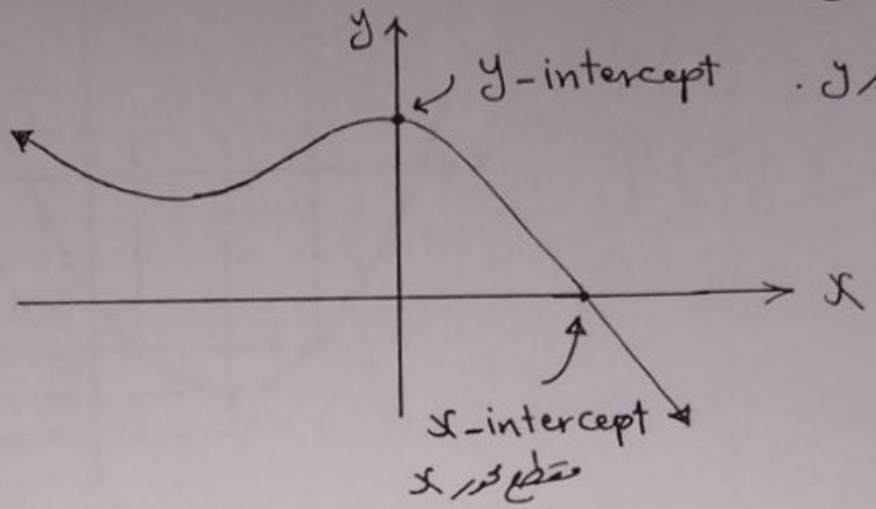
رياضيات ١ - ١٤٣٠

3-2 Graphing Functions

الدرس الرابع

تمثيل الدوال بيانياً.



مقطع محور y .

مقطع محور x

Domain المجال ← لقراءة محور x من اليسار لليمين.

Range المدى ← لقراءة محور y من تحت لفوق

جميع الفترات لقراءة محور x من اليسار لليمين.

Increasing interval + ↗ فترة التزايد

decreasing interval − ↘ فترة التناقص

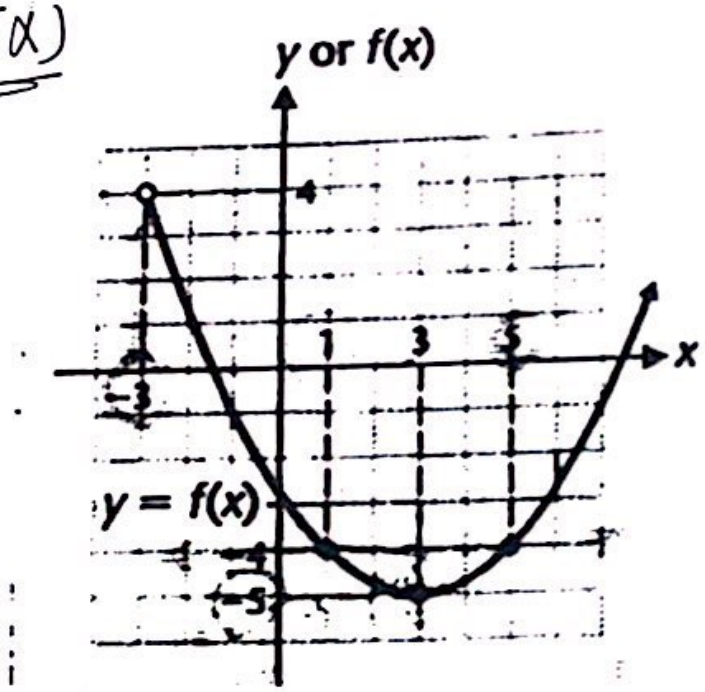
Constant interval → فترة الثبات

X-intercept ← قيمة x التي تقطع عندما الدالة محور X

y-intercept ← قيمة y التي تقطع منها الدالة محور y.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Ex)



$f(1) = -4$

$f(3) = -5$

$f(5) = -4$

Domain : $(-3, \infty)$

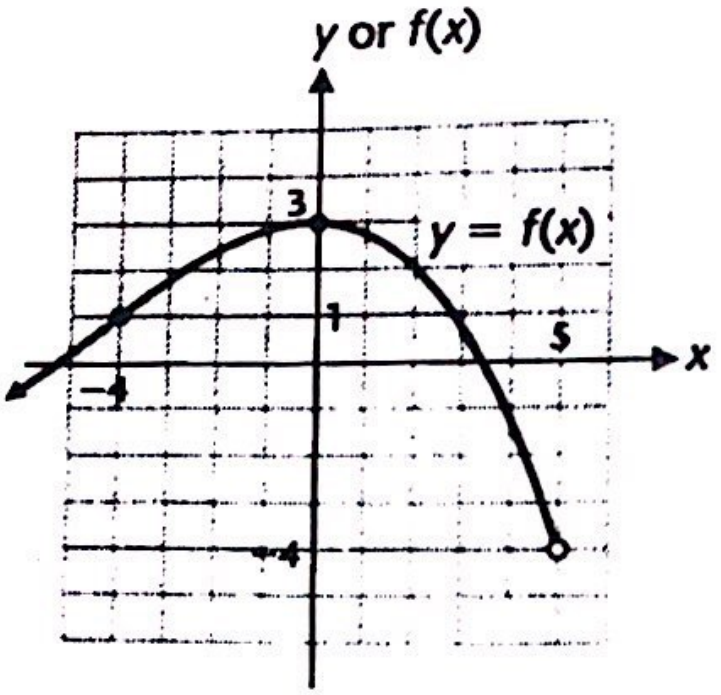
Range : $[-5, \infty)$

Increasing interval : $(3, \infty)$

decreasing interval : $(-3, 3)$

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

واجب يتم حله بواسطة الطالبة ،



Find:

Domain : .....

