

شغف وفريقك خطوة بخطوة



شغف التعليمي
Educational passion

$2 > -3$
 $0.999... = 1$
 $\pi \approx 3.14$
 $\sqrt{2}$
 5^{2^3}
 $101_2 = 5_{10}$



القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "



<https://t.me/alsh276>

مكتبة شغف " بوت الملفات "



https://t.me/passion_study_bot

ورقة عمل بحث التابع اللوغاريتمي

المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف بالعلاقة :

$$f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)$$

1. تحقق أن مجموعة تعريف f ولتكن D_f $0] -\infty, 1[\cup] 3, +\infty[$
2. a أثبت أن $(4-x) \in D_f$. أيًا يكن احسب عند كل x من D_f المقدار $f(4-x) + f(x)$
3. احسب نهاية f عند كل طرف من أطراف مجموعة تعريفه D_f
4. ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها
5. رسم الخط البياني C في معلم متجانس
6. لتكن $(u_n)_{n \geq 4}$ متتالية معرفة وفق $U_n = f(n)$ نضع $S_n = u_4 + u_5 + \dots + u_n$ أثبت أن : $0 S_n = \ln \frac{(n-1)(n-2)}{2}$

المسألة الثالثة:

ليكن الخط البياني للتابع f المعروف على المجال

$$]0, \frac{1}{e}] \cup]\frac{1}{e}, +\infty[$$

$$f(x) = \frac{x}{1 + \ln(x)}, \quad x \neq 0$$

$$0, \quad x = 0$$

والمطلوب:

1. هل f مستمر عند الصفر؟
2. احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$, وماذا تستنتج؟
3. احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة التعريف D_f
4. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها
5. ادرس وضع الخط C بالنسبة للمستقيم Δ ذو المعادلة $0y = x$
6. رسم ما وجدت من مقربات ورسم $0C_f$

تقديم: الحر بشار ابراهيم
تنسيق: أسماء أبو الهوا

المسألة الثانية:

ليكن التابع f كما يلي:

$$f(x) = \frac{1}{4}x - \ln \frac{x-1}{x+1}$$

1. أوجد مجموعة تعريف التابع f
2. لأجل التابع f المعروف على $]-\infty, -1[\cup] 1, \pm\infty[$ ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على قيمة حدية وبين نوعها 0
3. أثبت أن المستقيم $y = \frac{1}{4}x$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f وادرس الوضع النسبي للخط البياني ومقاربه 0
4. احسب $f(x) + f(-x)$ ماذا تستنتج؟
5. رسم ما وجدته من مقربات , ثم رسم $0C_f$ الخط البياني للتابع f

نقرب بـ (1)

$$-x \in]-1, +\infty[\cup]-\infty, 3[$$

نقرب 4

$$4-x \in]+3, +\infty[\cup]-\infty, 1[$$

$$4-x \in]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[$$

أصبح المقدم

$$f(4-x) + f(x)$$

$$f(4-x) + f(x) =$$

$$\ln\left(\frac{4-x-1}{4-x-3}\right) + \ln\frac{x-1}{x-3} =$$

$$\ln\left(\frac{3-x}{1-x}\right) + \ln\frac{x-1}{x-3} =$$

$$\ln\left[\frac{3-x}{1-x} \times \frac{-(1-x)}{-(3-x)}\right]$$

$$\ln(1) = 0$$

المسألة الأولى

$$f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right)$$

مجموعة التعريف

$$\frac{x-1}{x-3} > 0$$

ندرسه الإشارة

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$x-3=0 \Rightarrow x=3$$

x	-∞	1	3	+∞
x-1	-	0	+	-
x-3	-	-	0	+
$\frac{x-1}{x-3}$	+	0	-	+
الدرجة	حقيقة	غير حقيقة	حقيقة	

