حملة حفظ النظري الأولى : $\boxed{\text{النواس المرن}}$

① برهن أن محصلة القوة مؤثرة في مركز عطالة الجسم معلق في النواس المرن هي قوة إرجاع $\vec{F} = -K\vec{x}$ ؟

① حالة سكون :

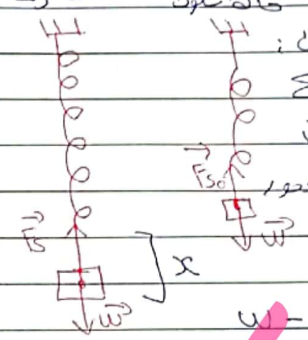
$\sum \vec{F} = \vec{0}$

$\vec{w} + \vec{F}_{s_0} = \vec{0}$

بالإسقاط على محور حاملٍ موجه نحو الأسفل

$w - F_{s_0} = 0$

$w = F_{s_0} = K x_0$ —— ①



② حالة حركة :

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{w} + \vec{F}_s = m\vec{a}$

بالإسقاط على محور الحركي وموجه نحو الأسفل

$w - F_s = ma = w - K(x + x_0)$

$K x_0 - Kx - K x_0 = ma = F$

$\bar{F} = -K\bar{x}$

② انطلاقاً من معادلة تفاضلية : $(\bar{x})''_t = -\frac{K\bar{x}}{m}$ أثبت أن حركة النواس مرن جيبية انسحابية واستنتج علاقة الدور الخاص ؟

$(\bar{x})''_t = -\frac{K\bar{x}}{m}$ —— ①

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من الشكل :

$\bar{x} = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$v = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$a = -\omega_0^2 x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$(\bar{x})''_t = a = -\omega_0^2 x$ —— ②

بمقارنة ① و ② نجد :

$-\frac{Kx}{m} = -\omega_0^2 x$

$\omega_0^2 = \frac{K}{m}$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$\omega_0 > 0 \Leftarrow$ مقادير موجبة K, m

بالتالي حركة نواس مرن جيبية انسحابية

$\frac{2\pi}{T_0} = \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

③ انطلاقاً من تابع المطال $x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$ الزمني لجسم معلق بنهاية نابض : أ- استنتج تابع السرعة للجسم متحرك بحركة جيبية قانون سرعة عظمى ؟

ب- حدد الأوضاع التي تكون السرعة الخطية عظمى ومتى معدومة ؟

أ- $V = (\bar{x})'_t$

$V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

سرعة عظمى $V_{max} = \omega_0 x_{max}$

ب- السرعة تكون عظمى في وضع التوازن

$x = 0 \Rightarrow V = V_{max}$

وتكون معدومة في وضع مطال الأعظمي

$x = \pm x_{max} \Rightarrow V = 0$

④ انطلاقاً من تابع السرعة الزمني $V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ لجسم معلق بنهاية نابض : أ- استنتج تابع التسارع الزمني للجسم متحرك ؟

ب- حدد الأوضاع التي تكون التسارع الخطي معدوم ومتى أعظمي ؟

4 - $V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$a = (\overline{V})'_t$

$a = -\omega_0^2 x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$a = -\omega_0^2 \overline{x}$

ب- السارع يكون معدوم في وضع التوازن ويكون أعظمي في وضع مطالب الأعظمية.

(5) برهن أن الطاقة الكلية في هزازة توافقية بسيطة هي طاقة ثابتة وما هي طبيعة التناسب بين سعة حركة والطاقة ثم ارسم تغيرات الطاقة بدلالة المطال؟

$E = E_K + E_p$ — ☆

طاقة حركية: $E_K = \frac{1}{2} m V^2$

$V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$E_K = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$

$K = m\omega_0^2$

$E_K = \frac{1}{2} K x_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$ — (1)

$E_p = \frac{1}{2} K x^2$

$x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

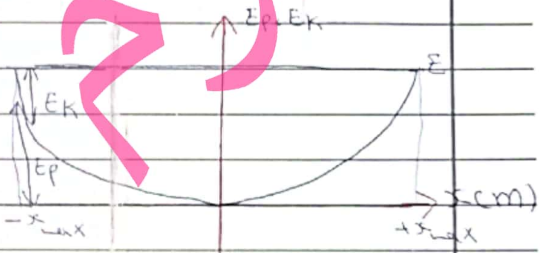
(2) — $E_p = \frac{1}{2} K x_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

نعوض (1) و (2) في ☆:

$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2 [\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)]$

$E = \frac{1}{2} K x_{max}^2 = const$

الطاقة الكلية تتناسب طرداً مع مربع سعة الحركة العظمى.