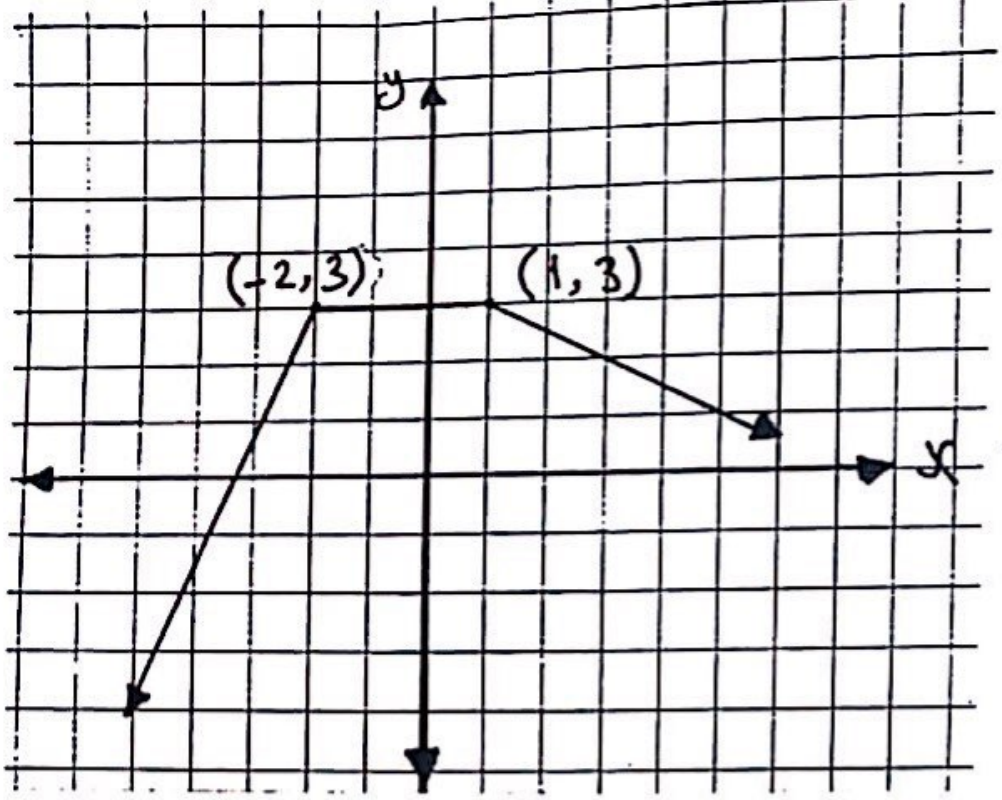
Range : .....

$f(-4)$ = ...

$f(0)$ = ...

$f(2)$ = ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



Domain : $(-\infty, \infty)$

Range : $(-\infty, 3]$

Increasing Interval : $(-\infty, -2)$ ↗

decreasing interval : $(1, \infty)$ ↘

Constant interval : $(-2, 1)$ →

تذكري: المدى Range فقط ليقرأ من محور ل.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

x-intercept $\longrightarrow$ $\boxed{y=0}$

y-intercept $\longrightarrow$ $\boxed{x=0}$

Ex) $f(x) = \dfrac{4-3x}{2x+5}$, $y =$

Find: Domain ، x-intercept ، y-intercept

الحل

Domain : دالة كسرية نستبعد أصفار المقام

$2x+5=0$

$2x=-5$

$x=\dfrac{-5}{2}$

$\text{Domain} = R-\left\{\dfrac{-5}{2}\right\}$

---

y-intercept $\boxed{x=0}$ نعوض $x=0$ ونوجد y

$$y=\frac{4-3(0)}{2(0)+5} \Rightarrow y=\frac{4}{5}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

x-intercept

نعوض بـ $y=0$ ونوجد x

$$0 = \frac{4-3x}{2x+5}$$

لنتفق على أنه $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}} = \text{صفر}$ يعني بسط = صفر

$$0 = 4-3x$$

$$3x = 4$$

$$x = \frac{4}{3}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Increasing Function: الدوال التزايدية

$$\text{If } x_1 < x_2 \text{ then } f(x_1) < f(x_2)$$

في الدوال التزايدية إذا زادت قيم x زادت قيم f(x)

في الدوال الخطية اذا كان معامل x موجب تكون الدالة تزايدية.

Ex) $f(x) = 5x - 4$

Decreasing Function: الدوال التناقصية

$$\text{If } x_1 < x_2 \text{ then } f(x_1) > f(x_2)$$

في الدوال التناقصية اذا زادت قيم x قلت قيم f(x)

في الدوال الخطية اذا كان معامل x سالب تكون الدالة تناقصية.

Ex) $f(x) = -3x + 4$

Constant Function: الدوال الثابتة

$$\text{If } x_1 < x_2 \text{ then } f(x_1) = f(x_2)$$

في الدوال الثابتة اذا زادت قيم x بقيت قيم f(x) ثابتة.