إذاً

$$D_f =]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[$$

أثبت أن $4-x \in D$

يكن $x \in D_f$

لدينا

$$x \in]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[$$

ادرسه تغيرات وجدولك
 f معرفه و مستقره و متناهيه
 $]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[$

$$f'(x) = \frac{1(x-3) - (1)(x-1)}{(x-3)^2}$$

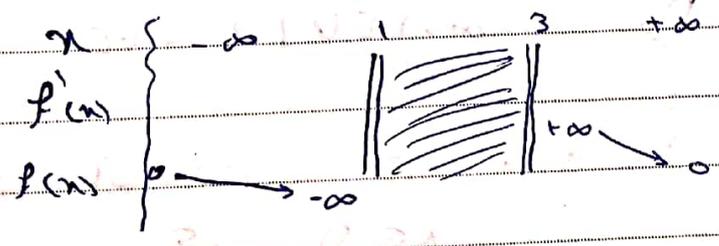
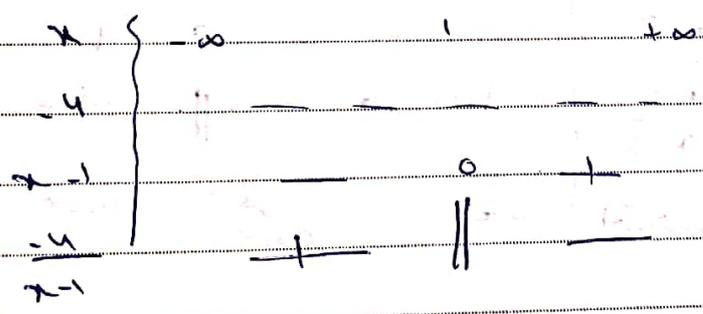
$$= \frac{x-1}{x-3}$$

$$f'(x) = \frac{(x-3) - x+1}{x-3}$$

$$= \frac{-4}{x-3}$$

$$f'(x) = \frac{-4}{x-1}$$

فدرسه اشارة التغير



استخرج ان $A(2,0)$ مركز تناظر الخط C
 تناظر الخط C
 $x \in D_f \Rightarrow (2a-x) \in D_f$

$$x \in D_f \Rightarrow (4-x) \in D_f$$

$$f(x) + f(2a-x) = 2b$$

$$f(x) + f(4-x) = 0$$

اذن $A(2,0)$ مركز تناظر الخط C

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \ln(1) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ln(1) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x-3} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right) = \ln(0) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \ln\left(\frac{x-1}{x-3}\right) = \ln\left(\frac{2}{0^+}\right) = \ln(+\infty) = +\infty$$

SUBJECT:

$$\ln(3) = \ln \frac{(3)(2)}{2}$$

$$\ln(3) = \ln(3)$$

فرض حدة $E(n)$

$$E(n) = S_n = \ln \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

نريد حدة $E(n+1)$

$$S_{n+1} = \ln \left(\frac{n(n-1)}{2} \right)$$

l_1

l_2

$$l_1 = S_{n+1}$$

$$= \ln \left(\frac{(n)(n-1)}{2} \right) = l_2$$

$$E(n) \text{ خانة } E(n+1)$$

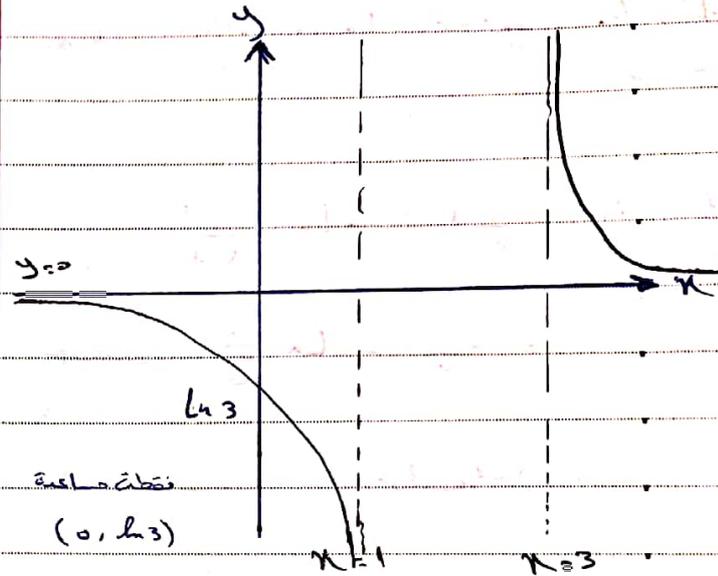
عن وجد الرسم لدينا

$x=1$ مقام مشترك

في حوار $-\infty$

ولدينا

$x=3$ مقام مشترك في حوار $+\infty$



$$u_n = f(n)$$

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$E(n) = S_n = \ln \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