(6) اعتماداً وانطلاقاً من قانون مصونية الطاقة أثبت أن حركة النواس المرن جيبية انسحابية؟

$E = E_p + E_K$

$\frac{1}{2} K x^2 + \frac{1}{2} m V^2 = const$

بالاشتقاق بالنسبة للزمن:

$\frac{1}{2} \times 2 \times K (x) \times (\overline{x})'_t + \frac{1}{2} \times 2 \times m \times V \times (\overline{V})'_t = 0$

$K x (\overline{x})'_t + m (\overline{x})'_t (\overline{x})''_t = 0$

نقسم الطرفين على $(\overline{x})'_t$

$K x + m (\overline{x})''_t = 0$

$(\overline{x})''_t = \frac{-K x}{m}$ — (1)

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من الشكل:

$x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$a = (\overline{x})''_t = -\omega_0^2 x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$(\overline{x})''_t = -\omega_0^2 x$ — (2)

بمقارنة (1) و (2) نجد:

$\frac{-K x}{m} = -\omega_0^2 x \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{K}{m}$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} > 0$

K, m مقادير موجبة بالتالي حركة النواس المرن جيبية انسحابية.

(7) أثبت صحة العلاقة الرياضية التالية:

$V = \omega_0 \sqrt{x_{max}^2 - x^2}$ — ☆

تابع المطال: $x = x_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\cos(\omega_0 t + \varphi) = \frac{x}{x_{max}}$ — (1)

$$V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$ من تابع السرعة

$$\sin(\omega_0 t + \varphi) = \frac{-V}{\omega_0 x_{max}} \quad \text{—} ②$$

$$\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = 1 \Rightarrow \left(\frac{x}{x_{max}}\right)^2 + \left(\frac{-V}{\omega_0 x_{max}}\right)^2 = 1$$

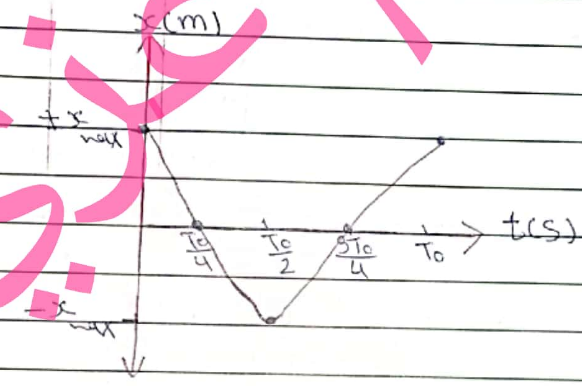
$$\frac{x^2}{x_{max}^2} + \frac{V^2}{\omega_0^2 x_{max}^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2 \omega_0^2 + V^2}{x_{max}^2\, \omega_0^2} = 1$$

$$V^2 = x_{max}^2 \omega_0^2 - x^2 \omega_0^2 = \omega_0^2 (x_{max}^2 - x^2)$$

$$V = \omega_0 \sqrt{x_{max}^2 - x^2}$$

⑧ رسم المنحني البياني لتغيرات المطال بدلالة الزمن خلال دور واحد إذا علمت أنه في اللحظة $t=0$ كانت $x = x_{max}$ في حركة توافقية بسيطة

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
$\omega_0 t = \frac{2\pi}{T_0} t$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos(\omega_0 t)$	1	0	-1	0	$+1$
x	x_{max}	0	$-x_{max}$	0	$+x_{max}$



⑨ رسم منحني البياني لتغيرات السرعة الخطية بدلالة الزمن خلال دور واحد إذا علمت أنه في اللحظة $t=0$ كانت $x = x_{max}$