$f(x) =$ عدد ثابت Ex) $f(x) = -2$

ليس به x أو عدد ثابت بدون x

سواء موجب أو سالب

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Ex) $$f(x) = \begin{cases} 4x+11 & \text{if } x < -2 \\ 3 & \text{if } -2 \leq x \leq 1 \\ \frac{-1}{2}x + \frac{7}{2} & \text{if } x > 1 \end{cases}$$

Find: نشوف قيمة x تقع في اي فترة وبعوض في القانون المرتبط

$$f(-3) = 4(-3) + 11 = \underline{-1}$$

$$f(-2) = \underline{3}$$

$$f(1) = \underline{3}$$

$$f(3) = \frac{-1}{2}(3) + \frac{7}{2} = \underline{2}$$

Domain $(-\infty, \infty)$

Range: $(-\infty, 3]$

يتبع

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تابع المثال السابق :

Increasing interval $(-\infty, -2)$

الفترة التي تشمل معامل X موجب $x < -2$

Decreasing interval $(1, \infty)$

الفترة التي تشمل معامل X سالب

$X > 1$

Constant interval $[-2, 1]$

الفترة التي تشمل الدالة ثابتة

لاحظ X

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Linear Functions :-

الدوال الخطية .

$$f(x) = mx + b$$

m ↑ Slope الميل .

b ↑ y-intercept

Ex) $f(x) = 3x - 6$

Find:

Slope : $m = 3$ ←

y-intercept : $y = -6$ ←

x-intercept :

$y = 0$ ← نعوض ونوجد x

$$0 = 3x - 6$$

$$6 = 3x$$

$$\boxed{2 = x} \leftarrow$$

Ex) $f(x) = 5$ **Slope = 0**

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

واجب يتم حله بواسطة الطالبة:

1. $f(x) = 3x - 4$ is increasing function

T F

---

2. $f(x) = -8x + 4$ is decreasing functi-

T F

---

3. $f(x) = 5$ is Constant function

T F

---

4. $f(x) = -3$ is decreasing function

T F

---

5. y-intercept of $f(x) = \frac{1-x}{x+1}$

$y = \frac{1}{2}$ $y = -1$ $y = 0$ $y = 1$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

6 x-intercept of $f(x) = x + 9$

is $x = 9$

T F

---

7 $$f(x) = \begin{cases} 3 - 2x & , x < 1 \\ 5x - 4 & , x \geq 1 \end{cases}$$

Find:

Domain : .....

Range : .....

Increasing interval: .....

decreasing interval: .....

---

8 $$f(x) = \begin{cases} x + 2 & , x < -1 \\ x - 2 & , x > -1 \end{cases}$$

Find. $f(2)$ = ...

$f(0)$ = ...

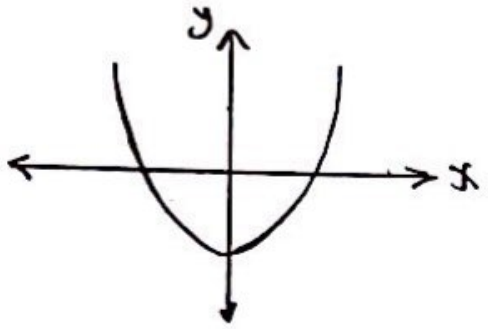
$f(4)$ = ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

3-3 odd and even Functions

even Functions الدوال الزوجية

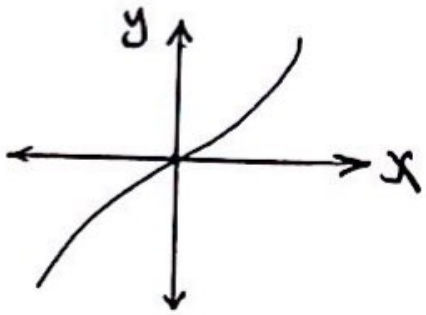
$$f(-x) = f(x)$$



الدوال الزوجية متماثلة حول محور y
y-axis

odd Functions الدوال الفردية

$$f(-x) = -f(x)$$



الدوال الفردية متماثلة حول نقطة الأصل
origin

للحل السريع:

$f(x) = x^n$ < n زوجي → even ; n فردي → odd

$f(x) =$ حد ثابت بدون x → even

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

في الجمع والطرح : Sum

even + even = even

odd + odd = odd

even + odd = neither

في الضرب والقسمة : Product

even × even = even

odd × odd = even

even × odd = odd

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Ex $f(x) = x^2 + 5$ مثال

$f(-x) = (-x)^2 + 5$

$= x^2 + 5 = f(x)$

even

لاحظ جميع الإشارات لم تتغير

Ex $f(x) = 3x^3 - x$ مثال

$f(-x) = 3(-x)^3 - (-x)$

$= -3x^3 + x$ لاحظ: جميع الإشارات تغيرت

$= -(3x^3 - x)$

$= -f(x)$ odd

Ex $f(x) = x^2 + 2x$ مثال

$f(-x) = (-x)^2 + 2(-x)$

$= x^2 - 2x$

neither

لاحظ: أشارة لم تتغير وأشارة تغيرت

ملاحظة الأس الزوجي يلغي السالب ، الأس الفردي يبقى السالب.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Ex) $f(x) = \underset{\text{odd}}{x^3} + \underset{\text{odd}}{x}$

even **odd** neither

Ex) $f(x) = \underset{\text{even}}{x^2} + \underset{\text{even}}{5}$ ← عدد ثابت بدون x

even odd neither

Ex) $f(x) = \underset{\text{even}}{x^2} + \underset{\text{odd}}{x}$

even odd **neither**

Ex) $f(x) = \dfrac{3^{\text{even}}}{\underset{\text{odd}}{x}} \rightarrow$ **odd**

Ex) $f(x) = 4x \rightarrow$ **odd**

ملاحظة: ننظر للأس وليس للعامل.