نريد حدة $E(u)$

$$S(u) = \ln \frac{(u-1)(u-2)}{2}$$

$$S_u = f(u) = \ln \left(\frac{3}{1} \right) = \ln(3)$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x - \ln \frac{x-1}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{4}(-\infty) - \ln \frac{-\infty-1}{-\infty+1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{4}(+\infty) - \ln \frac{(+\infty)-1}{+\infty+1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \frac{1}{4}(-1) - \ln \frac{-1-1}{-1+1} = -\frac{1}{4} - \ln \frac{-2}{0} = -\infty$$

$x = -1$ مقارب شاقولي لحوار $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +1} f(x) = \frac{1}{4}(1) - \ln \frac{1-1}{1+1} = \frac{1}{4} - \ln \frac{0}{2} = \frac{1}{4}(-\infty) = +\infty$$

$x = +1$ مقارب شاقولي لحوار $+\infty$

$$f'(x) = \frac{1}{4} \left[\frac{\frac{x+1 - (x-1)}{(x+1)^2}}{\frac{x-1}{x+1}} \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[\frac{\frac{x+1 - x + 1}{(x+1)^2}}{\frac{x-1}{x+1}} \right]$$

المسألة الثانية

$$f(x) = \frac{1}{4}x - \ln \frac{x-1}{x+1}$$

دوم R

نوجد القيم التي تقدم التابع

$$\frac{x-1}{x+1} > 0$$

$$x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

x	$-\infty$	-1	$+1$	$+\infty$
$x-1$			0	$+$
$x+1$		0		
$\frac{x-1}{x+1}$	$+$	0	0	$+$
الزاوية	حقة	غير حقة	حقة	

$$D_f]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$$

SUBJECT: _____

$$h(x) = f(x) - y_0$$

$$= \frac{1}{4}x - \ln \frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{4}x$$

$$h(x) = -\ln \frac{x-1}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{دالة متساوية } y = \frac{1}{4}x \\ \text{بجوار } -\infty, +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 0$$

$$h(x) = -\ln \frac{x-1}{x+1}$$

$$\frac{x-1}{x+1} < 1 \Rightarrow \ln \frac{x-1}{x+1} < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} h(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +1} h(x) = +\infty$$

$$h'(x) = \frac{2}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{2}{(x+1)(x-1)}$$

$$f'(x) = \frac{(x+1)(x-1) - 8}{4[(x+1)(x-1)]}$$

$$= \frac{x^2 - 1 - 8}{4[(x+1)(x-1)]}$$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 9}{4(x^2 - 1)}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow x = 3, \quad x = -3$$

$$f(3) = \frac{3}{4} + \ln 2$$

$$f(-3) = \frac{-3}{4} - \ln 2$$

x	$-\infty$	-3	-1	+1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{-3}{4} - \ln 2$	$-\infty$	$+\infty$	$\frac{3}{4} + \ln 2$	$+\infty$

