبة الشحنة في معجل، يكون إتجاه التيار في إتجاه حركة البروتونات. وفي بعض الحالات- مثل تلك المتعلقة بغاز أو إلكتروليت (Electrolytes) - يكون التيار محصلة سريان كلا الشحنتين الموجبة والسالبة.

إذا وصلت نهايتي سلك موصل ليكوّن حلقة (دائرة كهربية مغلقة)، تكون كل نقاط الحلقة عند نفس الجهد الكهربي، ويكون المجال الكهربي عند ذلك صفرا داخل الموصل وعلى سطحه. ولأن المجال الكهربي صفراً لايكون هنا انتقالاً للشحنة خلال السلك، وبذلك لايوجد تياراً كهربياً. ويكون التيار الكهربي صفراً في الموصل وإن كان يحمل شحنة زائدة عليه. وعلى أي حال، إذا وصلت نهايتي السلك الموصل ببطارية، لا تكون كل نقاط الدائرة عند نفس الجهد. وتنشئ البطارية فرقاً في الجهد بين طرفي الدائرة الكهربية، مسببةً مجالاً كهربياً داخل السلك. يولد المجال الكهربي قوى على الإلكترونات الموصلة في السلك، تسبب حركتها في الدائرة ويولد ذلك التيار.

من الشائع الإشارة إلى الشحنات المتحركة (موجبة أو سالبة) باسم **ناقلة (حامله) الشحنة** Charge Carrier. على سبيل المثال، حاملات (ناقلات) الشحنة المتحركة في فلز هي الإلكترونات.

صياغة دقيقة للتيار



شكل 2.24 جزء من موصل متجانس مساحة مقطعه A. تتحرك ناقلات الشحنة بسرعة v_d، وتقطع مسافة $\Delta x = v_d \Delta t$ في زمن Δt. عدد ناقلات الشحنة في هذا الجزء الذي طوله Δx هو $nA\, v_d \Delta t$، حيث n هو عدد الشحنات لوحدة الحجوم.

يمكننا ربط التيار بحركة ناقلات الشحنة وذلك بوصف نموذج دقيق للتوصيل في المعادن. إفرض أن التيار يسري في موصل مساحة مقطعه A (شكل 2.24). حجم جزء في الموصل طوله Δx (المنطقة الرمادية في الشكل 2.24) هو $A\,\Delta x$. إذا كانت n تمثل عدد ناقلات الشحنة المتحركة لوحدة الحجوم (بعبارة أخرى، كثافة ناقلات الشحنة)، يكون عدد ناقلات الشحنة في المنطقة الرمادية هو $nA\Delta x$. لذلك تكون الشحنة ΔQ في هذا الجزء هي

ΔQ= عدد ناقلات الشحنة في كل جزء x الشحنة على كل ناقل= $(nA\,\Delta x)q$

حيث q هي الشحنة على كل ناقلة شحنة. إذا تحركت ناقلات الشحنة بسرعة v_d، تكون المسافة التي قطعتها في زمن قدره Δt هي $\Delta x = v_d\,\Delta t$. لذلك، يمكننا كتابة ΔQ على الصورة

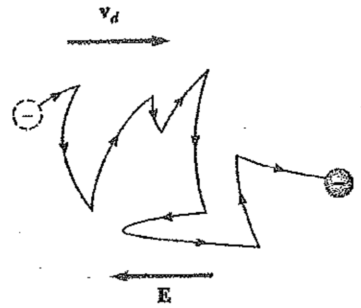
$$\Delta Q = (nAv_d\Delta t)q$$

وبقسمة طرفي هذه المعادلة على Δt، نرى أن القيمة المتوسطة للتيار في الموصل هي

متوسط التيار في موصل

$$I_{av} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqv_dA \qquad (4.24)$$

سرعة ناقلات الشحنة v_d هي سرعة متوسطة تسمى سرعة التدفق أو سرعة الجرف (Drift Speed). ولفهم معنى سرعة التدفق، إفرض أن هناك موصلاً تتحرك فيه إلكترونات حرة كناقلات للشحنة. إذا كان الموصل معزولاً- فرق الجهد خلاله يساوي صفراً- تتحرك الإلكترونات داخل الموصل بعشوائية وتشبه بذلك حركة جزيئات غاز. وكما ناقشنا سابقاً، عند تطبيق فرق جهد خلال الموصل (بواسطة بطارية مثلاً)، ينشأ مجال كهربي في الموصل؛ يبذل هذا المجال قوة كهربية على الإلكترونات، منتجاً تياراً كهربياً. وعلى كل حال، لاتسير الإلكترونات في خطوط مستقيمة داخل الموصل. وبدلاً من ذلك، تتصادم بصورة متكررة مع ذرات الفلز، وتكون محصلة حركتها معقدة وعلى شكل خطوط منكسرة (Zigzag) (شكل 3.24). وبالرغم من التصادمات، تنتقل الإلكترونات ببطء خلال الموصل (في إتجاه يعاكس إتجاه $\mathbf{E}$) بسرعة تدفق v_d.

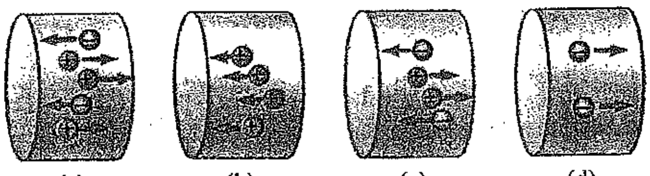


شكل 3.24 رسم تخطيطي للحركة في خطوط منكسرة (Zigzag Motion) لإلكترون داخل موصل. التغير في الأتجاه نتج عن تصادمات بين الإلكترون وذرات الموصل. لاحظ أن الحركة النهائية للإلكترون تعاكس إتجاه المجال الكهربي. وكل خط من الخطوط المنكسرة يمثل جزء من قطع ناقص.

ويمكننا تصور أن تصادمات الإلكترون مع الذرات في موصل مثل إحتكاك داخلي فعلي (قوة إعاقة) تشبه تلك المكتسبة بجزيئات سائل يتدفق خلال أنبوبة محشوة بعوائق حديدية. وتسبب الطاقة المنتقلة من الإلكترونات إلى ذرات الفلز أثناء التصادم زيادة في طاقة الإهتزاز للذرات وزيادة مناظرة في درجة حرارة الموصل.

اختبار سريع 1.24

افرض أن شحنات موجبة وسالبة تتحرك أفقياً خلال أربع مناطق مبينة في شكل 4.24. رتب التيار في هذه المناطق الأربعة، من الأقل إلى الأعلى.



شكل 4.24

مثال 1.24

سلك عياري -12 نحاسي في مبنى سكني مساحة مقطعة $3.31 \times 10^{-6} m^2$. فإذا كان يحمل تياراً قدره 10 A، ما مقدار سرعة تدفق الإلكترونات؟ افرض أن ذرة النحاس تساهم بإلكترون حر واحد في التيار. وكثافة النحاس هي $8.95\ g/cm^3$.

الحل: من الجدول الدوري للعناصر، نجد أن الكتلة الجزيئية للنحاس هي 63.5 g/mol. وتذكر أن مول واحد من أي مادة يحتوي على عدد أفوجادرو من الذرات (6.02×10^{23}). وبمعرفة كثافة النحاس، يمكننا حساب الحجم الذي يشغله 63.5 g (=مول واحد) من النحاس

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{63.5 \text{ g}}{8.95 \text{ g/cm}^3} = 7.09 \text{ cm}^3$$

ولأن كل ذرة نحاس تشارك بإلكترون حر واحد في التيار، نجد أن

$$n = \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ إلكترون}}{7.09 \text{ cm}^3}(1.00 \times 10^6 \text{cm}^3/\text{m}^3)$$

$$= 8.49 \times 10^{28} \text{ إلكترون } /\text{m}^3$$

ومن المعادلة 24.4، نجد أن سرعة التدفق (الجرف) هي

$$v_d = \frac{I}{nqA}$$

حيث q هي القيمة المطلقة للشحنة على كل إلكترون، لذلك،

$$v_d = \frac{I}{nqA}$$

$$= \frac{10.0 \text{ C/s}}{(8.49 \times 10^{28} \text{m}^{-3})(1.60 \times 10^{-19} \text{C})(3.31 \times 10^{-6} \text{m}^2)}$$

$$= 2.22 \times 10^{-4} \text{m/s}$$

تمرين: سلك من النحاس يحمل تيارا قدره 80 mA، كم إلكتروناً يتدفق من مساحة مقطع السلك في 10 دقائق؟

الإجابة: 3×10^{20} إلكترون.

يوضح مثال 1.24 أن قيمة سرعات التدفق واقعياً تكون بطيئة جداً. فمثلاً انتقال الإلكترونات بسرعة 2.46×10^{-4}m/s يحتاج حوالي 68 دقيقة لكي يقطع مسافة قدرها متر! وفي ضوء هذا، ستتعجب من كيفية إضاءة مصباح لحظياً بمجرد ضغط مفتاح الإضاءة. في الموصل، يتحرك المجال الكهربي المؤثر على الإلكترونات الحرة في الموصل بسرعة تقترب من سرعة الضوء. لذلك، عند إضاءة المصباح، ترسل إلى الإلكترونات إشارة لتبدأ في الحركة خلال السلك (المجال الكهربي) وتصل الإشارة بسرعة في حدود 10^8 m/s.

2.24 المقاومة وقانون أوم RESISTANCE AND OHM'S LAW

13.3 في الفصل 21 وجدنا أن المجال الكهربي يمكن أن يوجد داخل الموصل. وعلى أي حال هذه العبارة تكون صحيحة فقط إذا كان الموصل في حالة إتزان استاتيكى. والغرض من هذا القسم هو وصف ما قد يحدث إذا سمح للشحنات في الموصل بالحركة. تسبب حركة شحنات في موصل تياراً تحت تأثير مجال كهربي، والذي يمكن أن يستمر بتوصيل بطارية خلال الموصل. يمكن أن يوجد مجال كهربي في موصل بسبب حركة الشحنات في هذه الحالة- وهذه الحالة هي حالة الكهربية غير الساكنة.

افرض أن موصلاً مساحة مقطعه A يحمل تياراً I ، تعرف كثافة التيار J في الموصل بأنها التيار لوحدة المساحة، ولأن التيار $I = nqv_dA$، تكون كثافة التيار هي

$$J \equiv \frac{I}{A} = nqv_d \qquad (5.24)$$

حيث وحدات J في النظام العالمي هي A/m^2. وهذا التعبير الرياضي يكون صالحاً فقط إذا كانت كثافة التيار منتظمة وفقط إذا كانت مساحة مقطع السطح A عمودية على إتجاه التيار. وعموماً، كثافة التيار هي كمية متجهة:

$$\mathbf{J} = nq\mathbf{v}_d \qquad \text{كثافة التيار} \tag{6.24}$$

ومن هذه المعادلة، نرى أن كثافة التيار، مثل التيار، تكون في إتجاه حركة ناقلات الشحنة الموجبة وعكس إتجاه ناقلات الشحنة السالبة.

تنشأ كثافة التيار J والمجال الكهربي E في موصل عندما يوجد فرق جهد خلال الموصل. إذا كان فرق الجهد ثابتاً، يكون التيار ثابتاً. وفي بعض المواد تتناسب كثافة التيار مع المجال الكهربي

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \qquad \text{قانون أوم} \tag{7.24}$$

حيث ثابت التناسب σ يسمى التوصيلية للموصل(1). والمواد التي تنطبق عليها المعادلة 7.24 يقال أنها تتبع قانون أوم، سميت باسم چورج سيمون أوم (1787-1854). وينص قانون أوم على:

للعديد من المواد (متضمنة الفلزات)، النسبة بين كثافة التيار والمجال الكهربي تكون ثابتة وقيمتها σ ولاتعتمد على المجال الكهربي المولد للتيار.

المواد التي تتبع قانون أوم وتحقق العلاقة بين **E** و **J** يقال أنها أومية (Ohmic). عملياً، وجد أنه ليس لكل المواد هذه الخاصية، على أي حال، المواد التي لاتتبع قانون أوم يقال أنها غير أومية (Nonohmic). وقانون أوم ليس قانوناً أساسياً من قوانين الطبيعة ولكنه علاقة تجريبية صحيحة فقط لمواد معينة.

اختبار سريع 2.24

إفرض أن سلكاً من مادة أومية يحمل تياراً ومساحة مقطع السلك تقل تدريجياً من أحد نهايتيه إلى النهاية الأخرى. كيف تتغير كل من سرعة التدفق، كثافة التيار والمجال الكهربي خلال السلك؟ لاحظ أن التيار يجب أن تكون قيمته واحدة عند أي نقطة على السلك لكي لاتتجمع الشحنة عند أي نقطة.

يمكن أن نحصل على صيغة لقانون أوم تفيد في التطبيقات العملية بإفتراض أن لدينا جزءاً من سلك مستقيم ذات مقطع منتظم مساحته A وطوله ℓ، كما هو موضح بالشكل 5.24. إحتفظ بفرق جهد ثابت مقداره $\Delta V = V_b - V_a$ خلال السلك، تسبب في توليد مجالاً كهربياً وتياراً في السلك. فإذا أفترض أن المجال منتظم، يرتبط فرق الجهد بالمجال خلال العلاقة(2).

$$\Delta V = E\ell$$

(1) لايلتبس الفهم بالنسبة للتوصيلية σ مع كثافة الشحنة السطحية، فقد إستخدم الرمز لكليهما.

(2) هذه النتيجة تأتي من تعريف فرق الجهد

$$V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = E\int_0^\ell dx = E\ell$$

لذلك، يمكننا التعبير عن مقدار كثافة التيار في السلك بالعلاقة:

$$J = \sigma E = \sigma \frac{\Delta V}{\ell}$$

ولأن $J = I/A$، يمكن كتابة فرق الجهد على الصورة

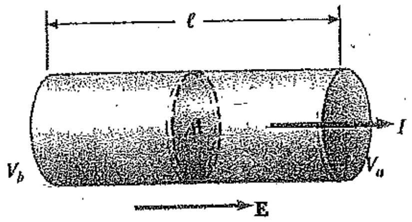
$$\Delta V = \frac{\ell}{\sigma} J = \left(\frac{\ell}{\sigma A}\right) I$$

تسمى القيمة $\ell/\sigma A$ بالمقاومة R للموصل. ويمكن تعريف المقاومة بأنها النسبة بين فرق الجهد بين طرفي الموصل إلى التيار المار خلال الموصل:

$$R \equiv \frac{\ell}{\sigma A} \equiv \frac{\Delta V}{I} \qquad \text{مقاومة موصل} \qquad (8.24)$$

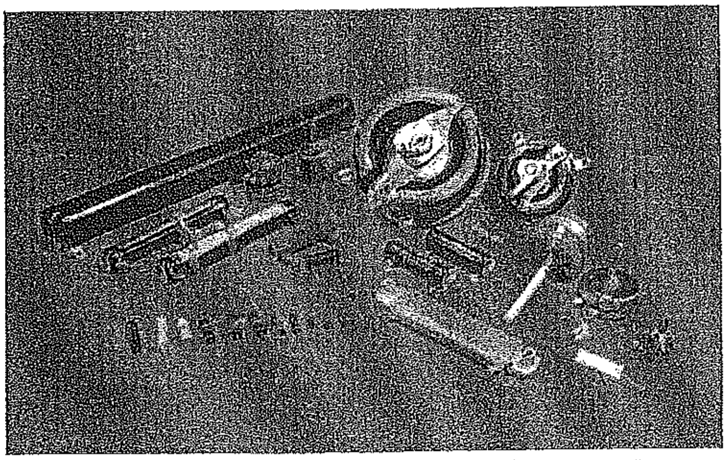
من هذه النتيجة نرى أن المقاومة لها وحدات القياس العالمي فلط لكل أمبير. واحد فلط لكل أمبير يعرف بالأوم (ohm Ω):

$$1\,\Omega \equiv \frac{1\text{ V}}{1\text{ A}} \qquad (9.24)$$



شكل 5.24 موصل منتظم طوله ℓ ومساحة مقطعه A. وضع فرق جهد مقداره $\Delta V = V_b - V_a$ بين طرفيه، نشأ عنه مجال كهربي **E**، وهذا المجال ينتج عنه تيار I يتناسب مع فرق الجهد.

يوضح التعبير الرياضي أنه إذا كان فرق الجهد 1 V عبر موصل يسبب تياراً قدره 1 A فإن مقاومته تساوي 1 Ω. فمثلاً، جهاز كهربي يتصل بمصدر فرق جهد 120 V ويحمل تياراً قدره 6 A، تكون مقاومته 20 Ω. بحل المعادلة 8.24 بالنسبة لفرق الجهد ($\Delta V = I\ell/\sigma A$) يفسر ذلك جزء من اللغز في بداية هذا الفصل: كيف يمكن للطيور أن تقف على خط قدرة عالي بدون أن تقتل بصعقة كهربية؟ فرق الجهد بين الأرض والسلك مئات الآلاف من الفلط، فإن فرق الجهد بين أرجل الطائر (التي يتغير منها كم من التيار يتدفق في الطائر) يكون صغيراً جداً.



مجموعة متنوعة من المقاومات تستخدم في الدوائر الكهربية .
(Henry Leap and Jim Lehman)

ومعكوس التوصيلية هي المقاومة النوعية أو النزعة للمقاومة ρ (Resistivity):

$$\rho \equiv \frac{1}{\sigma} \qquad \text{المقاومة النوعية} \qquad (10.24)$$

حيث ρ وحداتها أوم. متر (Ω.m). ويمكننا إستخدام هذا التعريف والمعادلة 8.24 للتعبير عن المقاومة لكتلة من المادة كالآتي:

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \qquad \text{مقاومة موصل منتظم} \qquad (11.24)$$

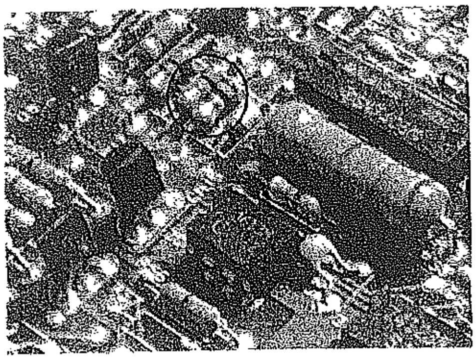
وكل مادة أومية لها مقاومة نوعية خاصة بها تعتمد على خصائص المادة وعلى درجة الحرارة. بالإضافة، كما نرى من معادلة 11.24، تعتمد المقاومة على الشكل الهندسي مثلما تعتمد علي مقاومتها النوعية. ويعطي الجدول 1.24 المقاومة النوعية لمواد مختلفة عند درجة حرارة 20°C. لاحظ المدى الهائل، من قيم صغيرة جداً للمواد جيدة التوصيل مثل النحاس والفضة، إلى قيم عالية جداً للمواد جيدة العزل مثل الزجاج والمطاط. والموصل المثالي هو الذي تكون مقاومته النوعية صفراً، والعازل المثالي هو الذي تكون مقاومته النوعية لانهائية.

وتوضح المعادلة 11.24 أن المقاومة لموصل إسطواني تتناسب مع طوله طردياً وتتناسب عكسياً مع مساحة مقطعه. فإذا تضاعف طول الموصل، فإن مقاومته تتضاعف. وإذا تضاعفت مساحة مقطعه، تتناقص مقاومته بمقدار النصف. والموقف يشبه إنسياب الماء خلال أنبوبة. كلما زاد طول الأنبوبة، زادت المقاومة للسريان. وكلما زادت مساحة مقطع الأنبوبة، يزداد السائل المار من مساحة المقطع في وحدة الزمن، لذلك يمر المزيد من السائل لنفس فرق الضغط المطبق على الأنبوبة وتقل بذلك المقاومة للإنسياب.

جدول 1.24 المقاومة النوعية والمعامل الحراري لها لمواد مختلفة

المادة	المقاومة النوعية [a] (Ω·m)	المعامل الحراري $\alpha[^\circ C^{-1}]$
الفضة	1.59×10^{-8}	3.8×10^{-3}
النحاس	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
الذهب	2.44×10^{-8}	3.4×10^{-3}
الألومونيوم	2.82×10^{-8}	3.9×10^{-3}
التنجستين	5.6×10^{-8}	4.5×10^{-3}
الحديد	10×10^{-8}	5×10^{-3}
البلاتينيوم	11×10^{-8}	3.92×10^{-3}
الرصاص	22×10^{-8}	3.9×10^{-3}
النيكل – كروم[b]	1.50×10^{-6}	0.4×10^{-3}
الكربون	3.5×10^{-5}	-0.5×10^{-3}
الجرمانيوم	0.46	-48×10^{-3}
السيليكون	640	-75×10^{-3}
الزجاج	10^{10} to 10^{14}	
المطاط القوي	$\approx 10^{13}$	
الكبريت	10^{15}	
الكوارتز (المنصهر)	75×10^{16}	

[a] كل القيم عند 20°C ، [b] النيكل – كروم سبيكة شائعة الاستعمال في عناصر التسخين



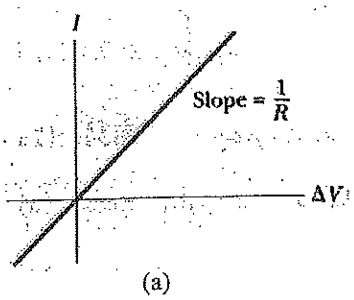
شكل 6.24 تمثل الشرائط اللونية على المقاومة شفرة لحساب المقاومة. واللونين الأولين يعطيا الرقمين العشريين في قيمة المقاومة. ويعطي اللون الثالث القوة الأسية للأساس عشرة للمعامل الضربي لقيمة المقاومة. واللون الأخير يمثل الخطأ في قيمة المقاومة. على سبيل المثال، الألوان الأربعة في المقاومة المستديرة هما الأحمر (=2)، الأسود (=0) والبرتقالي (=10^3) والذهبي (=5%)، ولذلك تكون قيمة المقاومة هي $20\text{x } 10^3\Omega = 20\text{k}\Omega$ وبنسبة خطأ قيمته $5\% = 1\text{k}\Omega$. (قيم الألوان من جدول 2.24). (Super Stock)

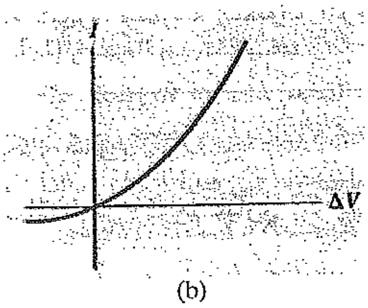
معظم الدوائر الكهربية تستخدم أجهزة تسمى **مقاومات** للتحكم في مستوى التيار في مختلف أجزاء الدائرة. يوجد نوعين شائعين من المقاومات وهما **المقاومة المركبة** والتي تحتوي على الكربون، و**مقاومة السلك الملفوف** والتي تحتوي على ملف من السلك. وقيم المقاومات بالأوم عادة ما يشار إليها بشفرة لونية، كما هو موضح بالشكل 6.24 والجدول 2.24.

المواد الأومية تكون العلاقة بين فرق الجهد والتيار لها خطية لمدى واسع من فرق الجهد المطبق (شكل 7.24a). ويكون ميل الجزء المستقيم من المنحنى الممثل للعلاقة بين التيار وفرق الجهد يعطي قيمة 1/R. والمواد غير الأومية تكون العلاقة بين التيار وفرق الجهد لها غير خطية. والوصلة الثنائية من

جدول 2.24 الشفرة اللونية للمقاومات

اللون	الرقم	المعامل الضربي	نسبة الخطأ
أسود	0	1	
بني	1	10^1	
أحمر	2	10^2	
برتقالي	3	10^3	
أصفر	4	10^4	
أخضر	5	10^5	
أزرق	6	10^6	
بنفسجي	7	10^7	
رمادي	8	10^8	
أبيض	9	10^9	
ذهبي		10^{-1}	5%
فضي		10^{-2}	10%
عديم اللون			20%





شكل 7.24 (a) منحنى التيار- فرق الجهد لمادة أومية. المنحنى خطي، وميله يساوي مقلوب المقاومة للموصل. (b) منحنى غير مستقيم للعلاقة بين التيار وفرق الجهد لوصلة ثنائية من أشباه الموصلات. وهذه الوصلة لاتتبع قانون أوم.

الأجهزة المعروفة والمصنعة من أشباه الموصلات والتي تكون العلاقة بين I و ΔV لها غير خطية. (شكل 7.24b). وتكون مقاومة الوصلة الثنائية صغيرة للتيارات في إتجاه واحد (موجب ΔV) وعالية للتيارات في الاتجاه العكسي (سالب ΔV). في الحقيقة معظم الأجهزة الإلكترونية الحديثة، مثل الترانزستور، العلاقة بين التيار وفرق الجهد لها تكون غير خطية؛ ويعتمد عملها على الطريقة الخاصة التي تحطم بها قانون أوم.

اختبار سريع 3.24

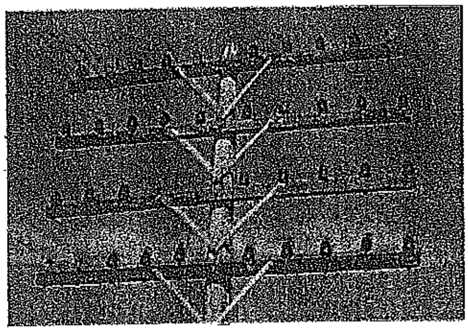
ماذا يمثل ميل الخط المنحني في الشكل 7.24b؟

اختبار سريع 4.24

طلب منك رئيسك تصميم وصلة كابل بطارية سيارة منخفض المقاومة. في ضوء المعادلة 11.24، ما هي العوامل التي ستأخذها في الإعتبار في تصميمك؟

مثال 2.24 مقاومة الموصل

احسب المقاومة لإسطوانة من الألومونيوم طولها 10 cm ومساحة مقطعها $2 \times 10^{-4} m^2$. كرر الحسابات لإسطوانة لها نفس الأبعاد ومصنوعة من الزجاج حيث المقاومة النوعية لها هي $3 \times 10^{10} \Omega.m$.



العوازل الكهربية للأقطاب التليفونية تصنع عادة من الزجاج لأن التوصيلية له منخفضة.
(J.H.Robinson/ Photo Researches, Inc)

الحل: من المعادلة 11.24 والجدول 1.24، يمكننا حساب المقاومة لإسطوانة الألومونيوم كالآتي:

$$R = \rho \frac{\ell}{A} = (2.82 \times 10^{-8} \Omega \cdot m)\left(\frac{0.100 \text{ m}}{2.00 \times 10^{-4} \text{ m}^2}\right)$$
$$= \boxed{1.41 \times 10^{-5} \Omega}$$

بالمثل، للزجاج نجد أن:

$$R = \rho \frac{\ell}{A} = (3.0 \times 10^{10} \Omega \cdot m)\left(\frac{0.100 \text{ m}}{2.00 \times 10^{-4} \text{ m}^2}\right)$$
$$= \boxed{1.5 \times 10^{13} \Omega}$$

كما هو متوقع من الفرق الكبير في مقاومة وحدة الطول، مقاومتي إسطوانتين لهما نفس الأبعاد من الألومونيوم والزجاج تختلفان بدرجة كبيرة. مقاومة إسطوانة الزجاج أكبر بمعامل 10^{18} من مقاومة إسطوانة الألومونيوم.

مثال 3.24 مقاومة سلك نيكل- كروم

(a) احسب المقاومة لوحدة الطول لسلك نيكل- كروم عياري 22. نصف قطره 0.321 mm.

الحل: مساحة مقطع السلك هي:

$$A = \pi r^2 = \pi(0.321 \times 10^{-3}\text{m})^2 = 3.24 \times 10^{-7}\text{m}^2$$

المقاومة النوعية لسبيكة النيكل- كروم هي $1.5 \times 10^{-6}\Omega.\text{m}$ (انظر الجدول 1.24) لذلك يمكننا إستخدام المعادلة 11.24 لإيجاد مقاومة وحدة الطول كالآتي:

$$\frac{R}{\ell} = \frac{\rho}{A} = \frac{1.5 \times 10^{-6}\Omega \cdot \text{m}}{3.24 \times 10^{-7}\text{m}^2} = 4.6\ \Omega/\text{m}$$

(b) إذا طبق فرق جهد قدره 10 V خلال سلك طوله 1 m من مادة النيكل- كروم، ما مقدار التيار في هذا السلك؟

الحل: مقاومة 1 m من هذا السلك هي 4.6 Ω، ومن المعادلة 8.24:

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{10\ \text{V}}{4.6\ \Omega} = 2.2\ \text{A}$$

لاحظ من جدول 1.24 أن المقاومة النوعية لسلك من سبيكة النيكل- كروم اكبر 100 مرة من مثيلة من النحاس. وتكون مقاومة وحدة الطول من سلك له نفس نصف القطر هي 0.052 Ω/m. ويحمل سلك من النحاس طوله 1 m وله نفس نصف القطر تياراً مساوياً (2.2A) إذا استخدم فرق جهد بين طرفيه مقداره 0.11 V فقط. وبسبب مقاومته النوعية العالية ومقاومته للتأكسد (الصدأ)، يستخدم عادة النيكل- كروم كعنصر للتسخين في سخانات الخبز والمكواه والسخانات الكهربية.

تمرين: ما مقدار مقاومة 6 m من سلك عياري -22 من سبيكة النيكل- كروم؟ وما قيمة التيار الذي يحمله السلك إذا وصل بمصدر فرق جهد 120 V؟

الإجابة: 28 Ω, 4.3A.