Ex) $f(x) = -3\underset{\text{even}}{x^2} - \underset{\text{even}}{5} \rightarrow$ **even**

Ex) $f(x) = \sqrt{x}$ **neither**

Ex) $f(x) = |x|$ **even**

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمارين واجب الحل بواسطة الطالبة،

1. $f(x) = -3$ is odd function

T F

---

2. $f(x) = x^7 - x^3 - 1$

even odd neither even and od

---

3. $f(x) = 8x + 4x^2 + 3$

even odd neither

---

4. The sum of two even functions is even function

T F

---

5. The product of two odd functions is odd function

T F

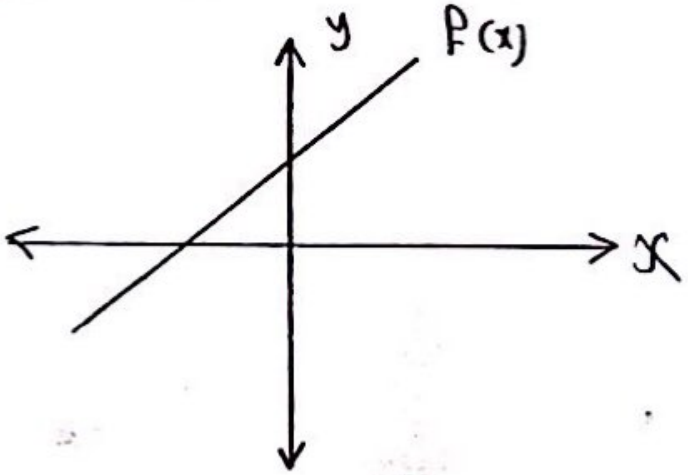
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

6 If f is even function , g is odd function then fg is even

T F

7

$f(x)$ is odd function



T F

---

8 $f(x) = x^4 + 6$

odd even odd and even neither

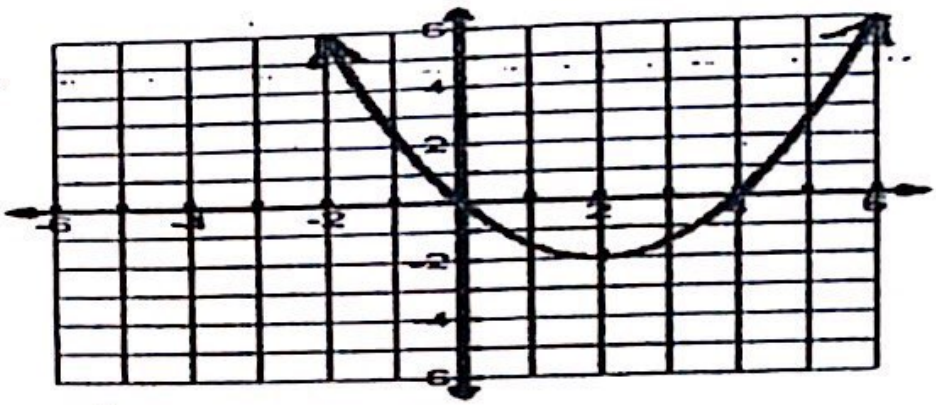
---

9 $f(x) = \frac{5}{x^2}$ is

even odd neither

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

From the graph of $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ *answer the questions from 24 to 27*



24. The domain of $f(x)$ *is*

A) $(-\infty, -2)$ B) $(-2,2)$ C) $(-\infty, \infty)$ D) $(-2, \infty)$

25. The range of $f(x)$ *is*

A) $(-\infty, -2)$ B) $(-2,2)$ C) $(-\infty, \infty)$ D) $[-2, \infty)$

26. The function $f(x)$ is increasing on

A) $(-\infty, \infty)$ B) $[2, \infty)$ C) $(-\infty, 2]$ D) $(-2,0]$

27. The function $f(x)$ is decreasing on

A) $(-\infty, \infty)$ B) $[2, \infty)$ C) $(-\infty, 2]$ D) *No interv*

28. *The function* $f(x)$ *is even function if* $f(-x) = -f(x)$

A) *True* B) *False*

29. *The function* $f(x) = 2x^3 + x^2$ *is*

A) *Even* B) *Odd* C) *Even and Odd* D) *Neither even nor odd.*

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

الدرس السادس.

3-4 Quadratic Functions

الدوال التربيعية

General Form

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$h = \frac{-b}{2a}$ $k = f(h)$

Vertex (h, k)

axis $x = h$

Vertex Form

$$f(x) = a(x-h)^2 + k$$

Vertex (h, k)

axis $x = h$

Ex) Find the vertex and axis of symmetry of:

$$f(x) = 3(x-4)^2 + 5$$

عكس الإشارة. نفس الإشارة. أكمل

Vertex $= (4, 5)$

axis $\rightarrow x = 4$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Ex) Find the Vertex and axis of:

$$f(x) = \overset{a}{2}x^2 - \overset{b}{8}x + \overset{c}{4}$$

الحل نوجد اولاً h , k

$$h = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-8)}{2(2)} = 2$$

$$k = f(2) = 2(2)^2 - 8(2) + 4 = -4$$

Vertex $(h, k) = (2, -4)$

axis $x = h \rightarrow x = 2$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Ex) Find the equation of the Parabola with Vertex $(3, -2)$ and x-intercept 4

h k

الحل

$$f(x) = a(x-h)^2 + k$$ ← صورة المعادلة التربيعية

$$f(x) = a(x-3)^2 - 2$$ ← $h=3$ نعوض بـ $k=-2$

لإيجاد a نعوض بـ $x=4$ فتكون $f(x)=0$

$f(x)=0$ ← $y=0$ ، $x=4$ ← x-intercept

$$0 = a(4-3)^2 - 2$$

$$0 = a - 2 \longrightarrow \boxed{a = 2}$$

وبالتالي تكون المعادلة:

$$\boxed{f(x) = 2(x-3)^2 - 2}$$

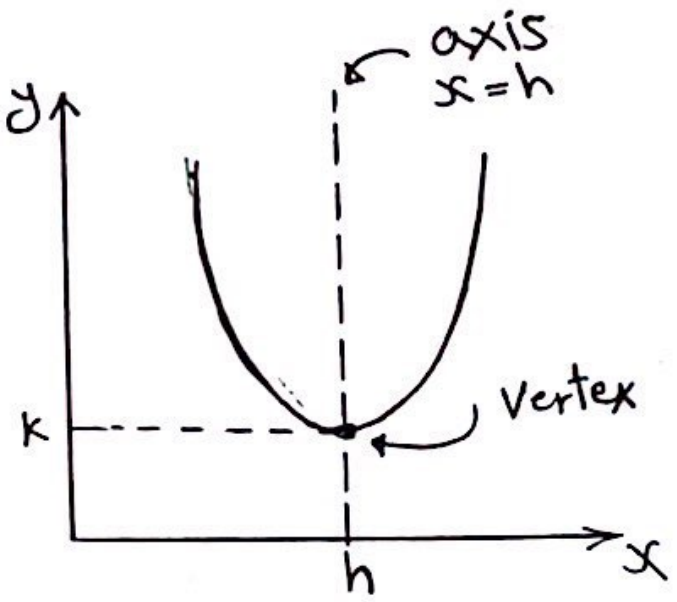
الحل السريع: نعوض في الخيارات بـ $x=4$ لأنه x-intercept لذلك $f(x)=0$

ثم نعوض بـ $x=3$ خلال النقطة $(3,-2)$ نعوض بـ $f(x)=-2$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

open upward

فتحة لأعلى



موجبة $a > 0$

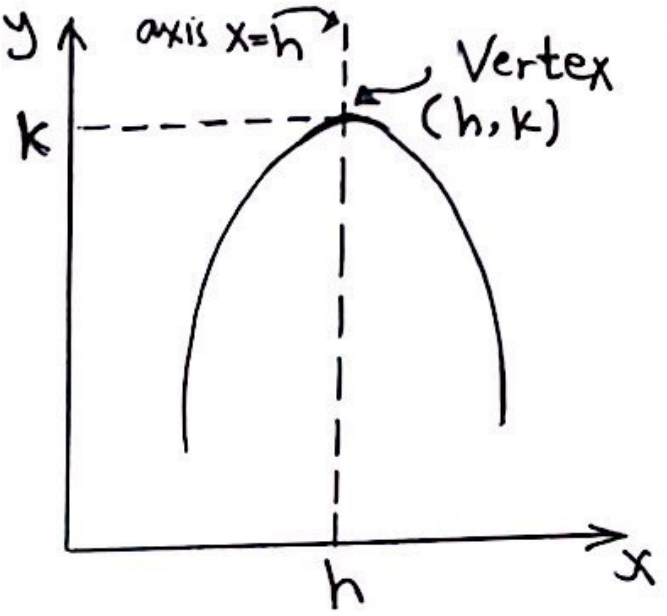
k is minimum

Range $[k, \infty)$

Domain $(-\infty, \infty)$ أو R

open downward

فتحة لأسفل



سالبة $a < 0$

k is maximum

Range $(-\infty, k]$

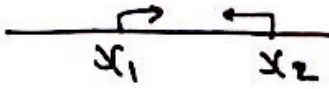
Domain $(-\infty, \infty)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

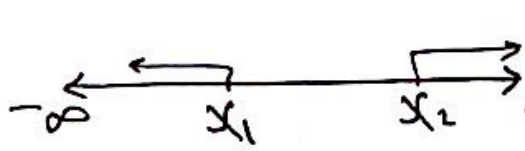
حل المتباينات التربيعية

أولاً: نحولها لمعادلة صفرية على الصورة $aX^2+bX+C=0$

ثانياً: نوجد حل المعادلة $X_1=\dots$ ، $X_2=\dots$

ثالثاً: اذا كانت المتباينة "اصغر" 

(X_1, X_2)

اذا كانت متباينة "اكبر" 

$(-\infty, X_1) \cup (X_2, \infty)$

Ex) Solve: $X^2+7X+10>0$

الحل

$$X^2+7X+10=0$$
$$(X+2)(X+5)=0$$

$X+2=0$ ← $X+5=0$ ←

$\boxed{X=-2}$ $\boxed{X=-5}$

متباينة اكبر ←

$$(-\infty, -5) \cup (-2, \infty)$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Solve:

Ex) $x^2 + 21 \geq 10x$

الحل

$x^2 - 10x + 21 = 0$

$(x - 3)(x - 7) = 0$

$x = 3$ $\quad$ $x = 7$

مجموعة الحل

$(-\infty, 3] \cup [7, \infty)$

تذكري:

$\leq$ ←]

$<$ ←)

Ex) Solve: $x^2 \leq 8x$

الحل

$x^2 - 8x = 0$

$x(x - 8) = 0$

$x = 0$ $\quad$ $x = 8$

مجموعة الحل

$[0, 8]$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Ex) Solve: $x^2 < 4$

الحل: أولاً: حل المعادلة

$x^2 - 4 = 0$

$(x-2)(x+2) = 0$

$x = 2$ $\quad x = -2$

أو

$x^2 = 4$

بالجذر

$x = \pm 2$

$(-2, 2)$ لأنها قيمتان أصغر

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

واجب يحل بواسطة الطالبة :

[1] The Vertex of $f(x) = (x-3)^2 + 1$ is

$(-3,-1)$ $(3,-1)$ $(3,1)$ $(3,-1)$

---

[2] The axis of $f(x) = (x-3)^2 + 1$ is

$x=-3$ $x=-1$ $x=1$ $x=3$

---

[3] The range of $f(x) = (x-3)^2 + 1$ is

$[1,\infty)$ $(-\infty,-1)$ $(3,\infty)$ $[3,\infty)$

---

[4] Solve : $x^2 > 5x$

a) $(-\infty,0] \cup [5,\infty)$ b) $[0,5]$ c) $(0,5)$

d) $(-\infty,0) \cup (5,\infty)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