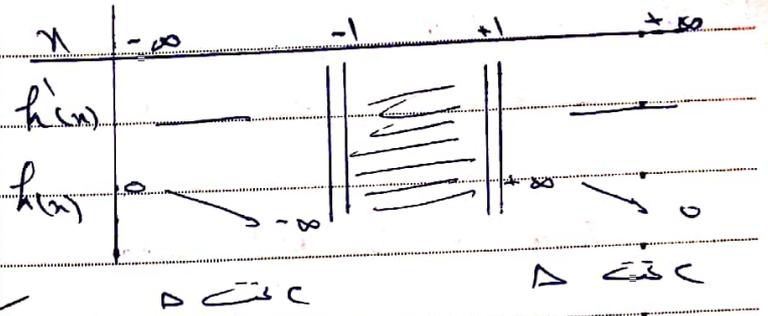
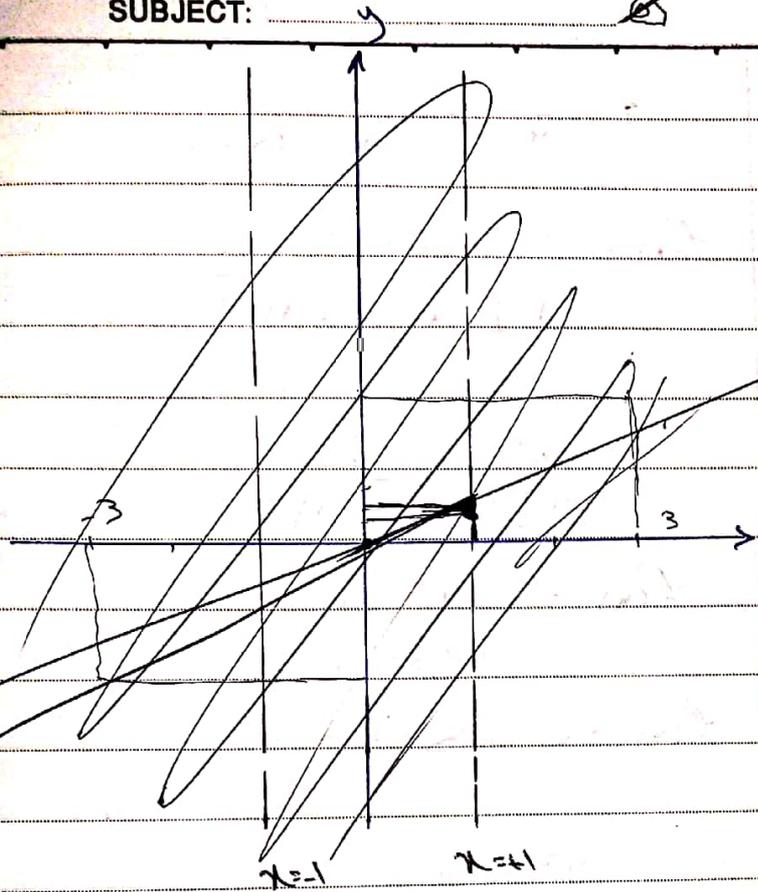
$$f(-3) = \frac{-3}{4} - \ln 2$$

قيمة صغرى محلية

$$f(3) = \frac{3}{4} + \ln 2$$

قيمة صغرى محلية

SUBJECT:



$$f(x) = f(-x)$$

4

$$\frac{1}{x} - \ln \frac{x-1}{x+1} + \left[-\frac{1}{x} - \ln \frac{-x-1}{-x+1} \right]$$

$$\frac{1}{x} - \ln \frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{x} - \ln \frac{-x-1}{-x+1}$$

$$- \ln \frac{x-1}{x+1} - \ln \frac{-x-1}{-x+1}$$

$$- \ln \frac{x-1}{x+1} - \ln \frac{-(x+1)}{-(x-1)}$$

$$- \ln \frac{x-1}{x+1} - \ln \frac{x+1}{x-1}$$

$$- [\ln(x-1) - \ln(x+1)] - [\ln(x+1) - \ln(x-1)]$$

$$- \ln(x-1) + \ln(x+1) - \ln(x+1) + \ln(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow f(x) = f(-x) = 0$$

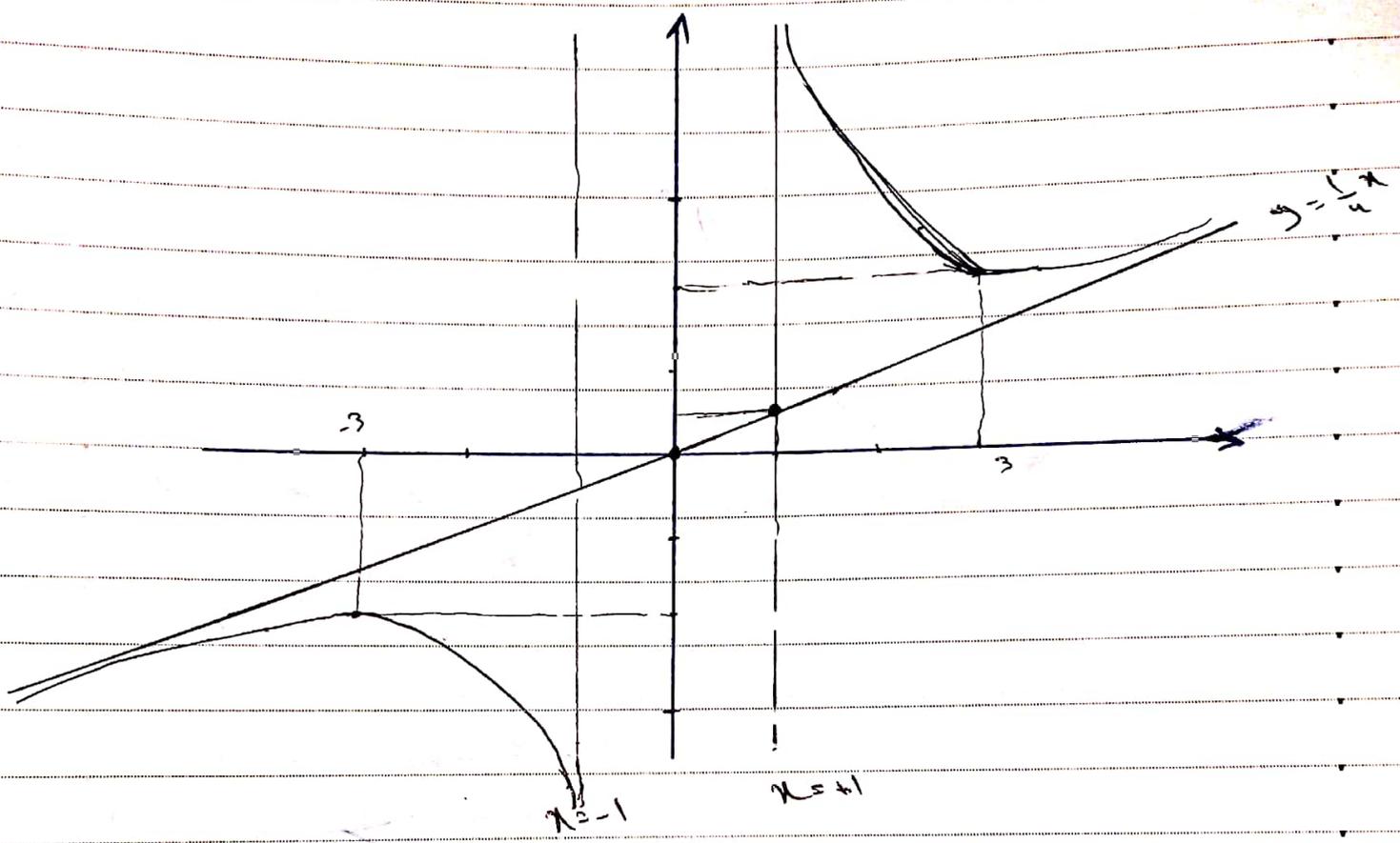
الخط واليا في منظر باليد.

في الاصل باليد.

SUBJECT: _____

8

1 1



$$y = \frac{1}{4} x$$

x	0	1
y	0	$\frac{1}{4}$

(0, 0)

(1, $\frac{1}{4}$)

النقاط المساعدة

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{e}^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

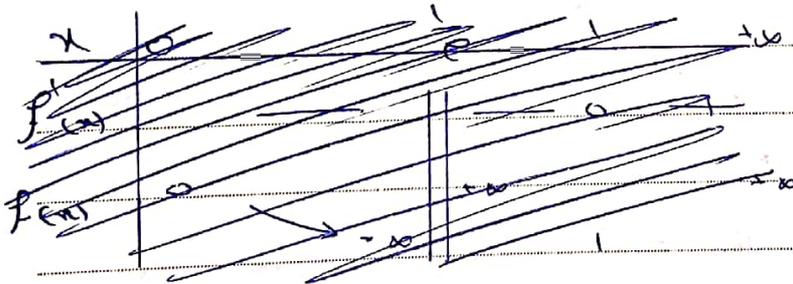
$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{e}^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln(x)(1 + \frac{1}{\ln(x)})} = +\infty$$

[14]

النقطة الفريدة هي

$$[0, \frac{1}{e} \cup] \frac{1}{e}, +\infty[$$



$$f'(x) = \frac{1 + \ln x - 1}{1 + \ln x}$$

$$f'(x) = \frac{\ln x}{1 + \ln x} \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$\ln(x) = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$f(1) = 1$$