تمرين: احسب كثافة التيار والمجال الكهربي في السلك عندما يحمل تياراً مقداره 2.2A.

الإجابة: $6.8 \times 10^6\text{A/m}^2$, 10 N/C.

مثال 4.24 المقاومة على نصف قطر كابل محوري

من الشائع استخدام الكابلات المحورية في أجهزة التليفزيون والتطبيقات الإلكترونية. ويتكون الكابل المحوري من موصلين إسطوانيين. ويملأ الفراغ بين الموصلين تماماً بالسيليكون كما هو مبين بالشكل 8.24a، حيث لايراد تسرب التيار خلال السيليكون. (صمم الكابل لتوصيل التيار خلال طوله). نصف قطر الموصل الداخلي هو a= 0.5 cm، نصف قطر الموصل الخارجي b= 1.75 cm وطول الكابل L= 15cm. احسب مقاومة السيليكون بين الموصلين.

الحل: في مثل هذا النوع من المسائل، يجب تقسيم الجسم المراد حساب مقاومته إلى عناصر متحدة المركز سمك كل منها متناهي في الصغر مقداره dr (شكل 8.24b). ونبدأ باستخدام الشكل التفاضلي للمعادلة 11.24، باستبدال المسافة ℓ بالمتغير r: $dR = \rho\ dr/A$ حيث dR هي مقاومة العنصر dr من مادة السيليكون الذي مساحة سطحه A. في هذا المثال، مثلنا العناصر متحدة المركز بقشر إسطوانية أو اسطوانات مفرغة نصف قطر كل منها r، وسمك dr وطول L كما هو موضح بالشكل 8.24. أي تيار يمر من الموصل الداخلي إلى الموصل الخارجي يجب أن يمر في إتجاه نصف القطر خلال تلك

العناصر متحدة المركز وتكون المساحة التي يمر خلالها التيار هي $A = 2\pi rL$. (وهي المساحة للسطح الجانبي للإسطوانة- المحيط مضروباً في الطول- للاسطوانة المفرغة التي سمكها dr). لذلك، يمكن أن نكتب مقاومة هذه الأسطوانة المفرغة من السيليكون كالآتي:

$$dR = \frac{\rho}{2\pi rL} dr$$

ولأننا نريد أن نعرف المقاومة الكلية للسمك المحدد للسيليكون، يجب أن نكامل هذا التعبير الرياضي من $r = a$ إلى $r = b$:

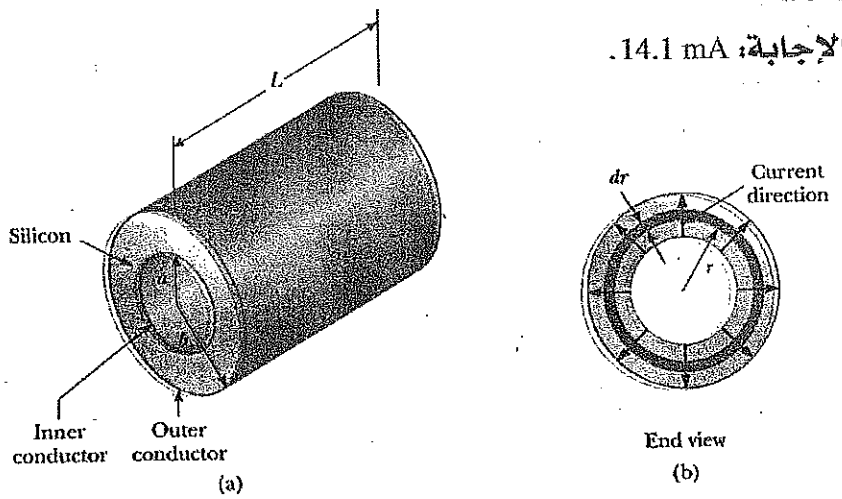
$$R = \int_a^b dR = \frac{\rho}{2\pi L}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

بالتعويض عن القيم المعطاة وأستخدام $\rho = 640\ \Omega.m$ للسيليكون نحصل على:

$$R = \frac{640\ \Omega\cdot\mathrm{m}}{2\pi(0.150\ \mathrm{m})}\ln\left(\frac{1.75\ \mathrm{cm}}{0.500\ \mathrm{cm}}\right) = 851\ \Omega$$

تمرين: إذا استخدم فرق جهد 12 V بين الموصلين الداخلي والخارجي، ما مقدار التيار الكلي الذي يمر بينهما؟

الإجابة: 14.1 mA.

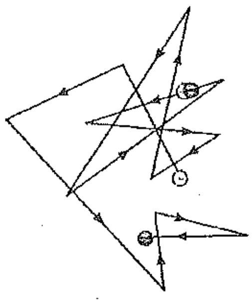


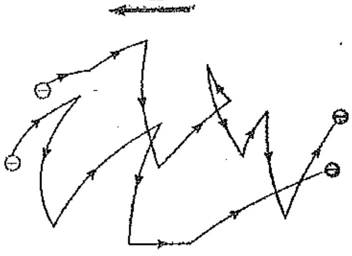
شكل 8.24 كابل محوري. (a) يملأ السيليكون الفراغ بين الموصلين. (b) مسقط رأسي يوضح التيار المتسرب.

3.24 نموذج للتوصيل الكهربي A MODEL FOR ELECTRIC CONDUCTION

نقوم في هذا القسم بشرح تفسير تقليدي للتوصيل الكهربي في الفلزات وكان أول من إفترضه بول درود Paul Drude عام 1900. ويثبت هذا التفسير قانون أوم في النهاية ويوضح أن المقاومة النوعية يمكن أن ترتبط بعلاقة مع حركة الإلكترونات في الفلز. ورغم أن تفسير درود الذي سنسوقه هنا غير محدود إلاأنه يمثل مبادئ مازالت تطبق في كثير من التعاملات.

افترض موصلاً عبارة عن مصفوفة منتظمة من الذرات ومجموعة من الإلكترونات الحرة، التي يطلق عليها أحياناً إلكترونات التوصيل. على الرغم من إرتباط إلكترونات التوصيل بالذرات الخاصة بها عندما لاتكون الذرات جزءاً من المادة الصلبة، فإنها تكتسب قابلية حركة Mobility عندما ترتبط الذرات الحرة لتمثيل مادة صلبة. وفي غياب المجال الكهربي، تتحرك إلكترونات التوصيل في اتجاهات عشوائية


(a)



(b)

شكل 9.24 (a) رسم تخطيطي للحركة العشوائية لإثنين من حاملات الشحنة في موصل عند عدم وجود مجال كهربي. تكون سرعة التدفق مساوية للصفر. (b) حركة حاملات الشحنة في موصل في وجود مجال كهربي. لاحظ أن الحركة العشوائية تتعدل نتيجة وجود المجال الكهربي وتكتسب حاملات الشحنة سرعة تدفق.

داخل الموصل بسرعة متوسطة في حدود 10^6 m/s. وهذا الموقف يشبه حركة جزيئات غاز في إناء. في الحقيقة، يشير بعض العلماء إلى حركة إلكترونات التوصيل في المعدن بمايسمى **غاز الإلكترونات** Electron gas. لايوجد تيار خلال موصل في غياب المجال الكهربي لأن سرعة تدفق الإلكترونات الحرة تساوي صفرا. وفي المتوسط، بعض الإلكترونات تتحرك في إتجاه ما وتتحرك في اتجاه معاكس أيضاً، ولذلك لايكون هناك تدفقاً كلياً للشحنة.

ويتغير هذا الحال بتطبيق مجال كهربي. الآن، بالإضافة إلى الحركة العشوائية التي شرحناها، تتدفق الإلكترونات الحرة ببطء في اتجاه يعاكس إتجاه المجال الكهربي، بسرعة تدفق متوسطة v_d وتكون صغيرة جداً (في حدود 10^{-4}m/s) مقارنة بسرعة التصادم المتوسطة (في حدود 10^6m/s).

ويوضح شكل 9.24 وصفاً لحركة الإلكترونات الحرة في موصل. في حالة عدم وجود مجال كهربي، لايوجد إزاحة نهائية بعد العديد من التصادمات (شكل 9.24a). ويتم تعديل الحركة العشوائية بوجود مجال كهربي $\mathbf{E}$ مسبباً تدفق الإلكترونات في اتجاه يعاكس إتجاه المجال الكهربي $\mathbf{E}$ (شكل 9.24b). وينتج إنحناء خفيف في المسارات الموضحة بالشكل 9.24b من تعجيل الإلكترونات بين التصادمات بسبب تطبيق المجال الكهربي. في هذا النموذج، تصورنا أن حركة الإلكترونات بعد التصادم لاتعتمد على حركتها قبل التصادم. وإفترضنا أيضاً أن الطاقة الاضافية التي اكتسبتها الإلكترونات في المجال الكهربي قد انتقلت إلى الذرة في الموصل عند تصادم الإلكترونات بالذرات. وتعمل الطاقة المعطاة للذرات على زيادة طاقة التذبذب لها، وهذا يسبب زيادة درجة حرارة الموصل. زيادة درجة حرارة الموصل نتيجة المقاومة نحتاجها في تطبيقات في أجهزة كثيرة شائعة.

ويمكننا الآن صياغة معادلة سرعة التدفق للإلكترونات الحرة. عند وجود هذه الإلكترونات التي كتلتها m_e وشحنتها $q(=-e)$ في مجال كهربي $\mathbf{E}$، تكتسب قوة $\mathbf{F}=q\mathbf{E}$. ولأن $\sum\mathbf{F}=m_e\mathbf{a}$، نستنتج من ذلك أن عجلة الإلكترون هي

$$\mathrm{a} = \frac{q\mathbf{E}}{m_e} \qquad (12.24)$$

هذه العجلة، تحدث فقط في زمن قصير بين التصادمات، وتجعل الإلكترون يكتسب سرعة تدفق صغيرة. إذا كانت t هي الزمن بعد آخر تصادم و $\mathbf{v}_i$ هي سرعة الإلكترون الابتدائية في لحظة ما بعد التصادم، تكون سرعة الإلكترون بعد زمن t هي:

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t = \mathbf{v}_i + \frac{q\mathbf{E}}{m_e}t \qquad (13.24)$$

وسنأخذ الآن متوسط السرعة $\mathbf{v}$ عند كل القيم الممكنة للزمن t وكل القيم الممكنة للمقدار $\mathbf{v}_i$. فإذا تصورنا أن القيم الإبتدائية للسرعة موزعة عشوائياً على كل القيم الممكنة، نجد أن القيمة المتوسطة للمقدار $\mathbf{v}_i$ تساوي صفرا. ويكون المقدار $(q\mathbf{E}/m_e)t$ هو السرعة المضافة نتيجة المجال أثناء رحلة واحدة بين ذرتين. فإذا بدأ الإلكترون بسرعة صفر، تكون القيمة المتوسطة للحد الثاني في المعادلة 13.24 هي $(q\mathbf{E}/m_e)\tau$، حيث τ هو متوسط الفترة الزمنية بين تصادمين متتاليين. ولأن قيمة $\mathbf{v}_f$ المتوسطة تساوي سرعة التدفق[4] يكون:

سرعة التدفق
$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_d = \frac{q\mathbf{E}}{m_e}\tau \qquad (14.24)$$

ويمكن ربط التعبير الرياضي الممثل لسرعة التدفق بالتيار في الموصل. بالتعويض بالمعادلة 14.24، في المعادلة 6.24 نجد أن مقدار كثافة التيار هي:

$$J = nqv_d = \frac{nq^2E}{m_e}\tau \qquad (15.24)$$

حيث n هو عدد حاملات الشحنة لوحدة الحجوم. وبمقارنة هذه المعادلة بقانون أوم، $J=\sigma E$ نحصل على العلاقة التالية للتوصيلية والمقاومة النوعية:

التوصيلية
$$\sigma = \frac{nq^2\tau}{m_e} \qquad (16.24)$$

المقاومة النوعية
$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m_e}{nq^2\tau} \qquad (17.24)$$

وطبقاً لهذا النموذج التقليدى، لاتعتمد التوصيلية والمقاومة النوعية على شدة المجال الكهربي. وهذه الخاصية تتميز بها الموصلات التي تحقق قانون أوم.

ويرتبط متوسط الزمن بين تصادمين τ بمتوسط المسافة بين التصادمين ℓ (وهذا هو متوسط المسار الحر؛ انظر القسم 7.18) ومتوسط السرعة المطلقة $\overline{v}$ من خلال المعادلة:

$$\tau = \frac{\ell}{\overline{v}} \qquad (18.24)$$

مثال 5.24 تصادمات الإلكترون في سلك

(a) باستخدام المعطيات والنتائج من المثال 1.24 والنموذج التقليدي للتوصيل الإلكتروني، أوجد متوسط الزمن بين التصادمات للالكترونات في سلك نحاس.

الحل: من المعادلة 17.24، نرى أن

$$\tau = \frac{m_e}{nq^2\rho}$$

حيث $\rho = 1.7\text{x}\ 10^{-8}\Omega.\text{m}$ للنحاس وكثافة حاملات الشحنة هي $n= 8.49\text{x}\ 10^{28}\text{Electrons/m}$ للسلك المذكور في المثال 1.24. بالتعويض عن هذه القيم في المعادلة السابقة تعطي

(4) لأن عملية التصادم عشوائية، لاتعتمد كل حادثة تصادم على ماحدث قبلها. وهذا يشبه عملية إلقاء زهر النرد عشوائياً. إحتمالية الحصول على عدد معين في رمية واحدة لاتعتمد على نتيجة الرمية السابقة. وفي المتوسط يأتي هذا العدد كل ستة رميات، بداية من أي زمن إختياري.

$$\tau = \frac{(9.11\times10^{-31}\text{kg})}{(8.49\times10^{28}\,\text{m}^{-3})(1.6\times10^{-19}\,\text{C})^2(1.7\times10^{-8}\,\Omega\cdot\text{m})}$$

$$= 2.5\times10^{-14}\,\text{s}$$

(b) افرض أن متوسط السرعة المطلقة للإلكترونات الحرة في النحاس هي 1.6×10^6m/s وباستخدام النتائج في الجزء (a)، احسب متوسط المسار الحر للالكترونات في النحاس.

الحل:

$$\ell = \overline{v}\tau = (1.6\times10^{6}\,\text{m/s})(2.5\times10^{-14}\,\text{s})$$

$$= 4.0\times10^{-8}\,\text{m}$$

وهذا يساوي 40 nm (وبالمقارنة بالفراغات الذرية حوالي 0.2 nm). لذلك، على الرغم من أن الزمن بين التصادمات قصير جداً، فإن الإلكترون في السلك يسير مسافة حوالي 200 مرة قدر الفراغ الذري بين التصادمات.

بالرغم من أن هذا التصور القديم عن التوصيل يتفق مع قانون أوم، إلا إنه غير كاف لشرح بعض الظواهر الهامة. على سبيل المثال، القيمة التقليدية المحسوبة $\overline{v}$ حسبت على أساس نموذج الغاز المثالي (انظر القسم 6.18) أقل من قيمتها الحقيقية بمعامل ضربي عشرة. علاوة على ذلك، إذا عوضنا عن τ بالقيمة $\ell/\overline{v}$ في المعادلة 17.24 وأعدنا ترتيب الحدود بحيث تكون $\overline{v}$ في المقام، نجد أن المقاومة النوعية ρ تتناسب مع $\overline{v}$. وطبقاً لنموذج الغاز المثالي، تتناسب $\overline{v}$ مع $\sqrt{T}$؛ إذن، $\rho \propto \sqrt{T}$. وهذا يتناقض مع حقيقة أن، في الفلزات النقية، تعتمد المقاومة النوعية خطياً على درجة الحرارة. ونستطيع تحقيق الإعتماد الخطي فقط باستخدام نموذج ميكانيكا الكم، الذي سنصفه الآن باختصار.

وطبقاً لميكانيكا الكم، للإلكترونات طبيعة شبه موجية. إذا كانت صفوف من الذرات في الموصل تبعد عن بعضها مسافات منتظمة (في ترتيب دوري)، فان الطبيعة شبه الموجية للإلكترون تجعله يتحرك بحرية في الموصل، بحيث لايتصادم مع الذرة. وللموصل المثالي، لايوجد تصادمات، ويكون متوسط المسار الحر لانهائياً، وتكون المقاومة النوعية صفراً، وتستطار الموجات الإلكترونية فقط إذا كان ترتيب الذرات غير منتظم (ليس دورياً) نتيجة، مثلاً، وجود عيوب في التركيب الداخلي أو شوائب. وعند درجة حرارة منخفضة، يتم التغلب على المقاومة النوعية بالاستطارة التي تحدث بالتصادم بين الإلكترونات والشوائب. وعند درجة حرارة مرتفعة، يتم التغلب على المقاومة النوعية بالاستطارة الحادثة نتيجة التصادم بين الإلكترونات وذرات الموصل، التي إزيحت بشكل متصل عن المسافات في الترتيب المنتظم وذلك نتيجة التغير الحراري. الحركة الحرارية للذرات سببت عدم إنتظام التركيب الداخلي (مقارنة بالترتيب الدوري عند السكون)، وذلك يقلل متوسط المسار الحر.

4.24 المقاومة ودرجة الحرارة RESISTANCE AND TEMPERATURE

في مدى محدود من درجة الحرارة، تتغير المقاومة النوعية لفلز بشكل خطي تقريباً مع درجة الحرارة طبقاً للمعادلة

تغير ρ مع درجة الحرارة

$$\rho = \rho_0[1+\alpha(T-T_0)] \qquad (19.24)$$

حيث ρ هي المقاومة النوعية عند درجة حرارة T (بالدرجات المئوية)، ρ_0 هي المقاومة النوعية عند

درجة حرارة مرجعية (Reference Temperature) T_0 (تؤخذ عادة بالقيمة 20°C)، و α هي المعامل الحراري للمقاومة النوعية. من المعادلة 19.24، نجد أن المعامل الحراري للمقاومة النوعية يمكن التعبير عنه كالآتي:

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0}\frac{\Delta\rho}{\Delta T} \qquad (20.24)$$ المعامل الحراري للمقاومة النوعية

حيث $\Delta\rho = \rho - \rho_0$ هو التغير في المقاومة النوعية في مدى درجة الحرارة $\Delta T = T - T_0$.

ويوضح الجدول 1.24 قيم مختلفة للمعاملات الحرارية للمقاومة النوعية لمواد مختلفة. لاحظ أن وحدات α هي $^{-1}$(درجة مئوية) $\{(°C^{-1})\}$. ونعلم أن المقاومة تتناسب مع المقاومة النوعية (المعادلة 11.24)، ويمكننا كتابة التغير في المقاومة كالآتي:

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \qquad (21.24)$$

واستخدام هذه الخاصية يجعلنا نستطيع قياس درجة الحرارة بدقة، كما هو موضح بالمثال التالي:

مثال 6.24 الترمومتر البلاتيني ذو المقاومة A Platinum Resistance Thermometer

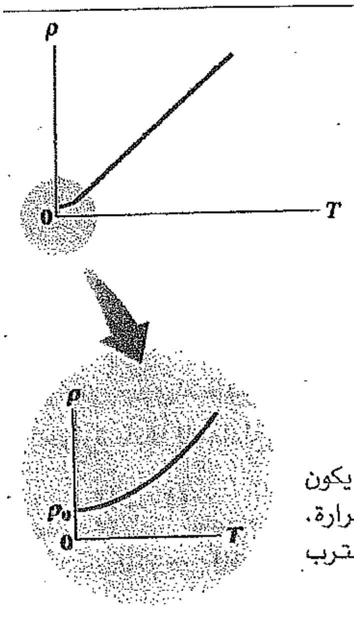
الترمومتر ذو المقاومة، يستخدم لقياس درجة الحرارة وذلك بقياس التغير في مقاومة الموصل، وهو مصنوع من البلاتيوم ومقاومته 50 Ω عند درجة حرارة 20°C. وعند غمسه في إناء يحتوي مادة الإنديوم عند درجة الذوبان، زادت مقاومته إلى 76.8 Ω. احسب درجة حرارة ذوبان الإنديوم.

الحل: بحل المعادلة 21.24 لإيجاد ΔT واستخدام قيمة α للبلاتينيوم المعطاة بجدول 1.24، نحصل على:

$$\Delta T = \frac{R - R_0}{\alpha R_0} = \frac{76.8\ \Omega - 50.0\ \Omega}{[3.92\times10^{-3}(°C)^{-1}](50.0\ \Omega)} = 137°C$$

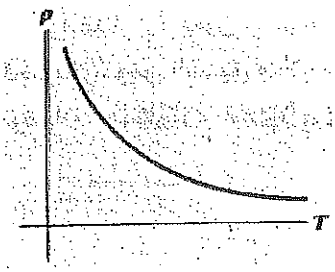
ولأن T_0= 20°C نجد أن T، درجة حرارة الإنديوم عند الذوبان هي 157°C.

وللفلزات مثل النحاس، تتناسب المقاومة النوعية تقريباً مع درجة الحرارة، كما بالشكل 10.24. على أي حال، المنطقة التي يكون فيها التغير غير خطي تكون دائماً عند درجة حرارة منخفضة جداً وتكون المقاومة النوعية عادة قيمة محدودة عندما تكون درجة الحرارة قريبة من الصفر المطلق. وهذه القيمة المتبقية من المقاومة النوعية بالقرب من الصفر المطلق تحدث نتيجة التصادم بين الإلكترونات والمواد المشيبة أو عيوب التركيب الداخلي في الفلز. وعلى النقيض، المقاومة النوعية عند درجات حرارة عالية (المنطقة الخطية) تحدث نتيجة التصادم بين الإلكترونات وذرات الفلز.



شكل 10.24: تغير المقاومة النوعية مع درجة الحرارة لفلز مثل النحاس. يكون المنحنى خطياً لمدى واسع من درجة الحرارة، وتزداد ρ بزيادة درجة الحرارة. وعندما تقترب T من الصفر المطلق (الجزء المكبر من الصورة العلوية)، تقترب المقاومة النوعية من قيمة محدودة ρ_0.

لاحظ أن ثلاث قيم للمعامل α تأخذ قيماً سالبة في الجدول 1.24، وهذا يشير إلى أن المقاومة النوعية لهذه المواد تتناقص بزيادة درجة الحرارة (شكل 11.24)، ويعزى هذا السلوك إلى زيادة كثافة حاملات الشحنة عند درجات حرارة مرتفعة.



شكل 11.24 المقاومة النوعية كدالة في درجة الحرارة لشبه موصل نقي، مثل السيليكون أو الجرمانيوم.

لأن حاملات الشحنة في أشباه الموصلات غالباً ما تكون مصاحبة لذرات الإشابة، تكون المقاومة النوعية لهذه المواد حساسة جداً لنوع وتركيز هذه الشوائب. وسوف نعود إلى دراسة أشباه الموصلات في الفصل 43 كامتداد لهذا الموضوع.

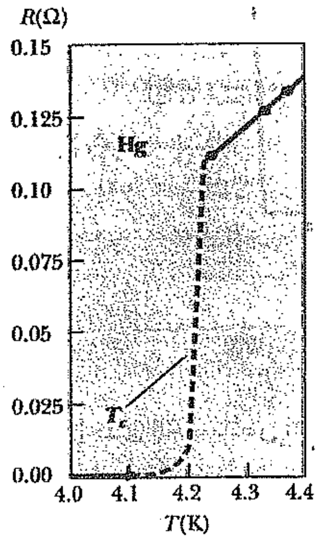
اختبار سريع 5.24

متى يكون التيار الذي يحمله مصباح كبيراً. مباشرة بعد تشغيله وزيادة توهج فتيلته، أم بعد تشغيله بعدة أجزاء من ألف من الثانية وذلك عند الاستعداد للتوهج؟

(قسم اختياري)

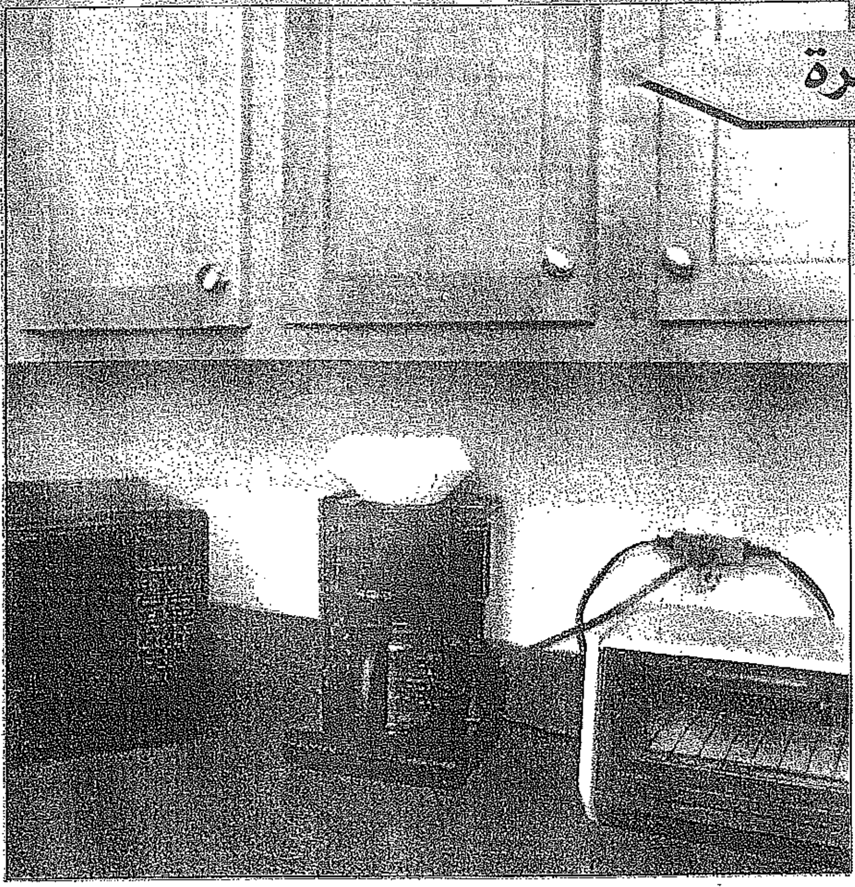
5.24 المواد فائقة التوصيل SUPERCONDUCTORS

هناك نوع من المعادن والمركبات التي تقل مقاومتها إلى الصفر عندما تصل درجة حرارتها إلى قيمة معينة T_c، تعرف بدرجة الحرارة الحرجة. هذه المواد تعرف بالمواد فائقة التوصيل الكهربي. والعلاقة البيانية بين المقاومة ودرجة الحرارة لهذه المواد تتبع الفلز العادي عند درجة حرارة أعلى من T_c (شكل 12.24). عندما تكون درجة الحرارة مساوية أو أقل من T_c، تقل المقاومة النوعية فجأة إلى الصفر. هذه الظاهرة اكتشفها عام 1911 عالم الفيزياء الهولندي "هيكا كمرلينج أونس (1926 -1853) Heike Kamerlingh- Onnes" بينما كان يتعامل مع الزئبق، وهو فائق التوصيل تحت درجة حرارة 4.2K. وتشير القياسات الحديثة أن المقاومة النوعية للمواد فائقة التوصيل تحت قيم T_c لها أقل من $4 \times 10^{-25}\Omega.m$ – حوالي 10^{17} مرة أقل من المقاومة النوعية للنحاس وفي الواقع العملي يمكن اعتبارها صفراً.



شكل 12.24 العلاقة بين المقاومة ودرجة الحرارة للزئبق (Hg). يتبع المنحنى سلوك الفلز العادي فوق درجة الحرارة الحرجة T_c. وتهبط فجأة المقاومة النوعية عند T_c وهي للزئبق 4.2K.

ونعرف اليوم الاف من المواد فائقة التوصيل، وكما يوضح الشكل 13.24، درجة الحرارة الحرجة لأحدث المواد المكتشفة أعلى كثيراً من القيمة الابتدائية الممكن التكهن بها. ويعرف نوعان من المواد فائقة التوصيل. النوع الأحدث مثل $YBa_2Cu_3O_7$ وهو أساساً سيراميك له درجة حرارة حرجة عالية، بينما تكون المواد فائقة التوصيل مثل المواد التي شاهدها كمرلينج أونس هي فلزات. وإذا ما عرفت هوية المادة فائقة التوصيل عند درجة حرارة الغرفة، سيكون تأثير ذلك على التكنولوجيا هائلاً.



صورة محيرة

إذا عملت كل هذه الأجهزة المنزلية جميعها في وقت واحد فإن قاطع الدائرة يرتفع فيمنع حدوث موقفاً خطيراً. ماذا يجعل قاطع الدائرة يعمل عندما توصل أجهزة كهربية عديدة في دائرة واحدة؟
(George Semple)

الفصل الخامس والعشرون

25

دوائر التيار المستمر

Direct Current Circuits

ويتضمن هذا الفصل :

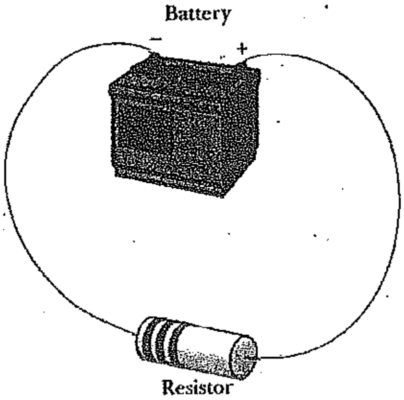
يهتم هذا الفصل بتحليل بعض الدوائر الكهربية البسيطة التي تحتوي على بطاريات، ومقاومات ومكثفات في تجميعات مختلفة. تحليل هذه الدوائر تم تبسيطه باستخدام قانونين يعرفا بقاعدتي كيرشوف (Kirchhoff's Rules)، وهما ناتجتين من قانون حفظ الطاقة وقانون حفظ الشحنة الكهربية. وقد افترض في معظم الدوائر التي تم تبسيطها حالة الثبات، وذلك يعني ثبات التيار في القيمة والمقدار. في القسم 4.25 ناقشنا الدوائر التي يكون فيها التيار متغيراً مع الزمن. وأخيراً قمنا بوصف مختلف الأجهزة الكهربية الشهيرة ونظاماً لقياس التيار وفرق الجهد والمقاومة والقوة الدافعة الكهربية.