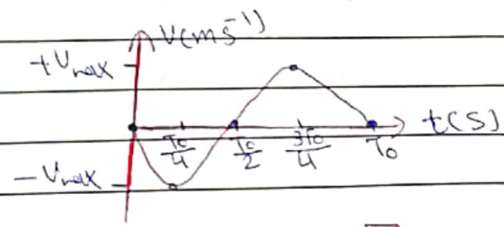
$$V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

شروط بدء $\quad x = x_{max} \quad t = 0$

$$\Rightarrow x_{max} = x_{max} \cos(0 + \varphi) \Rightarrow \cos\varphi = 1$$

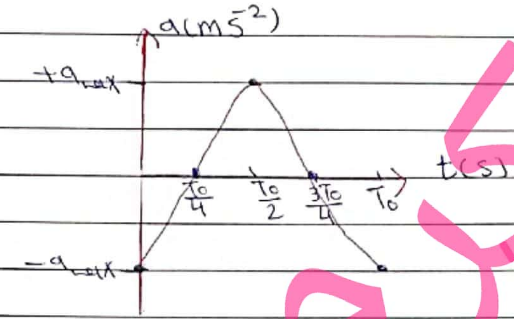
$\varphi = 0\ rad \qquad V = -\omega_0 x_{max} \sin(\omega_0 t)$

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
$\omega_0 t = \frac{2\pi}{T_0} t$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
V	0	$-V_{max}$	0	$+V_{max}$	0



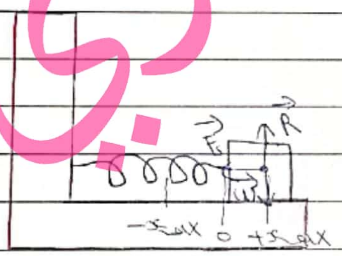
(10) رسم المنحني البياني لتغيرات التسارع بدلالة الزمن خلال دور واحد اذا علمت أنه $t=0$ كانت $x=x_{max}$ ؟

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
$\frac{2\pi}{T_0}t=\omega_0 t$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos(\omega_0 t)$	$+1$	0	-1	0	$+1$
a	$-a_{max}$	0	$+a_{max}$	0	$-a_{max}$



(11) نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته (K) مثبت من أحد طرفيه ويربط بطرفه الآخر جسم صلب كتلته (m) يمكن أن يتحرك على سطح أفقي أملس كما في الشكل نشد الجسم مسافة أفقية مناسبة ونتركه دون سرعة ابتدائية ادرس تحريكياً حركة الجسم واستنتج التابع الزمني لمطال الحركة ؟

الدراسة التحريكية :



جملة المدروسة : نواس مرن حلقاته متباعدة مهمل كتلة مثبت بنهايته كتلة وموضوع بشكل أفقي .

جملة مقارنة : خارجية :

القوة مؤثرة في جسم : قوة رد الفعل $\vec{R}$ / قوة توتر النابض $\vec{F_s}$ / قوة الثقل $\vec{W}$

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = \vec{W} + \vec{R} + \vec{F_s} = m\vec{a}$$

بالاسقاط على محور أفقي موجه x نحو اليمين :

$$0 + 0 - F_s = ma \Rightarrow -Kx = F = ma$$

$$(\bar{x})''_t = \frac{-Kx}{m} \quad —(1)$$

معادلة تفاضلية من مرتبة ثانية تقبل حل جيبي من الشكل :

$$x = x_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

(12) جسم معلق بنابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة يهتز بدور خاص ما نوع حركة بعد انفصاله عن النابض في كل من الوضعين :

أ ـ مركز الاهتزاز وباتجاه المطال الأعظمي السالب ؟

ب ـ المطال الأعظمي الموجب ؟

أ- الانفصال في مركز الاهتزاز يكون للجسم سرعة وبما أن الاتجاه للمطال الأعظمي السالب فالحركة مستقيمة متباطئة وإذا كانت بالاتجاه المطال الأعظمي موجب فإن الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام أي للجسم طورين للحركة

ب- الانفصال في المطال الأعظمي الموجب السرعة تكون معدومة بالتالي نوع الحركة سقوط حر.