في النهاية

$$f(x) = \frac{x}{1 + \ln(x)} \quad x \neq 0$$

$$0 \quad x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = ? \quad f(0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

$$f(0) = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0$$

x=0 هي النقطة

[2]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(1 + \ln x)}$$

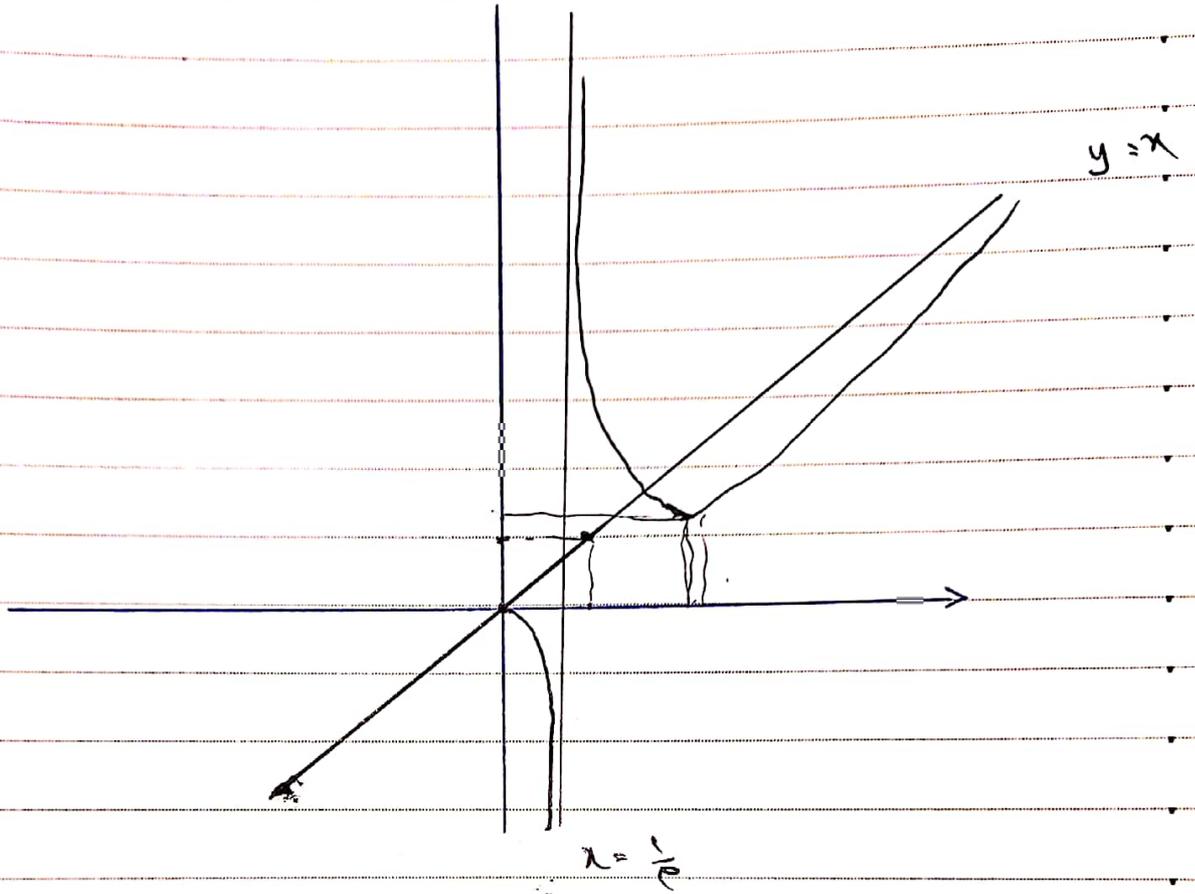
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \ln(x)} = 0$$

وهي النقطة الفريدة

SUBJECT:

⊗

1 / 2



شغف وفريقك خطوة بخطوة



شغف التعليمي
Educational passion

$2 > -3$
 $0.999... = 1$
 $\pi \approx 3.14$
 $\sqrt{2}$
 5^{2^3}
 $101_2 = 5_{10}$



القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "



<https://t.me/alsh276>

مكتبة شغف " بوت الملفات "



https://t.me/passion_study_bot