5 Solve: $X^2 \leq 5X$

a) $(-\infty, 0] \cup [5, \infty)$ b) $[0, 5]$ c) $(-\infty, 0) \cup (5, \infty)$ d) (q

---

6 Find the equation of the Parabola with Vertex $(3, -2)$ and x-intercept 4

a) $f(x) = X^2 - 10X + 5$

b) $f(x) = 2X^2 - 12X + 16$

c) $f(x) = 3X^2 + 5X - 2$

d) $f(x) = 5X^2 + 10X - 6$

---

7 If $f(x) = X^2 - 2$ Find Vertex

$(2, 0)$ $(1, 2)$ $(0, 2)$ $(0, -2)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس السابع

3-5 operations on Functions

عمليات على الدوال

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ sum ... خ

$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$ difference

$(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$ Product ...

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ quotient ...

Ex) $f(x) = 2x+3$ and $g(x) = x^2-4$

Find:

$f(x)+g(x) = 2x+3 + x^2-4 = x^2+2x-$

$f(x)-g(x) = 2x+3-(x^2-4)$

$= 2x+3-x^2+4 = -x^2+2x$

$f(x) \cdot g(x) = (2x+3)(x^2-4)$

$= 2x^3-8x+3x^2-12$

$= 2x^3+3x^2-8x-12$

$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{2x+3}{x^2-4}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مبدأ: مجال $f+g$ ، $f-g$ ، fg

هو تقاطع مجالي الدالتين f ، g

مجال $\frac{f}{g}$ هو تقاطع مجالي الدالتين مع استبعاد أصفار g

شرط $g \neq 0$

تذكير: لإيجاد مجال Domain :

الدالة الجذرية التربيعية ← داخل الجذر أكبر من أو يساوي صفر.

الدالة الكسرية ← نستبعد أصفار المقام.

Ex) $f(x) = \sqrt{4-x}$ ، $g(x) = \sqrt{3+x}$

Find: $f+g$ ، $f-g$ ، fg ، $\frac{f}{g}$ and dom

الحل

$$f+g(x) = \sqrt{4-x} + \sqrt{3+x}$$

$$f-g(x) = \sqrt{4-x} - \sqrt{3+x}$$

$$fg(x) = \sqrt{4-x} \cdot \sqrt{3+x}$$

$$= \sqrt{(4-x)(3+x)} = \sqrt{12+x-x^2}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{3+x}} = \sqrt{\frac{4-x}{3+x}}$$

لايجاد المجال Domain

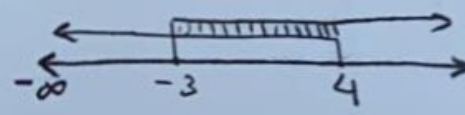
نوجد اولا مجال $f(x)=\sqrt{4-x}$

$4-x \geq 0 \rightarrow 4 \geq x$ $\quad (-\infty, 4]$

ثم نوجد مجال $g(x)=\sqrt{3+x}$

$3+x \geq 0 \rightarrow x \geq -3$ $\quad [-3, \infty)$

مجال $(f+g)$ ، $(f-g)$ ، (fg) هو تقاطع المجالين.



$(-\infty, 4] \cap [-3$ يعني هو : $[-3, 4]$

ومجال $\left(\frac{f}{g}\right)$ نستبعد اصفار (g) من تقاطع مجال البسط $[-3,4]$

$g \neq 0$

$\sqrt{3+x} \neq 0$

بالتربيع $3+x \neq 0$

$x \neq -3$

نستبعد

المجال $(-3, 4]$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Ex) $f(x) = \frac{x}{x-1}$ and $g(x) = \frac{x-4}{x+3}$

Find $\frac{f}{g}(x)$ and its domain

الحل

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x-4}{x+3}} = \frac{x\ (x+3)}{(x-1)\ (x-4)}$$

لإيجاد مجال $\frac{f}{g}$ نوجد تقاطع المجالين ثم نستبعد أصفار $g(x)$ (لماذا؟)

شرط $g(x) \neq 0$

مجال $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ← نستبعد $x=1$

مجال $g(x) = \frac{x-4}{x+3}$ ← نستبعد $x=-3$

نوجد أصفار دالة $g(x)$ (لماذا؟)

$\frac{x-4}{x+3} = 0 \rightarrow x-4=0$

$x=4$ ← نستبعد

وبالتالي نكتب: Domain $= R - \{1, -3, 4\}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Composition تحصيل او تركيب الدوال .

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

Ex) $f(x) = \sqrt{x}$ and $g(x) = 4 - 2x$

Find:

① $(f \circ g)(x) = \sqrt{4 - 2x}$

② $(g \circ f)(x) = 4 - 2\sqrt{x}$

③ $(f \circ g)(0) = \ldots$

نوجد اولا ؟ $g(0) =$ و نعوضها بالتابع الداخلي f

$g(0) = 4 - 2(0) = \underline{4}$

نعوض في f

$f(4) = \sqrt{4} = \underline{2}$

مهم : لاحظ $(f \circ g)(0)$ عوضنا في g ثم f وليس العكس

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Ex) $f(x) = x^2 - x$ and $g(x) = 3 + 2x$

Find: $(f \circ g)(x) = \cdots$

الحل

$(f \circ g)(x) = \underbrace{(3+2x)^2}_{\text{مربع كامل}} - (3+2x)$

$= 9 + 12x + 4x^2 - 3 - 2x$ ← بفك

مربع لتاني ، 2x لأول x لتاني ، مربع لأول

$= 4x^2 + 10x + 6$

إيجاد مجال Domain of: $(f \circ g)(x)$. هم جداً ويحتاج تركيز.