1.25 القوة الدافعة الكهربية ELECTROMOTIVE FORCE

في القسم 6.24 وجدنا أن تياراً كهربياً ثابتاً يستمر في دائرة كهربية عند وجود مصدر للقوة الدافعة الكهربية بها (كالبطارية أو المولد الكهربي) فيعمل على توليد مجال كهربي يحرك الشحنة في الدائرة. ويمكن تصور مصدر القوة الدافعة الكهربية (*emf*) "كمضخة للشحنات". وعند وجود فرق جهد كهربي بين نقطتين، يحرك المصدر الشحنات "صاعدة" من الجهد الأقل إلى الجهد الأعلى وتمثل القوة الدافعة الكهربية $\mathcal{E}$ الشغل المبذول لوحدة الشحنات،وبذلك تكون وحداتها في النظام المتري الدولي SI System هي الفولت.

إفترض الدائرة الموضحة في شكل 1.25، والمتكونة من بطارية متصلة بمقاومة. بافتراض أن مقاومة أسلاك التوصيل تساوي صفرا، يكون القطب الموجب للبطارية جهده أعلى من جهد القطب السالب. فإذا أهملنا المقاومة الداخلية للبطارية، يكون فرق الجهد خلالها (يسمى جهدا القطبين) مساوياً للقوة الدافعة الكهربية. على أي حال، ولأن أي بطارية حقيقية عادة لها مقاومة داخلية r، فإن جهدا القطبين لايساوي القوة الدافعة الكهربية للبطارية في الدائرة التي تحتوي على التيار.

ولفهم سبب ذلك، افرض الدائرة الموضحة بالشكل 2.25a، حيث تم تمثيل البطارية الموضحة بالشكل 1.25 بمستطيل منقط يحتوي على قوة دافعة كهربية $\mathcal{E}$ على التوالي مع المقاومة الداخلية r.



شكل 1.25 دائرة تحتوي على مقاومة متصلة بقطبي بطارية.

والآن إفترض أننا نتحرك خلال البطارية في اتجاه دوران عقرب الساعة من a إلى b ونقيس الجهد الكهربي عند مواضع مختلفة. وبالمرور من القطب السالب إلى الموجب، يزداد الجهد بمقدار $\mathcal{E}$. بينما، عندما نتحرك خلال المقاومة r، يقل الجهد بمقدار Ir، حيث I هو شدة التيار في الدائرة. لذلك، يكون جهد قطبي البطارية $\Delta V = V_b - V_a$ هو(1)

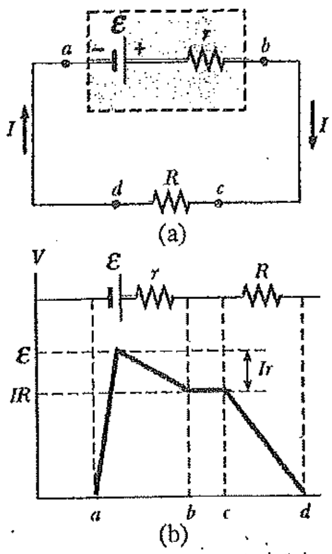
$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir \qquad (1.25)$$

ونلاحظ من هذه المعادلة أن ε تكافئ جهد الدائرة المفتوحة- أي جهد القطبين عندما يكون التيار صفراً. والقوة

(1) جهد الأقطاب في هذه الحالة أقل من القوة الدافعة الكهربية بمقدار Ir . في بعض الأحيان يزيد جهد القطبين عن القوة الدافعة الكهربية بمقدار Ir . يحدث ذلك عندما يكون اتجاه التيار عكس اتجاه القوة الدافعة الكهربية، كما في حالة شحن بطارية بمصدر آخر للقوة الدافعة الكهربية.

الدافعة الكهربية "ق د ك" هى الجهد الذي يرمز للبطارية- فمثلاً، ق. د. ك لخلية جافة هو 1.5 V. ويعتمد فرق الجهد الفعلي بين طرفي البطارية على التيار المار خلالها كما هو موضح بالمعادلة 1.25.

يمثل الشكل 2.25b رسماً بيانياً لتغير الجهد الكهربي بالمرور خلال الدائرة في اتجاه عقرب الساعة. وبفحص الدائرة 2.25a نجد أن جهد القطبين ΔV يجب أن يساوي فرق الجهد على المقاومة الخارجية R، والتي تسمى عادة **بمقاومة الحمل**. ومقاومة الحمل يجب أن تكون عنصر مقاومة في دائرة بسيطة، كما هو موضح في الشكل 1.25، أو يمكن أن تكون مقاومة جهاز كهربي (مثل آلة تسخين الخبز، أو سخان كهربي أو مصباح كهربي) متصل بالبطارية (أو في حالة الأجهزة المنزلية، تتصل بمصدر التيار الكهربي). وتمثل المقاومة حملاً على البطارية لأن البطارية يجب أن تمد الجهاز بالطاقة ليعمل. ويكون فرق الجهد عبر المقاومة هو $\Delta V = IR$. وبمقارنة هذا التعبير الرياضي بالمعادلة 1.25 نجد أن:



شكل 2.25 (a) رسم تخطيطي لدائرة مصدر ق. د. ك (في هذه الحالة بطارية) مقاومتها الداخلية r، متصلة بمقاومة خارجية R. (b) رسم بياني يوضح كيفية تغير الجهد الكهربي بتغير الموضع في اتجاه عقرب الساعة في الجزء (a).

$$\mathcal{E} = IR + Ir \tag{2.25}$$

وبحل المعادلة نحصل على التيار I

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \tag{3.25}$$

هذه المعادلة توضح أن التيار في هذه الدائرة البسيطة يعتمد على كل من مقاومة الحمل R خارج البطارية والمقاومة الداخلية r. فإذا كانت R أكبر كثيراً من r، كما هو الحال في العديد من الدوائر الحقيقية، فإنه يمكننا إهمال r.

فإذا ضربنا المعادلة 2.25 في التيار I، نحصل على:

$$I\varepsilon = I^2R + I^2r \tag{4.25}$$

ولأن القدرة $\mathscr{P} = I\,\Delta V$ (انظر المعادلة 22.24) فإن المعادلة 4.25 توضح أن القدرة الخارجة $I\mathcal{E}$ من البطارية إلى مقاومة الحمل هي I^2R وإلى المقاومة الداخلية بمقدار I^2r. ومرة أخرى، عندما تكون $r << R$، فإن معظم القدرة المنطلقة من البطارية تتحول إلى مقاومة الحمل.

مثال 1.25 جهد قطبي بطارية

القوة الدافعة الكهربية لبطارية 12 V ومقاومتها الداخلية 0.05 Ω. وصل طرفيها بمقاومة حمل 3Ω. (a) أوجد التيار المار في الدائرة وجهد القطبين للبطارية.

الحل: باستخدام المعادلة 3.25 أولاً ثم المعادلة 1.25، نحصل على

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{12.0\text{ V}}{3.05\ \Omega} = 3.93\text{ A}$$

$$\Delta V = \mathcal{E} - Ir = 12.0\text{ V} - (3.93\text{ A})(0.05\ \Omega) = 11.8\text{ V}$$

للتأكد من هذه النتيجة، نحسب الجهد خلال مقاومة الحمل R:

$$\Delta V = IR = (3.93\ \text{A})(3.00\ \Omega) = 11.8\ \text{V}$$

(b) احسب القدرة المنطلقة لمقاومة الحمل والقدرة المنطلقة للمقاومة الداخلية للبطارية، والقدرة المنطلقة من البطارية.

الحل: القدرة المنطلقة لمقاومة الحمل هي:

$$\mathscr{P}_R = I^2R = (3.93\ \text{A})^2\ (3.00\ \Omega) = 46.3\ \text{W}$$

القدرة المنطلقة للمقاومة الداخلية هي:

$$\mathscr{P}_r = I^2r = (3.93\ \text{A})^2\ (0.05\ \Omega) = 0.772\ \text{W}$$

لذلك تكون القدرة المنبعثة من البطارية هي مجموع المقدارين أو 47.1W. ويمكنك التأكد من صحة النتيجة باستخدام التعبير الرياضي $\mathscr{P} = I\mathcal{E}$.

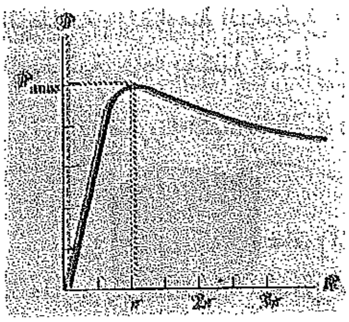
مثال 2.25 مضاهاة مقاومة الحمل

بين أن أقصى قيمة للقدرة المنطلقة لمقاومة الحمل R في شكل 2.25a تحدث عندما تتساوى مقاومة الحمل والمقاومة الداخلية. أي أن $R=r$.

الحل: ترسل القدرة إلى مقاومة الحمل بمقدار I^2R، حيث I يعطى بالمعادلة 3.25:

$$\mathscr{P} = I^2R = \frac{\mathcal{E}^2R}{(R+r)^2}$$

وعندما ترسم $\mathscr{P}$ مع R كما بالشكل 3.25، نجد أن $\mathscr{P}$ تصل إلى قيمة عظمى قدرها $\mathcal{E}^2/4r$ عند $R=r$. ويمكننا أيضاً إثبات ذلك بتفاضل $\mathscr{P}$ بالنسبة للمتغير R، وبوضح النتيجة تساوي صفراً وحل المعادلة لإيجاد R.

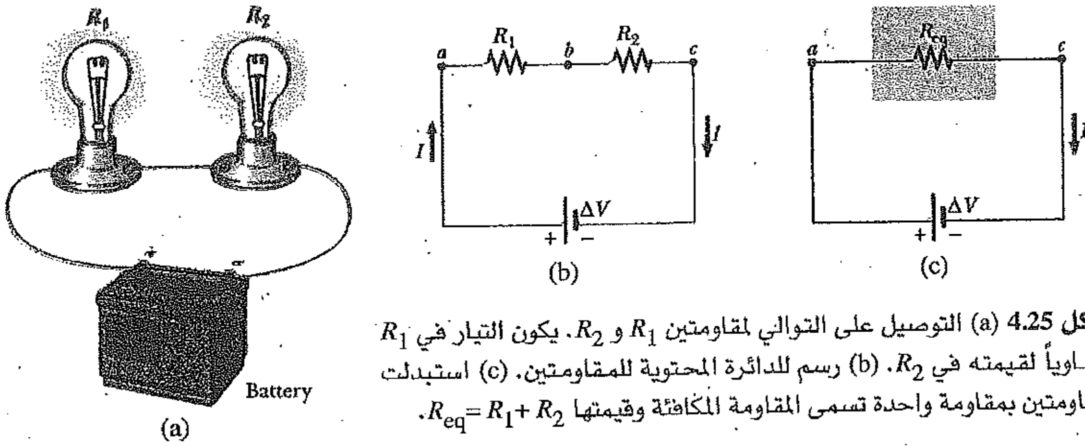


شكل 3.25 رسم بياني يوضح القدرة المرسلة من البطارية لمقاومة حمل قيمتها R كدالة في R. تكون القدرة المغذية للمقاومة قيمة عظمى عند مقاومة حمل تساوي المقاومة الداخلية للبطارية.

2.25 المقاومات على التوالي والتوازي

عند توصيل مقاومتين أو أكثر معاً كالمصابيح الكهربية في الشكل 4.25a، يقال في هذه الحالة إنها موصلة على التوالي. ويوضح الشكل 4.25b رسماً تخطيطياً للدائرة التي تحتوي على هذه المصابيح، التي مثلت كمقاومات والبطارية. وفي التوصيل على التوالي، نجد أن كل الشحنات التي تتحرك خلال المقاومة الأولى يجب أن تمر أيضاً خلال المقاومة الثانية. وبطريقة أخرى، تتراكم الشحنات بين المقاومات، أي،

في حالة جمع المقاومات على التوالي، يكون التيار في المقاومتين متساوي لأن أي شحنة تمر خلال R_1 يجب أن تمر خلال R_2.



شكل 4.25 (a) التوصيل على التوالي لمقاومتين R_1 و R_2. يكون التيار في R_1 مساوياً لقيمته في R_2. (b) رسم للدائرة المحتوية للمقاومتين. (c) استبدلت المقاومتين بمقاومة واحدة تسمى المقاومة المكافئة وقيمتها $R_{eq}=R_1+R_2$.

وينقسم فرق الجهد المطبق خلال المجموعة على التوالي بين المقاومتين. وفي الشكل 4.25b، ولأن الهبوط في الجهد[2] من a إلى b يساوي IR_1 والهبوط في الجهد من b إلى c يساوي IR_2 ويكون الهبوط في الجهد من a إلى c هو

$$\Delta V = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$$

وعلى ذلك، يمكننا إستبدال المقاومتين على التوالي بمقاومة واحدة لها مقاومة مكافئة R_{eq}، حيث:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \tag{5.25}$$

وتكافئ المقاومة R_{eq} مجموع المقاومتين R_1+R_2 على التوالي حيث لايتغير تيار الدائرة عندما تحل R_{eq} محل R_1+R_2.

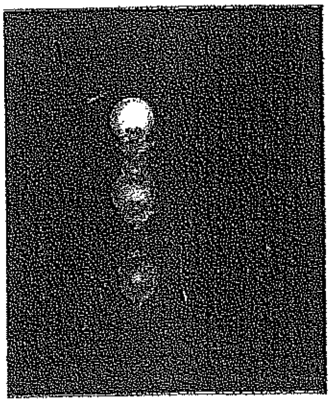
وتكون المقاومة المكافئة لثلاث مقاومات أو أكثر متصلة على التوالي هي

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots$$

وتوضح هذه العلاقة أن "المقاومة المكافئة لمجموعة مقاومات متصلة على التوالي تكون أكبر دائما من أي من المقاومات منفردة".

اختبار سريع 1.25

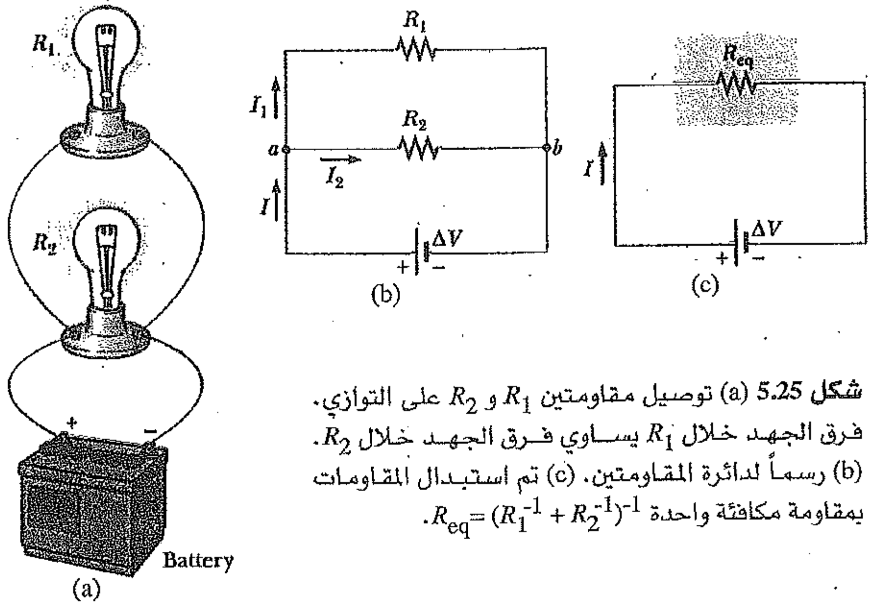
إذا استخدم جزءاً من سلك لتوصيل النقطة b بالنقطة c في الشكل 4.25b، هل تزداد إضاءة المصباح R_1 أم تنقص أم تظل كما هي؟ وماذا يحدث لإضاءة المصباح R_2؟



ثلاثة مصابيح متصلة على التوالي تعمل جميعها عند 120V وقدرات 60W، 75W و 200W. لماذا تختلف شدة الضوء للمصابيح؟ أي المصابيح مقاومتها أكبر؟ كيف تختلف شدتها الضوئية إذا وصلت على التوازي؟ (Henry Leap and Jim Lehman)

افرض الآن أن مقاومتين متصلتين على التوازي، كما هو موضح بالشكل 5.25. عندما يصل التيار I عند النقطة a في

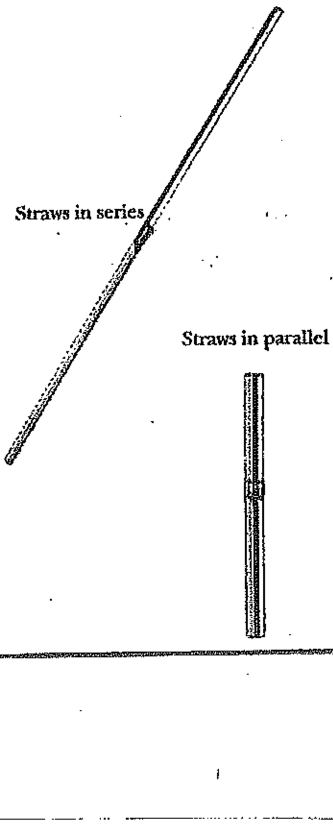
(2) يستخدم التعبير «الهبوط في الجهد» (Voltage drop) كمرادف لنقص الجهد الكهربي عبر مقاومة.



شكل 5.25 (a) توصيل مقاومتين R_1 و R_2 على التوازي. فرق الجهد خلال R_1 يساوي فرق الجهد خلال R_2. (b) رسماً لدائرة المقاومتين. (c) تم استبدال المقاومات بمقاومة مكافئة واحدة $R_{eq} = (R_1^{-1} + R_2^{-1})^{-1}$.

تجربة سريعة

وصل زوجا من الأنابيب المستخدمة للشراب واحدة في نهاية الأخرى، ثم صل زوجا آخر منها واحدة بجوار الاخرى. أي الزوجين يسهل من خلاله سحب الشراب؟ ماذا يحدث إذا قارنت ثلاث منها متصلة كل بنهاية الاخرى بثلاث لصقت متجاورة؟



الشكل 5.25b، تسمى بالوصلة، ينقسم إلى جزئين، I_1 يتدفق خلال R_1 و I_2 خلال R_2. والوصلة هي أي نقطة في الدائرة ينقسم عندها التيار. هذا التقسيم ينتج عنه تياراً في كل مقاومة منفردة أقل من التيار الخارج من البطارية. ولأن الشحنة محفوظة، فإن التيار I الداخل للنقطة a يجب أن يساوي التيار الكلي الخارج من هذه النقطة.

$$I = I_1 + I_2$$

وكما نرى من الشكل 5.25، كل من المقاومتين تتصل مباشرة بقطبي البطارية لذا، "عند توصيل المقاومات على التوازي، يكون فرق الجهد خلالها متساوي". ولأن فرق الجهد خلال المقاومات متساوي، يعطي التعبير الرياضي $\Delta V = IR$ الآتي:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \Delta V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{\Delta V}{R_{eq}}$$

ومن هذه النتيجة، نجد أن المقاومة المكافئة لمقاومتين متصلتين على التوازي هي:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad (7.25)$$

أو

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

ويعطي التعبير الرياضي التالي المقاومة المكافئة لثلاث مقاومات أو أكثر متصلة علي التوازي:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots \qquad (8.25)$$

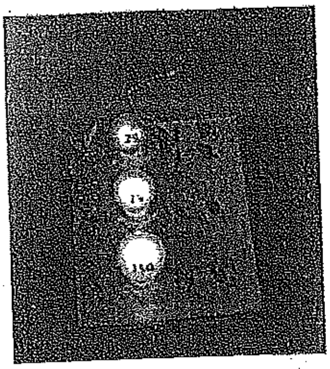
المقاومة المكافئة لعدة مقاومات على التوازي

ويمكننا أن نرى من هذه المعادلة أن "المقاومة المكافئة لمقاومتين أو أكثر متصلة على التوازي هي دائماً أقل من أصغر مقاومة في المجموعة".

والدوائر المنزلية تتصل دائماً بحيث تكون الأجهزة متصلة على التوازي. ويعمل كل جهاز منفصلاً ولايعتمد على بقية الأجهزة بحيث إذا أطفئ، تظل الباقية تعمل. بالإضافة إلى ذلك، تعمل الأجهزة عند فرق جهد متساوي.

اختبار سريع 2.25

افرض أن البطارية في الشكل 1.25 مقاومتها الداخلية صفرا. هل يزداد التيار إذا أضفنا مقاومة ثانية على التوالي مع الأولى في الدائرة أم ينخفض أم يظل كما هو؟ وماذا عن فرق الجهد بين قطبي البطارية؟ هل تتغير إجابتك إذا كانت المقاومة الثانية متصلة على التوازي مع الأولى؟



ثلاثة مصابيح كهربية قدرتها 25W و 75W و 150W، وصلت على التوازي لمصدر جهد 100V. وكان فرق الجهد بين أطرافها جميعاً متساوياً. لماذا تختلف شدة الضوء لكل منها؟ أي المصابيح يكون تياره الأعلى؟ وأي منها مقاومته الأقل؟ (Henry Leap and Jim Lehman)

اختبار سريع 3.25

هل توصل المصابيح الأمامية للسيارة على التوالي أم على التوازي؟ وضح إجابتك؟

مثال 3.25 **أوجد المقاومة المكافئة**

وصلت أربعة مقاومات كما هو موضح بالشكل 6.25a. (a) أوجد المقاومة المكافئة بين النقطتين a و c.

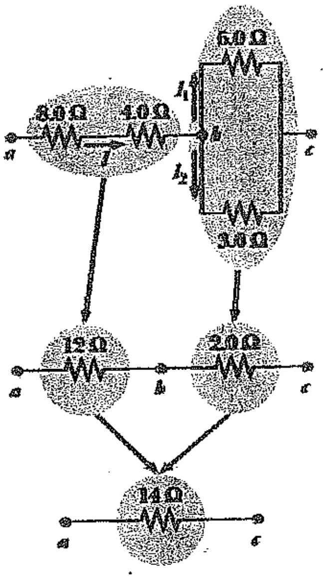
الحل: مجموعة المقاومات يمكن إختصارها في خطوات، كما هو موضح بالشكل 6.25. المقاومتان 8Ω و 4Ω موصلتان على التوالي؛ لذلك تكون المقاومة المكافئة لهما بين a و b هي 12Ω (انظر المعادلة 5.25). المقاومتان 6Ω و 3Ω متصلتان على التوازي، ونجد من المعادلة 7.25 أن المقاومة المكافئة لهما بين b و c هي 2Ω. على ذلك، تكون المقاومة المكافئة بين a و c هي 14Ω.

(b) ما مقدار التيار في كل مقاومة إذا كان فرق الجهد بين a و c هو 42V؟

الحل: التيار في المقاومتين 8Ω و 4Ω متساوي ويساوي التيار في المقاومة المكافئة 14Ω نتيجة فرق الجهد 42V. لذلك، باستخدام المعادلة 8.24 ($R = \Delta V/I$) والنتيجة التي حصلنا عليها في الجزء (a)نحصل على

$$I = \frac{\Delta V_{ac}}{R_{eq}} = \frac{42\ \text{V}}{14\ \Omega} = 3.0\ \text{A}$$

وهذا هو التيار في المقاومات 8Ω و 4Ω، وعندما يصل التيار 3A إلى النقطة b، ينقسم إلى جزئين: جزء يمر في المقاومة (I_1) 6Ω وجزء يمر خلال المقاومة 3Ω (I_2). ولأن فرق الجهد خلال المقاومتين هو ΔV_{bc} (حيث أنهما متصلتان على التوازي)، نجد أن: $(6\Omega)I_1 = (3\Omega)I_2$، أي $I_2 = 2I_1$ وباستخدام هذه النتيجة والحقيقة $I_1 + I_2 = 3A$ نجد أن $I = 1A$، $I_2 = 2A$. ويمكننا التخمين بهذه النتيجة من البداية وذلك بملاحظة أن التيار خلال المقاومة 3Ω قيمته ضعف قيمة التيار المار خلال المقاومة 6Ω، وذلك نظراً لمقاومتهم النسبية وحقيقة أن الجهد المطبق على كل منهم متساوي. وكاختبار نهائي للنتائج التي حصلنا عليها، لاحظ أن: $\Delta V_{bc} = (6\Omega)I_1 = (3\Omega)I_2 = 6V$ و$\Delta V_{ab} = (12\Omega I) = 36V$، وعلى ذلك يكون $\Delta V_{ac} = \Delta V_{ab} + \Delta V_{bc} = 42V$ وهي القيمة المعطاه.



شكل 25.6

مثال 4.25 ثلاث مقاومات على التوازي

وصلت ثلاث مقاومات على التوازي كما هو موضح بالشكل 7.25 وطبق فرق جهد 18V بين النقطتين a و b. (a) أوجد التيار في كل مقاومة.

الحل: المقاومات متصلة على التوازي، لذلك يكون فرق الجهد خلال كل منها هو 18V. وبتطبيق العلاقة $\Delta V = IR$ على كل مقاومة نحصل على:

$$I_1 = \frac{\Delta V}{R_1} = \frac{18\text{ V}}{3.0\ \Omega} = 6.0\text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\Delta V}{R_2} = \frac{18\text{ V}}{6.0\ \Omega} = 3.0\text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\Delta V}{R_3} = \frac{18\text{ V}}{9.0\ \Omega} = 2.0\text{ A}$$

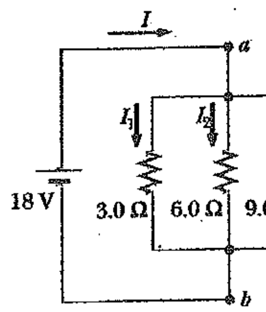
(b) احسب القدرة التي تغذي كل مقاومة والقدرة الكلية التي تغذي مجموعة المقاومات.

الحل: نطبق العلاقة $\mathcal{P} = (\Delta V)^2/R$ لكل مقاومة فنحصل على

$$\mathcal{P}_1 = \frac{\Delta V^2}{R_1} = \frac{(18\text{ V})^2}{3.0\ \Omega} = 108\text{ W}$$

$$\mathcal{P}_2 = \frac{\Delta V^2}{R_2} = \frac{(18\text{ V})^2}{6.0\ \Omega} = 54\text{ W}$$

$$\mathcal{P}_3 = \frac{\Delta V^2}{R_3} = \frac{(18\text{ V})^2}{9.0\ \Omega} = 36\text{ W}$$



شكل 7.25 ثلاث مقاومات متصلة على التوازي. فرق الجهد على كل منها هو 18V.

ويوضح ذلك أن أقل مقاومة تتلقي أكبر قدرة. وبجمع المقادير الثلاثة نحصل على القدرة الكلية وهي 198W.

(c) احسب المقاومة المكافئة للدائرة.

الحل: يمكننا استخدام المعادلة 25.8 لايجاد R_{eq}

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{3.0\ \Omega} + \frac{1}{6.0\ \Omega} + \frac{1}{9.0\ \Omega}$$

$$= \frac{6}{18\ \Omega} + \frac{3}{18\ \Omega} + \frac{2}{18\ \Omega} = \frac{11}{18\ \Omega}$$

$$R_{eq} = \frac{18\ \Omega}{11} = 1.6\ \Omega$$

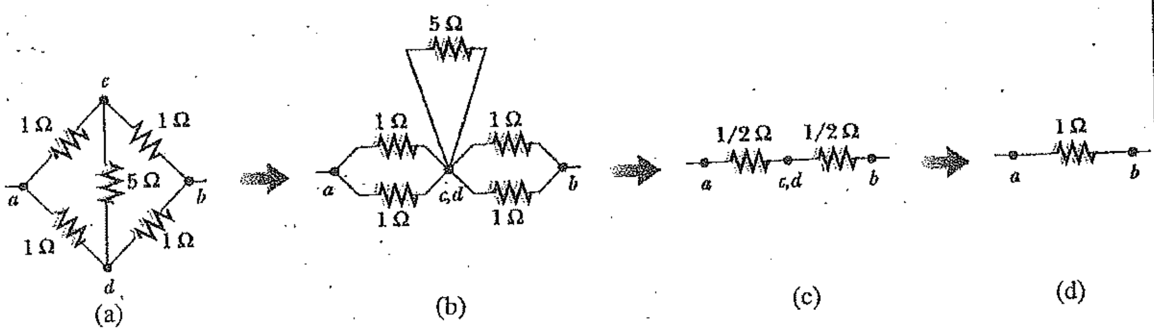
تمرين: استخدم R_{eq} لحساب القدرة الكلية التي تغذي بها البطارية الدائرة.

الإجابة: 198W.

مثال 5.25 **إيجاد R_{eq} ببرهان التماثل**

افرض أن خمس مقاومات متصلة كما بالشكل 8.25a. أوجد المقاومة المكافئة بين النقطتين a و b.

الحل: في مثل هذا النوع من المسائل، من الضروري تصور أن التيار يدخل الوصلة a ونستخدم التماثل. وبسبب التماثل في الدائرة (كل المقاومات تساوي 1Ω في الأفرع الخارجية) يكون التيار في الأفرع ac و ad متساوي. وبذلك يكون فرق الجهد الكهربي عند النقطتين c و d متساوي، ويعني هذا أن $\Delta V_{cd} = 0$ ونتيجة ذلك يجب أن توصل النقط c، d معاً دون أن يؤثر ذلك على الدائرة كما هو موضح بالشكل 8.25b. لذا تكون المقاومة 5Ω ملغاة من الدائرة وتكون الدائرة المتبقية قد أختصرت كما بالشكل 8.25c و 8.25d. ومن هذا الاختصار نرى أن المقاومة المكافئة للمجموعة هي 1Ω. لاحظ أن النتيجة 1Ω بغض النظر عن قيمة المقاومة الموصلة بين c و d.

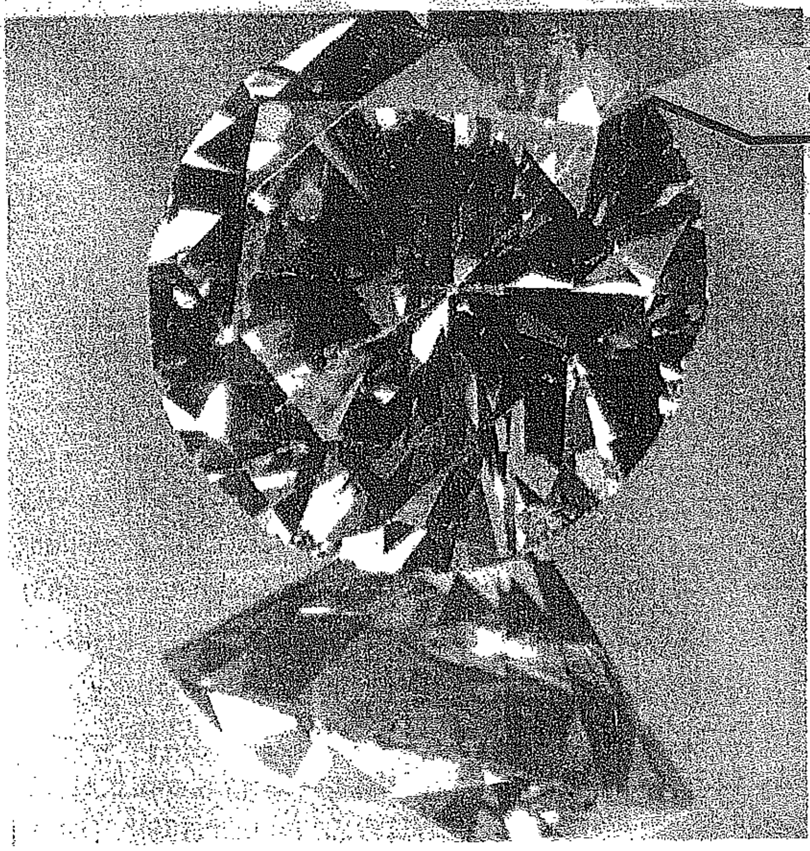


شكل 8.25 بسبب التماثل في الدائرة، المقاومة 5Ω لاتساهم في المقاومة بين النقطتين a و b وعلى ذلك يمكن غض النظر عن وجودها عند حساب المقاومة المكافئة.

الفيزياء

للعلميين والمهندسين

الموجات الميكانيكية
والضوء والبصريات



صورة محيرة

الألوان الجميلة التي نراها في ماسة جيدة القطع، هي جزء من جاذبية هذه الجوهرة. وقد أصبح الآن من الممكن أن نصنع مجوهرات مقلدة تباع بأسعار منخفضة جداً، ولكن لها نفس لمعان الماس الطبيعي.

كيف تستطيع أن تميز بين الأحجار المقلدة الرخيصة والماسة الحقيقية باستعمال شئ يمكن أن تجده في دولاب المطبخ؟

(مقدمة من Charles D.Winters)

الفصل الخامس والثلاثون 35 طبيعة الضوء وقوانين البصريات الهندسية

The Nature of light and the laws of Geometrical Optics

ويتضمن هذا الفصل :

1.35 طبيعة الضوء THE NATURE OF LIGHT

قبل بداية القرن التاسع عشر، كان يعتقد أن الضوء يتكون من سيل من الجسيمات تنبعث إما من الجسم الذي يُرى أو من عين الناظر إلى هذا الجسم. وحسب نظرية الجسيمات لنيوتن، فإن هذه الجسيمات تنبعث من المصدر الضوئي، وهي التي تسبب الرؤيا بسقوطها على العين.

وباستخدام هذه النظرية تمكن نيوتن من تفسير انعكاس وانكسار الضوء.

وحازت نظرية الجسيمات لنيوتن قبول معظم العلماء، ولكن ظهرت في ذلك الوقت نظرية أخرى تفترض أن الضوء ينتقل في حركة موجية. وقد شرح الفيزيائي والفلكي الهولندي كريستيان هيجنز Christian Huygens في سنة 1678 استخدام نظريته الموجية لتفسير انعكاس وانكسار الضوء. ولم تلق هذه النظرية قبولاً فورياً، وتمثل الاعتراض عليها في أنه في حالة انتقال الضوء على هيئة أمواج فإنه يحيد عن مساره الخطي عند سقوطه على حافة جسم، وتعرف هذه الظاهرة بحيود الضوء dif-fraction ويصعب ملاحظتها لصغر طول أمواج الضوء. وبالرغم من أن جريمالدى Grimaldi (1618 - 1663) أعطى دليلاً عملياً على وجود ظاهرة الحيود سنة 1660 نجد أن معظم العلماء رفضوا النظرية الموجية وشايعوا نظرية الجسيمات لنيوتن لمدة تزيد على قرن من الزمان.

وفي سنة 1801 أثبت توماس ينج Thomas Young (1773 - 1829) عملياً وبوضوح الطبيعة الموجية للضوء. فقد أوضح ينج أن أشعة الضوء تتداخل مع بعضها في ظروف معينة ولم يكن ممكننا تفسير هذا السلوك باستخدام نظرية الجسيمات. وبعد ذلك بعدة سنوات أجرى فرنل Fresnel (1788 - 1829) عدة تجارب تتعلق بتداخل وحيود الضوء. وفي سنة 1850 أعطى فوكو Foucault (1791 - 1868) دليلاً آخرَ على قصور نظرية الجسيمات بقياس سرعة الضوء في السوائل، ووجد أنها أقل منها في الهواء. وهذه النتيجة عكس ما هو مستنتج من نظرية الجسيمات. وأدت التطورات الأخرى خلال القرن التاسع عشر إلى قبول النظرية الموجية بصفة عامة، ومن أهم هذه التطورات النتائج الهامة لأبحاث ماكسويل Maxwell الذي أكد سنة 1873، أن الضوء عبارة عن موجات كهرمغناطيسية عالية التردد. وكما أسلفنا في الفصل الواحد والثلاثين أن هرتز Hertz، أكد بالتجربة نظرية ماكسويل سنة 1887، بإنتاج والكشف عن موجات كهرمغناطيسية. وثبت أن هذه الموجات تنعكس وتنكسر وتظهر كل الخواص الأخرى للموجات.

وبالرغم من أن النظرية الموجية والنظرية الكلاسيكية للكهربية والمغناطيسية مكنتا من تفسير معظم خصائص الضوء المعروفة، فإنهما لم تتمكنا من تفسير بعض التجارب الأخرى وأهمها التأثير الكهرضوئي الذي اكتشفه هرتز: فعندما يسقط شعاع ضوئي على سطح معدني، تنبعث إلكترونات من هذا السطح في بعض الحالات، وأوضحت التجارب أن طاقة الحركة للإلكترون المنبعث لاتعتمد على شدة الضوء الساقط، وهذه النتيجة لاتتوافق مع النظرية الموجية للضوء والتي تبين أن الشعاع الضوئي الأعلى شدة لابد أن يعطي طاقة أعلى للإلكترون. وقد قدم أينشتين سنة 1905 شرحاً للظاهرة الكهرضوئية في نظرية تأخذ بمفهوم الكم Quantization والتي وضعها ماكس بلانك Planck (1858- 1947) في سنة 1900. وتفرض نظرية الكم أن طاقة الشعاع الضوئي تتكون من طاقة حزمة من الفوتونات Photons، وحسب نظرية أينشتين فإن طاقة الفوتون تتناسب طردياً مع تردد الموجة الكهرمغناطيسية:

$$E = hf \tag{1.35}$$

حيث h مقدار ثابت ويساوي 6.63×10^{-34} جول. ثانية ويعرف بثابت بلانك (انظر القسم 7.11). ومن المهم ملاحظة أن هذه النظرية تحتفظ ببعض المعالم من كلتا النظريتين الموجية والجسيمية والتأثير الكهرضوئي هو نتيجة لنقل الطاقة من فوتون واحد إلى الكترون في المعدن، وأن هذا الفوتون له خصائص شبه موجية، لأن طاقته تعين من قيمة تردده.

ويتضح من هذا الشرح، أن الضوء لابد أن يكون ذا طبيعة إزدواجية Dual، أي أن الضوء يُظهر خصائص موجية في بعض الظروف وخصائص جسيمية في ظروف أخرى. ويظهر السؤال: هل الضوء موجة أو جسيم؟. والإجابة: في بعض الأحيان يعمل الضوء كموجة، وفي أحيان أخرى يعمل كجسيم. وفي الفصول القليلة القادمة سنبحث في الطبيعة الموجية للضوء.

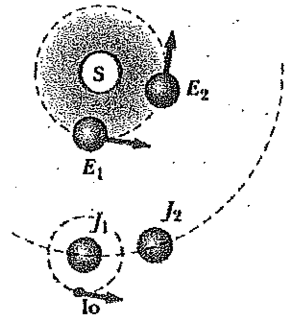
2.35 قياس سرعة الضوء MEASUREMENTS OF THE SPEED OF LIGHT

ينتشر الضوء بسرعة عالية ($c = 3 \times 10^8$ m/s) أدت إلى عدم نجاح المحاولات التي تمت في الماضي البعيد لقياس هذه السرعة. وقد حاول جاليليو قياس سرعة الضوء عن طريق ناظرين، كل منهما يقف في برج وعلى بعد 10 كيلومترات من الآخر، ويحمل مصباحاً يمكن حجب الضوء الصادر منه عن طريق غطاء. ويبدأ أحد الناظرين برفع غطاء مصباحه أولاً، وعندما يصل الضوء إلى الثاني فيرفع غطاء مصباحه. واعتقد جاليليو أنه بمعرفة زمن انتقال الضوء بين الناظرين يمكن حساب سرعته. ويسهل الآن استنتاج أنه لايمكن قياس سرعة الضوء بهذه الطريقة (كما استنتج جاليليو سابقاً) وذلك لأن زمن انتقال الضوء خلال هذه المسافة صغيرجداً بالنسبة لزمن التوافق العصبي العضلي للإنسان.

وسنشرح الآن طريقتين لقياس سرعة الضوء.

طريقة رومر Roemer's Method

نجح الفلكي الدنماركي رومر (1644- 1710) Roemer سنة 1675 في الحصول على أول قيمة تقريبية لسرعة الضوء. وتعتمد طريقة رومر على المشاهده والحسابات الفلكية لأحد أقمار كوكب المشترى Io، والذي له زمن دورة حول هذا الكوكب تساوي تقريباً 42.5 ساعة، وزمن دورة كوكب المشترى حول الشمس 12 سنة، وبذلك فإنة عندما تتحرك الأرض خلال 90° حول الشمس فإن المشترى يدور بزاوية تساوي $(1/12)\,90° = 7.5°$ (شكل 1.35)



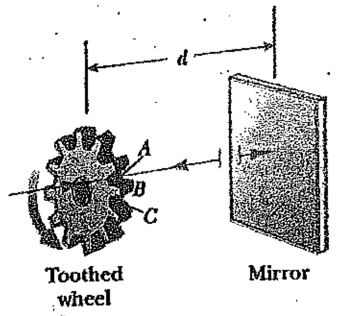
شكل 35.1 طريقة رومر لقياس سرعة الضوء، في الزمن الذي تأخذه الأرض لتتحرك 90° حول الشمس (ثلاثة شهور)، ويتحرك المشترى 7.5° تقريباً فقط. (لم يؤخذ مقياس الرسم في الاعتبار).

ويتوقع مشاهد آخر يقوم بدراسة الحركة المدارية للقمر Io في اتجاه عقارب الساعة نفس الفترة الزمنية، ولكن لاحظ رومر بعد تجميع نتائج لفترة أكثر من سنة لاحظ تغيراً منتظماً لدورة هذا القمر. ووجد أن هذه الدورة أطول من المتوسط عندما تبعد الأرض عن المشترى، وتكون أقصر من المتوسط عندما تقترب الأرض من

المشترى. فلو أن القمر Io له دورة ثابتة فإن رومر لابد أن يرى خسوف هذا القمر عند زمن محدد، ويمكن كذلك أن يتنبأ بزمن الخسوف التالي، بينما عندما حسب زمن الخسوف الثاني عندما تبعد الأرض عن المشترى وجد أن الخسوف ظهر متأخراً. فلو أن الزمن بين ملاحظاته كان ثلاثة أشهر، فيكون التأخير 600 ثانية تقريباً. وعزى رومر هذا الفرق إلى أن المسافة بين الأرض والمشترى تتغير من مشاهد إلى المشاهد الذي يليه. وفي فترة الشهور الثلاثة (ربع زمن دورة الأرض حول الشمس) يجب أن ينتقل الضوء من المشترى مسافة إضافية تساوي نصف قطر مدار الأرض.

وباستخدام نتائج رومر، قدر هيجنز أن أقل قيمة لسرعة الضوأ هي تقريباً 2.3×10^8 m/s، وتعتبر هذه التجربة هامة من الناحية التاريخية لأنها توضح أن الضوء له سرعة محددة وأعطى قيمة تقريبية لها.

طريقة فيزو Fizeau's Method



شكل 2.35 طريقة فيزو لقياس سرعة الضوء باستخدام عجلة مسننة. ويعتبر مصدر الضوء عند موقع العجلة، ولذلك فإن المسافة d تكون معروفة.

قدم فيزو Fizeau (1819- 1896) في سنة 1849 أول طريقة أرضية ناجحة لقياس سرعة الضوء. ويبين الشكل 2.35 رسماً مبسطاً لجهاز فيزو. وأساس هذه الطريقة هي قياس الزمن الكلي الذي يستغرقه الضوء لينتقل من نقطة ما إلى مرآة على بعد معين من هذه النقطة، التي يعود إليها بالانعكاس من المرآة. وبافتراض أن d تمثل المسافة بين المصدر الضوئي والمرآة (ويعتبر المصدر الضوئي عند موقع العجلة)، وأن زمن مرور الضوء ذهاباً وعودة هو t فتكون سرعة الضوء هي $c= 2d/t$

ولقياس هذا الزمن، استخدم فيزو عجلة مسننة (ترس) والتي تحول شعاعاً مستمراً إلى مجموعة من النبضات الضوئية. وبدوران هذه العجلة يمكن التحكم فيما يمكن أن يشاهد عند المصدر الضوئي. فمثلاً لو أن النبضة انتقلت تجاه المرآة ومرت خلال فتحة عند النقطة A في الشكل رقم 2.35 ، لابد أن تعود إلى العجلة في اللحظة التي يكون فيها السن B حل محل الفتحة A فلاتصل النبضة إلى المشاهد. وعند سرعة أعلى لدوران العجلة، فإن الفتحة عند النقطة C تتحرك إلى مكان ما يتيح للنبضة أن تصل إلى المشاهد (مكان النقطة A في هذه الحالة). وبمعرفة المسافة d ، وعدد السنون في العجلة، والسرعة الزاوية للعجلة، توصل فيزو إلى سرعة $c= 3.1 \times 10^8$ m/s. وعن طريق قياسات أخرى مشابهة باستخدام هذه الطريقة تم التوصل إلى نتيجة أدق لسرعة الضوء وهي تقريباً 2.9979×10^8 m/s.

مثال 1.35 قياس سرعة الضوء بإستخدام طريقة فيزو

افرض أن عجلة فيزو المسننة بها 360 سن، وتدور 5.27 دورة/ ثانية عندما تمر نبضة الضوء من النقطة A في شكل 2.35 وتحجب بالسن B عند عودتها. احسب سرعة الضوء في حالة أن تكون المسافة بين العجلة والمرآة تساوي 7500 متراً.

الحل: تحتوي العجلة على 360 سن، وبذلك تحتوي على 360 فتحة. أي أن الضوء عندما يمر خلال

الفتحة A ويحجب عن العودة بالسن الملاصق للفتحة A، فإن العجلة لابد أن تدور بزاوية تساوي 720 /1 من الدورة الكاملة في الفترة الزمنية التي تنتقل فيها النبضة الضوئية خلال رحلتها هذه.

ومن تعريف السرعة الزاوية وهي:

$$t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{(1/720)\ \text{rev}}{27.5\ \text{rev/s}} = 5.05 \times 10^{-5}\text{s}$$

تكون سرعة الضوء c هي:

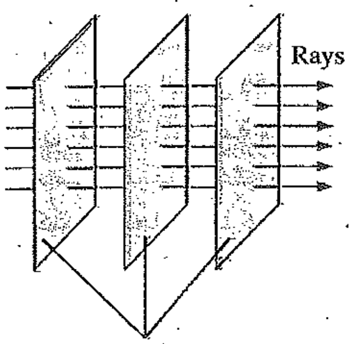
$$c = \frac{2d}{t} = \frac{2(7\,500\ \text{m})}{5.05 \times 10^{-5}\text{s}} = 2.97 \times 10^{8}\ \text{m/s}$$

3.35 فكرة الشعاع في البصريات الهندسية:

THE RAY APPROXIMATION IN GEOMETRIC OPTICS

14.2

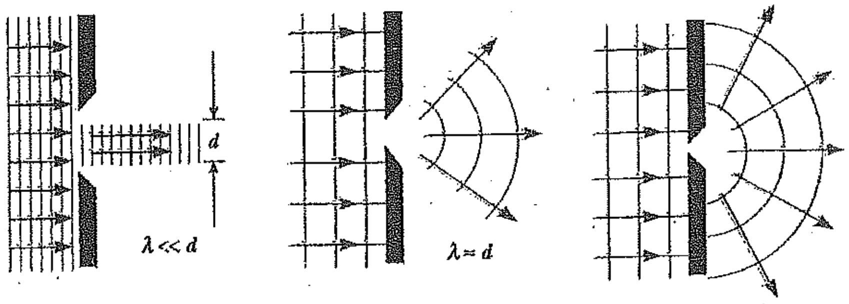
تتضمن البصريات الهندسية دراسة إنتشار الضوء، مع افتراض أن الضوء ينتقل في اتجاه محدد وفي خط مستقيم ما دام أنه موجود في وسط متجانس، ويتغير اتجاهه عندما يقابل سطح يفصل بين وسطين مختلفين، أو أن الوسط الذي ينتقل فيه الضوء غير متجانس في الكثافة الضوئية. وعند دراسة البصريات الهندسية في هذا الفصل، وفي الفصل السادس والثلاثين، سنستخدم تقريباً يعبر عنه بفكرة الشعاع. ونلاحظ أن الأشعة في حالة موجة ضوئية معينة عبارة عن خطوط مستقيمة عمودية على صدر أو جبهة الموجة، كما هو واضح في القسم 4.33 وكذلك في شكل 3.35 لموجة مستوية. وفي فكرة الشعاع نفترض أن الموجة تنتقل خلال وسط ما في خطوط مستقيمة وفي اتجاه أشعتها.



شكل 3.35 موجة مستوية تنتقل إلى الجهة اليمنى

وفي حالة سقوط الموجة على حائل به فتحة دائرية قطرها أكبر كثيراً من طول موجة الضوء كما في شكل 4.35a تخرج الموجة من الفتحة على هيئة خطوط مستقيمة (ما عدا بعض التأثيرات عند حواف الفتحة) وبذلك تنطبق فكرة الشعاع. وإذا كان قطر الفتحة في حدود طول موجة الضوء كما في الشكل 4.35b فإن الموجة تنتشر من الفتحة في جميع الاتجاهات. وفي النهاية إذا كانت الفتحة أصغر كثيراً من طول موجة الضوء فإن الفتحة تعتبر تقريباً كمصدر ضوئي على هيئة نقطة تصدر أمواجاً كما في شكل 4.35c. وتحدث تأثيراً مشابهاً عندما تسقط أمواج على جسم معتم له سمك d، وفي هذه الحالة عندما تكون $\lambda << d$ فإن الجسم يكون ظلاً محدداً.

وسنطبق فكرة الشعاع والافتراض بأن $\lambda << d$ في هذا الفصل وفي الفصل السادس والثلاثين، وكلاهما يتعامل مع البصريات الهندسية. وهذا المفهوم (التقريب) جيد جداً لدراسة المرايا والعدسات والمنشورات والأجهزة البصرية التي تعتمد عليها مثل التلسكوبات والكاميرات والنظارات الطبية.

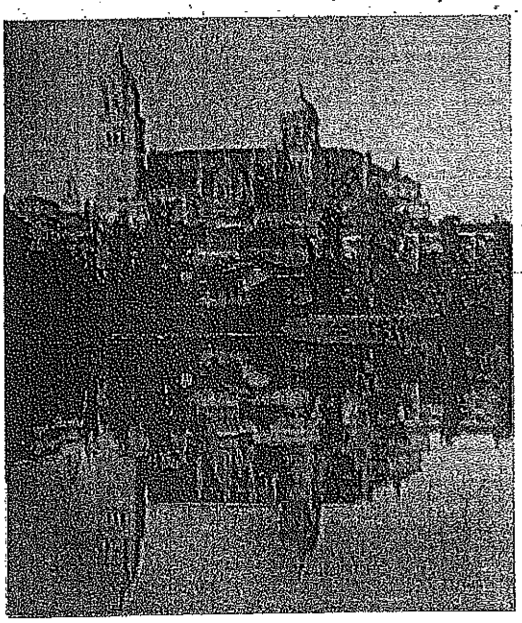


شكل 4.35 تسقط موجات ضوئية مستوية طولها الموجي λ على حائل به فتحة قطرها d. (a) عندما تكون $\lambda << d$ تستمر أشعة الضوء في الانتشار في خطوط مستقيمة، (b) عندما تكون $\lambda \approx d$ تنتشر الأشعة متفرقة بعد نفاذها من الفتحة، (c) عندما تكون $\lambda >> d$ تمثل الفتحة مصدراً نقطياً يشع موجات كرية.

4.35 الانعكاس REFLECTION

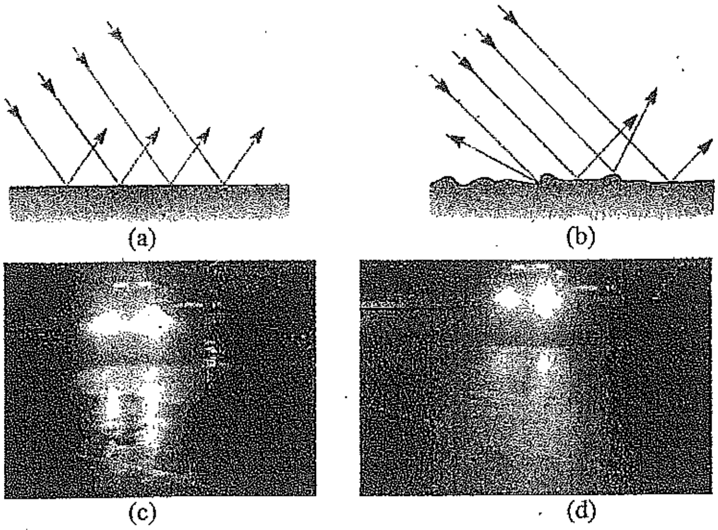
14.3 عندما يسقط شعاع ضوئي على سطح يفصل بين وسطين فإن جزءاً من هذا الشعاع ينعكس، ويوضح الشكل 5.35a حزمة متوازية من الأشعة الضوئية تسقط على عاكس (مرآة مستوية مثلاً). وتكون الأشعة المنعكسة متوازية، ويكون اتجاه الأشعة المنعكسة في مستوى عمودي على السطح العاكس. ويسمى الانعكاس على الأسطح الناعمة الانعكاس المنتظم Specular reflection. وإذا كان السطح العاكس سطحا خشنا كما في الشكل 5.35b فإن الأشعة تنعكس في اتجاهات مختلفة. ويسمى الانعكاس على الأسطح الخشنة الانعكاس غير المنتظم Diffuse reflection، ويعتبر السطح ناعماً طالما كانت التغيرات على هذا السطح (التضاريس) أقل بكثير من طول موجة الضوء الساقط.

والفرق بين هذين النوعين من الانعكاس يوضح أسباب صعوبة الرؤية عند قيادة سيارة أثناء ليل ممطر، فلو كان الطريق مبتلاً بالماء كما في الشكل 5.35c فيعكس السطح الناعم للماء ضوء السيارة انعكاساً منتظماً بعيداً عنها (وربما تجاه عين قائد السيارة القادمة من الاتجاه العكسي). وعندما يكون الطريق جافاً (شكل 5.35d)، فإن خشونة هذا السطح تعكس جزءاً من ضوء السيارة انعكاساً غير منتظم للخلف تجاه قائد السيارة بما يسمح برؤية الطريق بوضوح. وفي هذا الكتاب سنهتم فقط بالانعكاس المنتظم وسنستخدم كلمة انعكاس للانعكاس المنتظم.



توضح هذه الصورة الفوتوغرافية، انعكاس الكاتيدرائية الجديدة على مياه أحد الأنهار بسلامنكا Salamanca في أسبانيا. هل تستطيع أن تميز بين الكاتيدرائية وصورتها؟

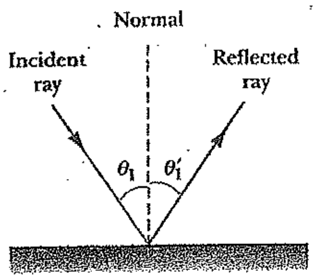
(مقدمة من David Parker/ Photo Researchers, Inc.)



شكل 5.35 رسم تخطيطي يوضح (a) الانعكاس المنتظم حيث نجد الأشعة المنعكسة متوازية، (b) الانعكاس غير المنتظم حيث تنعكس الأشعة في اتجاهات مختلفة. (c) ,(d) الانعكاس المنتظم وغير المنتظم على الطريق السريع.

(مقدمة من Charles D. Winters)

الشكل 6.35 يوضح شعاعاً ينعكس على مرآة مستوية في الهواء، θ_1، θ_1' تمثلان زاويتي السقوط والانعكاس على الترتيب. وتقاس كل من الزاويتين من العمودي على السطح العاكس عند نقطة السقوط. ومن النتائج النظرية والعملية نجد أن زاوية الانعكاس= زاوية السقوط



شكل 6.35 حسب قانون الانعكاس نجد أن $\theta_1' = \theta_1$، والشعاع الساقط والشعاع المنعكس والعمودي على سطح الانعكاس تقع جميعاً في مستو واحد.

قانون الانعكاس $$\theta_1' = \theta_1 \qquad (2.35)$$

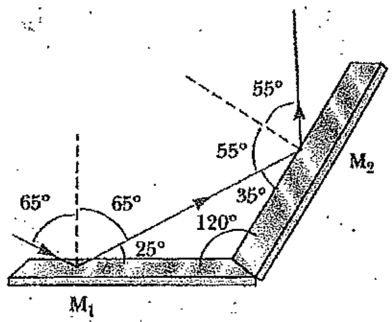
وتسمى هذه العلاقة بقانون الانعكاس

مثال 2.35 انعكاس شعاع الضوء مرتين

يوضح الشكل 7.35 مرآتين يصنعان مع بعضهما زاوية مقدارها $120°$. ويسقط شعاع ضوئي على المرآة M_1 بزاوية مقدارها $65°$ بالنسبة للخط العمودي عليها. احسب زاوية انعكاس الشعاع بعد انعكاسه على المرآة M_2.

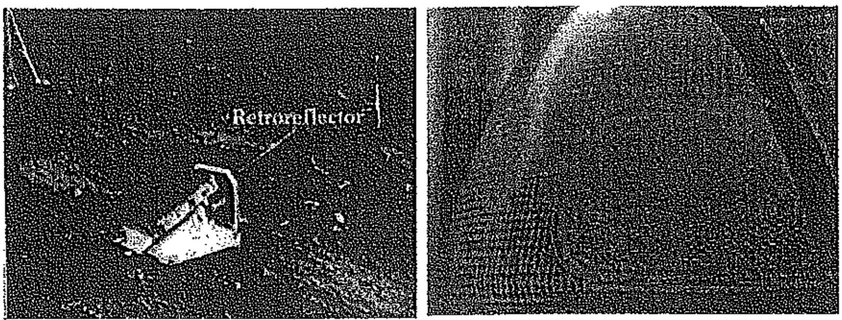
الحل: نعلم من قانون الانعكاس أن الشعاع المنعكس الأول يعمل زاوية مقدارها $65°$ مع العمودي على المرآة M_1، ولذلك يعمل هذا الشعاع زاوية مقدارها $25°$ مع سطح المرآة.

من المثلث المكون من الشعاع الأول المنعكس والمرآتين يتضح أن هذا الشعاع يعمل زاوية مقدارها $35°$ مع المرآة M_2. وبذلك نجد أن الشعاع المنعكس الثاني يعمل زاوية مقدارها $55°$ مع العمودي على المرآة M_2. وبمقارنة اتجاه الشعاع الساقط على المرآة M_1 مع الشعاع المنعكس من المرآة M_2 نجد أن الشعاع انعكس بمقدار $120° = 55° + 65°$ الذي يساوي الزاوية بين المرآتين.

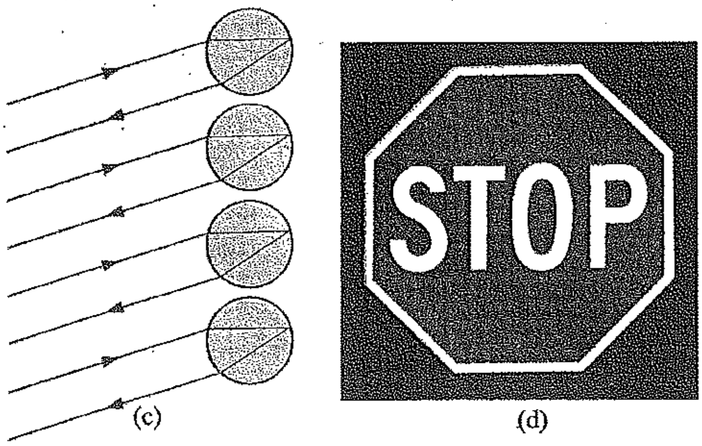


شكل 7.35 يوضح مرآتين M_2, M_1 يصنعان مع بعضهما زاوية مقدارها $120°$.

لو كانت الزاوية بين المرآتين في المثال السابق تساوي °90، فإن الشعاع المنعكس الثاني على المرآة M_2 ينعكس موازياً للشعاع الساقط على المرآة M_1، وتسمى هذه الظاهرة* بالانعكاس الارتجاعي Retroreflection والتي لها تطبيقات عملية كثيرة. ولو وضعت مرآة ثالثة عمودية على المرآتين المذكورتين بحيث تكون المرايا الثلاثة أحد أركان مكعب فإن الانعكاس الارتجاعي يعمل في ثلاثة أبعاد. وفي سنة 1969 وضعت لوحة مكونة من العديد من المرايا العاكسة على سطح القمر بواسطة رائد فضاء أبولو 11 (Appllo 11) شكل 8.35a، ووجد أن شعاع ليزر ساقط من سطح الأرض على هذه اللوحة ينعكس مرتداً على نفسه، وبذلك يمكن قياس الزمن الذي يستغرقه هذا الشعاع حتى يعود منعكساً على نفسه إلى الأرض. وتستخدم هذه المعلومات لقياس بعد القمر بدقة تساوي 15 cm ±. (تخيل الصعوبات التي يمكن مواجهتها عند ضبط وضع مرآة مستوية بحيث ينعكس عليها شعاع الليزر بحيث يعود إلى النقطة التي انطلق منها!. ويمكن التغلب على هذه الصعوبات باستخدام فكرة الانعكاس الارتجاعي). ويوجد تطبيق آخر في استخدام الضوء الخلفي للسيارة حيث يتكون جزء من البلاستيك المكون للمصباح الخلفي للسيارة من مجموعة من أركان مكعبات صغيرة (شكل 8.35b) بحيث ينعكس عليها الضوء الصادر من سيارة تقترب منها من الخلف ويصل سائق هذه السيارة الخلفية. وبدلاً من الشكل الهرمي لأركان المكعبات هذه، تستخدم في بعض الأحيان نتوءات كرية الشكل (شكل 8.35 c). وتستخدم كريات صغيرة في مواد الدهان التي تكون العلامات على الطرق. وتظهر علامة التوقف Stop في الشكل 8.35d أوضح كثيراً من حالتها الأصلية لو أنها عبارة عن سطح مستو يعكس بعيداً معظم الضوء الواصل إليه من الطريق السريع.



(a) (b)



(c) (d)

شكل 8.35 تطبيقات الانعكاس الإرتجاعي. (a) اللوحة الموضوعة على سطح القمر تعكس شعاع الليزر مباشرة على نفسه ويصل إلى مصدره إلى الأرض. (b) المصباح الخلفي لسيارة ويحتوي على عاكسات ارتجاعية صغيرة والتي تعكس الضوء الصادر من سيارة خلفها إلى سائق السيارة الخلفية. (c) شعاع ضوئي يسقط على كرة شفافه ينعكس ارتجاعياً. (d) تظهر علامة التوقف Stop متوهجة عندما يسقط عليها ضوء السيارة الأمامي لأن سطحها مغطى بكريات صغيرة من عاكسات ارتجاعية. ماذا يمكن أن ترى لو أن هذه العلامة لها سطح يشبه سطح المرآة؟.

(a مقدمة من ناسا NASA، c,b مقدمتين من جورج سمبل George Semple)

* web لمزيد من المعلومات عن العاكسات الارتجاعية يمكن زيارة الموقع http://www.3m.com/product

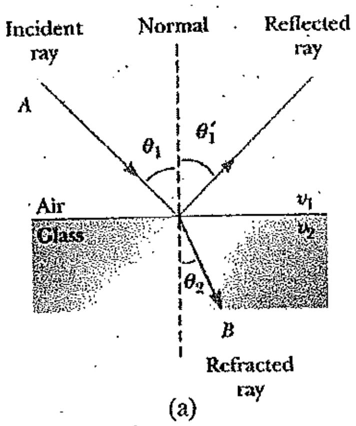
5.35 الانكسار REFRACTION

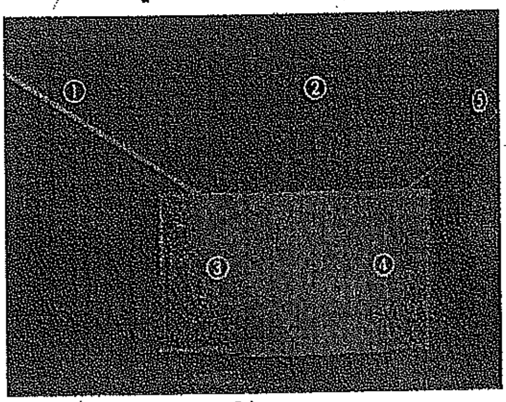
عندما ينتقل شعاع ضوئي خلال وسط شفاف ويقابل سطح يفصل بين هذا الوسط ووسط شفاف آخر كما في شكل 9.35 فإن جزءاً من هذا الشعاع ينعكس وجزءاً آخراً ينتقل إلى الوسط الثاني. وينحني الجزء الذي انتقل إلى الوسط الثاني ويقال أنه انكسر. والشعاع الساقط والشعاع المنعكس والشعاع المنكسر تقع جميعها في مستو واحد. وتعتمد زاوية الانكسار θ_2 (شكل 9.35) على خصائص الوسطين وعلى زاوية السقوط حسب المعادلة: 14.4

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_2}{v_1} = \text{مقدار ثابت} \qquad (3.35)$$

حيث v_1 هي سرعة الضوء في الوسط الأول، v_2 هي سرعة الضوء في الوسط الثاني.

ومسار الضوء في الوسط الكاسر ينطبق عليه مبدأ قبول العكس. فمثلاً في شكل 9.35 a ينتقل الشعاع الضوئي من النقطة A إلى النقطة B. فلو أن الشعاع بدأ المسيرة من النقطة B فإنه سوف ينتقل إلى النقطة A سالكاً نفس المسار $\overrightarrow{BA}$ ليصل إلى النقطة A، وأن الشعاع المنعكس سوف ينعكس إلى اليسار عند السطح الفاصل إلى أسفل في الوسط الزجاجي.





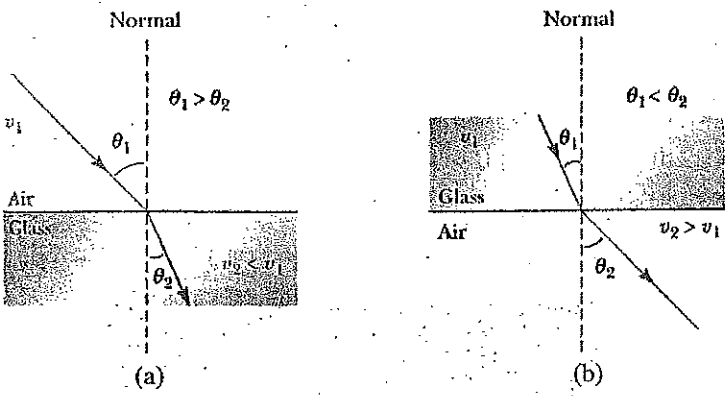
شكل 9.35 (a) يسقط شعاع على السطح الفاصل بين الهواء والزجاج بزاوية سقوط θ_1، وينفذ الشعاع المنكسر مقتربا من العمودي على سطح الإنفصال لأن $v_2 < v_1$. وتقع كل الأشعة وكذلك الخط العمودى على السطح الفاصل في نفس المستوى. (b) ينكسر الشعاع عندما ينفذ إلى متوازي مستطيلات من الليوسيت Lucite وينكسر أيضا عندما ينفذ خارجا منه. (مقدمة من Henry Leap and Jim Lehman)

اختبار سريع 1.35

في حالة أن يكون الشعاع ① هو الشعاع الساقط في شكل 9.35 b، فما هي الأشعة المنعكسة والأشعة المنكسرة من الأشعة الحمراء الأربعة الأخرى؟

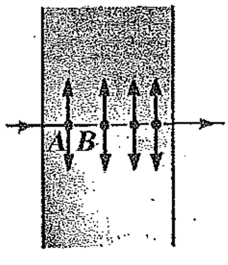
ويمكن أن نستنتج من المعادلة 3.35 أنه في حالة انتقال الضوء من وسط تكون فيه سرعته كبيرة إلى وسط تقل فيه سرعة الضوء عن الوسط الأول كما في الشكل 10.35 فنجد أن زاوية الانكسار θ_2 تقل عن زاوية السقوط θ_1، وينكسر الشعاع في اتجاه العمود على سطح الانفصال. ولو انتقل الضوء من وسط تكون فيه سرعته بطيئة إلى وسط آخر تكون فيه سرعة الضوء أكبر منها في الوسط الأول كما هو موضح في الشكل 10.35 b، فنجد أن زاوية الانكسار θ_2 أكبر من زاوية السقوط θ_1، وينكسر الشعاع بعيداً عن الخط العمودي على سطح الانفصال.

وسلوك الضوء عندما ينتقل من الهواء إلى وسط شفاف آخر ويخرج ثانية إلى الهواء يسبب بعض التشويش أو الخلط للطلاب. فعندما ينتقل الضوء في الهواء تكون سرعته (بالمتر/ ثانية) $3x\ 10^8$ m/ s، ولكن تقل هذه السرعة إلى $2x\ 10^8$ m/ s عندما ينتقل إلى جسم زجاجي، وعندما يخرج الضوء إلى الهواء ثانية فإن سرعته تزيد في نفس الوقت إلى قيمتها الأصلية $3x\ 10^8$ m/s، وهذا السلوك يختلف جذرياً عندما تخترق رصاصة كتلة من الخشب، في هذه الحالة فإن سرعة الرصاصة تقل أثناء سريانها في الخشب حيث إن بعضاً من طاقتها الأصلية تستخدم في تمزيق ألياف الخشب. وعندما تخرج الرصاصة مرة ثانية إلى الهواء، فإنها تنتقل بنفس السرعة التي كانت عليها قبل ترك كتلة الخشب.



شكل 10.35 (a) عندما ينتقل شعاع ضوئي من الهواء إلى الزجاج، فإن سرعته تقل عندما ينتقل في الزجاج وينحني مساره تجاه الخط العمودي على سطح الانفصال. (b) عندما ينتقل الضوء من الزجاج إلى الهواء فإن سرعة الضوء تزيد عندما تنتقل في الهواء وينحني مسار الضوء بعيداً عن الخط العمودي على السطح الفاصل بين الوسطين.

ولتوضيح سلوك الضوء في هذه الحالة، انظر إلى شكل 11.35 والذي يمثل شعاعاً ضوئياً ينتقل إلى جسم زجاجي من اليسار. وفي هذه الحالة يمكن أن يقابل (يلاقي) إلكترون إحدى الذرات الذي يوضح بالحرف A. وافترض أن الذرة قد امتصت الضوء، وهذا يسبب اهتزاز الإلكترون (وتوضح هذه العملية بالخطوط الرأسية ذات الرأسين). ويعمل الإلكترون المهتز كهوائي [1] (Antenna) ويشع ضوءاً في اتجاه الذرة عند النقطة B، حيث يمتص الضوء ثانية. وأفضل طريقة لتمثيل امتصاص الضوء واشعاعه بواسطة ميكانيكا الكم، الذي سيقدم في جزء تال من هذا الكتاب. ويكفي حالياً الأخذ بالعملية التي ينتقل فيها الضوء من ذرة إلى أخرى خلال الزجاج.

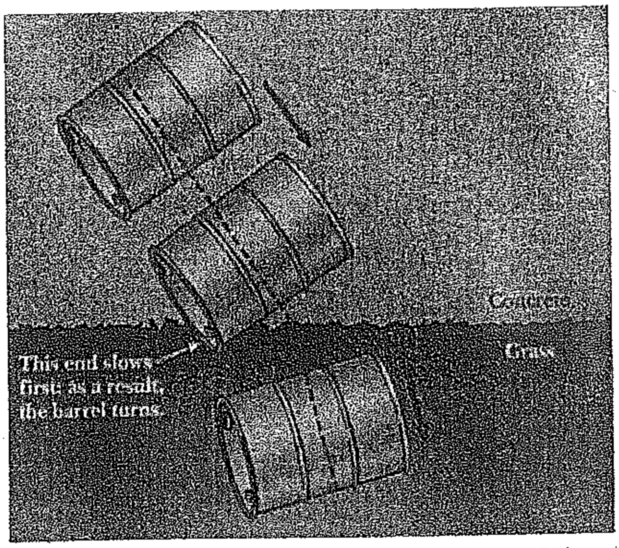


شكل 11.35 ينتقل الضوء من ذرة إلى أخرى في وسط غير الهواء. وتمثل الإلكترونات بالنقط، وتمثل اهتزازاتها بالأسهم الرأسية.

(1) عندما يكون تردد الضوء frequency ذات قيمة بحيث تسبب اهتزاز الإلكترونات بالقرب من التردد التوافقي (resonant frequency)، وتكون السعة كبيرة تجعل ذرات الوسط تصطدم ببعضها البعض، وينتقل جزء كبير من الطاقة الضوئية إلى طاقة داخلية، ويمتصها الوسط. وتحمل الكترونات المواد المختلفة ترددات توافقية مختلفة، وهذا يفسر لماذا ترى أشعة الضوء المرئي خلال الزجاج، ولا ترى الأشعة فوق البنفسجية خلال هذا الزجاج. وبالعكس فإن الأشعة فوق البنفسجية تنفذ خلال السحب، بينما الأشعة المرئية لا تنفذ. ولذلك فإن شخصا ما لا يتأثر جلده بأشعة الشمس النافذة خلال نافذة زجاجية، بينما يتأثر بهذه الأشعة في حالة وجوده في خارج المنزل في يوم غائم كثير السحاب.

وبالرغم من أن الضوء ينتقل من ذرة زجاج إلى أخرى بسرعة تساوي $3x\ 10^8$ m/s، فإن الإمتصاص والإشعاع الذين يحدثان يسببان نقصاً في متوسط سرعة الضوء خلال المادة ليصبح $2x\ 10^8$ m/s. وعندما يخرج الضوء إلى الهواء، يتوقف الإمتصاص والإشعاع وتعود سرعة الضوء إلى قيمتها الأصلية.

ويمثل الشكل 12.35 نموذجاً ميكانيكياً للانكسار. فعندما تصل نهاية البرميل الذي يدور على أرضية من الخرسانة إلى أرضية مزروعة بالحشائش فتقل سرعة البرميل بينما تظل سرعة الجزء الأيمن عند سرعتها الأصلية. ويسبب الفرق في السرعة تغير اتجاه حركة البرميل.



شكل 12.35 منظر عام لبرميل يدور (يتدحرج) من أرضية خرسانية إلى أرضية مزروعة بالحشائش.

معامل الانكسار Index of Refraction

تكون سرعة الضوء في أي وسط بصفة عامة أقل من سرعته في الفراغ. وفي الحقيقة ينتقل الضوء بسرعته القصوى في الفراغ. ومن المناسب تعريف معامل الانكسار n لمادة وسط ما على أنها النسبة الآتية:

$$\text{معامل الانكسار} \quad n = \frac{c}{v} = \frac{\text{سرعة الضوء في الفراغ}}{\text{سرعة الضوء في الوسط}} \qquad (4.35)$$

ويتضح من هذا التعريف أن معامل الانكسار هو نسبة، وليس له وحدات، وقيمته دائماً أكبر من الواحد الصحيح، لأن سرعة الضوء v في أي وسط أقل من سرعة الضوء في الفراغ c. وقيمه معامل الانكسار n في الفراغ تساوي الواحد الصحيح. ويبين الجدول 1.35 معاملات انكسار بعض المواد.

وعند انتقال موجات الضوء من وسط إلى آخر، لايتغير ترددها ولكن يتغير طول الموجة. ولدراسة أسباب ذلك ارجع إلى شكل 13.35 حيث تعبر صدر الموجات مشاهد عند النقطة A في الوسط (1) بتردد معين وتسقط على السطح الفاصل بين الوسطين (1) ,(2). وتردد الموجة التي تعبر جبهتها مشاهد عند النقطة B في الوسط (2) لابد أن تساوي تردد الموجة التي تعبر بها النقطة A. وإذا لم يكن الحال كذلك فإن جبهات الموجات سوف تتجمع عند السطح الفاصل أو تتحطم أو تتولد عند السطح. وحيث إن

أيًّا من هذه العمليات لم تتم، فإن التردد لابد أن يكون ثابتاً عند مرور الضوء من وسط لآخر مختلف عنه في الكثافة الضوئية. وحيث إن العلاقة $\upsilon = f\lambda$ (المعادلة 14.16)- حيث f هي تردد الموجه- صالحة للتطبيق في حاله كل من الوسطين، وحيث إن $f_1 = f_2 = f$ نجد أن:

$$\upsilon_1 = f\lambda_1 \quad \text{and} \quad \upsilon_2 = f\lambda_2 \qquad (5.35)$$

وحيث إن $\upsilon_1 \neq \upsilon_2$ نستنتج أن $\lambda_1 \neq \lambda_2$

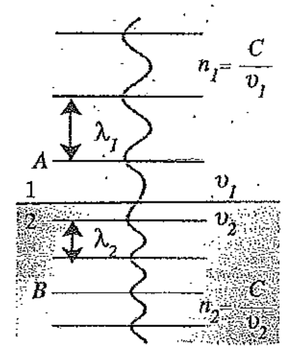
جدول 1.35 معامـلات الانكسـار*

اسم المادة	معامل الانكسار	اسم المادة	معامل الانكسار
مواد صلبة عند 20°C		**السوائل عند 20°C**	
الزرنيخ المكعب cubic zirconia	2.20	البنزين	1.501
الماس C	2.419	ثنائي كبريتيد الكربون	1.628
الفلوريت $C_a F_2$	1.434	رابع كلوريد الكربون	1.461
الكوارتز SiO_2	1.458	الكحول الإيثيلي	1.361
فوسفيد الجاليوم	3.50	الجلسرين	1.473
زجاج التاج	1.52	الماء	1.333
زجاج الفلنت	1.66		
الثلج (H_2O)	1.309	**الغازات عند 0°C, 1ضغط جوي**	
البولي إسترين	1.49	الهواء	1.000 293
كلوريد الصوديوم NaCl	1.544	ثاني أكسيد الكربون	1.000 45

* قيم معاملات الانكسار كلها لضوء الصوديوم وطول موجته 589 nm في الفراغ.

معمل سريع:

املأ كوباً زجاجياً بالماء، وضع قلم رصاص في الماء كما في الشكل. وانظر إلى القلم من أحد جوانب الكوب عند زاوية حوالي 45° بالنسبة للسطح. لماذا يظهر القلم منحنياً (مكسوراً) عند السطح.



شكل 13.35 يوضح أنه بمرور جبهة الموجة من الوسط 1 إلى الوسط 2 فإن طول موجتها يتغير ولكن ترددها يظل ثابتاً.

ويمكن الحصول على علاقة بين معامل الانكسار وطول الموجة من المعادلتين 5.35, 4.35

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1} \qquad (6.35)$$

أي أن

$$\lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2$$

وفي حالة أن يكون الوسط 1 فراغاً أو هواء فإن $n_1 = 1$، وبذلك نستنتج من المعادلة 6.35 أن معامل انكسار أي وسط يمكن أن يعطى من المعادلة:

$$n = \frac{\lambda}{\lambda_n} \qquad (7.35)$$

حيث λ هي طول موجة الضوء في الفراغ، λ_n هي طول الموجة في الوسط الذي معامل انكساره n. وحيث أن $n > 1$ فنستنتج من المعادلة 7.35 أن $\lambda_n < \lambda$.

ويمكن كتابة المعادلة 3.35 بطريقة بديلة، وذلك باستبدال $\frac{v_2}{v_1}$ في المعادلة 3.35 بالنسبة $\frac{n_1}{n_2}$ من المعادلة 6.35 ونحصل على:

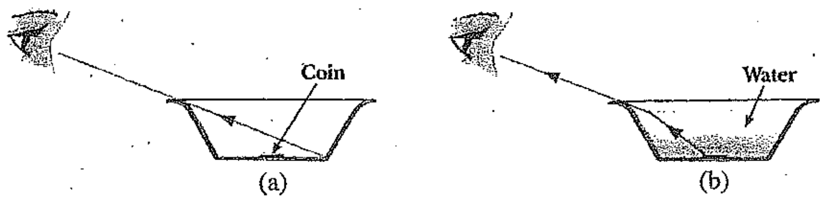
قانون سنيل للانكسار

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \qquad (8.35)$$

ويرجع الاكتشاف التجريبي لهذه العلاقة الرياضية إلى سنيل (Willebrord Snell (1591- 1627، وبذلك تعرف بقانون سنيل للانكسار. وسنختبر هذه المعادلة مرات أخرى في القسمين 6.35, 9.35.

معمل سريع:

ضع عملة معدنية في قاع طبق معدني كبير معتم، كما في الشكل (a). انظر إلى العملة ثم تحرك بعيداً عن الطبق حتى تصل إلى الوضع الذي لاترى فيه العملة بالنظر إلى حافة الطبق. ابق في هذا الوضع، واجعل صديقاً يملأ الطبق بالماء كما في الشكل (b)، ستجد أنك ترى العملة مرة ثانية لأن الضوء انكسر عند السطح الفاصل بين الماء والهواء.



مثال 3.35 قياس معامل انكسار مادة:

شعاع ضوئي طول موجته 550 nm ينتشر في الهواء ويسقط على شريحة من مادة شفافة. ويعمل الشعاع الساقط زاوية مقدارها 40.0° مع العمودي على الشريحة، ووجد أن الشعاع المنكسر يعمل زاوية مقدارها 26.0° مع هذا العمود. أوجد معامل انكسار مادة الشريحة.

الحل: باستخدام قانون سنيل للانكسار (معادلة رقم 8.35)، وبوضع قيمة $n_1 = 1.00$ للهواء، نجد أن:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$n_2 = \frac{n_1 \sin \theta_1}{\sin \theta_2} = (1.00)\frac{\sin 40.0°}{\sin 26.0°} = \frac{0.643}{0.438} = 1.47$$

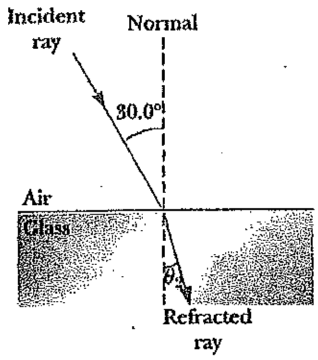
من الجدول 1.35 نستنتج أن هذ المادة يمكن أن تكون من الكوارتز.

تمرين: ما هو طول موجة الضوء في المادة.

الإجابة: 374 nm

مثال 4.35 زاوية الانكسار للزجاج:

شعاع ضوئي طول موجته 589 nm ينتقل في الهواء ويسقط على شريحة مسطحة ناعمة من زجاج الكراون بزاوية مقدارها °30.0 بالنسبة للعمودي عليها، أوجد زاوية الانكسار كما هو موضح بالشكل 14.35.



شكل 14.35 انكسار الضوء في الزجاج

الحل: من قانون سنيل نجد أن:

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$$

ومن الجدول 1.35 نجد أن $n_1 = 1.00$ للهواء، $n_2 = 1.52$ لزجاج الكراون، ولذلك:

$$\sin \theta_2 = \left(\frac{1.00}{1.52}\right)(\sin 30.0°) = 0.329$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}(0.329) = 19.2°$$

ولأن زاوية الانكسار θ_2 أقل من زاوية السقوط (°30.0)، فإن الشعاع ينكسر في اتجاه العمود كما هو متوقع.
ويسمى التغير في اتجاه الشعاع زاوية الانحراف Angle of deviation وتعطى بالعلاقة $\delta = |\theta_1 - \theta_2|$

$$\delta = 30.0 - 19.2 = 10.8°$$

تمرين: إذا كان الشعاع الضوئي يتحرك من داخل الزجاج تجاه السطح الفاصل بين الزجاج والهواء بزاوية مقدارها °30.0 بالنسبة للعمود على هذا السطح، أوجد زاوية الانكسار.

الإجابة: °49.5 بعيداً عن العمود على سطح الانفصال.

مثال 5.35 انتقال شعاع ليزر خلال قرص مضغوط

يسقط شعاع ليزر على قرص مضغوط، وتولد ضوءاً طول موجته 780 nm في الهواء (a) أوجد سرعة هذا الشعاع عندما ينتقل في مادة البلاستيك للقرص المضغوط ($n = 1.55$).

الإجابة: نتوقع أن نجد أن سرعة الشعاع في مادة القرص أقل من 3×10^8 m/s لأن $n > 1$. ويمكن أن نحصل على سرعة الضوء في مادة البلاستيك باستخدام المعادلة 4.35:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.55} = 1.94 \times 10^8 \text{ m/s}$$

(b) ما طول موجة هذا الضوء في مادة البلاستيك؟

الحل: نستخدم المعادلة 7.35 لحساب مقدار طول موجة الضوء في البلاستيك، مع ملاحظة أن طول الموجة في الهواء تساوي 780 nm

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n} = \frac{780 \text{ nm}}{1.55} = 503 \text{ nm}$$

تمرين: أوجد تردد الضوء في الهواء وفي البلاستيك.

الإجابة: 3.85×10^{14} Hz في الحالتين.

مثال 6.35 **شعاع ضوئي ينتقل خلال شريحة:**

ينتقل شعاع ضوئي من الوسط 1 إلى 2، وكان الوسط الأخير عبارة عن شريحة سميكة من مادة شفافة معامل انكسارها n_2 (شكل 15.35). اثبت أن الشعاع الخارج يوازي الشعاع الساقط.

الحل: أولاً نطبق قانون سنيل على السطح العلوي:

$$(1) \qquad \sin\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1$$

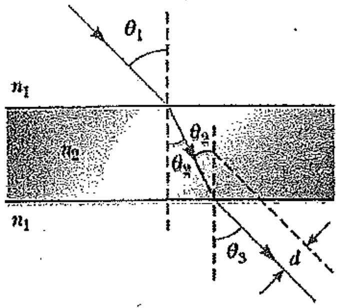
وبتطبيق هذا القانون على السطح السفلي نجد أن:

$$(2) \qquad \sin\theta_3 = \frac{n_2}{n_1}\sin\theta_2$$

من المعادلتين (1)، (2) نجد أن:

$$\sin\theta_3 = \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1\right) = \sin\theta_1$$

ولذلك تكون $\theta_3 = \theta_1$، وأن الشريحة لاتغير اتجاه الشعاع، ولكنها تزيح الشعاع موازياً لنفسه كما هو موضح بالشكل 15.35.



شكل 15.35 عندما يسقط الضوء على شريحة مستوية من مادة نجد أن الشعاع الخارج يوازي الشعاع الساقط، وبذلك فإن $\theta_3 = \theta_1$. ويوضح الخط المشرط الموازي للشعاع الأحمر مسار الشعاع الساقط في حالة عدم وجود الشريحة.

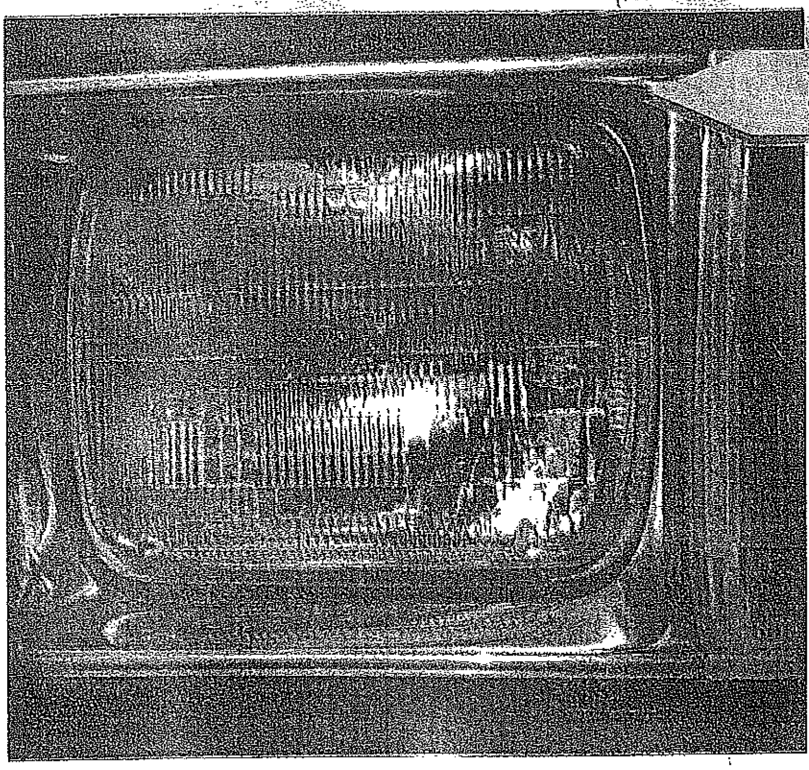
6.35 مبدأ هيجنز HUYGENS'S PRINCIPLE

في هذا القسم سوف نستنتج قوانين الانعكاس والانكسار، باستخدام الطرق الهندسية التي افترضها هيجنز سنة 1678. فكما هو موضح في القسم 1.35 افترض هيجنز أن الضوء عبارة عن نوع من أنواع الحركة الموجية وليس سيلا من الجسيمات. ولم يكن يعرف طبيعة الضوء أو سلوكه الكهرمغناطيسي، ورغم ذلك فإن النموذج المبسط الذي قدمه كان كافياً لفهم الكثير من النتائج العملية لانتشار الضوء.

ويعين مبدأ هيجنز موضع صدر الموجة الجديدة من الموجة الأصلية بعد مرور فترة زمنية وذلك بطريقة هندسية. وفي تطبيقه لهذا الافتراض:

مبدأ هيجنز

تعتبر كل النقط الواقعة على صدر الموجة مصادر نقطية لإنتاج موجات كرية ثانوية تسمى مويجات Wavelets، وتنتشر خلال وسط ما بنفس سرعة الموجات في هذا الوسط، وبعد مرور فترة زمنية فإن الموضع الجديد لصدر الموجة هو السطح المغلف لهذه المويجات.



صورة محيرة

معظم مصابيح السيارات تحتوي على خطوط في مقدمتها، مثل الموضحة في الصورة، وبدون هذه الخطوط لاتعمل هذه المصابيح بالكفاءة المطلوبة، وهناك احتمال أكبر أن تتحطم عند مرور السيارة على طريق به مطبات. ما هو الغرض من وجود هذه الخطوط؟

(مقدمة من George Semple)

الفصل السادس والثلاثون 36

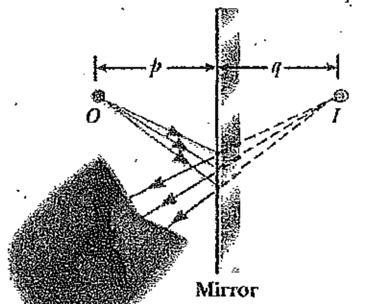
البصريات الهندسية
Geometric Optics

ويتضمن هذا الفصل:

يختص هذا الفصل بالصور المتكونة عندما تسقط موجات كرية على سطح مستو أو كري. ويمكن أن تتكون هذه الصور اما بالانعكاس أو بالانكسار، وتعمل المرايا والعدسات نتيجة لانعكاس وانكسار الضوء بواسطتها. وسنستمر في استخدام فكرة الشعاع، وأن الضوء ينتقل في خطوط مستقيمة. وتؤدي هاتان الخطوتان إلى استنتاجات تطبق في مجال البصريات الهندسية. وفي الفصول التالية سندرس تأثيرات التداخل والحيود- موضوعات الدراسة في مجال البصريات الموجية أو البصريات الفيزيائية.

1.36 الصور المتكونة بالمرايا المستوية IMAGES FORMED BY FLAT MIRRORS

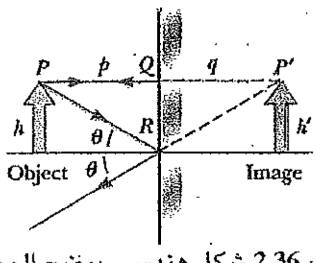
14.6 سنبدأ بدراسة أبسط أنواع المرايا وهي المرايا المستوية، ويبين الشكل 1.36 مصدراً ضوئياً على هيئة نقطة عند O، وعلى بعد p أمام مرآة مستوية، وتسمى المسافة p بعد الجسم. وتسقط الأشعة من المصدر التي تنعكس على المرآة. وتستمر الأشعة المنعكسة متفرقة، ولكنها تظهر للمشاهد منبعثة من النقطة I خلف المرآة. وتسمى النقطة I صورة المصدر عند النقطة O. ويمكن تحديد مكان صورة الجسم بمد الأشعة المتفرقة إلى الخلف عند النقطة التي تلتقي عندها الأشعة (التي بدأ منها تفرق هذه الأشعة ظاهرياً). وتقع الصور إما عند النقطة التي تتفرق منها الأشعة حقيقة، أو عند النقطة التي تظهر أن الأشعة تفرقت عندها. وتقع صورة الجسم عند النقطة I خلف المرآة وعلى بعد q منها. تسمى المسافة q بعد الصورة.



شكل 1.36 تكوين الصورة بالمرآة المستوية، وتقع الصورة I خلف المرآة وعلى مسافة عمودية على المرآة، وتبعد عنها مسافة q (بعد الصورة). ومن دراسة الشكل 2.36 نجد أن بعد الصورة q= بعد الجسم p.

وتنقسم الصور إلى حقيقية وتقديرية (أو تخيلية). وتتكون الصور الحقيقية عندما تمر الأشعة أو تتفرق من النقطة التي تتكون عندها الصورة، بينما تتكون الصورة التقديرية عندما لاتمر الأشعة بالنقطة التي تتكون عندها الصورة، ولكن تظهر الأشعة متفرقة من هذه النقطة. والصورة المتكونة بالمرآة في الشكل 1.36 هي صورة تقديرية. وعموماً فإن الصور التي تتكون بالمرايا المستوية هي صور تقديرية دائماً. ويمكن إستقبال الصور الحقيقية على حائل أو شاشة عرض (كما في أفلام السينما)، بينما لايمكن استقبال الصور التقديرية على حائل.

ويمكن استخدام الشكل 2.36 لدراسة الصور المتكونة بالمرايا المستوية. ويتم ذلك بتتبع مسار شعاعين حيث يمكن تعيين موقع الصورة. يبدأ أحد الشعاعان من النقطة P ويأخذ المسار الأفقي لينعكس بالمرآة على نفسه. ويأخذ الشعاع الثاني المسار المائل PR، وينعكس كما هو موضح بالشكل حسب قوانين الانعكاس. وبمد الشعاعين المنعكسين لكي يلتقيا في النقطة P′ خلف المرآة. وبتكرار هذه العملية لنقط أخرى، غير النقطة P، على الجسم تنتج صورة رأسية (موضحة بالسهم الأصفر) خلف المرآة. وحيث إن المثلثين PQR، P′QR متماثلان، فإن PQ= P′Q. ونستنتج **أن الصورة المتكونة لجسم موضوع أمام مرآة مستوية تكون على بعد من المرآة مساو لبعد الجسم عنها.**



شكل 2.36 شكل هندسي يوضح الصورة المتكونة لجسم موضوع أمام مرآة مستوية. وحيث أن المثلثين P′QR, PQR متشابهان فإن |p|=|q| ، $h=h'$

ويمكن أن نستنتج هندسياً أن ارتفاع h يساوي ارتفاع الصورة ′h. ويعرف التكبير الطولي M من المعادلة:

$$M = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الجسم}} = \frac{h'}{h} \qquad (1.36)$$

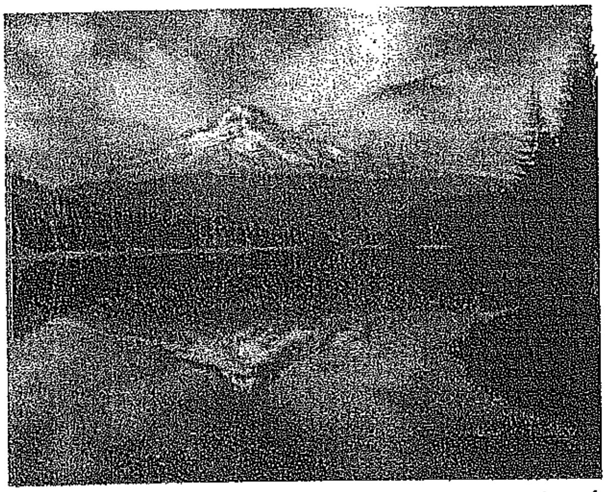
التكبير الطولي

وينطبق هذا التعريف للتكبير الطولي على أي نوع من المرايا. وبالنسبة للمرآة المستوية فإن M= 1 لأن h′= h.

ومن الجدير بالذكر أن الصورة المتكونة بالمرآة المستوية تكون معكوسة ظاهرياً كما في الشكل 3.36.

معمل سريع:

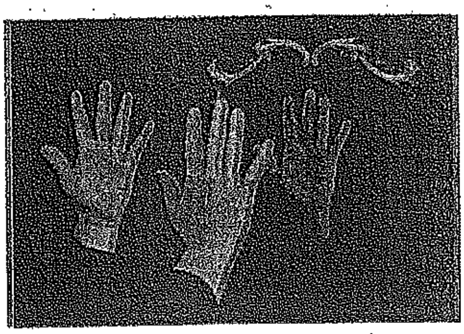
انظر إلى نفسك في مرآة وبنفس طولك. قف بالقرب من المرآة، ضع قطعة من شريط على أعلى الصورة (الرأس)، وقطعة أخرى من الشريط في أسفل الصورة (الرجل). إرجع إلى الخلف عدة أمتار ولاحظ صورتك في المرآة. ما حجم الصورة بالنسبة للحجم الأصلي للجسم؟ ما هي المسافة بين قطعتي الشريط في الصورة مع المقارنة مع طولك الأصلي؟ يمكن أن ترجع إلى المسألة رقم 3.



أحد الجبال وتظهر صورته معكوسة على مياه بحيرة. لماذا تظهر الصورة معكوسة وبنفس حجم الجبل؟
(مقدمة من Raymond G.Barnes/ Tony Stone Images)

فيما يلي خواص الصورة المتكونة بالمرآة المستوية.

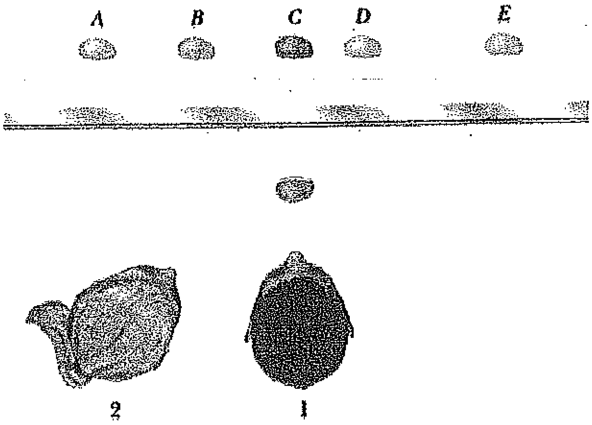
- تقع الصورة خلف المرآة وعلى بعد منها يساوي بعد الجسم عن المرآة.
- تتكون صورة تقديرية مقلوبة ومساوية للجسم.
- تكون الصورة مقلوبة من الأمام للخلف.



شكل 3.36 صورة اليد اليمنى لشخص في مرآة مستوية مقلوبة من الأمام للخلف، وهذا يجعل اليد اليمنى تظهر كيد يسرى، يلاحظ أن إبهام اليد تظهر إلى اليسار من كل من اليدين والصورة. (صورة مقدمة من George Semple).

اختبار سريع 1.36

عندما ينظر شخص إلى أعلى في الشكل 4.36 إلى صورة حجر فوجد أن الشخص (1) يرى صورة الحجر عند C. فأين يرى المشاهد (2) صورة هذا الحجر: عند A أو عند B أو عند C أو عند D أو عند E أو لايرى الصورة؟

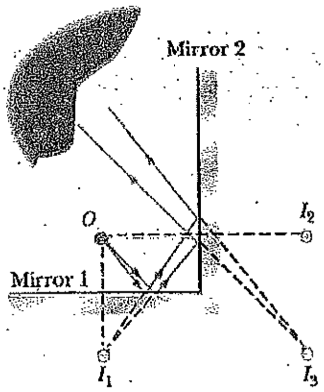


شكل 4.36

مثال توضيحي 1.36 **تكون الصور المتعددة بواسطة مرآتين**

وضعت مرآتان مستويتان عموديتان على بعضهما كما في الشكل 5.36. ووضع جسم عند النقطة O، وتكونت عدة صور. حدد موضع هذه الصور.

الحل: تتكون صورة الجسم عند I_1 بالمرآة 1، وعند I_2 بالمرآة 2 وبالإضافة إلى ذلك تتكون صورة ثالثة عند I_3. وهذه الصورة الثالثة هي صورة I_1 في المرآة 2 أو صورة I_2 في المرآة 1. أي أن الصورة عند I_1 (أو عند I_2) تعمل كجسم للصورة I_3، لاحظ أنه لتكوين هذه الصورة عند I_3 فإن الأشعة تنعكس مرتين بعد انبعاثها من الجسم O.



شكل 5.36 عندما يوضع جسم أمام مرآتين متعامدتين كما في الشكل، تتكون ثلاث صور للجسم.

مثال توضيحي 2.36: **الرجل السابح في الهواء لفرط خفته.**

يوضح الشكل 6.36 شخصاً سابحاً في صندوق ويتزن في الهواء باستخدام بعض من أصابعه تاركاً رجليه في الهواء بعيداً عن الأرض. ويمكن أن يبقى على هذا الحال لفترة طويلة، ويظهر أنه يخالف بذلك قوانين الجاذبية. وضح كيف تم هذا الخداع.

الحل: هذا المثال يوضح إحدى ألعاب الخداع البصري والتي تستخدم فيه مرآة مستوية. ويوضح الشكل شخصاً في صندوق على هيئة إطار مكعب الشكل، ويحتوي على مرآة مستوية وموضوعة في المستوى القطري لهذا الإطار. ويقف الشخص بحيث تكون إحدى رجليه التي نراها أمام المرآة، والأخرى التي لانراها توجد خلف المرآة ومرتكزة على الأرض. وعندما يرفع هذا الشخص رجله أمام المرآة تظهر مع صورتها كأنه يطفو في الهواء كما في الشكل 6.36.

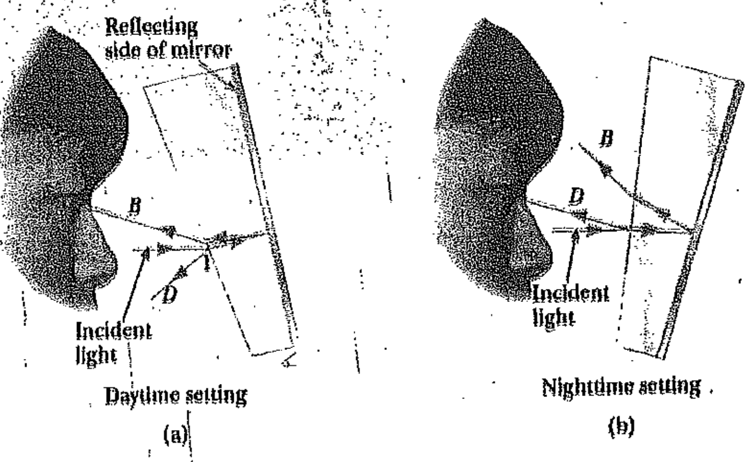
شكل 6.36 خداع بصري. (مقدمة من Henery Leap an Jem Lehman)

مثال توضيحي 3.36: مرآة الرؤيا الخلفية المائلة.

معظم مرايا السيارات التي تستخدم لرؤية ما خلف السيارة من مركبات، لها وضع أثناء النهار ووضع آخر أثناء الليل، وهذا الوضع الأخير يقلل شدة الضوء الواصلة إلى سائق السيارة من المركبات التي خلفها، مما يحمي السائق من تأثير هذه الإضاءة القوية. كيف تعمل هذه المرآة؟

الحل: الشكل 7.36 يبين مقطعاً عرضياً لمرآة الرؤية الخلفية للسيارة في كل من وضعيها. وتتكون المرآة من سطح عاكس على السطح الخلفي لقطعة زجاج على هيئة وتد Wedge. وفي الوضع النهاري للمرآة (شكل 7.36-a) نجد أن الضوء من المركبة الخلفية يقابل زجاج المرآة عند النقطة 1، ومعظم هذا الضوء ينكسر بالوتد الزجاجي وينعكس بالسطح العاكس ليصل إلى عين السائق بعد انكساره على السطح الأمامي مرة ثانية (الشعاع B). وبالإضافة فإن جزءاً صغيراً من الضوء ينعكس على السطح الأمامي للزجاج موضحاً بالشعاع D.

ويوضح الشكل 7.36-b الوضع الليلي للمرآة، وفي هذه الحالة فإن المرآة تدور وتأخذ الوضع الجديد، بحيث يأخذ الشعاع القوي المسار B بعيداً عن العين، ويأخذ الشعاع الضعيف D المنعكس من السطح الأمامي لزجاج المرآة طريقه إلى العين، وبذلك لا يتأثر السائق بالأضواء القوية من المركبات الخلفية.



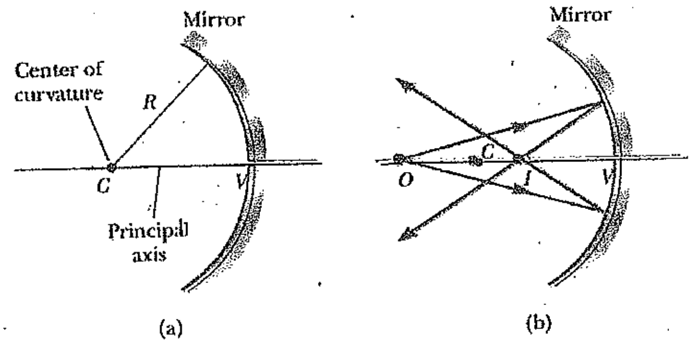
شكل 7.36 مقطع عرضي في مرآة الرؤيا الخلفية. (a) في الوضع النهاري يعكس الجزء الخلفي المفضض من المرآة الشعاع B تجاه عين السائق. (b) وضع المرآة أثناء الليل، حيث يعكس السطح الزجاجي غير المفضض من المرآة شعاعاً ضعيف الشدة D في عين السائق.

2.36 الصورة المتكونة بالمرايا الكروية IMAGES FORMED BY SPHRICAL MIRRORS

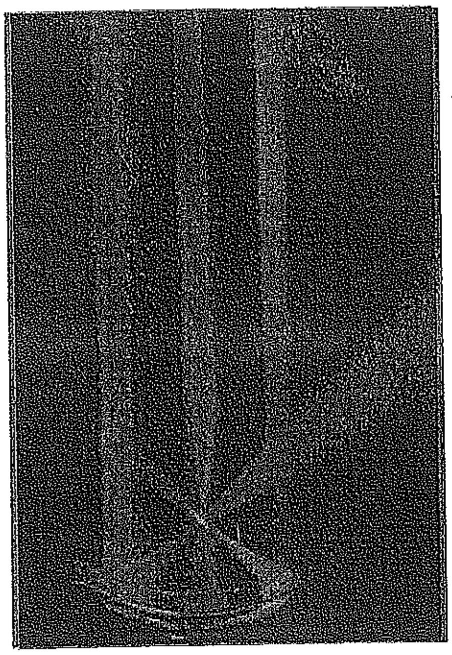
المرايا المقعرة Concave Mirrors

14.7 للمرآة الكروية- كما يتضح من اسمها- شكل جزء من كرة. وتجمع مثل هذه المرايا الأشعة المتوازية الساقطة عليها في نقطة كما هو موضح بالأشعة الملونة في الشكل 8.36. ويوضح الشكل 9.36-a مقطعا عرضيا في مرآة كرية، حيث يظهر سطحها كخط منحني أسود ومستمر. (ويبين الشريط الأزرق الجسم الحامل لسطح العدسة العاكس، مثل قطعة من زجاج يفضض سطحها بطبقة عاكسة). والمرآة التي ينعكس الضوء على سطحها الداخلي المقعر تسمى بالمرآة المقعرة. ونصف قطر تكور هذه المرآة هو R، ومركز تكورها النقطة C. وتقع النقطة V على السطح الكروي العاكس عند مركزه. ويسمى الخط الذي يمر بالنقطتين V, C بالمحور الأساسي Principal Axis للمرآة.

يوضح الشكل 9.36-b مصدراً ضوئياً على شكل نقطة O، على المحور الأساسي لمرآة مقعرة وعلى يسار النقطة C. وتوجد ثلاثة أشعة تخرج من النقطة O متفرقة، وتتجمع هذه الأشعة بعد انعكاسها من المرآة عند النقطة I. وكنتيجة لذلك تتكون صورة حقيقية للمصدر الواقع عند النقطة O.

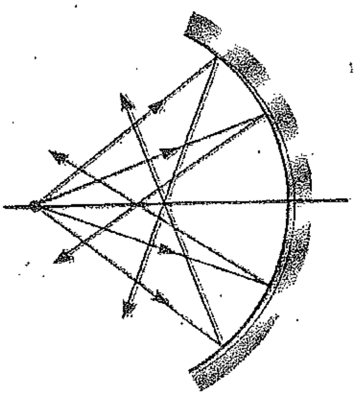


شكل 9.36 (a) مرآة مقعرة نصف قطر تكورها R، ويقع مركز تكورها C على محورها الأساسي. (b) مصدر ضوئي على شكل نقطة، وضع عند النقطة O أمام مرآة كرية مقعرة نصف قطر تكورها R، حيث تقع O على أي نقطة على المحور الأساسي وعلى مسافة من سطح المرآة أكبر من R، وفي هذه الحالة تتكون صورة حقيقية للمصدر عند النقطة I. وإذا خرجت الأشعة من النقطة O بزوايا صغيرة (أي الأشعة القريبة من المحور) فنجد أنها تنعكس وتتجمع جميعها عند نفس النقطة لتكون صورة واضحة.



شكل 8.36 تنعكس أشعة الضوء الحمراء والزرقاء والخضراء بالمرآة المقعرة. لاحظ أن هذه الأشعة تتجمع وتكون ضوءاً أبيض في بؤرة المرآة. (مقدمة من Ken Kay/ Fundamental Photographs)

وفي هذا القسم سنأخذ فقط في الاعتبار الأشعة التي تخرج من المصدر متفرقة وتعمل زاوية صغيرة مع المحور الأساسي للمرآة (الأشعة القريبة من المحور). وتسمى هذه الأشعة الأشعة المحورية Paraxial Rays. وتنعكس هذه الأشعة مارة بالنقطة التي تتكون عندها الصورة كما في الشكل 9.36-b، بينما تتجمع الأشعة البعيدة عن المحور الأساسي للمرآة (كما في الشكل 10.36) عند نقط أخرى على المحور الأساسي مكونة صورة غير واضحة للجسم. ويسمى هذا التأثير بالزيغ الكري Spherical Aberration، ويوجد في المرايا الكرية وسيدرس بالتفصيل في القسم 5.36.

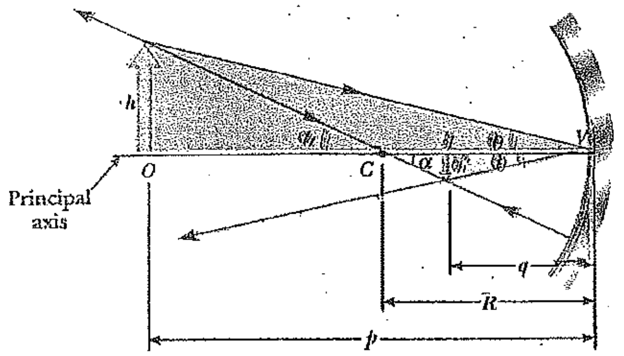


شكل 10.36 أشعة تنعكس متفرقة من جسم بزوايا كبيرة بالنسبة للمحور الأساسي، تنعكس من مرآة كرية مقعرة، لتقابل المحور الأساسي عند عدة نقط مختلفة مكونة صورة غير واضحة للجسم. وتسمى هذه الحالة بالعيب الكري.

ويمكن أن نستخدم الشكل 11.36 لحساب بعد الصورة q بمعلومية بعد الجسم p ونصف قطر التكور R. ومن التعريف نجد أن جميع هذه المسافات مقاسة من النقطة V. ويبين الشكل 11.36 شعاعين يخرجان من رأس الجسم، ويمر أحدهما بمركز تكور المرآة C فيسقط على المرآة عمودياً على سطحها وينعكس على نفسه. ويسقط الشعاع الثاني على مركز المرآة (النقطة V) وينعكس كما

في الشكل حسب قانون الانعكاس. وتتكون صورة رأس الجسم عندما يتقاطع هذان الشعاعان عند I. ومن المثلث القائم الزاوية الذهبي اللون (شكل 11.36) نجد أن $\tan\theta = -h/p$، ومن المثلث القائم الزاوية الأزرق اللون نجد أن $\tan\theta = -h'/q$، ووضعت الإشارة السالبة لأن الصورة مقلوبة ولذلك فإن h' تكون سالبة. ويمكن استنتاج قيمة تكبير المرآة M من هذه النتيجة ومن المعادلة رقم 1.36 كالآتي:

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p} \qquad (2.36)$$



شكل 11.36 الصور المتكونة باستخدام مرآة كرية مقعرة عندما يقع الجسم O عند مسافة أكبر من نصف قطر تكور المرآة.

من المثلثين الموضحين بالشكل 11.36 نجد أيضاً أن:

$$\tan\alpha = \frac{h}{p-R} \quad \text{and} \quad \tan\alpha = -\frac{h'}{R-q}$$

$$\frac{h'}{h} = -\frac{R-q}{p-R} \qquad (3.36)$$

ومن المعادلتين 3.36، 2.36 نجد أن:

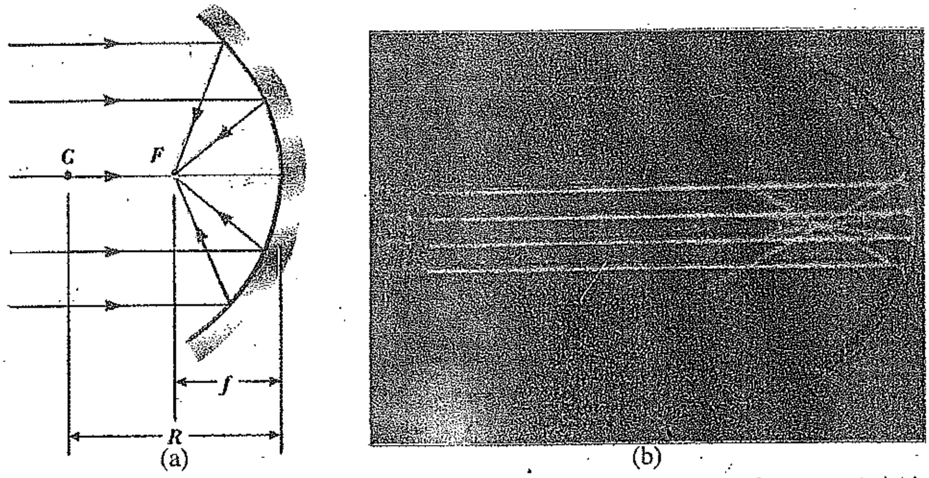
$$\frac{R-q}{p-R} = \frac{q}{p}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R} \qquad (4.36) \quad \text{معادلة المرآة بمعلومية } R$$

وتسمى المعادلة السابقة معادلة المرآة، وتنطبق فقط على الأشعة المحورية.

وإذا كان الجسم بعيداً جداً عن المرآة، أي أن P أكبر كثيراً من R، وبعبارة أخرى فإن P تقترب من مالانهاية أي أن $1/p \approx 0$. وفي هذه الحالة وبتطبيق المعادلة 4.36 نجد أن $q \approx R/2$. أي أنه عندما يكون الجسم بعيداً جداً عن المرآة تكون الصورة في منتصف المسافة بين النقطة المركزية على المرآة ومركز تكورها كما في الشكل 12.36-a. ويتضح أن الأشعة المنبعثة من المصدر متوازية، لأن هذا المصدر يفترض أن يكون بعيداً جداً عن المرآة. وتسمى موقع الصورة بالبؤرة F وبعد الصورة عن المرآة بالبعد البؤري Focal Length f حيث

$$f = \frac{R}{2} \qquad (5.36) \quad \text{البعد البؤري}$$



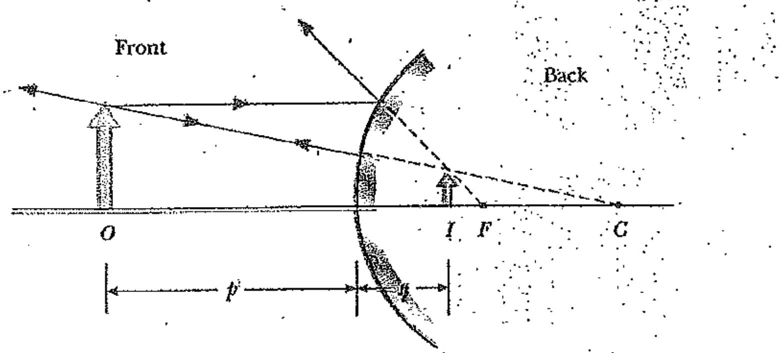
شكل 12.36 (a) أشعة ضوئية من مصدر بعيد ($p≈∞$) تنعكس على مرآة كرية وتتجمع في البؤرة F، وفي هذه الحالة يكون بعد الصورة $q \approx R/2=f$ حيث f هي البعد البؤري للمرآة. (b) انعكاس أشعة متوازية بمرآة مقعرة (مقدمة من: Henry Leap and Jim Lehman)

والبعد البؤري هو معامل يميز المرآة، ولذلك يمكن أن يستخدم لمقارنة مرآة مع أخرى. ويمكن كتابة معادلة المرآة كالآتي:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \qquad (6.36)$$

معادلة المرآة بمعلومية f

لاحظ أن البعد البؤري للمرآة يعتمد فقط على انحناء سطح المرآة وليس على سطح المادة المصنوعة منها المرآة، حيث إن تكوين الصورة ينتج من انعكاس الأشعة الضوئية من سطح المرآة. وسنجد أن الموقف مختلف مع العدسات (القسم 4.36) حيث يمر الضوء خلال مادة العدسة.



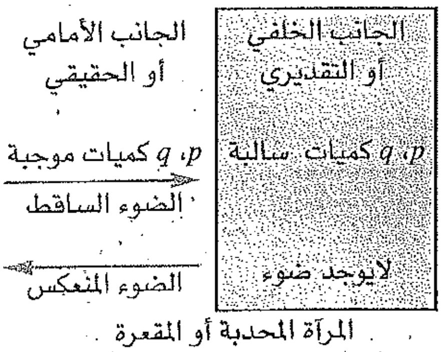
شكل 13.36 تكوين صورة باستخدام مرآة كرية محدبة، وتكون الصورة المتكونة لجسم حقيقي هي صورة تقديرية معتدلة.

المرايا المحدبة Convex Mirrors

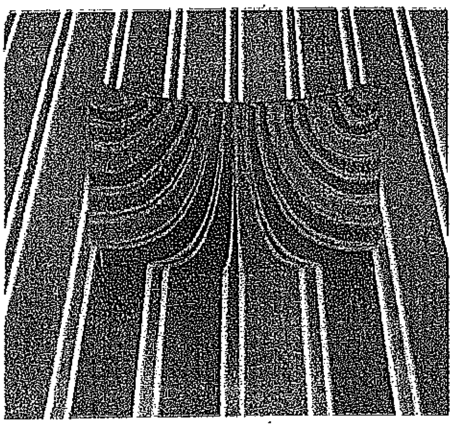
يبين الشكل 13.36 تكوين صورة بمرآة محدبة وهي مرآة كرية سطحها الخارجي المحدب مفضض. وتسمى أحياناً بالمرآة المفرقة، لأن الأشعة الساقطة عليها تنعكس متفرقة وكأنها آتية من خلف المرآة. والصورة المتكونة في الشكل 13.36 هي صورة تقديرية، لأن الأشعة المنعكسة تظهر وكأنها تبعث من نقطة على هذه الصورة كما هو موضح بالخطوط المتقطعة. بالإضافة إلى ذلك فإن الصورة دائماً تكون معتدلة وأصغر من الجسم. ويستخدم هذا النوع من المرايا غالباً في المحلات التجارية لتعقب لصوص المحلات. وتستخدم مرآة واحدة لمسح مجال رؤية واسع، لأنها تكون صورة مصغرة لما هو داخل المحل.

ولاداعي لاشتقاق معادلات للمرآة المحدبة حيث يمكن استخدام المعادلات 36.2 ,36.4 ,36.6 لأي من المرآتين المحدبة والمقعرة إذا أخذنا في الاعتبار الخطوات التالية.

سنعرف المنطقة التي تنتقل فيها أشعة الضوء تجاه المرآة بالجانب الأمامي للمرآة، والجانب الآخر بالجانب الخلفي لها. فمثلاً في الشكلين 10.36، 12.36 نجد أن الجانب الأيسر للمرآة هو الجانب الأمامي والجانب الأيمن للمرآة هو الجانب الخلفي: وينص الشكل 14.36 على قاعدة الإشارات لبعد كل من الجسم وصورته عن المرآة. ويلخص الجدول 1.36 قاعدة الإشارات لكل الكميات.



شكل 14.36 إشارات الكميات p، q لكل من المرآتين المحدبة والمقعرة.



انعكاس الخطوط المتوازية من مرآة اسطوانية محدبة. وتظهر الصورة تقديرية، ومعتدلة وأصغر من الجسم.

((c) 1990 Richard Megna/ Fundamental Photographs)

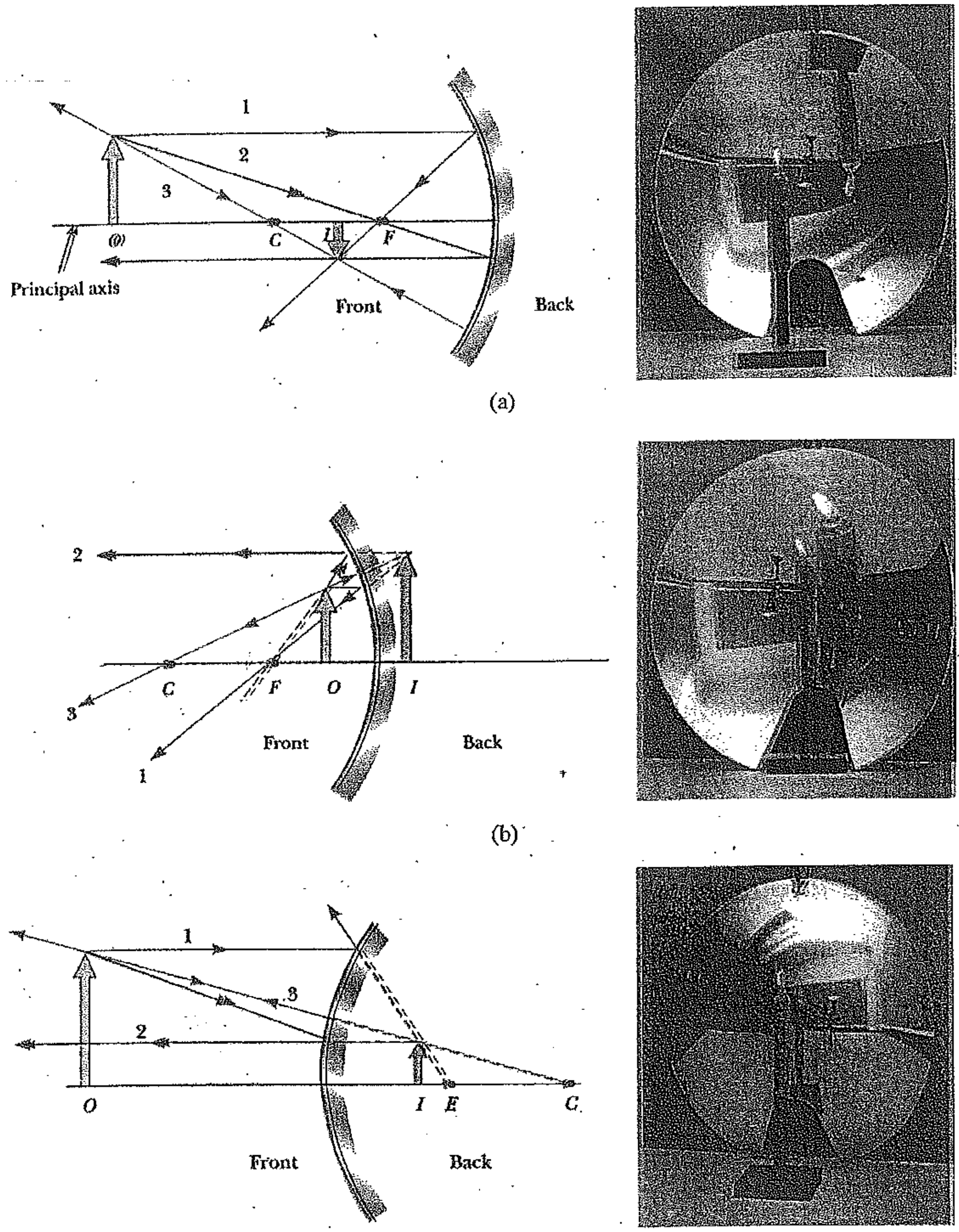
جدول 1.36 قاعدة الإشارات للمرايا

P موجبة إذا كان الجسم أمام المرآة (جسماً حقيقياً).
P سالبة إذا كان الجسم خلف المرآة (جسماً تقديرياً).
q موجبة إذا كانت الصورة أمام المرآة (صورة حقيقية).
q سالبة إذا كانت الصورة خلف المرآة (صورة تقديرية).
f، R كميتان **موجبتان** إذا كان مركز تكور المرآة **أمامها** (المرآة المقعرة).
f، R كميتان **سالبتان** إذا كان مركز تكور المرآة **خلفها** (المرآة المحدبة).
إذا كانت M موجبة فإن الصورة تكون معتدلة.
إذا كانت M سالبة فإن الصورة تكون مقلوبة.

مسارات الأشعة للمرايا Ray Diagrams for Mirrors

يمكن تعيين مواقع وأحجام الصور المتكونة بالمرايا بطريقة مناسبة برسم مسارات الأشعة. وتبين الرسومات المذكورة طبيعة الصورة، ويمكن أن تستخدم لمراجعة النتائج المحسوبة من معادلات المرايا والتكبير. ولرسم مسارات الأشعة، يجب أن نعرف موقع الجسم وكذلك موقعي البؤرة ومركز تكور المرآة. ثم نرسم ثلاثة أشعة لتحديد موقع الصورة كما هو موضح بالشكل 15.36. وتبدأ هذه الأشعة جميعها من نفس النقطة على الجسم، وترسم كالآتي: يمكن أن نختار أي نقطة على الجسم، وفي الشكل 15.36 اختير رأسي السهم كنقطة تبدأ منها الأشعة.

- رُسم الشعاع 1 من قمة الجسم موازيا للمحور الأساسي وينعكس ماراً بالبؤرة F.
- رُسم الشعاع 2 من قمة الجسم ماراً بالبؤرة وينعكس موازياً للمحور الأساسي.
- رُسم الشعاع 3 من قمة الجسم ماراً بمركز التكور C وينعكس على نفسه.



شكل 15.36 رسم مسارات الأشعة لجسم في المرايا الكرية، وكذلك صور شمعة مناظرة لكل حالة:
(a) عندما يوضع الجسم على بعد أكبر من نصف قطر تكور المرآة المقعرة، تكون الصورة حقيقية، ومقلوبة، ومصغرة. (b) عندما يوضع الجسم على بعد أقل من البعد البؤري للمرآة المقعرة، تكون الصورة تقديرية، ومعتدلة، ومكبرة. (c) عندما يوضع الجسم أمام مرآة محدبة؛ تكون الصورة تقديرية، ومعتدلة، ومصغرة.

وتحدد نقطة تقاطع أي شعاعين من هذه الأشعة موقع الصورة. ويستخدم الشعاع الثالث لمراجعة صحة ما تم من الشعاعين الأولين. ويجب أن يتفق دائماً موقع الصورة المحدد بهذه الطريقة مع قيمة q المحسوبة من معادلة المرآة.

لاحظ ما يحدث عندما يتحرك جسم أمام مرآة مقعرة وفي اتجاهها. في الشكل 15.36-a نجد أن الصورة الحقيقية المقلوبة تتحرك إلى اليسار كلما اقترب الجسم من بؤرة المرآة. وعند هذه البؤرة تكون الصورة في مالانهاية في اتجاه اليسار، ولكن عندما يكون الجسم بين البؤرة وسطح المرآة كما في الشكل 15.36-b تتكون صورة تقديرية مكبرة معتدلة. وتنطبق الحالة الأخيرة على استخدام مرآة الحلاقة أو مرآة المكياج. وفي هذه الحالة يكون وجه الأنسان قريباً من المرآة (على بعد منها أقل من بعدها البؤري). ويرى مستخدم هذه المرآة صورة مكبرة معتدلة لوجهه.

ويوضح الشكل 15.36-c حالة مرآة محدبة، حيث تكون صورة الجسم دائماً تقديرية، معتدلة، وأصغر من الجسم. وفي هذه الحالة نجد أنه كلما يزيد بعد الجسم، يصغر حجم الصورة التقديرية ويقترب وضعها من البؤرة عندما يقترب وضع الجسم P من مالا نهاية. يجب أن نرسم مسارات الأشعة في حالات أخرى لتتحقق من تغير موقع الصورة بتغير موقع الجسم.

معمل سريع:

قارن بين صورتين لوجهك عندما تنظر أولاً إلى الجانب الأمامي ثم الجانب الخلفي لملعقة حساء مفضضة. لماذا تظهر الصورتان مختلفتين عن بعضيهما؟

مثال 4.36 الصورة المتكونة بالمرآة:

مرآة كرية بعدها البؤري +10.0 cm. حدد موقع الصورة ووضعها لجسم يوضع أمامها وعلى بعد (a) 25.0 cm، (b) 10.0 cm (c) 5.00 cm

الحل: هذه العدسة مقعرة لأن بعدها البؤري موجب (انظر الجدول 1.36).

(a) هذا الوضع يماثل حالة الشكل 15.36a، ولذلك نتوقع أن تكون الصورة حقيقية، أقرب إلى المرآة من الجسم. وكما هو في الشكل المذكور تكون الصورة مقلوبة ومصغرة. ولتعيين بعد الصورة نستخدم معادلة المرآة (6.36):

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{25.0\text{ cm}}+\frac{1}{q}=\frac{1}{10.0\text{ cm}}$$

$$q=16.7\text{ cm}$$

ويحسب التكبير باستخدام المعادلة 2.36

$$M=-\frac{q}{p}=-\frac{16.7\text{ cm}}{25.0\text{ cm}}=-0.668$$

وحيث إن قيمة M أقل من الواحد الصحيح فإن الصورة تكون أصغر من الجسم. وتدل الإشارة السالبة لقيمة M على أن الصورة مقلوبة. بينما تدل القيمة الموجبة q على أن الصورة تقع أمام المرآة

وهي صورة حقيقية. ولذلك نجد أن توقعاتنا صحيحة.

(b) عندما يوضع الجسم على بعد 10.0 cm من المرآة، أي يوضع في بؤرتها ولذلك نجد أن:

$$\frac{1}{10.0\ \text{cm}}+\frac{1}{q}=\frac{1}{10.0\ \text{cm}}$$

$$q = \infty$$

وهذه النتيجة تعني أن الأشعة التي تنبعث من موقع بؤرة المرآة، تنعكس بحيث تتكون الصورة على بعد غير محدد بالنسبة لوضع المرآة، أي أن الأشعة المنعكسة تكون متوازية. وهذا هو الوضع بالنسبة للبطارية الصغيرة flashlight حيث يوضع مصدر الإضاءة (اللمبة) في موقع بؤرة عاكس وتنتج أشعة ضوئية متوازية.

(c) عندما يكون الجسم على بعد P= 5.00 cm من المرآة، أي يقع بين سطح المرآة وبؤرتها كما في الشكل 15.56b، فإننا نتوقع صورة تقديرية، مكبرة ومعتدلة. وبتطبيق معادلة المرآة في هذه الحالة أن:

$$\frac{1}{5.00\ \text{cm}}+\frac{1}{p}=\frac{1}{10.0\ \text{cm}}$$

$$q = -10.0\ \text{cm}$$

والصورة تقديرية لأنها تقع خلف المرآة كما توقعنا. ولحساب قيمة التكبير نجد أن:

$$M=-\frac{q}{p}=-\left(\frac{-10.0\ \text{cm}}{5.00\ \text{cm}}\right) = 2.00$$

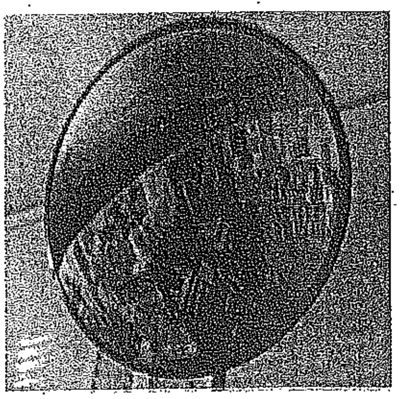
أي أن الصورة مكبرة مرتين، والإشارة الموجبة لقيمة M تعني أن الصورة معتدلة (انظر شكل 15.36-b)

تمرين: أين يوضع جسم أمام هذه المرآة لتكون قيمة التكبير 1.00-؟

الإجابة: 20.0 cm

مثال 5.36 الصورة المتكونة بالمرآة المحدبة:

سيدة طولها 1.5 m تقف على بعد 3.0 cm من مرآة تعقب لصوص المحلات كما في الشكل 16.36، والبعد البؤري لهذه المرآة= 0.25 m-. أوجد (a) موقع صورة السيدة، (b) تكبير الصورة.



شكل 16.36: مرآة محدبة تستخدم غالباً لأمن المجلات التجارية لتعقب اللصوص وتمكن من رؤية مجال واسع. ((c) 1990 Paul Silverman/ Fundamental Photographs)

الحل: (a) هذا الوضع موضح بالشكل 15.36-c. ولابد أن نتوقع صورة تقديرية ومصغرة ومعتدلة. ولتعيين موقع الصورة، نستخدم المعادلة 6.36

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}=\frac{1}{-0.25\ \text{m}}$$

$$\frac{1}{q}=\frac{1}{-0.25\ \text{m}}-\frac{1}{3.0\ \text{m}}$$

$$q = -0.23\ \text{m}$$

والإشارة السالبة في قيمة q تعني أن الصورة تقديرية، أو خلف المرآة كما في الشكل 15.36-c.

(b) لحساب التكبير:

$$M = -\frac{q}{p} = -\left(\frac{-0.23\ \text{m}}{3.0\ \text{m}}\right) = 0.077$$

ونلاحظ أن الصورة أصغر كثيراً من السيدة، ومعتدلة لأن قيمة M موجبة.

تمرين: احسب إرتفاع الصورة:

الاجابة: 0.12 m

3.36 تكوين الصور بالإنكسار IMAGES FORMED BY REFRACTION

سنشرح في هذا الجزء كيفية تكوين الصور عندما تتكسر أشعة ضوئية عند سطح يفصل بين وسطين شفافين. الشكل 17.36 يبين سطح كري نصف قطر تكوره R، ويفصل بين وسطين شفافين معاملي انكسارهما n_1، n_2. وسنفترض وجود جسم O في الوسط ذي معامل الانكسار n_1 حيث $n_1 < n_2$. سنأخذ في الاعتبار الأشعة القريبة من المحور الضوئي والتي تنبعث من الجسم O. سنجد أن كل الأشعة تنكسر عند سطح الانفصال وتتجمع عند نقطة واحدة I هي صورة الجسم.

يبن الشكل 18.36 شعاعاً يخرج من النقطة O وينكسر ليصل إلى النقطة I، وبتطبيق قانون سنيل على هذه الحالة نجد أن:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

ومن المفترض أن الزاويتين θ_1، θ_2 صغيرتان، ولذلك يمكن إجراء التقريب $\sin\theta \approx \theta$ (حيث تكون الزوايا مقاسة بالتقدير الدائري Radians). ويمكن القول أن:

$$n_1\theta_1 = n_2\theta_2$$

من المثلثين OPC، PIC الموجودين بالشكل 18.36 نجد أن:

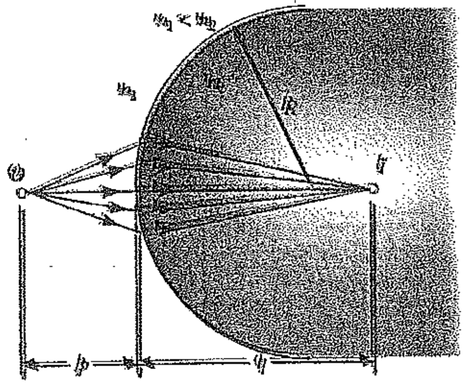
$$\theta_1 = \alpha + \beta$$

$$\beta = \theta_2 + \gamma$$

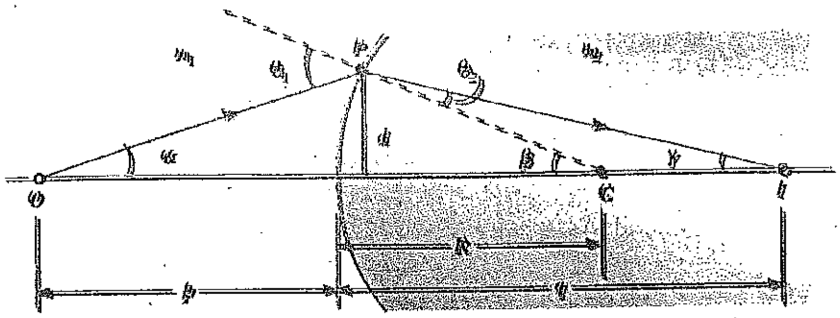
من المعادلات الثلاث الأخيرة نجد أن:

$$n_1\alpha + n_2\gamma = (n_2 - n_1)\beta \qquad (7.36)$$

ويتضمن الشكل 18.36 ثلاثة مثلثات قائمة الزاوية، ولها نفس الارتفاع d. وفي حالة الأشعة المحورية (القريبة من المحور الضوئي، وليست الأشعة التي تعمل زوايا كبيرة مع المحور كما في الشكل 18.36) نجد أن الأضلاع الأفقية في الثلاثة مثلثات هم بالتقريب: p في المثلث المحتوي على الزاوية α، R في المثلث المحتوي على الزاوية β، q في المثلث المحتوي على الزاوية γ، وفي حالة الزاويا الصغيرة يمكن إجراء التقريب التالي: $\tan\theta \approx \theta$، ويمكن كتابة العلاقات التقريبية الآتية من هذه المثلثات:



شكل 17.36 تكوين صورة بالانكسار عند سطح كري حيث تنتقل الأشعة متفرقة من الجسم O والتي تصنع زاوية صغيرة مع المحور الأساسي وتنكسر لتكون الصورة عند النقطة I.



شكل 18.36 رسم تخطيطي يستخدم لاشتقاق المعادلة 8.36

$$\tan\alpha \approx \alpha \approx \frac{q}{p} \qquad \tan\beta \approx \beta \approx \frac{d}{R} \qquad \tan\gamma \approx \gamma \approx \frac{d}{q}$$

وبالتعويض بهذه القيم في المعادلة 7.36 وبالقسمة على d نجد:-

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \qquad (8.36)$$

ومن الجدير بالذكر أنه عند بعد معين p للجسم، لايعتمد بعد الصورة q على الزاوية التي يصنعها الشعاع مع المحور. وهذا يعني أن الأشعة المحورية Paraxial rays تتجمع عند نفس النقطة I.

وكما في حالة المرايا، يجب أن نستخدم قاعدة الإشارات إذا أردنا أن نطبق هذه المعادلة في حالات مختلفة. وسنعرف الجانب الذي تخرج منه الأشعة ابتداءً بالجانب الأمامي. والجانب الآخر يعرف بالجانب الخلفي. وتتكون الصورة الحقيقية بالانكسار خلف سطح الإنفصال (في الجانب الخلفي)، وذلك بعكس ما هو قائم في حالة المرايا حيث تتكون الصور الحقيقية أمام السطح العاكس. ولأن موقع الصور الحقيقية يختلف، فإن قاعدة الإشارات للمقدارين q، R تكون موجبة في الشكل 18.36. ويبين الجدول 2.36 ملخصاً لقاعدة الاشارات للأسطح الكرية الكاسرة.

وقد استنتجنا المعادلة 8.36 بفرض أن $n_1<n_2$ بينما هذا الإفتراض ليس لازماً، وتطبق هذه المعادلة بغض النظر عن أن أي من معاملي الانكسار أكبر من الآخر.

جدول 2.36: قاعدة الإشارات للأسطح الكاسرة:

p موجبة إذا كان الجسم أمام السطح الكاسر (جسماً حقيقياً)
p سالبة إذا كان الجسم خلف السطح الكاسر (جسماً تقديرياً)
q موجبة إذا كانت الصورة خلف السطح الكاسر (صورة حقيقية)
q سالبة إذا كانت الصورة أمام السطح الكاسر (صورة تقديرية)
R موجبة إذا كان مركز التكور خلف السطح الكري المحدب
R سالبة إذا كان مركز التكور أمام السطح الكري المقعر.

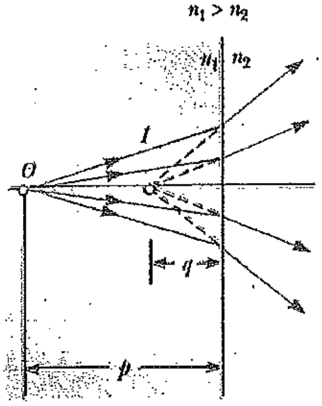
الأسطح المستوية الكاسرة Flat Refracting Surfaces

إذا كان السطح الكاسر مستوياً، فإن $R=\infty$ وتصبح المعادلة 8.36 كالآتي:-

$$\frac{n_1}{p} = -\frac{n_2}{q}$$

$$q = -\frac{n_2}{n_1} p \qquad (9.36)$$

نلاحظ من المعادلة الأخيرة أن إشارة المقدار q عكس إشارة المقدار p.



شكل 19.36 الصورة المتكونة بواسطة سطح مستو كاسر هي صورة تقديرية، وفي نفس الجهة بالنسبة للسطح مثل الجسم. ويفترض أن تكون جميع الأشعة محورية (قريبة من المحور).

وحسب الجدول 2.36 نجد أن **الصورة المتكونة في حالة سطح كري كاسر تقع في نفس الجهة من السطح مثل الجسم**. ويبين الشكل 19.36 توضيحاً لذلك، حيث يوجد الجسم في وسط معامل انكسار مادتة n_1، وقيمتة n_1 أكبر من قيمة n_2، وفي هذه الحالة تتكون صورة تقديرية بين الجسم والسطح. وإذا كانت $n_1<n_2$ فإن الأشعة في الجانب الخلفي تتفرق عن بعضها بزوايا أصغر من الموضحة بالشكل 19.36. ونتيجة لذلك تتكون الصورة في الجهة اليسرى من الجسم.

مثال توضيحي 6.36 دعنا نذهب لرياضة الغوص تحت الماء:-

من المعلوم أنه تظهر الأجسام تحت الماء لمشاهد بالعين المجردة غير واضحة. ولكن ترى الأجسام تحت الماء بوضوح لغواص يرتدي قناع الغوص.

(a) اشرح كيف يكون ذلك، علماً بأن معاملات انكسار قرنية العين، والماء، والهواء تساوي 1.376، 1.333، 1.00029 على الترتيب.

الحل: يتضح من قيم معاملات الانكسار المذكورة أن قرنية العين والماء لهما غالباً معاملا انكسار متقاربين، ولذلك فإنه يحدث انكسار صغير جداً عندما ينظر شخص إلى الأجسام تحت الماء بالعين

المجردة. وفي هذه الحالة تتجمع أشعة الضوء من الجسم خلف الشبكية ويرى الشخص صورة غير واضحة.

وعندما يستخدم قناع الغوص، فإن الهواء الموجود بين العين وسطح القناع، يحدث القدر المطلوب من الانكسار عند السطح الفاصل بين العين والهواء. وتتجمع الأشعة الآتية من الجسم على شبكية العين.

(b) إذا حفرت (صنعت) عدسة في زجاج القناع، فهل يكون السطح المنحني لهذه العدسة داخل القناع أو خارجه أو في الجهتين؟

الحل: إذا حفرت العدسة على السطح الداخلي في زجاج القناع بحيث يرى من يرتدي هذا القناع بالعين المجردة فيكون السطح الداخلي منحنياً. وفي هذه الحالة تكون العدسة مناسبة سواء استخدم القناع تحت الماء أو في الهواء. وإذا كان الانحناء على السطح الخارجي لزجاج القناع، فإن الانكسار على السطح الخارجي للزجاج يتغير تبعاً للوسط الموجود خارج القناع (هواء أو ماء).

مثال 7.36 انظر بدقة إلى كرة الكريستال:

وضعت بذرة دانديلون Dandelion قطرها 4.0cm في مركز كرة من البلاستيك قطرها 6.0cm تستخدم كمثقلة للورق Paperweight (شكل 20.36-a). وكان معامل انكسار مادة البلاستيك = 1.50. أوجد موقع صورة حافة البذرة القريبة.

الحل: بما أن $n_2<n_1$ حيث n_2 هي معامل انكسار الهواء وتساوي 1.00، فإن الأشعة التي تنبع من البذرة تتكسر مبتعدة عن العمود على السطح متفرقة إلى الخارج كما في الشكل 20.36-b، ولذلك فإن الصورة تتكون داخل مثقلة الورق وهي صورة تقديرية. ومن المعلومات المعطاة نجد أن حافة كرة البذرة القريبة على بعد 1.00cm من سطح مثقلة الورق.

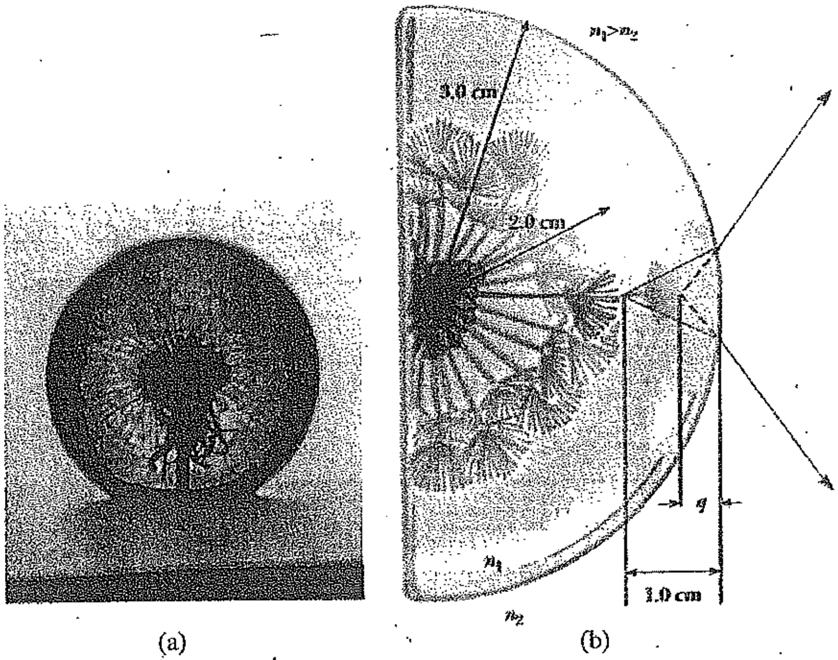
وبتطبيق المعادلة 8.36 مع ملاحظة أن قيمة R سالبة (انظر الجدول 2.36) نجد أن:

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{q} = \frac{n_2-n_1}{R}$$

$$\frac{1.50}{1.5\ \text{cm}}+\frac{1}{q}=\frac{1.00-1.50}{-3.0\ \text{cm}}$$

$$q = -0.75\ \text{cm}$$

وتعني الإشارة السالبة للمقدار q أن الصورة تقع أمام السطح، وبعبارة أخرى، تقع في نفس الوسط الموجود فيه الجسم كما في الشكل 20.36-b وبذلك تكون الصورة تقديرية (انظر الجدول 2.36). ويظهر سطح كرة البذرة أقرب إلى سطح مثقلة الورق من وضعها الحقيقي.



شكل 20.36: (a) جسم موضوع داخل كرة من البلاستيك، ويكون صورة تقديرية تقع بين سطح الجسم وسطح الكرة. جميع الأشعة يفترض أنها محورية. وحيث إن الجسم يقع داخل الكرة، فإن السطح الداخلي للكرة هو السطح الأمامي الكاسر بالنسبة للأشعة الخارجة من الجسم. (b) تكون هذه الأشعة الخارجة من سطح الجسم صورة تقع داخل الكرة البلاستيكية ولكن أقرب إلى سطحها.
(مقدمة من George Semple)

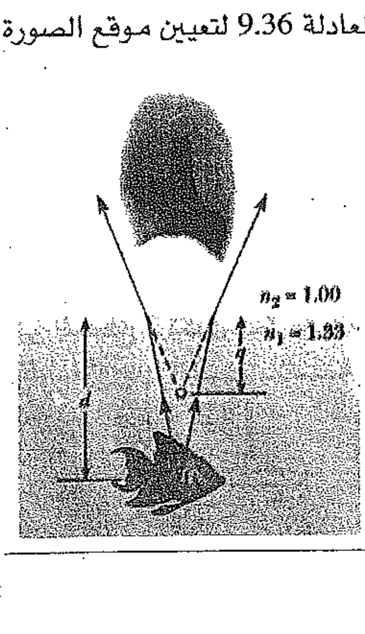
مثال 8.36 البعد الظاهري للجسم

سمكة صغيرة تسبح في بركة، وعلى عمق d من سطح البركة (شكل 21.36). ما هو العمق الظاهري للسمكة كما ترى من أعلى مباشرة؟

الحل: حيث إن السطح الكاسر مستو فإن $R=\infty$. ويمكن استخدام المعادلة 9.36 لتعيين موقع الصورة وذلك بوضع $p=d$. وباستخدام قيم معاملات الانكسار المعطاه في الشكل 21.36 نجد أن:

$$q=-\frac{n_2}{n_1}p=-\frac{1.00}{1.33}d=-0.752d$$

وحيث إن قيمة q سالبة، فإن الصورة تقديرية، كما هو موضح بالخطوط المشرطة في شكل 21.36. ويكون البعد الظاهري = 3/4 البعد الحقيقي.



شكل 21.36 البعد الظاهري q للسمكة أصغر من البعد الحقيقي d. وجميع الأشعة يفترض أنها محورية.

4.36 العدسات الرقيقة THIN LENSES

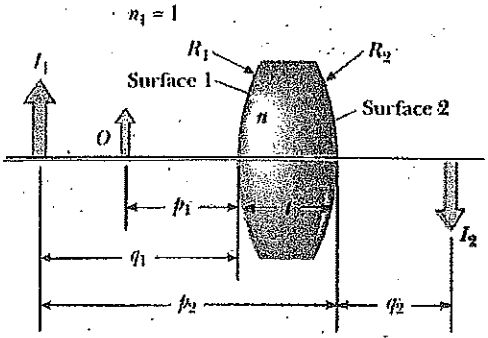
14.8 تستخدم العدسات غالباً لتكوين الصور بالانكسار وذلك في الأجهزة البصرية كالكاميرات والتلسكوبات والميكروسكوبات. وسنستخدم المعلومات التي عرفناها عن الصور المتكونة بالأسطح الكاسرة للمساعدة في تحديد موقع الصور المتكونة بالعدسة. ومن المعلوم أن الضوء المار خلال العدسة يعاني إنكساراً عند سطحي العدسة. وفي دراسة هذا الموضوع سنعتبر أن **الصورة المتكونة بواسطة أحد السطحين تعمل كجسم بالنسبة للسطح الآخر**. وسنحلل حالة عدسة سميكة أولاً ثم نفترض أن سمكها يقترب من الصفر.

الشكل 22.36 يبين عدسة معامل انكسار مادتها n ونصفي قطري تكور سطحيها R_1، R_2 (مع ملاحظة أن R_1 هو نصف قطر تكور السطح الذي يصل إليه ضوء المصدر أولاً، R_2 هو نصف قطر تكور السطح الآخر للعدسة). ووضع جسم عند النقطة O وعلى مسافة p_1 أمام السطح 1. وإذا كان الجسم بعيداً عن السطح 1، فإن الأشعة التي تسقط على هذا السطح من المصدر البعيد تكون متوازية. ونتيجة لانكسار الأشعة عند هذا السطح تتجمع الأشعة لتكون صورة حقيقية على يمين السطح 1 في الشكل 22.36 (كما في الشكل 17.36). إذا وضع الجسم قريباً من السطح 1 كما في الشكل 22.36 فإن الأشعة التي تخرج متفرقة من الجسم تسقط على السطح وتغطي مدى واسع من الزوايا. وفي هذه الحالة فإن الانكسار عند السطح لايكون كافياً لتجميع الأشعة في الجانب الأيمن للسطح. وتكون هذه الأشعة مازالت متفرقة مع أنها أقرب إلى الأشعة المتوازية من حالتها قبل سقوطها على السطح. وينتج عن ذلك صورة تقديرية للجسم عند I_1 على يسار الشكل كما في الشكل 22.36 وتستخدم هذه الصورة كمصدر بالنسبة للسطح 2، وفي النهاية تتكون صورة حقيقية I_2 على يمين العدسة.

سنبدأ بالصورة التقديرية المتكونة بالسطح 1، وبتطبيق المعادلة 8.36 ووضع $n=1$ لأن العدسة محاطة بالهواء، سنجد أن الصورة I_1 المتكونة بالسطح 1 تحقق المعادلة:

$$\frac{1}{p_1}+\frac{n}{q_1}=\frac{n-1}{R_1} \qquad (1)$$

حيث q_1 رقم سالب لأنه يمثل صورة تقديرية تكونت في الجانب الأمامي للسطح 1.



شكل 22.36 لتحديد موقع الصورة المتكونة بالعدسة، سنستخدم الصورة التقديرية المتكونة بالسطح 1 كجسم بالنسبة للصورة المتكونة بالسطح 2. والصورة النهائية حقيقية وتقع عند I_2.

وبتطبيق المعادلة 8.36 على السطح 2، ووضع $n_1=n$، $n_2=1$ (تم أخذ هذه القيم لمعاملات الانكسار لأن أشعة الضوء من I_1 في إتجاه السطح 2 تكون في مادة العدسة التي معامل انكسارها= n. ويمكن تخيل أن O قد أزيل مع ملأ الفراغ على يسار السطح 1 بمادة العدسة، ووضع الجسم عند I_1، فإن الأشعة الضوئية التي تصل إلى السطح 2 تكون مثل حالة الشكل 22.36). وبوضع P_2 لتمثل بعد الجسم بالنسبة للسطح 2، q_2 لتمثل بعد الصورة نحصل على:

$$\frac{n}{p_2}+\frac{1}{q_2}=\frac{1-n}{R_2} \qquad (2)$$

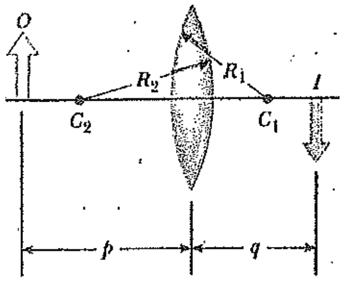
باعتبار أن الصورة المتكونة بواسطة السطح الأول تعمل كجسم بالنسبة للسطح الثاني. ومن الشكل 22.36 نجد أن p_2 هي مجموع q_1، t وبوضع $p_2=-q_1+t$، حيث t هي سمك العدسة (لاحظ أن q_1 هي رقم سلبي وأن p_2 لابد أن تكون موجبة حسب قاعدة الإشارات- ولذلك لابد من وضع إشارة سالبة للمقدار q_1). وبالنسبة لعدسة رقيقة (ذات سمك صغير بالمقارنة بنصف قطر تكور كل من السطحين) يمكن إهمال السمك t. ومن هذا الفرض نجد $p_2=-q_1$

ولذلك فإن المعادلة (2) تصبح:

$$-\frac{n}{q_1}+\frac{1}{q_2}=\frac{1-n}{R_2} \qquad (3)$$

وبجمع المعادلتين (1)، (3) نجد أن:

$$\frac{1}{p_1}+\frac{1}{q_2}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) \qquad (4)$$



شكل 23.36 شكل مبسط للعدسة الرقيقة

وفي حالة العدسة الرقيقة سنضع بعد الجسم عن العدسة p بدلاً من p_1، وبعد الصورة q بدلاً من q_2 في المعادلة (4) كما هو موضح بالشكل 23.36، وبذلك تصبح المعادلة (4) كالآتي:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) \qquad \textbf{(10.36)}$$

وتطبق المعادلة 10.36 في حالة الأشعة المحورية وعندما يكون سمك العدسة أقل كثيراً من R_1، R_2.

والبعد البؤري **Focal Lenth *f*** هو بعد الصورة الذي يقابل بعد جسم موضوع في مالانهاية كما في المرايا. وبوضع $p=\infty$، $q=f$ في المعادلة 10.36 نحصل على المعادلة الآتية:

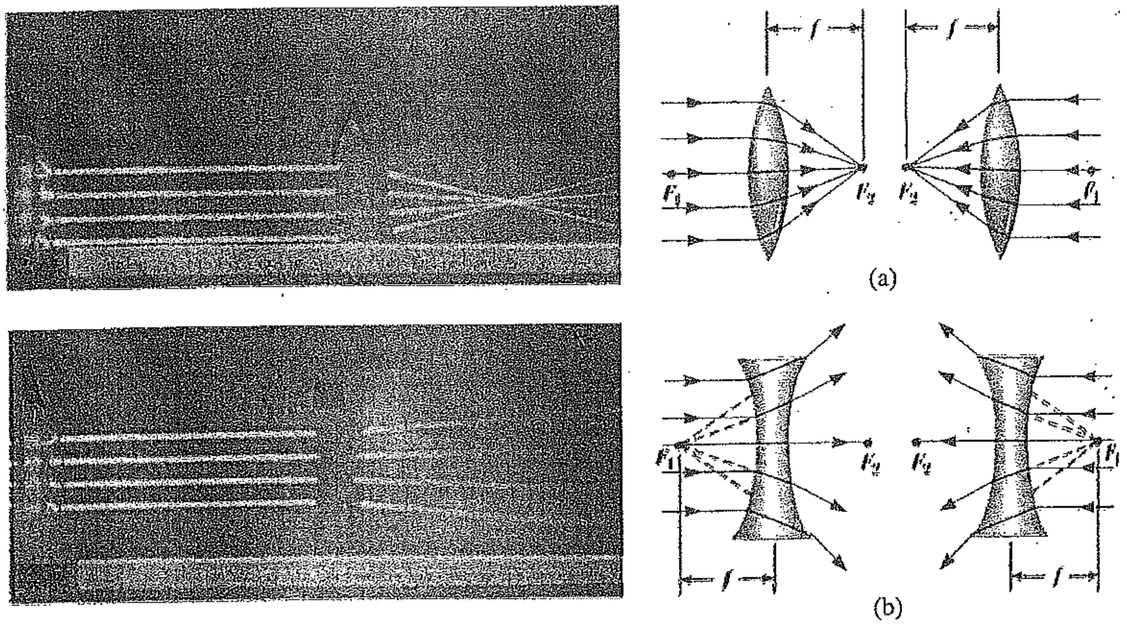
معادلة صانع العدسات **(11.36)**

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

وتسمى المعادلة (11.36) **معادلة صانع العدسات Lens Makers' Equation** لأنها تستخدم لتعيين قيمتي R_1، R_2 اللازمتين لعدسة في حالة قيمة معينة لمعامل انكسار مادتها، والبعد البؤري f المطلوب لهذه العدسة، وبالعكس إذا كان معامل انكسار مادة العدسة ونصفي قطري تكور سطحيها معلوم فإن هذه المعادلة تمكن من حساب بعدها البؤري. وإذا غمرت العدسة في وسط غير الهواء، فتستخدم نفس المعادلة بحيث تستبدل قيمة n بنسبة معامل انكسار مادة العدسة إلى معامل انكسار هذا الوسط.

اختبار سريع 2.36

ماهو البعد البؤري للوح زجاج النافذة؟



شكل 24.36 (الجزء الأيسر) تأثير وجود عدسة مجمعة (الصورة العلوية) وعدسة مفرقة (الصورة السفلية) على أشعة ضوئية متوازية (مقدمة من Henry Leap and Jim Lehman).
(الجزء الأيمن) بؤرتي عدسة (a) مجمعة، (b) مفرقة.

وباستخدام المعادلة 11.36 يمكن كتابة المعادلة 10.36 مماثلة لصيغة معادلة المرايا 6.36.

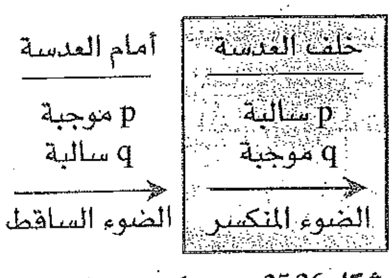
معادلة العدسة الرقيقة (12.36)

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

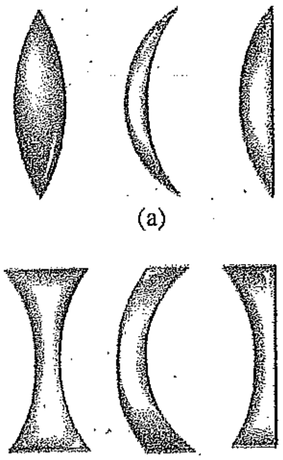
وتسمى هذه المعادلة بمعادلة العدسة الرقيقة **Thin- Lens Eauation**، وتستخدم لإيجاد العلاقة بين بعد الجسم وبعد الصورة بالنسبة للعدسة الرقيقة.

وحيث إن الضوء يمكن أن ينتقل خلال العدسة من كل من اتجاهيها فإنه يكون للعدسة بؤرتان F_1، F_2، أحدهما عندما يمر الضوء خلال العدسة في اتجاه، والأخرى عندما يمر الضوء في الاتجاه الآخر، كما هو موضح بالشكل 24.36 لعدسة محدبة الوجهين (مجمعة) وعدسة مقعرة الوجهين (مفرقة).

يستخدم الشكل 25.36 لتحديد إشارة بعد الجسم p، وبعد الصورة q، ويعطي الجدول 3.36 قاعدة الإشارات للعدسات الرقيقة. يلاحظ أن هذه القاعدة هي نفس قاعدة الإشارات في الأسطح الكاسرة (الجدول 2.36). وبتطبيق هذه القواعد لعدسة محدبة الوجهين، سنجد أنه عندما تكون $p> f$ فإن قيم p، q، R_1 تكون موجبة، R_2 تكون سالبة. ولذلك فإنه عندما تكون عدسة مجمعه صورة حقيقية للجسم فإن قيم p، q، f تكون موجبة، وفي حالة عدسة مقعرة الوجهين (مفرقة) نجد أن قيم p، R_2 تكون موجبة وقيم q، R_1 تكون سالبة، ونتيجة لذلك تكون f سالبة.



شكل 25.36 يوضح كيفية تعيين إشارات p، q لعدسة رقيقة (وينطبق هذا الشكل على الأسطح الكاسرة).



(a)

(b)

شكل 26.36 أشكال العدسات المختلفة:

(a) عدسات: محدبة الوجهين، محدبة- مقعرة، مستوية- محدبة، وهذه العدسات جميعها مجمعة وبعدها البؤري موجب، وهي أكبر سمكاً عند منتصفها.

(b) عدسات: مقعرة الوجهين، مقعرة- محدبة، مستوية- مقعرة، وجميعها مفرقة وبعدها البؤري سالب، وهي أكبر سمكاً عند حافتيها.

جدول 3.36: قاعدة الإشارات للعدسات الرقيقة

p موجبة إذا كان الجسم أمام العدسة (جسماً حقيقياً).
p سالبة إذا كان الجسم خلف العدسة (جسماً تقديرياً).

q موجبة إذا كانت الصورة خلف العدسة (صورة حقيقية).
q سالبة إذا كانت الصورة أمام العدسة (صورة تقديرية).

R_1، R_2 موجبة إذا كان مركز التكور خلف العدسة.
R_1، R_2 سالبة إذا كان مركز التكور أمام العدسة.

f موجبة إذا كانت العدسة مجمعة.
f سالبة إذا كانت العدسة سالبة.

يبين شكل 26.36 مختلف أشكال العدسات، ويلاحظ أن سمك العدسة المجمعة عند مركزها أكبر من سمكها عند حافتها، بينما يكون سمك العدسة المفرقة عند مركزها أصغر من سمكها عند حافتها.

تكبير الصور Magnification Of Images

سنفرض وجود عدسة رقيقة يمر خلالها الضوء من مصدر ما. وكما في حالة المرايا (المعادلة 2.36) يعرف التكبير الطولي للعدسة بأنه النسبة بين طول الصورة h' وطول الجسم h:

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p}$$

ومن هذه المعادلة نجد أنه عندما تكون M موجبة فإن الصور تكون معتدلة، وعلى نفس الجهة من العدسة مثل الجسم، وعندما تكون M سالبة، تكون الصورة مقلوبة، وفي عكس الجهة التي بها الجسم بالنسبة للعدسة.

مسارات الأشعة في العدسات Ray Diagrams For Thin Lenses

يمكن تعيين موقع الصورة المتكونة بالعدسة الرقيقة أو مجموعة من العدسات باستخدام مسارات الأشعة في هذه العدسات، وتساعد في توضيح قاعدة الإشارات. يوضح الشكل 27.36 مسارات الأشعة في حالات ثلاث عدسات رقيقة منفردة. ولتحديد موقع الصورة المتكونة بعدسة مجمعة (شكل 27.36a,b) ترسم الأشعة الثلاثة الموضحة بالشكل بدءاً من رأس السهم (قمة الجسم):

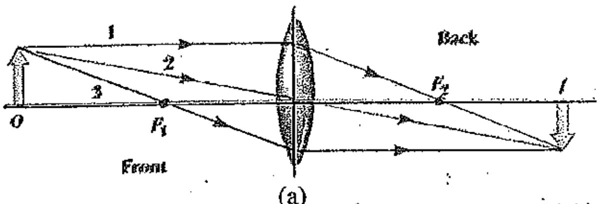
- رسم الشعاع 1 موازياً للمحور الأساسي، وبعد انكساره بالعدسة يمر هذا الشعاع بالبؤرة الموجودة في الجانب الخلفي للعدسة.
- رسم الشعاع 2 ماراً بمركز العدسة، ويستمر كخط مستقيم دون أن يعاني انكساراً.
- رسم الشعاع 3 ماراً ببؤرة العدسة الموجودة في الجانب الأمامي منها (أو لو كان آتياً من البؤرة في حالة $p<f$)، ويخرج هذا الشعاع من الجهة الأخرى للعدسة موازياً لمحورها الأساسي.

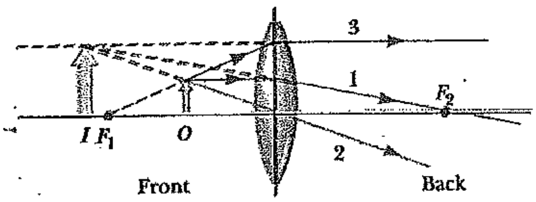
ولتحديد موقع الصورة في حالة عدسة مفرقة (شكل 27.36-c) ترسم الأشعة الثلاثة الموضحة بالشكل بدءاً من رأس السهم:

- رسم الشعاع 1 موازياً للمحور الأساسي. وبعد انكساره بالعدسة يظهر كما لو كان قد مر ببؤرة العدسة في جانبها الأمامي. (وهذا الاتجاه الظاهري يوضح بالخط المشرط بالشكل 27.36-c).
- رسم الشعاع 2 ماراً بمركز العدسة، ويستمر كخط مستقيم دون أن يعاني إنكساراً.
- رسم الشعاع 3 تجاه بؤرة العدسة في جانبها الخلفي، وينكسر بهذه العدسة موازياً للمحور الأساسي.

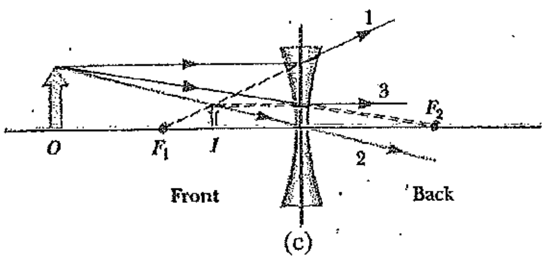
اختبار سريع 3.36

في الشكل 27.36-a استبدل السهم الأزرق (الجسم) بسهم آخر أطول كثيراً من العدسة. ما هو عدد الأشعة الخارجة من الجسم وتسقط على العدسة.





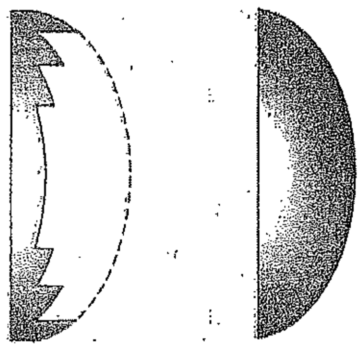
شكل 27.36 مسارات الأشعة لتحديد موقع الصورة المتكونة بالعدسة (a) عندما يكون الجسم أمام العدسة الرقيقة المجمعة وعلى بعد أكبر من بعدها البؤري، تتكون صورة حقيقية، مقلوبة، وفي الجانب الخلفي للعدسة. (b) عندما يكون الجسم بين العدسة المجمعة وبؤرتها F_1، تتكون صورة تقديرية، معتدلة، وأكبر من الجسم وتقع في الجانب الأمامي للعدسة مثل الجسم. (c) عندما يوضع جسم في أي مكان أمام عدسة مفرقة، تتكون صورة تقديرية، معتدلة، وأصغر من الجسم، وفي الجهة الأمامية للعدسة مثل الجسم.



يبن الشكل 27.36-a جسماً موضوعاً على يسار عدسة مجمعة ($p>f_1$) حيث تتكون صورة حقيقية للجسم ومقلوبة. عندما يكون الجسم بين هذه العدسة وبؤرتها ($p<f_1$) كما في الشكل 27.36-b تتكون صورة تقديرية ومعتدلة. بالنسبة للعدسة المفرقة (شكل 27.36-c) تكون الصورة دائماً تقديرية ومعتدلة وذلك لأي موقع للجسم أمام العدسة، وتكون مسارات الأشعة الموضحة في هذا الشكل هندسياً ذات دقة

مناسبة في حالة أن تكون المسافة بين الأشعة والمحور الرئيسي للعدسة أصغر كثيراً من كل من نصفي قطري تكور العدسة.

ومن الأهمية معرفة أن الإنكسار يحدث فقط عند سطحي العدسة. ويمكن الاستفادة من هذه الحقيقة عند تصميم عدسة فرنل Fresnel Lens، وهي عدسة قوية سمكها ليس كبيراً. ومن المعلوم أن تكور السطح هوالعامل المهم في قدرة العدسة على الانكسار، ولذلك يمكن تصميم عدسة فرنل بحيث يكون سمكها عند المنتصف صغيراً، كما في الشكل 28.36، وتسبب حواف الأجزاء المنحنية بعض التشوهات في الصورة المتكونة ولذلك تستخدم عدسة فرنل فقط في الأغراض التي لاتكون فيها جودة الصورة ذات أهمية كبيرة بالنسبة لتقليل وزن العدسة.



شكل 28.36 عدسة فرنل الموجودة على يسار الشكل لها نفس البعد البؤري مثل العدسة السميكة (على يمين الشكل) ولكنها مصنوعة من كمية أقل من الزجاج.

الخطوط التي ترى على سطح مصباح السيارة الأمامي هي عبارة عن حواف هذه الأجزاء المنحنية. ومن المعلوم أن هذا المصباح يحتاج إلى عدسة ذات بعد بؤري صغير لتكون أشعة متوازية من مصدر ضوئي قريب. فإذا لم يستخدم تصميم عدسة فرنل سيكون سمك العدسة كبيراً جداً في المركز مما يجعلها أثقل وزناً. وفي هذه الحالة لاتتحمل حوافها الرقيقة الصدمات والذبذبات التي تتعرض لها عند السفر على طريق غير ممهد.

اختبار سريع 4.36

إذا غطيت النصف العلوي لعدسة، ماذا يحدث لصورة من الاختبارات الآتية لهذا الجسم التي تظهر لك؟

(a) نصفها السفلي لايظهر. (b) نصفها العلوي لايظهر. (c) تظهر الصورة كاملة ولكن تنخفض شدتها للنصف. (d) لايحدث أي تغير. (e) تختفي الصورة كلها.

مثال 9.36 تكون الصورة بواسطة عدسة مفرقة

وضع جسم طوله 2.00cm على بعد 30.00cm أمام عدسة مفرقة بعدها البؤري -20.0cm. حدد موقع الصورة.

الحل: باستخدام معادلة العدسة الرقيقة (المعادلة رقم 12.36) وبوضع p= 30.0cm، f= -20.0cm نحصل على:

$$\frac{1}{30.0\text{ cm}}+\frac{1}{q}=\frac{1}{-20.0\text{ cm}}$$

$$q = -12.0\text{ cm}$$

وتدل الاشارة السالبة على تكون صورة تقديرية أمام العدسة كما هو موضح في الشكل 27.36-c.

تمرين: عين كلا من التكبير وطول الصورة.

الإجابة: $M= 0.400$، $h'= 0.800\text{cm}$

مثال 10.36 تكون الصورة بواسطة عدسة مجمعة

عدسة مجمعة بعدها البؤري 10.0cm تكون صورة لكل من ثلاثة أجسام موضوعة أمامها وعلى بعد (a) 30.0cm، (b) 10.0cm، (c) 5.0cm. أوجد بعد الصورة في كل حالة مع وصفها.

الحل: (a) تستخدم معادلة العدسة الرقيقة

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{30.0\text{ cm}}+\frac{1}{q}=\frac{1}{10.0\text{ cm}}$$

$$q=15.0\text{ cm}$$

وتدل الإشارة الموجبة على أن الصورة حقيقية وتقع خلف العدسة. ولحساب التكبير M نجد أن:

$$M=-\frac{q}{p}=-\frac{15.0\text{ cm}}{30.0\text{ cm}}=-0.500$$

ويتضح أن الصورة مصغرة للنصف، وتعني الإشارة السالبة لقيمة M أن الصورة مقلوبة. ويشابه هذا الوضع الحالة المبينة بالشكل 27.36-a.

(b) لاتوجد ضرورة لإجراء حسابات في هذه الحالة، لأننا نعلم أنه عندما يوضع جسم عند بؤرة العدسة تتكون الصورة في مالانهاية. ويمكن التحقق من ذلك بسهولة بوضع $p=10.0\text{cm}$ في معادلة العدسة الرقيقة.

(c) عندما يوضع الجسم على بعد 5.00cm من العدسة وهو أقل من بعدها البؤري.

$$\frac{1}{5.00\text{ cm}}+\frac{1}{q}=\frac{1}{10.0\text{ cm}}$$

$$q=-10.0\text{ cm}$$

$$M=-\frac{q}{p}=-\left(\frac{-10.0\text{ cm}}{5.00\text{ cm}}\right)=0.200$$

وتدل الإشارة السالبة لقيمة بعد الصورة على أن الصورة تقديرية وتقع أمام العدسة والصورة مكبرة، وتدل الإشارة الموجبة لقيمة M على أن الصورة معتدلة، كما هو موضح بالشكل 27.36b.

مثال 11.36 عدسة تحت الماء

عدسة مجمعة معامل انكسار مادتها ($n=1.52$) وبعدها البؤري في الهواء= 40.0cm. أوجد بعدها البؤري عندما توضع في الماء (معامل انكسار الماء= 1.33).

الحل: يمكن استخدام معادلة صانع العدسة (المعادلة 11.36) في الحالتين، مع ملاحظة أن R_1، R_2 تبقى كما هي في الهواء والماء:

$$\frac{1}{f_{\text{air}}}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_{\text{water}}}=(n'-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$