هنتقاطع مجال $(f \circ g)(x)$ مع مجال $g(x)$ ← الدالة الداخلية تحديداً.

تذكر:

لإيجاد مجال دالة ضربية تربيعية نطبق الشرط: حاتت الجذر تكبر منه أو يساوي صفر

إيجاد مجال دالة كسرية: نستبعد أصفار المقام.

مثال ← شرح.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Ex) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$, $g(x) = \sqrt{3-x}$

Find: $(f \circ g)(x)$ and its domain

الحل

$$(f \circ g)(x) = \sqrt{4-(\sqrt{3-x})^2}$$

$$= \sqrt{4-3+x} \qquad = \sqrt{1+x}$$

* لإيجاد المجال : نهتم دائمًا بالجذر

لنوجد أولًا مجال $(f \circ g)(x) = \sqrt{1+x}$

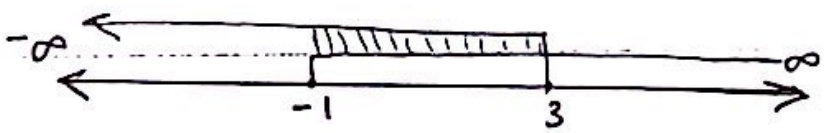
$1+x \geq 0 \rightarrow x \geq -1$ $\qquad [-1, \infty)$

ثم نوجد مجال الدالة الداخلية $g(x) = \sqrt{3-x}$

$3-x \geq 0 \rightarrow 3 \geq x$ $\qquad (-\infty, 3]$

ثم نوجد تقاطع المجالين.

Domain $= [-1, 3]$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تارسيه واجب تحل بواسطة الطالبة :

1 If $f(x) = x^2 - 1$ and $g(x) = \sqrt{x}$

then $(f \circ g)(x) = \ldots$

a) $x^2 - 1$ b) x^2 c) $x - 1$ d) $(x-1)^2$

---

2 If $f(x) = x^3 + 7$, $g(x) = x^3$

then $(f+g)(0) = 7$

T F

---

3 If $f(x) = x + 1$ and $g(x) = x - 3$

then: $f(x) + g(x) = \ldots$

a) $x - 2$ b) $2x - 2$ c) $x^2 - 3$ d) 4

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

4 If $f(x)=x+1$, $g(x)=x-3$

the domain of $f(x)+g(x)$

a) R b) $(-\infty,0]$ c) $(0,\infty)$ D) $R-\{$

---

5 If $f(x)=x+1$, $g(x)=x-3$

then: $(fg)(2)=\dots$

a) 0 b) -3 c) 6 D) -2

---

6 If $f(x)=x+1$, $g(x)=x-3$

the domain of $(\frac{f}{g})(x)$

a) R b) $(-\infty,0]$ c) $(0,\infty)$ d) $R-\{$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

7) If $f(x) = \sqrt{x+1}$ and $g(x) = x^2$

then $(g \circ f)(x) = \ldots$

a) $\sqrt{x+1}$ b) x^2+1 c) $\sqrt{x^2+1}$ d) $x+1$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

3-6 Inverse Functions

one-to-one Functions

دالة واحد لواحد.

ملاحظة: مبدئياً دالة واحد لواحد

يجب أن تنطبق عليها جميع شروط الدالة بالإضافة

إلى: شروط دالة one-to-one

1 لا يوجد تكرار في عناصر y (ولا x طبعاً)

Ex) $f = \{(0,1), (0,2), (1,3)\}$ not Fun

ليست دالة لأنه يوجد تكرار في عناصر x

Ex) $g = \{(3,4), (5,2), (7,2)\}$

not one-to-one Fun. لأنه يوجد تكرار في عناصر y.

Ex) $h = \{(3,7), (2,1), (5,0)\}$

لا يوجد تكرار في عناصر x ولا y.

one-to-one Function

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

لو هي x وكانت أس x عدد فردي ولا يوجد $|x|$

Ex) $f(x) = x^2 + 3$ (زوجي) not-one-to-one

Ex) $f(x) = 2x + 1$ one-to-one

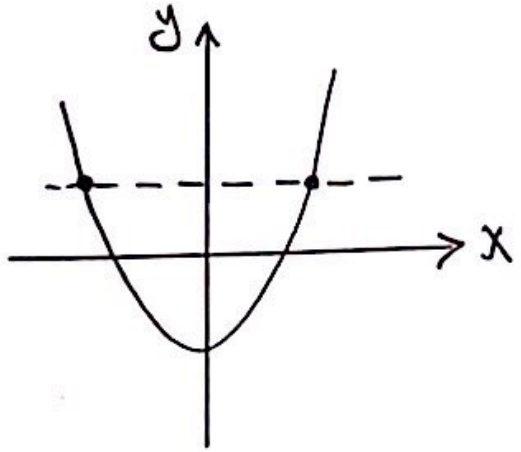
Ex) $f(x) = 4$ not one-to-one

Ex) $f(x) = |x| + 3$ not one-to-one

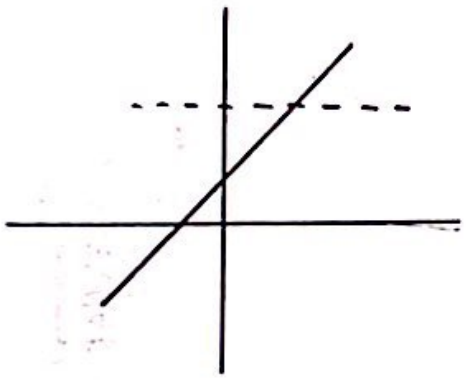
Ex) $f(x) = 2x^3 + 4$ one-to-one Fun.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبار الخط الأفقي horizontal line يقطع نقطة واحدة فقط



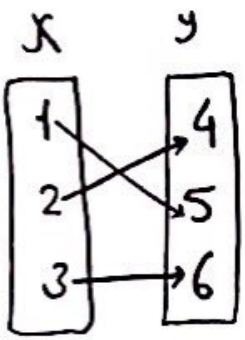
not one-to-one F



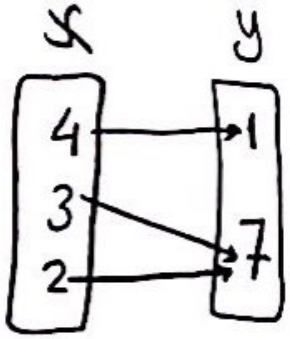
one-to-one Fun.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

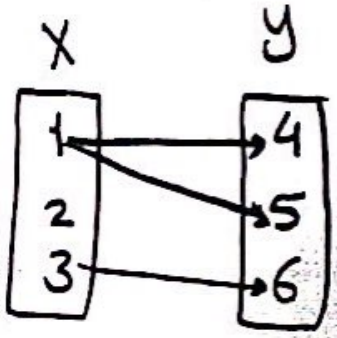
كل قيمة في y يدخل سهم واحد فقط.



one-to-one Fun



not one-to-



not Function

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Inverse Functions $f^{-1}(x)$ الدوال العكسية

Ex) If $f(x) = \{(3,2), (4,5), (6,1)\}$

Find: $f^{-1}(x)$

الحل

$f^{-1}(x) = \{(2,3), (5,4), (1,6)\}$ نبدل بينهما x ، y

Domain مجال
Range مدى

ملاحظة: مجال f هو مدى f^{-1}
و مدى f هو مجال f^{-1}

Ex) إذا $f(x) = \{(3,4), (5,7), (2,1)\}$

Find: Domain of $f^{-1}(x) = \{4, 7, 1\}$

Domain f^{-1} مجال المعكوس هو قيم y للدالة الأصلية.

Range of $f^{-1}(x) = \{3, 5, 2\}$

Range f مدى المعكوس هو قيم x للدالة الأصلية.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

If $f(x) = y$ then $f^{-1}(y) = x$

Ex) If $f(3) = 7$

then $f^{-1}(7) = \underline{3}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Ex) If $f(x) = 3x - 7$ Find $f^{-1}(x)$

الحل

① نستبدل $f(x)$ بـ y

$$y = 3x - 7$$

② نبدل تسميات x و y

$$x = 3y - 7$$

③ نجعل y لوحدها من طرف.

$$x + 7 = 3y$$

$$\frac{x+7}{3} = y$$

④

$$f^{-1} = y$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+7}{3}$$

★ ملاحظة:

$$(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$$

او

$$f(f^{-1}(x)) = f^{-1}(f(x)) = x$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Ex) Find f^{-1} for $f(x) = \sqrt{x-1}$

الحل

① $f(x) = y$

$y = \sqrt{x-1}$ ←

② تبديل x ، y

$x = \sqrt{y-1}$ ←

③ نحل لا لوصفاخ طرف بالتربيع

$x^2 = y - 1$

④ $y = f^{-1}(x)$

$x^2 + 1 = y$

$f^{-1}(x) = x^2 + 1$ ←

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

واجب تاريخ الحل بواسطة الطالبة .

1 which of the following is one-to-one

a) $\{(1,a), (2,b), (3,a), (4,b)\}$

b) $\{(1,a), (1,b), (2,a), (4,b)\}$

c) $\{(1,a), (2,a), (3,a), (4,a)\}$

d) $\{(1,a), (2,b), (3,x), (4,y)\}$

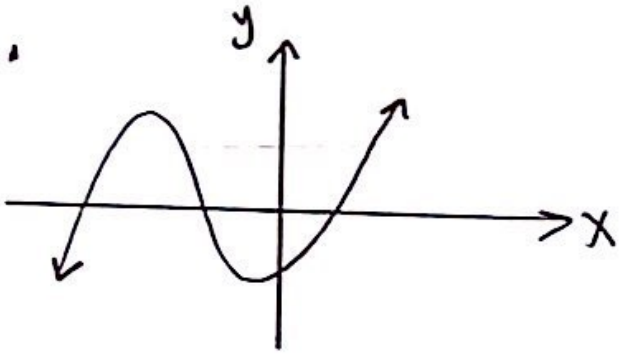
---

2 $f(x) = y^4$ one-to-one Funct-

T F

---

3 for the figure the function is one-to-one Function.



T F

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

[4] If a function f is one-to-one then $f^{-1}(x)$ will be exists.

T F

اذا كانت الدالة f هي one-to-one فإنه يوجد لها معكوس $f^{-1}(x)$

---

[5] If f^{-1} exists then $f^{-1}(f(x)) = f(f^{-1}(x))$

T F

---

[6] Find the inverse of the function

$f(x) = 3x + 2$

a) $x(x-2)$ b) $2(x-1)$ c) $\frac{x-2}{3}$ d) 24

(١٥)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

7) Find the inverse of $f(x) = \frac{3}{x+1}$

a) $x(x-3)$ b) $3(x-1)$ c) $\frac{3-x}{x}$ d) 1

8) If $f(3) = 6$ then $f^{-1}(6) = 3$

T F

9) Let $f = \{(1, 4), (2, 1)\}$
the Range of f^{-1} is:

a) $\{1, 2\}$ b) $(-\infty, \infty)$ c) $\{4, 1\}$ d) R

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner