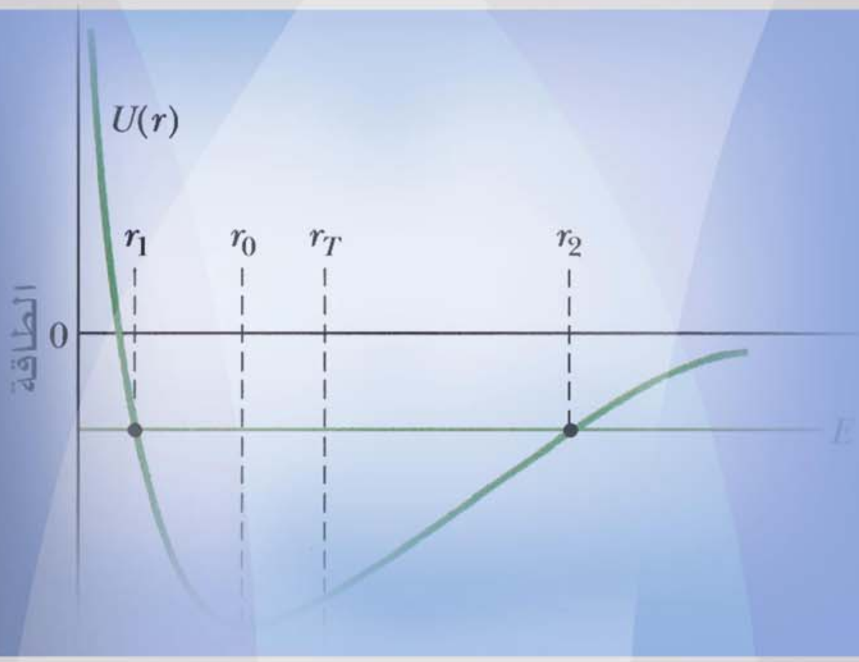
المـمـلـكـة الـعـربـيـة الـسـعـوديـة
المؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج



الفيزياء العامة

115 فيز

طبعة ١٤٢٩ هـ

المقدمة

An Introduction

الحمد لله، ربٌ خلقَ الكونَ وسخَّره للكائنات، وخصَّ الإنسان بنعمة العقل كي يستخدمه في التأمل والتفكير، وجعل كل ذلك عمقاً عقائدياً لمعنى التسبيح: ﴿سُبْحَانَ الَّذِي سَخَّرَ لَنَا هَٰذَا وَمَا كُنَّا لَهُ مُقْرِنِينَ ﴿١٣﴾﴾ [الزخرف: 13]، ﴿رَبَّنَا مَا خَلَقْتَ هَٰذَا بَاطِلًا سُبْحَانَكَ فَقِنَا عَذَابَ النَّارِ ﴿١٩١﴾﴾ [آل عمران: 191]، وصلى الله وسلَّم وبارك على معلم البشرية ورافع راية التوحيد، سيد الخلق محمد وعلى آله وصحبه وسلم أجمعين.

هذا كتاب الفيزياء التخصصية لطلبة الكليات التقنية، وهو ترجمة لقرارات الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج في المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني، التي تسعى جاهدةً إلى تنمية القوى البشرية في وطننا الحبيب وإمدادها بكل الخبرات والمهارات الفنية لمواكبة التطور العلمي العالمي.

يحتوي هذا الكتاب عل أربع وحدات دراسية، وهي: القياسات في الفيزياء، الكميات القياسية والكميات المتجهة، قوانين القوة والحركة، الشغل والطاقة. وهذه الوحدات تغطي مقرَّرات الفيزياء للتخصصات الآتية:

1- انتاج/ محركات ومركبات/آلات زراعية.
2- آلات زراعية.

وإننا إذ نقدم هذا الكتاب لأبنائنا الطلبة وزملائنا المدرسين، نود أن نؤكد على المسائل الآتية:

1- لا بد من الرجوع إلى مقررات الفيزياء الصادرة عن الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج، وذلك لتحديد الوحدات الدراسية المطلوبة لكل تخصص، أي أنَّ لكل قسم من أقسام الكليات التقنية مقرره الخاص به، على الرغم من وجود بعض الوحدات المشتركة بين بعض الأقسام.

2- لقد تعمدنا الإيضاح والتبسيط واستخدام كل الوسائل المساعدة على ذلك مثل تفصيل المعادلات الرياضية، استخدام الجداول، استخدام الرسوم، استخدام الأمثلة المحلولة، استخدام طريقة الامتحان الذاتي، استخدام اللغة الإنكليزية عند اللزوم بجانب اللغة العربية دون الحاجة إلى سرد خاص بالمفردات الإنكليزية في نهاية الكتاب، بالإضافة إلى مجموعة من التمرينات والأسئلة العامة في نهاية

كل وحدة دراسية، ونترك لزملائنا الأساتذة اختيار ما يسمح به الوقت منها، وأخيراً خصصنا عدداً من الأسئلة الاختيارية الإضافية في نهاية كل وحدة لاستخدامها عند الحاجة.

3- نود التنبيه إلى أن الملخص الموجود في نهاية كل وحدة دراسية لا يغني بحال من الأحوال عن الوحدة نفسها، إلا أنه مناسب للتركيز والبيان العام، وهو شامل لكنه يبقى موجزاً يحتاج إلى التفصيل الموجود في حيثيات الوحدة المقصودة.

ونؤكد لأبنائنا الطلبة في مقدمة هذا الكتاب بأن علم الفيزياء هو علم أساسي له صلة عميقة وكبيرة بالعلوم الأخرى، وعلى وجه الخصوص العلوم الهندسية، إذ أنها تُعتبر أساساً للعلوم التطبيقية وتقنياتها الحديثة (التقنية الإلكترونية، التقنية الكهربائية، التقنية الميكانيكية، التقنية الكيميائية، ...)، لكل ذلك فإننا نؤكد على ضرورة استيعاب مفاهيمها الأساسية والتعامل معها كمادة تخصصية. كما أنَّ علم الفيزياء هو جهد إنساني متصل عبر التاريخ يتجلى ذلك في جانبه التجريبي، الذي يقوم على الملاحظة ودقتها والقياس وأهميته والتطبيق ومكانته وصولاً إلى الفهم الصحيح والتفسير المناسب والمقبول للظواهر الطبيعية.

ونجدها مناسبة طيبة كي نذكّر زملائنا المدرسين بضرورة اتباع المنهجية العلمية المتمثلة في البحث والحوار والاستقصاء، وبناء المفاهيم الجديدة على المفاهيم السابقة لدى الطالب وإفساح المجال ضمن ما يسمح به وقت المحاضرة للسؤال والاستفسار والحوار كي تكون العملية التعليمية مثيرة ومشوقة، وتحوز على حب الطالب وشغفه بها.

وهنا ننصح الإخوة المدرسين باصطحاب ما يتمكنون من الحصول عليه من وسائل الإيضاح الخاصة بكل موضوع توخياً للفائدة، ومن الممكن الاستعانة والاستفادة بما هو موجود في معامل الفيزياء التجريبية لهذا الغرض.

وأخيراً نأمل أن نكون قد وفقنا في تقديم هذا الكتاب بصورة مناسبة ومقبولة، آملين من جميع زملائنا المدرسين موافاتنا بملاحظاتهم مكتوبة إلى الإدارة العامة للمناهج، كي نستفيد منها في الطبعات القادمة.

وفق الله الجميع لما يحب ويرضى، وآخر دعوانا أن الحمد لله رب العالمين.

فيزياء عامة

القياسات في الفيزياء

القياسات في الفيزياء

1

الوحدة الأولى

القياسات في الفيزياء

Physical Measurements

1 -1 المقدمة *Introduction*:

إن التعبير عن الكميات في علم الفيزياء لابد أن يكون من خلال الأرقام والوحدات المناسبة وهو ما يكفي لوصفها وصفاً صحيحاً. كما أنَّ علم الفيزياء لم يكن ليصل إلى ما وصل إليه من دور ريادي في تحقيق الإنجازات العلمية والتقنية لو لم يكن علماً دقيقاً، ذلك أن جميع مسائله النظرية والعملية تحتم علينا التعامل مع كميات مُقاسة، ويتم التعبير عنها بدلالة رقم ووحدة قياس مناسبة، متفقٌ عليها ومتوافقة مع الكمية المطلوب قياسها. وهذا ما يقودنا بالضرورة إلى دراسة مسألتين هامتين وهما:

1- الوحدات (وحدات قياس الكميات البُعدية) *measurement units of dimensional quantities*.

2- الأبعاد (أو الأسس الرياضية لوحدات القياس) *units dimensions*.

وهاتين المسألتين هما مضمون هذه الوحدة التعليمية، إذ أننا سنقدم من خلالها تعريفاً علمياً لمجمل وحدات القياس المتداولة، وسنوضِّح مفهومها بُعدياً، ونبيّن بعد ذلك ضرورة التوافق بين وحدات القياس وأبعادها، وفوائد كل ذلك في الاستخدامات التطبيقية والنظرية.

وبعد أن يكمل الطالب دراسة هذه الوحدة، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلالها، ويقوم بنفسه بحل أسئلة الامتحان الذاتي الموجودة في نهايتها، ويقارن حلوله مع الحلول النموذجية المرفقة في الملحق (د) في نهاية الكتاب، بعد ذلك كله نتوقع أن يكون الطالب قادراً على:

1- أن يقرر بنفسه أهمية القياسات في حياتنا العلمية المعاصرة.

2- أن يتابع نشوء هذا العلم وتطوره وأن يتنبه إلى الفوائد التي جناها الإنسان من هذا العلم الهام، ولاسيما في دقة ضبط القياس.

3- أن يربط بين علم القياس وحكمة الله سبحانه وتعالى في تسخير مخلوقات هذا الكون لخدمة الإنسان، باعتبارها مصدر الإلهام الإلهي للإنسان في هذا المجال وغيره من المجالات الأخرى.

4- أن يعلم بأن النظام الدولي للقياس هو لغة عالمية واحدة يفهمها الجميع، وله دوره الأساسي في صياغة العلاقات المعبرة عن القوانين الفيزيائية.

5- أن يجرب بنفسه عملية الربط والتوافق بين وحدات القياس وأبعادها.

6- أن يميّز بين الكميات الأساسية في النظام الدولي للقياس والكميات المركبة، كي يستفيد منها في دراسته العملية والنظرية.

2- 1 وحدات القياس *Measurement Units*:

عند تناول موضوع وحدات القياس وهو - بلا شك- موضوع أساسي في العلوم النظرية والتطبيقية، لا بد من التأكيد على أن الوحدات الثلاثة الأساسية: المتر، الكيلوغرام، الثانية، هي وحدات قياس الكميات الثلاثة الأساسية الطول، الكتلة، الزمن، والمتداولة في دراسة علم الميكانيكا، قد تمَّ زيادتها لاستكمال وحدات النظام الدولي للقياس ليكون شاملاً لباقي الفروع العلمية كالكهرباء والديناميكا الحرارية وغيرها، وذلك بإضافة أربع كميات أساسية أخرى وهي: الكلفن، الأمبير، الشمعة، المول، وهي وحدات قياس الكميات الأربع الأساسية الأخرى، درجة الحرارة، التيار الكهربائي، شدة الإضاءة، كمية المادة، ثم تلا ذلك إضافة الراديان كوحدة لقياس الزاوية المستوية والستراديان كوحدة لقياس الزاوية المجسمة. إن هذا النظام هو النظام الدولي للقياس *International System*، واختصاراً *(SI)* وذلك عن التعبير الفرنسي *System International*.

هذا ما قرره المكتب الدولي للمقاييس والموازين باعتباره الجهة الدولية المسؤولة عن هذه العملية، ومقره في مدينة سيفر بالقرب من العاصمة الفرنسية باريس واسمه الكامل *International bureau of weight and measures*، وهو دون شك قد سهَّل اعتماد وحدات هذا النظام على مستوى دولي، وبالتالي استخدامها في الكتب والمراجع العلمية.

والجدول (1- 1) يوضِّح وحدات قياس الكميات السبعة الأساسية للنظام بكامله، ونقول هنا: أساسية؛ ذلك لأن جميع وحدات القياس الأخرى تُشتق بواسطتها[1]، أو بعبارة أخرى تدخل في تكوين غالبية الوحدات الأخرى. وللوحدات الأساسية المبيَّنة في الجدول (1- 1) وحدتان ملحقتان مكملتان تستخدمان لقياس الزوايا المستوية والزوايا المجسمة، انظر الجدول الملحق (1- 1- أ).

الكمية	*Quantity*	الوحدة	*(SI) Unit*	الرمز	*Symbol*
الطول	*length*	المتر	*meter*	م	*m*
الكتلة	*mass*	الكيلوغرام	*kilogram*	كج	*kg*
الزمن	*time*	الثانية	*second*	ث	*s*
درجة الحرارة	*thermodynamics temperature*	الكلفن	*kelvin*	ك	*K*
شدة التيار	*electric current*	الأمبير	*ampere*	أمبير	*A*
قوة الإضاءة	*luminous*	الكانديلا	*candela*	الشمعة	*cd*
كمية المادة	*amount of substance*	المول	*mole*	مول	*mol*

الجدول (1- 1) يبين وحدات قياس الكميات الأساسية للنظام الدولي[1]

الكمية	*Quantity*	الوحدة	*(SI) Unit*	الرمز	*Symbol*
الزاوية المستوية	*plane angle*	راديان	*radian*	راد	*rad*
الزاوية المجسمة	*solid angle*	ستراديان	*steradian*	ستي راد	*sr.*

الجدول (1- 1- أ) يبين الوحدات المكملة للوحدات الأساسية

وقد شاع استخدام ثلاثة أنظمة معيارية في مجال القياسات وهي:

1- 2- 1 النظام المتري *The Metric System*:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام، الطول بالمتر والكتلة بالكليوغرام والزمن بالثانية، وهو البداية الأولية التي تطور منها النظام المذكور في الجدول (1- 1)، ويعرف هذا النظام بنظام *(MKS*

(1) انظر الجدول (6- 1) في الفقرة (4- 1) من هذه الوحدة، ولاحظ أنّ الكميات الأساسية دخلت في تكوين الوحدات المشتقة الأخرى.

(1) هناك أسماء ورموز لمعظم وحدات القياس المركبة المتداولة علمياً والمتعارف عليها دولياً. انظر الجدول (6- 1).

(MKS system) وهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس الثلاثة باللغة الإنكليزية *(Meter, Kilogram, Second)* تضاف إليها وحدة قياس درجة الحرارة المعروفة بالكلفن *Kelvin*، ويشار إليها اختصاراً *(K)*.

2- 2- 1 النظام الكاوسي *The Gaussian system (CGS)*:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام، الطول بالسنتيمتر والكتلة بالغرام والزمن بالثانية، ومن الواضح أنه يُستخدم مع الكميات الصغيرة مقارنة بنظام *(MKS)*، ذلك أن السنتيمتر هو جزء من مئة من المتر والغرام هو جزء من ألف من الكيلوغرام.

ينسب هذا النظام إلى العالم *Gauss*، أما *(CGS system)* فهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس المستخدمة في هذا النظام باللغة الإنكليزية *(Centimeter, Gram, Second)* وتقاس درجة الحرارة في هذا النظام أيضاً بالكلفن *(K)* مثله في ذلك مثل النظام المتري.

3- 2- 1 النظام البريطاني *The British System (FPS)*:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام: الطول بالقدم، والكتلة بالباوند، والزمن بالثانية، ويعرف هذا النظام بنظام *(FPS System)* وهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس الثلاثة باللغة الإنكليزية *(Foot, Pound, Second)*، وتقاس درجة الحرارة في هذا النظام بالفهرنهايت *Fahrenheit*.

ومن الجدير بالذكر هنا أن أهمية كلا النظامين الثاني والثالث بدأت تتلاشى تدريجياً مع ازدياد الاهتمام بالنظام الدولي للقياس. كما أن العلاقة التي سبق ذكرها عن النظامين *(MKS)* و*(CGS)* تنعكس على طبيعة القوانين الرياضية التي تصف مجموعة القوانين الفيزيائية وذلك حسب نوع النظام المعتمد أثناء اشتقاق تلك القوانين الرياضية. ولاسيما عند حساب الثوابت الخاصة بها.

3- 1 وحدات القياس في النظام الدولي *International System Units (SI)*:

مادمنا قد تحدثنا عن الوحدات الأساسية للقياس والوحدات المشتقة أو المركبة لهذا النظام، فإنه من المناسب جداً أن نقدم تعريفات أولية مبسطة عن أهم وحدات القياس في هذا النظام (الطول، الكتلة، الزمن)، إضافة إلى الكلفن والأمبير والشمعة والمول، وذلك لكي تساعد الطالب على الفهم والاستيعاب حيثما مرت معه، ونؤكد أننا سوف نعتمد هذا النظام في جميع وحدات هذا الكتاب، كما نود الإشارة إلى مناسبة وحدات قياس هذا النظام لمختلف الكميات سواءً كانت كبيرة أو صغيرة لأنها متعلقة ببعضها البعض بأسس العدد عشرة. ولكل منها تعريف معتمد من قبل المكتب الدولي للمقاييس والموازين.

4- 1 الأبعاد *Dimensions*:

إن الكمية الفيزيائية ، بصفة عامة توصف من خلال مقدار عددي متبوع بوحدة خاصة به من ذات الجنس، أي متوافقة معه من حيث الوحدات والأبعاد ، بغض النظر عن النظام المستخدم *dimensional consistency and units consistency*. والوحدات عموماً سبع كميات رئيسية ، هي: الطول، والكتلة ، والزمن، ودرجة الحرارة ، وشدة التيار الكهربائي، وشدة الإضاءة، وكمية المادة، ومن الممكن التعبير عنها بالأحرف الكبيرة ذات الأقواس المربعة التالية:

درجة الحرارة	$[K]$	الطول	$[L]$
التيار الكهربائي	$[A]$	الكتلة	$[M]$
شدة الإضاءة	$[Cd]$	الزمن	$[T]$
كمية المادة	$[Mol]$		

إن هذه الرموز داخل الأقواس المربعة [ ] مع أسسها ، يطلق عليها الأبعاد ، وهي تأخذ أسساً مختلفة عندما نستخدمها مع الوحدات المركبة تتراوح ما بين الموجب والسالب مروراً بالقيمة صفر، وهذا ما يظهر جلياً أثناء استخدام نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد في مجالات عديدة والتي يمكن إجمالها بالآتي:

1- التأكد من سلامة وصحة القوانين الفيزيائية.

2- استنتاج بعض القوانين الفيزيائية.

3- استنتاج وحدات الثوابت في القوانين الفيزيائية.

4- التحويل من نظام إلى آخر ، كالتحويل من نظام *(MKS)* إلى *(CGS)* وبالعكس.

إن الكميات الفيزيائية الأخرى يمكن التعبير عنها بضرب أو قسمة هذه الوحدات السبع، وهي كميات مركبة ، فعلى سبيل التطبيق، تُعَرّف السرعة بأنها الإزاحة المقطوعة خلال وحدة الزمن، أي أن السرعة مركبة من كمية الطول وكمية الزمن، وبعبارة أخرى:

$$v = \frac{x}{t}$$

وعند التعبير عن كلٍ من كمية بأبعادها نجد:

$$[v]=\frac{[L]}{[T]}=[L][T]^{-1}$$

فالرمز الموجود داخل القوسين [ ] مع الأس الذي يمثله، يعبر عن بُعد الكمية الفيزيائية، ففي هذا التطبيق نجد أن [L] وأسه واحد يمثل الإزاحة، أما [T] الموجودة في المقام وأسه (1) واحد يمثل الزمن، ومن الممكن التعبير مجدداً عن السرعة بالشكل الآتي:

$$[L]\,[T]^{-1}=m\ s^{-1}$$

ذلك أن المتر هو وحدة قياس الطول والثانية هي وحدة قياس الزمن، إذاً:

(m/s) هي وحدة قياس السرعة في نظام (MKS)، وهذا التطبيق البسيط يوضِّح العلاقة الأساسية بين كل من الوحدات والأبعاد.

تطبيق (1 -1) ***Application***

من المعلوم أن النيوتن هو وحدة قياس القوة في النظام الدولي للقياس وهو اسم العالم الفيزيائي المعروف اسحق نيوتن *Isaac Newton*، والنيوتن هو وحدة مركبة وليست أساسية، بيِّن ذلك مستخدماً قانون نيوتن الثاني.

القوة *Force* وفقاً لقانون نيوتن ا لثاني هي:

$$\vec{F}=m\vec{a}$$

حيث (m) كتلة الجسم، $(\vec{a})$ تسارع الجسم وهو عبارة عن تغير السرعة خلال وحدة الزمن، وبما أن وحدة قياس السرعة هي (m/s) ووحدة قياس الزمن هي (s) يكون التسارع:

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{(m/s)}{(s)}=(m/s^2)$$

وعليه فإن القوة التي تجعل كتلة مقدارها $(1kg)$ تسارعاً مقداره $(1m/s^2)$ ما هي إلا النيوتن، وبما أن:

$$\vec{F}=m\vec{a}=(kg)(m/s^2)$$

ونلاحظ أن النيوتن وحدة قياس مركبة من الكميات الثلاثة الكتلة والطول والزمن، ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل: $[M][L][T]^{-2}$

إذاً النيوتن هو $(kg.m/s^2)$ وهذا تعريف للنيوتن على أنه وحدة قياس مركبة وليست أساسية.

تطبيق (2- 1)
Application

من المعلوم أن الجول هو وحدة قياس الطاقة أو الشغل في النظام الدولي للقياس، وهو عبارة عن القوة مضروبة في الإزاحة، بيِّن ذلك مستخدماً القانون العام للشغل:

$$W = \vec{F}.\vec{r}$$

حيث $(\vec{F})$ هي القوة و$(\vec{r})$ هي الإزاحة التي عَملتْ خلالها هذه القوة، وهكذا تبدو المسألة على درجة من السهولة، فالشغل هو عبارة عن حاصل ضرب القوة في الإزاحة، وهذه هي الصيغة الرياضية العامة للشغل، ويُلاحظ فيها وجود علامة الضرب القياسي لمقدارين فيزيائيين متجهين، إذًا:

$$J = (kg\frac{m}{s^2})(m)$$
$$= (kg\frac{m^2}{s^2})$$

ونلاحظ أن الجول وحدة قياس مركبة من الكميات الثلاثة الكتلة، الطول، الزمن. ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل $[M][L]^2[T]^{-2}$.

وبناءً على ما تقدم فإن الشغل المبذول عند إزاحة جسم يخضع لتأثير قوة مقدارها $(1N)$ مسافة مقدارها $(1m)$ باتجاه القوة هو عبارة عن جول واحد، ولابد من التأكُّد من مقدار الزاوية بين متجه القوة ومتجه الإزاحة.

أما وحدات قياس الكميات الكهربائية فهي في غالبيتها تحمل أسماء فيزيائيين كبار مثل كولومب *Coulomb* وفولت *Volt* وسواهم، وهي وحدات مركبة وليست أساسية أو بسيطة.

إن الدراسة التفصيلية للأبعاد تشير بشكل قاطع إلى ضرورة توافقها مع الوحدات، وعلى الرغم من أننا خصّصنا فقرةً لكلٍ منهما على سبيل التوضيح، إلا أنَّه لابد من التأكيد على ضرورة التوافق والانسجام التام بين الوحدات والأبعاد، وذلك هو مضمون "نظرية العلاقة بين الوحدات والأبعاد" *Dimensions and units theory*. ومفاد هذه النظرية أن طرفي أية معادلة يجب أن يكونا متساويين، أي أننا لابد أن نفهم معنى إشارة المساواة من حيث أبعاد (أسس) الكميات التي تظهر على الطرفين بعد استخدام

التعبير الرياضي بشكله الصحيح، ثمَّ نعالج كل وحدة قياس من الطرف الأيسر للمعادلة مع ما يقابلها في الطرف الأيمن ولتوضيح ذلك سوف نناقش بعض الأمثلة.

تطبيق (3- 1)
Application

اشتق مستخدماً نظرية توافق الوحدات والأبعاد، معادلة الطاقة الحركية لجسم كتلته *(m)* ويتحرك بسرعة ثابتة *(v)*.

الحل *Solution*:

على وجه العموم يمكننا التعبير عن أي مقدار فيزيائي *(A)* وفقاً لنظرية الأبعاد بالشكل التالي:

$$A = CL^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma}$$

حيث أن الأسس (α,β,γ) من الممكن أن تكون أعداداً سالبة أو موجبة أو صفراً، كما يمكن أن تكون أعداداً كسرية، وC هو ثابت التناسب، وفي هذا التطبيق من المعلوم أن وحدة قياس الطاقة الحركية هي الجول، والجول كما هو معلوم في النظام الدولي للقياس عبارة عن:

$$J = kg\left(\frac{m^2}{s^2}\right)$$

$$[M]^1 \ [LT^{-1}]^2$$
$$\therefore \qquad [L]^{\alpha} \ [M]^{\beta} \ [T]^{\gamma}$$

أي أن:

$$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = -2$$

وهكذا نجد أنَّ:

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

حيث:

$$C = (1/2)$$

ولجميع وحدات القياس الدولية المتفق عليها، سواء الوحدات الأساسية أو المشتقة أجزاء ومضاعفات يمكن إجمالها بالجدول (5- 1).

Factor معامل الضرب	Prefix البادئة	Symbol الرمز	Factor معامل الضرب	Prefix البادئة	Symbol الرمز
10^{24}	yotta- يُوتا	Y	10^{-24}	yocto يُوكتا	y
10^{21}	zetta- زيتا	Z	10^{-21}	zepto- زيبتا	z
10^{18}	exa- إكزا	E	10^{-18}	atto- أَتو	a
10^{15}	peta- بِيتا	P	10^{-15}	femto- فِيمتو	f
10^{12}	tera- تِيرا	T	10^{-12}	pico- بِيكو	p
10^{9}	giga- جِيغا	G	10^{-9}	nano- نانو	n
10^{6}	mega- مِيغا	M	10^{-6}	micro- مَايكرو	μ
10^{3}	kilo- كِيلو	k	10^{-3}	milli- مِلِي	m
10^{2}	hecto- هِكتو	h	10^{-2}	centi- سَنتي	c
10^{1}	deka- دِيكا	da	10^{-1}	deci دِيسي	d

الجدول (5- 1) يوضح البدايات التي يمكن إضافتها قبل وحدات النظام الدولي للقياس[1]
Prefixes for (SI) units

ويلاحظ من الجدول أن هذه الإضافات الابتدائية *prefixes* تبدأ بالمقدار الكبير جداً يوتا *(yotta)*، وتنتهي بالمقدار الصغير جداً يوكتو *(yocto)*. وجميع هذه البدايات يمكن إضافتها إلى عناصر النظام الدولي الموجودة في الجدول (1- 1).

ومن الهام جدا أن يدرك الطالب أن البادئة سنتي معناها باللغة العربية جزء من مئة ومللي جزء من ألف ومايكرو جزء من مليون وهكذا بالنسبة للمضاعفات فان البادئة كيلو تعني باللغة العربية ألف وميغا تعني مليون وغيغا تعني ألف مليون الى آخرما هو وارد في الجدول (1- 5).

وأخيراً لابد من الإشارة إلى أن بعض الكميات الفيزيائية ليس لها وحدات قياس ويُكتفى للتعبير عنها بذكر عدد مجرد غير متبوع بوحدة كالسماحية النسبية (ε_r) أو الوزن النوعي، وذلك لأنها عبارة عن النسبة بين كميتين فيزيائيتين من النوع نفسه.

(1) جرت العادة على وضع هذا الجدول في الملاحق الخاصة بنهاية الكتاب، إلا أننا رأينا - توخياً للفائدة- وضعه ضمن مادة الكتاب وذلك لعدم استخدام الطلاب للملاحق بصفة عامة.

ولمزيد من البيان لأهمية العلاقة بين الوحدات وأبعادها واتباع الأسلوب التحليلي لنظرية الأبعاد *dimensional analysis*، سوف نقدم عدداً من الأمثلة:

تطبيق (4- 1)
Application

استخدم نظرية التوافق بين وحدات قياس الكميات الفيزيائية وأبعادها لتتأكد من صحة المعادلة الفيزيائية الآتية:

$$Q = kA\frac{(T_2 - T_1)}{d}t$$

وذلك باستخدام طريقة تحليل أبعاد الكميات الفيزيائية على طرفي المعادلة حيث:

Q: تمثل كمية الحرارة المنتقلة خلال التوصيل *conducting heat*، k: معامل التوصيل الحراري *thermal conduction coefficient*، A: مساحة سطح التوصيل، (T_2, T_1): درجتي الحرارة على جانبي التوصيل، t: زمن التوصيل، d: مسافة التوصيل الحراري.

الحل *Solution*:

أبعاد وحدات الطاقة هي مكونات الجول *Joule* إذن:

$Q = [M][L]^2[T]^{-2}$

معامل التوصيل الحراري = $k = [M][L][T]^3[K]^{-1}$

سطح التوصيل = $A = [L]^2$

درجة الحرارة = $T = [K]$

مسافة التوصيل = $d = [L]$

ولكي تكون المعادلة صحيحة فإن أبعاد وحدات الطرف الأيسر يجب أن تكون مساوية لأبعاد وحدات الطرف الأيمن.

$$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L][T]^{-3}[K]^{-1}[L]^2[K][L]^{-1}[T]$$
$$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L]^2[T]^{-2}$$

وهكذا نجد أن المعادلة صحيحة.

تطبيق (1 -5)
Application

استخدم نظرية التوافق بين وحدات قياس الكميات الفيزيائية وأبعادها ، لاشتقاق المعادلة الفيزيائية التي تعبِّر عن القدرة الكهربائية في دائرة تحتوي مقاومة (R) ويمر فيها تيار كهربائي (I) ، علماً بأن القدرة الكهربائية تتناسب طردياً مع كلٍ من شدة التيار المار ومقدار المقاومة, وتسمى بالقدرة المُقاوِمة *resistive power* ، واختصاراً يشار إليها بالحرف الإنكليزي *(P)*.

الحل *Solution*:

من المعلوم أن أبعاد المقاومة هي:

$$R = [M][L]^2 [T]^{-3} [A]^{-2}$$

أما أبعاد القدرة الكهربائية فهي:

$$P = [M][L]^2 [T]^{-3}$$

وأخيراً أبعاد التيار:

$$I = [A]$$

بما أن القدرة الكهربائية (P) تتناسب تناسباً طردياً مع كل من المقاومة والتيار، إذاً الصيغة الرياضية المعبرة عن ذلك هي:

$$P \propto I^{\alpha} R^{\beta}$$

وعند التعبير عن كل كمية بأبعادها نجد أنَّ:

$$\begin{aligned}[M][L]^2 [T]^{-3} &= K[A]^{\alpha} [M]^{\beta} [L]^{2\beta} [T]^{-3\beta} [A]^{-2\beta} \\ &= K[A]^{\alpha-2\beta} [M]^{\beta} [L]^{2\beta} [T]^{-3\beta}\end{aligned}$$

بمقارنة الطرفين نجد أن أس التيار في الطرف الأيسر هو الصفر، أي أن:

$$\alpha - 2\beta = 0$$
$$\alpha = 2\beta$$

وبمقارنة أس $[L]$ في الطرفين نجد أس الطول هو الواحد ، أي أن:

$$2\beta = 2$$
$$\beta = 1$$

$$\alpha = 2$$

وهكذا نجد أن:

$$[M][L]^2[T]^{-3} = K[A]^2[M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2}$$
$$[M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2} = R$$
$$[A]^2 = I^2$$

وهكذا نجد أن:

$$P = KI^2R$$

حيث:

$$K = 1$$

وتسهيلاً على أبنائنا الطلبة سوف نرتب مجموعة كبيرة من الكميات الفيزيائية المختلفة مع وحدات قياسها وأبعادها وفقاً للنظام الدولي *(SI)*، في الجدول (6- 1).

شكل الوحدة الأساسي	الأبعاد[1] Dimensions	الكمية Quantity		الرمز الدولي
m^2	L^2	المساحة	*area*	*A*
mol	*Mol*	كمية المادة	*amount of substance*	*X*
ms^{-2}	LT^{-2}	التسارع (العجلة)	*acceleration*	*a*
$kg\,m^2\,s^{-1}$	ML^2T^{-1}	العزم الزاوي	*angular momentum*	*T*
A	*A*	شدة التيار	*current*	*I*
$kg^{-1}m^{-2}s^4A^2$	$M^{-1}L^{-2}T^4A^2$	السعة	*capacitance*	*C*
$kg\,m^{-3}$	ML^{-3}	الكثافة الحجمية	*mass density*	*p*
$kg\,m^2\,s^{-2}$	ML^2T^{-2}	الطاقة	*energy*	*U*
$A\,s^{-1}$	AT	الشحنة الكهربائية	*electric charge*	*C*

الجدول (6- 1) الكميات الفيزيائية وأبعاد وحداتها

شكل الوحدة الأساسي	الأبعاد Dimensions	الكمية Quantity		الرمز الدولي
$kg\,m^2\,s^{-3}A^{-1}$	$ML^2T^{-3}A^{-1}$	الجهد الكهربائي	*electric potential*	*V*
$kg\,m\,s^{-3}A^{-1}$	$MLT^{-3}A^{-1}$	شدة المجال الكهربائي	*electric field strength*	*E*

(1) أبعاد أو أسس الكميات الفيزيائية.

الرمز الدولي	Quantity الكمية		الأبعاد Dimensions	شكل الوحدة الأساسي
R	*electric resistance*	المقاومة الكهربائية	$ML^2T^{-3}A^{-2}$	$kg\,m^2s^{-3}A^{-2}$
v	*frequency*	التردد	T^{-1}	s^{-1}
F	*force*	القوة	MLT^{-2}	$kg\,m\,s^{-2}$
L	*inductance*	الحث	$ML^2T^{-2}A^{-2}$	$kg\,m^2s^{-2}A^{-2}$
l	*length*	الطول	L	m
I	*luminous intensity*	شدة الإضاءة	$C\,d$	cd
Φ	*luminous flux*	الفيض الضوئي	$C\,d\,S\,r$	$cd\,sr$
L	*luminance*	شدة الاستضاءة	$Cd\,L^{-2}$	$cd\,m^{-2}$
m	*mass*	الكتلة	M	kg
I	*moment of inertia*	عزم القصور الذاتي	ML^2	$kg\,m^2$
Φ_B	*magnetic flux*	الفيض المغناطيسي	$ML^2T^{-2}A^{-1}$	$kg\,m^2s^{-1}A^{-1}$
B	*magnetic field density*	كثافة الفيض المغناطيسي	$MT^{-2}A^{-1}$	$kg\,s^{-2}A^{-1}$
P	*magnetic pole*	القطب المغناطيسي	$L\,A$	$m\,A$
T	*magnetic field strength*	شدة المجال المغناطيسي	$L^{-1}A$	$m^{-1}A$
k_m	*permeability*	النفاذية	$MLT^{-2}A^{-2}$	$kg\,s^{-2}A^{-2}$
J	*surface tension*	الشد السطحي	$M\,T^{-2}$	$kg\,s^{-2}$
C	*specific heat*	الحرارة النوعية	$L^2T^{-2}K^{-1}$	$m\,s^{-2}K^{-1}$
t	*time*	الزمن	T	s
T	*temperature*	درجة الحرارة	K	K
T	*torque*	عزم الدوران	ML^2T^{-2}	$kg\,m^2s^{-2}$
k	*thermal conductivity*	التوصيل الحراري	$MLT^{-3}K^{-1}$	$kg\,m\,s^{-3}K^{-1}$
V	*volume*	الحجم	L^3	L^3
v	*velocity*	السرعة	LT^{-1}	LT^{-1}

تابع الجدول (6- 1) الكميات الفيزيائية وأبعاد وحداتها

ملاحظة: يمكنك - عزيزي الطالب- إضافة القوسين [ ] إلى كل وحدة قياس أساسية موجودة في عمود الأبعاد.

ولمزيد من التوضيح وتسهيلاً على الطالب واستكمالاً لمعرفة الرموز اللاتينية المستعملة للتعبير عن بعض الكميات المشتقة فإن الجدول (7- 1) يشمل على الحروف اللاتينية الأساسية والتي يبلغ تعدادها أربع وعشرون حرفاً.

تستخدم هذه الحروف في شكلها الصغير *lower case* أو شكلها الكبير *capital* عادة عند استخدام اللغة الإنكليزية في العلوم التطبيقية للتعبير عن الوحدات القياسية، الأسس والزوايا. فمثلاً نستخدم $(\alpha,\omega,\theta,\gamma,\beta)$ للقياس.

أما في خصائص المادة فتستخدم (η) للتعبير عن اللزوجة، (λ) للتعبير عن الطول الموجي، (ρ) للتعبير عن الكثافة، (ν) للتعبير عن التردد، (π) للتعبير عن النسبة الثابتة للدائرة، والقياس الراديانى للزوايا المستوية *Plane angle*، والقياس الستيراديانى للزوايا المجسمة *solid angle*، وهذه جميعها في شكلها الصغير. أما في الشكل الكبير، فمن أكثر الحالات استخداماً (Ω) للتعبير عن الأوم، وهو وحدة قياس المقاومة، و(Z) للتعبير عن ممانعة الدائرة الكهربائية في التيار المتناوب، وتقرأ زيتا.

الحرف اللاتيني Greek Name	الرسم الصغير Lower case	الرسم الكبير Capital	الحرف اللاتيني Greek Name	الرسم الصغير Lower case	الرسم الكبير Capital
Alpha ألفا	α	A	Nu نيو	ν	N
Beta بيتا	β	B	Xi إكساي	ξ	Ξ
Gamma غاما	γ	Γ	Omicron أُميكرو	O	O
Delta دلتا	δ	Δ	Pi بَاي	π	Π
Epsilon إبسلون	ε	E	Rho رُو	ρ	P
Zeta زيتا	ζ	Z	Sigma سيجما	σ	Σ
Eta إيتا	η	H	Tau تَاو	τ	T
Theta ثيتا	θ	Θ	Upsilon أبسِلُن	υ	Y
Iota أيوتا	ι	I	Phi فَاي	ϕ	Φ
Kappa كابَا	κ	K	Chi كَاي	χ	X
Lambda لامدا	λ	Λ	Psi بساي	ψ	Ψ
Mu ميو	μ	M	Omega أوميغا	ω	Ω

جدول (7- 1) ويبين الحروف اللاتينية في شكليها الصغير والكبير[1]

تطبيق (6- 1) *Application*

إذا علمت أن المدى الأفقي الذي يمكن أن يقطعه الجسم المقذوف *Projectile* (x) يعتمد على كل من السرعة الابتدائية لإطلاق القذيفة (v_o)، وعجلة الجاذبية الأرضية $(\vec{g})$. استخدم نظرية التوافق بين الوحدات الفيزيائية وأبعادها لاشتقاق الصيغة الرياضية التي تعبِّر عن المدى الأفقي للقذيفة.

الحل *Solution*:

$$x \propto (v_o, g)$$

ومثلما تعودنا دائماً، عند تحويل التناسب إلى مساواة لابد من إدخال الثابت وليكن (K)، كما أنّنا لا نعلم كيفية هذا التناسب، الذي يمكن تحديد طبيعته من خلال تحديد أسس كلٍ من السرعة الابتدائية وعجلة الجاذبية الأرضية.

لنفترض أن هذه الأسس هي على التوالي (α, β)

$$x = K\, v_o^{\alpha}\, g^{\beta}$$

هنا تكمن الفائدة العملية لنظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها في إمكانية استخدامها لاشتقاق المعادلات الفيزيائية.

نلاحظ أن وحدات الطرف الأيسر للمعادلة تقاس في النظام الدولي بالأمتار، إذاً، أبعاد وحداته هي: $[L]$

لنفتش الآن عن أبعاد وحدات الطرف الأيمن:

$$\begin{aligned} &\{[L][T]^{-1}\}^{\alpha}\,\{[L][T]^{-2}\}^{\beta} \\ &= [L]^{\alpha}\,[T]^{-\alpha}\,[L]^{\beta}\,[T]^{-2\beta} \\ &= [L]^{\alpha+\beta}\,[T]^{-\alpha-2\beta} \end{aligned}$$

بمساواة الطرفين نجد أن:

$$[L] = [L]^{\alpha+\beta}\,\{T]^{-\alpha-2\beta}$$

(1) تعمدنا وضع هذا الجدول ضمن الوحدة الأولى، لضرورة اطلاع الطلاب على الحروف اللاتينية ومعرفة شكليها، وذلك لكثرة استخدامها.

ولغرض توفير وحدة الزمن في الطرف الأيسر، نضرب بالوحدة $[T]^0$ والقاعدة في ذلك معروفة، ذلك أن أي مقدار مرفوع للأس صفر يساوي الواحد، إذاً:

$$[L][T]^0 = [L]^{\alpha+\beta}\,[T]^{-\alpha-2\beta}$$

المساواة والتكافؤ هنا تقتضي أنّ أسس الكميات على طرفي المعادلة يجب أن تكون متساوية، وهذا ما نسميه تحليل الأبعاد *dimensions analysis*

$$\therefore \quad \alpha + \beta = 1 \Rightarrow \alpha = 1-\beta \qquad (1)$$

$$-\alpha-2\beta = 0 \Rightarrow -\alpha = 2\beta$$

$$\therefore \quad -(1-\beta) = 2\beta$$

$$-1 + \beta = 2\beta$$

$$2\beta-\beta = -1$$

$$\beta = -1 \qquad (2)$$

بالتعويض في المعادلة *(1)*:

$$\alpha = 1-\beta = 1-(-1) = 2$$

$$\boxed{\therefore \quad x = K\frac{v_o^2}{g}}$$

وهي المعادلة التي تعبر عن المدى الأفقي الذي يمكن أن تقطعه القذيفة.

تطبيق (1 -7)
Application

إذا كان القانون الذي يعبر عن الإزاحة النهائية (x) لجسم يتحرك بتسارع ثابت a هو:

$$x = x_o + v_o t + (1/2)at^2$$

حيث (x_o) هي الإزاحة الابتدائية للجسم (t) هو الزمن الذي استغرقته الحركة، (v_o) هي السرعة الابتدائية. اختبر صحة هذا القانون مستخدماً طريقة تحليل الأبعاد (الأسس).

الحل *Solution*:

أبعاد وحدات الطرف الأيسر للقانون:

$$[L]$$

أما أبعاد وحدات الطرف الأيمن:

$$[L]+[L][T]^{-1}[T]+[L][T]^{-2}[T]^{2}$$

في مثل هذه الحالة, لا بد من أن نتذكر بأن أبعاد وحدات كل حد من الحدود الموجودة على الطرف الأيمن يجب أن تمتلك أبعاد وحدات الطرف الأيسر نفسها حتى تكون المعادلة صحيحة، إذاً:

$$\begin{aligned}[L]&=[L]\\&=[L][T]^{-1}[T]=[L]\\&=[L][T]^{-2}[T]^{2}=[L]\end{aligned}$$

وهكذا نجد أن المعادلة صحيحة بعد اختبارها من خلال مقارنة أبعاد الطرفين.

تطبيق (8- 1)
Application

يعتمد تردد *frequency* ذبذبة *oscillation* الحبل المشدود (f) على كل من قوة شد الحبل $(\vec{F})$ وكتلة وحدة أطواله *mass per unit length* (m/ℓ).

اشتق العلاقة الرياضية التي تعبر عن تردد الحبل بدلالة المتغيرات السابقة، مستفيداً من نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها.

الحل *Solution*:

من الواضح أن التردد يعتمد على كلٍ من:

$$f \propto (F,\ell,m/\ell)$$

وكما تعودنا دائماً، لاستبدال هذا التناسب بعلامة المساواة نعمد إلى إدخال ثابت، وليكن *(K)*.

$$v = KF^{\alpha}l^{\beta}\left(\frac{m}{l}\right)^{\gamma}$$

وأصبح مألوفاً لدينا أن عملية الاشتقاق تتم من خلال تحليل أبعاد وحدات طرفي المعادلة *dimensions analysis* وذلك لمعرفة شكل الاعتماد على المتغيرات (أسيا)، من خلال مقارنة أسس وحدات الطرفين.

الطرف الأيسر يحتوي على التردد، ومعلوم لدينا أن وحدة قياس التردد في النظام الدولي *(SI)* هي (s^{-1}).

$$\begin{aligned}[T]^{-1}&=K\{[M][L][T^{-2}]\}^{\alpha}[L]^{\beta}[M]^{\gamma}[L]^{-\gamma}\\&=K[M]^{\alpha+\gamma}[L]^{\alpha-\gamma+\beta}[T]^{-2\alpha}\end{aligned}$$

نلاحظ أن كمية الزمن فقط هي التي ظهرت على الطرف الأيسر، ولغرض تأمين باقي الكميات، نعمد إلى الخطوة التوضيحية المتعارف عليها، بضرب الطرف الأيسر بالكميات $[M]^0\,[L]^0$:

$$[M]^0\,[L]^0\,[T]^{-1} = K[M]^{\alpha+\gamma}\,[L]^{\alpha-\gamma+\beta}\,[T]^{-2\alpha}$$

وبمقارنة الطرفين نجد أنَّ:

(أسس الكتلة)
$$\alpha+\gamma=0 \Rightarrow \alpha=-\gamma$$

(أسس الطول)
$$\alpha-\gamma+\beta=0 \Rightarrow -\gamma-\gamma+\beta=0$$
$$\Rightarrow -2\gamma=-\beta$$

(أسس الزمن)
$$-2\alpha=-1 \Rightarrow \alpha=1/2$$
$$\therefore\quad \gamma=-1/2$$
$$\beta=-1$$

$$\therefore\quad f = KF^{\frac{1}{2}}\ell^{-1}\left(\frac{m}{l}\right)^{-\frac{1}{2}}$$
$$= KF^{\frac{1}{2}}l^{-1}m^{-\frac{1}{2}}$$
$$\boxed{f=\frac{K}{l}\sqrt{\frac{F}{m}}}$$

ملاحظة هامة: نلاحظ في الطرف الأيمن للمعادلة بأننا أبقينا على المقدار $(m/l)^{-\frac{1}{2}}$ كما هو، دون أن نجري عملية الضرب مع $(l)^{-1}$، وهنا يجب أن يتذكر الطالب أن التطبيق الصحيح للقانون يتطلب تعويض كتلة وحدة الأطوال للمادة المستخدمة لصناعة الحبل، ومعروف أن وحدة الأطوال هي المتر، ولذا أبقينا على المقدار $(m/l)^{-\frac{1}{2}}$ كما هو، والرمز (m) في القانون هو عبارة عن (m/l).

الخلاصة

Summary

- إنّ جميع وحدات قياس الكميات البُعدية تحدد الأساس الفعلي لاشتقاق مختلف المعادلات الرياضية في مختلف فروع العلوم النظرية والتطبيقية، حيث تعتبر مقياساً لصحة وسلامة المعادلات من خلال تساوي وحدات طرفي المعادلة الرياضية للقانون بصفة عامة، وإدراكاً لأهمية هذا الأمر، فقد تم اعتماد النظام الدولي للقياس *(SI)* بوحداته السبع الأساسية.
- يعتبر كلٍ من النظامين المتري للقياس *(MKS)*، والنظام الكاوسي *(CGS)* منتميان إلى النظام الدولي للقياس *(SI)*، ذلك أن النظام المتري يعتمد أربع كميات هي: الطول، الكتلة، الزمن، ودرجة الحرارة، مقاسة بوحدات النظام الدولي نفسها، كما أن النظام الكاوسي يعتمد الكميات نفسها، مقاسةً بأجزاء وحدات النظام الدولي للطول والكتلة، حيث يُقاس الطول بالسنتيمتر، والكتلة بالغرام، وتبقى الثانية كما هي وحدة لقياس الزمن.
- إنَّ النظام البريطاني *(FPS)* - والذي يعتمد القدم، الباوند، والثانية لقياس الكميات الأساسية، كما يعتمد الفهرنهايت لقياس درجة الحرارة- قد بدأ استخدامه يتلاشى تدريجياً مع انتشار النظام الدولي للقياس.
- إنَّ مقادير الثوابت الفيزيائية - التي تظهر أثناء اشتقاق القوانين- تختلف باختلاف النظام المعتمد للقياس، فمثلاً في قانون كولوم عند اعتماد النظام الدولي فإن ثابت التناسب يساوي $(9\times10^{9}\ Nm^{2}\ C^{-1})$ أما عند اعتماد النظام الكاوسي فيساوي $(1\,dyne\,cm^{2}\ esu^{-2})$. والثوابت الفيزيائية يتم تحديد مقاديرها عملياً بصفة عامة.
- إن أجزاء ومضاعفات جميع وحدات النظام الدولي للقياس تخضع للجدول (5- 1)، وهناك بعض الوحدات الأخرى أوردناها في مجال استخداماتها حسب أهميتها، وتلفظ هذه ا لمضاعفات والأجزاء كما نلفظها باللغة الإنكليزية، بعد إضافتها إلى الوحدات الدولية للقياس.

الامتحانات الذاتية

Self Test Exams

ولغرض التدريب العملي على اختبار الطالب لنفسه، والتأكد من جدارته في المقدرة الفعلية على فهم واستيعاب نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد، تم تخصيص ثلاثة امتحانات ذاتية.

الامتحان الذاتي الأول:

من المعلوم أن معدل السريان لمائع هو عبارة عن حجم السائل المار فى الثانية الواحدة, يعتمد على كل من انحدار الضغط (p/ℓ)، حيث (p) هو فرق الضغط بين طرفي أنبوبة السريان (ℓ)، هو طول أنبوبة السريان، كما يعتمد على لزوجة السائل *(visconsity)* (η) ونصف قطر الأنبوبة (r).

استخدم مفهوم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها وذلك لاشتقاق القانون الرياضي الذي يعبر عن معدل السريان معتمداً على المتغيرات المذكورة أعلاه.

الامتحان الذاتي الثاني:

استخدم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها وذلك للتثبت من صحة القانون:

$$\eta = K\frac{r^2}{v}(\rho_s - \rho_\ell)g$$

وهو ما يعرف بقانون ستوك في اللزوجة *Stock's law*، حيث (r) نصف قطر الكرة المعدنية ذات الكثافة (ρ_s)، (v) سرعة سقوط الكرة داخل السائل ذي الكثافة (ρ_ℓ) ولزوجته (η)، (g) تسارع الجاذبية الأرضية $K=\frac{2}{9}$ ، وهذه القيمة للثابت تم قياسها علمياً.

الامتحان الذاتي الثالث:

جسم أسود *black body* مساحة سطحه (A)، ودرجة حرارته المطلقة (T)، يبعث طاقة حرارية مشعة مقدارها *(Q)* خلال زمن مقداره (t).

إذا كانت كمية الطاقة الحرارية المنبعثة إشعاعياً تساوي:

$$Q = \sigma\ A\, t\, T^4$$

حيث (σ) هو ثابت ستيفان بولتزمان *Stefen-Boltzman constant*، استخدم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها لإيجاد الأبعاد الفيزيائية لثابت ستيفان بولتزمان وفق النظام الدولي للقياس الدولي *(SI)*.

ملاحظة: نتمنى على أبنائنا الطلبة المحاولة الجادة في حل مسائل الامتحان الذاتي على ورقة خارجية، ثم إجراء المقارنة بين ما توصلوا إليه مع الحل النموذجي المرفق آخر الكتاب في الملحق (د).

مسائل وتمارين الوحدة الأولى

Unit One Exercises & Problems

1-1 استخدم مفهوم نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد لغرض التعبير عن الكميات الفيزيائية الآتية، مستخدما الوحدات الرئيسية البسيطة للنظام الدولي (SI).

الطول، المساحة، الحجم، الزمن، السرعة، التسارع، الكتلة، الكثافة، الكثافة النوعية، القوة، القدرة، التردد.

1-2 استخدم نظرية توافق الوحدات والأبعاد للتحقق من صحة أو عدم صحة القوانين الفيزيائية الآتية:

أ- قانون نيوتن الثاني: $\vec{F} = m\vec{a}$

حيث تمثل $(\vec{F})$ القوة و(m) كتلة الجسم و$(\vec{a})$ التسارع.

ب- قانون نيوتن للجذب العام: $\vec{F} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

حيث تمثل $(\vec{F})$ القوة، و(m_1) كتلة الجسم الأول، و(m_2) كتلة الجسم الثاني، و(r) المسافة الفاصلة بينهما، (G) ثابتة الجذب العام لنيوتن.

جـ- قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت:

$$v = v_o + xt$$
$$x = x_o + vt + (1/2)xt^2$$

حيث تمثل (v) السرعة النهائية، و(v_o) السرعة الابتدائية، (x) الإزاحة النهائية، و(x_o) الإزاحة الابتدائية، و(t) الزمن.

1-3 اشتقاق المعادلات الفيزيائية هو الآخر من أهم فوائد نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد، استخدم هذه النظرية لاشتقاق معادلة البندول البسيط، مفترضاً أن طول البندول (l)، وكتلة الجسم المعلق (m)، وزمن الذبذبة الواحدة (T)، وتسارع الجاذبية الأرضية (g).

1-4 اشتقاق وحدات الثوابت الفيزيائية يعد أيضاً من الفوائد العامة لنظرية توافق الوحدات والأبعاد، استخدم مفهوم هذه النظرية لاشتقاق وحدات الثوابت في المعادلات الآتية:

أ- قانون هوك: $\vec{F} = -kx$

حيث تمثل $(\vec{F})$ قوة الإرجاع، (x) مقدار الإزاحة، (k) ثابت قانون هوك.

ب- قانون الجذب العام لنيوتن: $\vec{F} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

حيث تمثل (F) القوة، و(m_1) كتلة الجسم الأول، و(m_2) كتلة الجسم الثاني، و(r) المسافة الفاصلة بينهما، (G) ثابت الجذب العام لنيوتن.

1 -5 استخدم مفهوم نظرية توافق الوحدات والأبعاد لتحويل النيوتن كوحدة لقياس القوة في النظام *(MKS)* إلى ما يعادلها في النظام *(CGS)*. ما اسم وحدة القوة في النظام *(CGS)*؟ اذكرها.

1 -6 ما هي العلاقة بين كل من؟

أ- ياردة مربعة وقدم مربع.

ب- بوصة مربعة وسنتميتر مربع.

ت- ميل مربع وكيلو متر مربع.

ث- متر مكعب وسنتميتر مكعب.

وضح ذلك بإجراء الحسابات اللازمة.

1 -7 تعتبر الأرض بشكل تقريبي كرة نصف قطرها يساوي $(6.37 \times 10^6\ m)$:

أ- أوجد حسابياً محيط الكرة الأرضية مقاساً بالكيلومترات؟

ب- أوجد حسابياً مساحة الكرة الأرضية مقاسة بالكيلومترات المربعة؟

ت- أوجد حسابياً حجم الكرة الأرضية مقاساً بالكيلومترات المكعبة.

مسائل اختيارية

Optional Problems

1- 1 إذا علمت أن سرعة الضوء تساوي $(3\times10^{8}\,m.s^{-1})$. أوجد حسابياً سرعة الضوء بكل من الوحدات الآتية: قدم/ثانية. مليمتر/ بيكو ثنية.

2- 1 من المعروف أن جزئية الماء تحتوي على ذرتين من الهيدروجين وذرة واحدة من الأكسجين، فإذا علمت كتلة ذرة الهيدروجين يساوي $(1u)$، وكتلة ذرة الأكسجين تساوي $(1u)$.

أ- أوجد حسابياً كتلة جزئية الماء بالكيلوغرام.

ب- إذا علمت أن كتلة ماء المحيطات في العالم يساوي $(1.4\times10^{21}\,kg)$، فكم يبلغ عدد الجزئيات فيها؟

فيزياء عامة

الكميات القياسية والكميات المتجهة

الكميات القياسية و الكميات المتجهة

2

الوحدة الثانية

الكميات القياسية والكميات المتجهة

Scalars & Vectors

2-1 المقدمة ***Introduction***:

تعتبر المعرفة الصحيحة بكل من الكميات القياسية *scalars* والكميات المتجهة *vectors*، أمراً أساسياً في علم الفيزياء، وأهميتها تتجسد في التعرف على طبيعتها وسلوكها وتغيرها بالنسبة لبعضها البعض، وعلى وجه الخصوص تغيّرها بالنسبة للزمن، كما أن تحديد بدايتها ونهايتها ومعرفة موقعها في المستوى الديكارتي *(x-y plane)* ومقاديرها على المحور *(x)* والمحور *(y)* وحساب ذلك بدلالة زاوية المتجه، بدءاً من نقطة الأصل عند المحور السيني الموجب *(x)* وباتجاه معاكس لحركة عقارب الساعة *counter clockwise*، كل ذلك يجعلنا نتعامل مع الكمية المتجهة بيسر وسهولة، وحرصاً على تبسيط الأمر سنتناول كلاً من هذين النوعين من الكميات على انفراد.

بعد أن يكمل الطالب دراسة هذه الوحدة، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت فيها، ويقوم بنفسه بحل أسئلة الاختبار الذاتي الموجودة في نهايتها، ويقارن حلوله مع الحلول النموذجية المرفقة، بعد ذلك كله نتوقع أن يكون الطالب قادراً على:

1- أن يميِّز بين الكميات القياسية، والكميات المتجهة.

2- أن يعدد بعض الأمثلة على كلا النوعين من الكميات القياسية والمتجهة من خلال دراسته المنهجية.

3- أن يختار الطريقة الرياضية الصحيحة للتعامل مع كلٍ من الكميات القياسية والمتجهة.

4- أن يتعلم كيفية تحليل الكميات المتجهة في المستوى الديكارتي وفي الفراغ ويحدد مقدار واتجاه المحصلة.

5- أن يميِّز متجه الوحدة، أهميته واستعمالاته التطبيقية، ولاسيما في عمليتي الضرب القياسي والضرب الاتجاهي.

2-2 الكميات القياسية *Scalars*:

تعريف الكمية القياسية *scalar*: هي تلك الكمية التي يمكننا أن نعيِّنها تعييناً كاملاً بمعرفة:

1- مقدارها *magnitude* .

2- وحدة قياسها *measurment unit*.

ويُمثَّل ذلك عادة بعدد متبوع بوحدة قياس مناسبة *unit*، فمثلاً عندما نقول: إن كتلة جسم ما تساوي *(5)* دون أن نذكر وحدة قياس الكتلة المستخدمة، فإن ذلك يجعلنا نتساءل هل وحدة القياس هي الكيلوغرام أم الباوند أم الغرام أم ماذا؟ ولكنّنا عندما نقول: إنَّ الكتلة تساوي *(5 kg)*، نكون قد أوضحنا المسألة إيضاحاً تاماً، وفي واقعنا هناك أمثلة كثيرة جداً على الكميات القياسية، مثل الزمن والمساحة والحجم والكثافة والطاقة والشحنة ودرجة الحرارة، وما إلى هنالك من الكميات التي تُحدَّد بمجرد قياسها تحديداً تاماً. بعد أن عرفنا ذلك، يمكننا أن نتعامل مع الكميات القياسية باستخدام القواعد الرياضية البسيطة في الجبر كالجمع والطرح والقسمة والضرب.

3-2 الكميات المتجهة *Vectors*:

تعريف الكمية المتجهة: هي الكمية الفيزيائية التي يمكننا تعيينها تعييناً كاملاً بمعرفة كلٍ من:

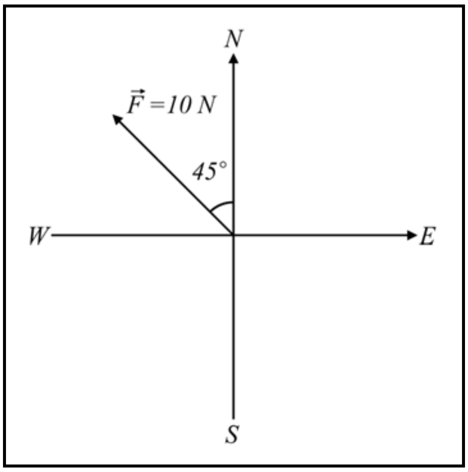
1- مقدارها العددي *magnitude*.

2- اتجاهها *direction*، سواء في المستوى *(xy)* أو في الفراغ *(xyz)*.

3- نقطة تأثيرها *action point*.

4- محور عملها *action axis*.

ومن الأمثلة المألوفة على الكميات المتجهة، القوة *force*، الإزاحة *displacement*، شدة المجال المغناطيسي *magnetic field*، السرعة *velocity*، التسارع *acceleration*، العزم *momentum*. ومن الممكن تمثيل الكمية المتجهة بسهم *arrow* مرسوم على محور عمله، ونستخدم عادةً المحاور الديكارتية لتحديد كلٍ من المقدار والاتجاه وفق مقياس رسم محدد ومعلوم؛ حيث يكون طول السهم متناسباً مع مقدار الكمية المتجهة واتجاه السهم يعبِّر عن اتجاه تلك الكمية، فعلى سبيل التطبيق، إذا أثرت قوة مقدارها *(10 N)* على جسم باتجاه الشمال الغربي *(N-W direction)*، فإن هذه القوة يمكن تمثيلها بسهم طوله عشر وحدات طول كل منها تساوي *(1 N)* ويكون السهم مرسوماً بالاتجاه الذي يطابق اتجاه تأثير القوة على الجسم، انظر الشكل (1- 2).



الشكل (1- 2) يمثل القوة ($\vec{F}$) مقدارها *(10 N)* و اتجاهها الشمالي الغربي[1]

ومن الجدير بالذكر أنّ الكمية المتجهة يتم تمثيلها برمز، وهو عبارة عن حرف لاتيني أو إنكليزي فوقه سهم مثل ($\vec{A}$)، أما مقدارها فيتم بكتابة الحرف *(A)* دون تحديد الاتجاه، وعلى سبيل التطبيق في الشكل (1- 2) المتجه ($\vec{F}$) يمثل القوة

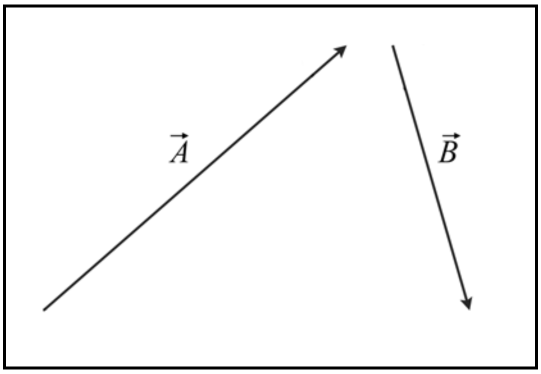
[1] من المتعارف عليه، إذا لم يتم تحديد الزاوية فإن المقصود بالشمال الغربي هو منتصف الربع الثاني، أي أن الزاوية تساوي *(45°)* مع الشمال، وتساوي *(135°)* بدءاً من المحور السيني الموجب.

كـكمية متجهـة، أمـا مقـدارها فهـو $(F = 10\ N)$ والسـؤال الآن هـو: هـل يمكننـا استخدام القوانين الجبرية البسيطة كالجمع والطرح والضرب مع الكميات المتجهة؟. إن الإجابة الأولية هي: لا يمكـن إطلاقاً؛ ذلك أن للكميات المتجهة قوانينها المناسبة الخاصة بها، وسنتناول هذه القوانين بشكل موجز في الفقرات التالية.

4- 2 جمع المتجهات بطريقة الرسم البياني *Adding Vectors: Graphical Method*:

إن هذه الطريقة تعتبر بدائية وغير عملية ولا سيما فيما إذا استخدمنا الطريقة التحليلية لإيجاد محصلة أكثر من متجهين، وسوف نتناول هذه الطريقة في فقرة خاصة قادمة في هذه الوحدة.

ولتوضيح طريقة جمع المتحهات بطريقة الرسم البياني، افرض أن لديك المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$. انظر الشكل (2- 2 أ).



الشكل (2- 2 أ) ويمثل المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$

وأردنا إيجاد محصلة هذين المتجهين مستخدمين طريقة الرسم البياني، نبدأ أولاً بنقل المتجه الأول[1] $(\vec{A})$ نقلاً صحيحاً بجميع مواصفاته الهندسية، ثم نبدأ بعد ذلك بنقل المتجه $(\vec{B})$ حيث تكون بدايته عند نهاية المتجه الأول $(\vec{A})$، ثم نصل بين بداية المتجه $(\vec{A})$ ونهاية ا لمتجه $(\vec{B})$ مراعين دقة الرسم الهندسي، إنّ المتجه الجديد

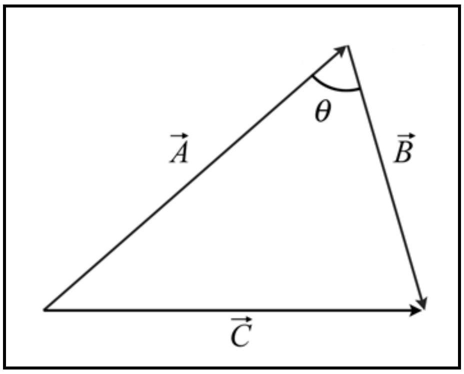
---

[1] نلاحظ أننا بدأنا بالمتجه (A) لأن المتجه المطلوب هو $(\vec{C} = \vec{A} + \vec{B})$، علماً بأنَّ $(\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A})$.

$(\vec{C})$ والذي بدايته عند بداية المتجه $(\vec{A})$ ونهايته عند نهاية المتجه $(\vec{B})$ هو حاصل جمع المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ ، أي أن:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \quad (2\text{-}5)$$

انظر الشكل (2- 2 ب).



الشكل (2- 2 ب) إيجاد محصلة متجهين باستخدام طريقة الرسم البياني

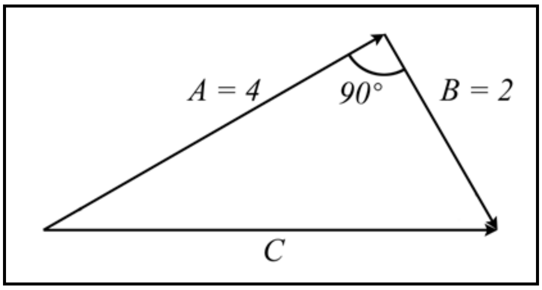
أما القيمة القياسية للمتجه $(\vec{C})$ فتحسب بطريقتين، الأولى هي الطريقة التحليلية، والثانية باستخدام ما يسمى بقانون الجيب تمام *cosine law*، وهذا يتطلب معرفة مقدار كل من المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ وكذلك الزاوية المحصورة بين المتجه الأول $(\vec{A})$ والمتجه الثاني $(\vec{B})$ ، أما الصيغة الرياضية لقانون "الجيب تمام" فهي:

$$\boxed{C^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos(\theta)}$$

وفي هذه الطريقة فاننا نحتاج إلى استخدام المسطرة في حساب أطوال والمنقلة لحساب الزوايا ونعمد أيضا إلى اختيار مقياس رسم مناسب لجميع مقادير القوى التي نريد إيجاد محصلتها. حيث أننا سوف نحصل على متجهين فقط مهما كان عدد المتجهات،ويمكننا معرفة مقدار كل منهما وكذلك معرفة مقدار الزاوية بينهما. ويسميها البعض أحيانا" الطريقة الحسابية"

تطبيق (1- 2) Application

باستخدام قانون الجيب تمام أوجد محصلة المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ المبينين بالشكل (3- 2)، علماً أنّ الزاوية بينهما $(\theta = 90°)$.



الشكل (3- 2)

الحل *Solution*:

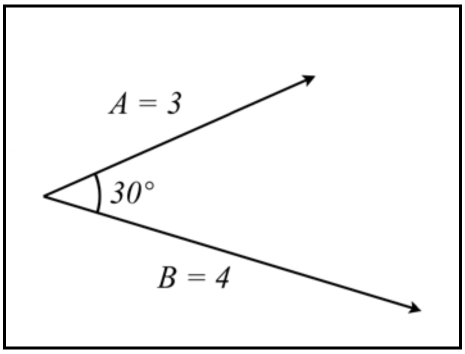
من الواضح أن الزاوية بين المتهجين تساوي $(\theta = 90°)$، إذاً:

$$C^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos(\theta)$$
$$= (4)^2 + (2)^2 + 2(4)(2)\cos(90) = 16 + 4 = 20$$
$$C^2 = 20$$
$$|C| = 4.47$$

ملاحظة: لقد تمّ تحديد متجه المحصلة $(\vec{C})$، حيث تكون بدايته هي بداية المتجه الأول ونهايته عند نهاية المتجه الثاني.

تطبيق (2- 2) Application

باستخدام قانون الجيب تمام *cosine law*، أوجد محصلة المتجهين $(A = 3, B = 4)$ المبيّنين بالشكل (4- 2)، حيث أنّ مقدار الزاوية بينهما $(\theta = 30°)$.



الشكل (4- 2)

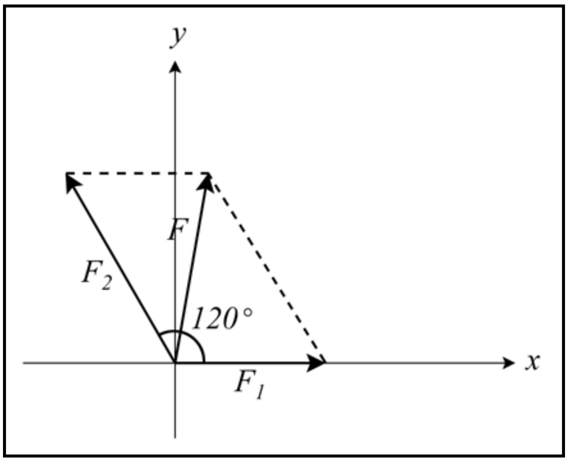
الحل *Solution*:

من المعلوم لدينا أن محصلة متجهين باستخدام قانون الجيب تمام يعبر عنها رياضياً على النحو الآتي:

$$C^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos(\theta)$$
$$C^2 = (3)^2 + (4)^2 + 2(3\times 4)\cos(30)$$
$$C^2 = 9 + 16 + 24(0.8660) = 45.78$$
$$|C| = 6.76$$

تطبيق (3- 2) Application

قوتان، مقدار الأولى $(\vec{F}_1 = 6N)$، ومقدار الثانية $(\vec{F}_2 = 9N)$ تؤثران في نقطة مادية *(P)*، انظر الشكل (5- 2)، باستخدام قانون الجيب تمام أوجد حسابياً محصلة هاتين القوتين إذا كانت الزاوية بينهما $(\theta = 120°)$.



الشكل (5- 2)

الحل *Solution*:

هذا التطبيق مشابه في فكرته للتطبيق السابق (2- 2)، وباستخدام المعادلة الرياضية لقانون الجيب تمام نجد أن:

$$|F| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\ Cos(\theta)}$$
$$= \sqrt{(6)^2 + (9)^2 + 2(6)(9)\ Cos(120)}$$
$$= 7.9\ N$$

وهذا تطبيق مباشرٌ يوضح كيف يمكننا إيجاد محصلة قوتين، وذلك إذا عرفنا مقدار كل منهما ومقدار الزاوية المحصورة بينهما، وهذا القانون لا يستخدم إلا مع الكميات المتجهة، وسنناقش في الفقرات القادمة كيف يمكننا تحديد اتجاه هذه القوة المحصلة (F) استكمالاً لتعريفها؛ حيث اكتفينا بإيجاد مقدارها حسابياً، وبتعيين موقعها وذلك بعد إكمال الشكل إلى متوازي أضلاع، قطره يمثل القوة المحصلة (F).

1- 4- 2 خصائص جمع المتجهات Vectors Addition Properties:

سنبين فيما يلي الخصائص الرياضية لعملية جمع المتجهات:

1- الخاصية التبادلية **commutative law**: اذا كان لدينا المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ فان:

$$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$$
(2-6)

2- الخاصية الترافقية **assosiation law**: في حالة الجمع الاتجاهي لثلاث كميات ($\vec{A}$ و $\vec{B}$ و $\vec{C}$) فان:،

$$(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$$
(2-7)

ومن الجدير بالذكر هنا أن المتجه $(\vec{A})$ لا يساوي المتجه $(-\vec{A})$ أي أن:

$$\vec{A}+(-\vec{A})=0$$
(2-8)

2- 4- 2 طرح المتجهات Vectors Subtraction:

هي العملية الثانية بعد الجمع، وذلك لتحديد حاصل طرح الكميات المتجهة، وهي تستند أصلاً في معناها إلى ما سبق ذكره حول الجمع الاتجاهي مع مراعاة أن المتجه $(\vec{B})$ لا يساوي المتجه $(-\vec{B})$.

$$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})$$
(2-9)

أي أن عملية الطرح الاتجاهي تمت بإضافة المتجه $(-\vec{B})$ إلى المتجه $(\vec{A})$.

أما عملية الضرب الاتجاهي فسوف نناقشها بعد أن نتعرف على متجهات الوحدة في الفقرات القادمة من هذه الوحدة.

5- 2 المتجهات ومركباتها(طريقة التحليل) *Vectors and their Components* :

إن عملية تمثيل وتحديد الكمية المتجهة *vector* بطريقة الرسم التي قدمناها في الفقرة (4- 2) من هذه الوحدة، تعتبر عمليةً مملةً وشاقةً لما تتطلبه من دقة في الرسم الحرفي للكميات المتجهة، وكذلك إتمام العمليات الأخرى كالجمع والطرح. ولهذا تعد طريقة تمثيل وتحليل الكميات المتجهة باستخدام المحاور المتعامدة *(x, y)* أو ما يسمى بالمحاور الديكارتية *cartesian axes* ومعرفة اتجاه الكمية المتجهة وبعد ذلك سهولة تحويلها إلى مجرد مركبات سينية *x-components* وأخرى صادية *y-components*، من أفضل الطرق المعتمدة لهذا الغرض، مع ضرورة مراعاة ما يلي:

1- خصائص المحاور المتعامدة عند نقطة التقاطع ذات الإحداثيات *(0.0)* والاتجاهين السالب والموجب للمحاور.

2- استخدام النظرية المعروفة والشهيرة في المثلثات المتعامدة - نظرية فيثاغورس- لإتمام العمليات الحسابية.

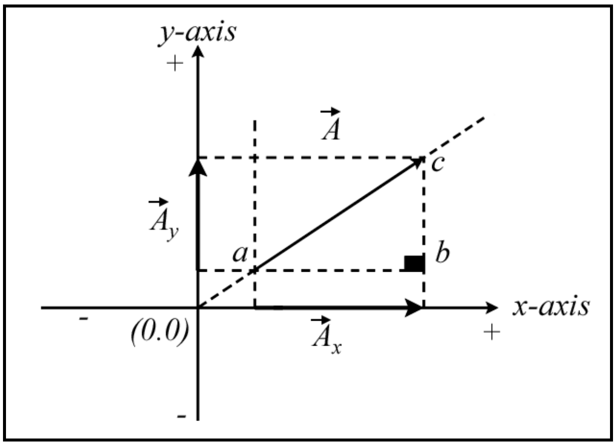
3- الاستفادة المباشرة من النسب المثلثية الثلاثة الجيب *(sin)* والجيب تمام *(cos)* والظل *(tan)* لمعرفة ما يتعلق بتحديد الكمية المتجهة، مقادير مركباتها وتحديد اتجاهها.

ولبيان ذلك انظر الشكل (10- 2)، وتأمل موقع المتجه $(\vec{A})$، وكذلك المركبتين السينية (A_x) والصادية (A_y) والزاوية (θ) التي تحدد اتجاه الكمية المتجهة $(\vec{A})$.

والآن تأمل الشكل (6- 2) ولاحظ الآتي:

1- (A_x) و (A_y) هما عبارة عن المركبتين العموديتين للمتجه $(\vec{A})$.

2- من الممكن عملياً نقل المتجه أو مركباته السينية والصادية[1] مادمنا نحافظ على مقداره واتجاهه، كما يمكننا التعامل مع الحالة الجديدة كما كنا نتعامل مع الحالة قبل النقل. ثم لاحظ المثلث القائم *(a b c)*، ضلعاه القائمان هما عبارة عن المتجهين (A_x) و (A_y)، والمتجه $(\vec{A})$ يعمل على الخط المار من نقطة الأصل *(0,0)*؛ حيث يعتبر هذا الخط محور عمله.



الشكل (**6**- 2) يمثل الكمية المتجهة ($\vec{A}$) على المحاور المتعامدة *(x, y)* ويوضح اتجاهها ومركباتها

3- بعد ذلك يمكننا استخدام خصائص المثلث القائم لكي نعبّر عن كلٍ من المركبتين (A_x) و (A_y) من خلال النسب المثلثية للزاوية (θ) التي تحدد اتجاه المتجه $(\vec{A})$.

$$\cos(\theta) = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{A_x}{A}$$

$$\boxed{A_x = A\cos(\theta)} \quad (2\text{-}10)$$

[1] المقصود بنقل المتجه، تحريكه على خط تأثيره، وخط تأثير المتجه هو خط وهمي منطبق على المتجه نفسه.

مرة أخرى:

$$sin(\theta) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{A_y}{A}$$

$$\boxed{A_y = A sin(\theta)} \quad (2\text{-}11)$$

وبما أن المحورين (x, y) متعامدان، سنناقش الآن بعض الحالات الخاصة للزاوية (θ).

1- عندما تكون الزاوية $(\theta = 90°)$، هذا يؤدي إلى:

$$A_x = A cos(90) = 0$$

أي أن المركبة السينية للمتجه تساوي الصفر، بينما:

$$A_y = A sin(90) = A$$

أي أن المركبة الصادية للمتجه تساوي المتجه نفسه، وهي أعلى قيمة للمركبة الصادية (A_y).

2- عندما تكون الزاوية $(\theta = 0°)$، وهذا يؤدي إلى:

$$A_x = A cos(0) = A$$

أي أن المركبة السينية تساوي المتجه نفسه، وهي أعلى قيمة للمركبة السينية (A_x) بينما:

$$A_y = A sin(0) = 0$$

أي أن المركبة الصادية تساوي الصفر.

ولكن على وجه العموم، قد تكون المركبتان السينية والصادية أو إحداهما موجبة أو سالبة، وذلك حسب اتجاه الكمية المتجهة الأساسية الذي لابد أن نحدده بدءاً من الزاوية $(\theta = 0)$ عند المحور السيني الموجب، ثم نكمل الحركة بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، وذلك بقدر زاوية المتجه.

3- بقسمة المعادلتين $(2\text{-}12)$ و$(2\text{-}11)$ على بعضهما نحصل على:

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{A\sin(\theta)}{A\cos(\theta)}$$

$$\boxed{\tan(\theta) = \frac{A_y}{A_x}}$$

(2-12)

وللمعادلة (2-12) أهمية بالغة حيث تُستخدم لتحديد اتجاه المحصلة، كما يمكننا أن نستبدل فيها كلاً من (A_y) و (A_x), بمجموع المركبات الصادية والسينية لعدد من الكميات المتجهة $(\vec{A}_1,\vec{A}_2,\vec{A}_3,...)$، وذلك كما يلي:

نستبدل (A_y) بالمجموع $\left(\sum A_y\right)$ حيث:

$$\sum A_y = A_{y1} + A_{y2} + A_{y3} + ...$$

وكذلك نستبدل (A_x) بالمجموع $\left(\sum A_x\right)$ حيث:

$$\sum A_x = A_{x1} + A_{x2} + A_{x3} + ...$$

وذلك عندما نقوم بتحليل عدد من الكميات المتجهة $(\vec{A}_1,\vec{A}_2,...)$.

وأخيراً، فإن اتجاه المحصلة يمكن تحديده بمعرفة مقدار الزاوية (θ)، وذلك باستخدام المعادلة

(2-12) على النحو الآتي:

$$\tan(\theta) = \frac{\sum A_y}{\sum A_x}$$

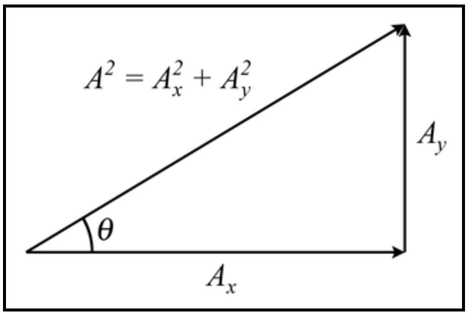
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sum A_y}{\sum A_x}\right)$$

(2-13)

ومن خلال تحديد القيمة القياسية للطرف الأيمن للمعادلتين (2-12) و(2-13) بحسب الحالة المطلوبة يمكننا تحديد الاتجاه، سواءً كان ذلك لمتجهٍ واحدٍ أو لمحصلة مجموعة من المتجهات، فعلى سبيل التطبيق عندما يكون الطرف الأيمن للمعادلة (2-13) $(\Sigma A_y / \Sigma A_x)$ مساوياً إلى الواحد، فإننا بعد التعويض نحصل على ما يلي:

$$tan(\theta)=1$$
$$\theta=tan^{-1}(1)$$
$$=45$$

وبالرجوع مرة أخرى إلى الشكل (7- 2) نجد أن أضلاع المثلث القائم *(a b c)* تمثل الآتي:



الشكل (7- 2) وفيه تظهر المركبتان (A_x) و (A_y) ضلعين قائمين للمثلث *(a b c)*

(A_x) و (A_y) المركبتان السينية والصادية وهما عبارة عن الضلعين القائمين في المثلث *(a b c)*، بينما المتجه $(\vec{A})$ هو عبارة عن وتر المثلث، وباستخدام نظرية فيثاغورس نجد أنّ:

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2$$

$$\boxed{A=\sqrt{A_x^2+A_y^2}}$$
(2-14)

وبشكل عام، ومثلما استخدمنا العلاقة *(2-12)* وتوصلنا إلى العلاقة *(2-13)*، فإننا نستخدم العلاقة *(2-14)* لنتوصل إلى العلاقة *(2-15)*.

$$A=\sqrt{\left(\sum A_x\right)^2+\left(\sum A_y\right)^2}$$
(2-15)

كما يمكننا الاستفادة من هذه المعادلة لمعرفة مقدار المتجه $(\vec{A})$ في حال معرفة كلٍ من المركبتين (A_x) و (A_y) لمتجه واحد، أو المركبات (ΣA_y) و (ΣA_x) لمجموعة من المتجهات.

تطبيق (4- 2) Application

غادرت أرض المطار طائرة صغيرة، وبعد فترة من الزمن أعطت إشارة إلى برج المراقبة أنها على بعد(وباتجاه يصنع زاوية (22°) من الشرق إلى الشمال، فكم تبعد الطائرة عن برج مراقبة المطار في الاتجاهين شرقاً وشمالاً؟ انظر الشكل (8- 2). (215 km

الحل Solution:

المتجه ($\vec{A}$) يمثل بعد الطائرة عن نقطة الأصل (0.0)، كما أن اتجاه الطائرة يصنع زاوية مقدارها (90°-22°) مع المحور السيني الموجب، أي أن:

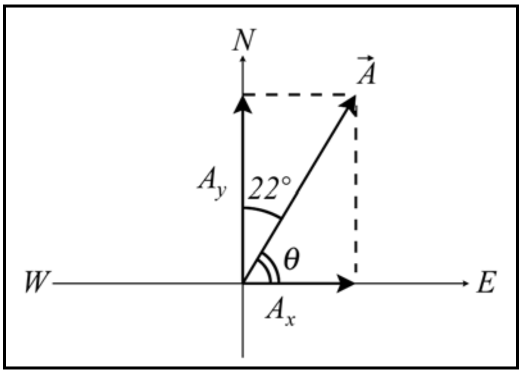
$$A = 215\,km$$

بعد الطائرة شرقاً هو عبارة عن مسقط المتجه ($\vec{A}$) على المحور السيني.

$$A_x = A\cos(\theta)$$
$$= 215\cos(68) = 80.5\,km$$

بعد الطائرة غرباً هو عبارة عن مسقط المتجه ($\vec{A}$) على المحور الصادي.

$$A_y = A\sin(\theta)$$
$$= 215\sin(68) = 199.34\,km$$



الشكل (8- 2)، التطبيق (4- 2)

وسوف نتأكد من صحة الحل بطريقة معاكسة، مستفيدين من العلاقات (2-13) و(2-14):

$$|A| = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$
$$= \sqrt{(80.5)^2 + (199.34)^2}$$
$$= 215\,km$$
$$tan(\theta) = \frac{A_y}{A_x}$$
$$= \frac{199.34}{80.5} = 2.476$$
$$\theta = tan^{-1}(2.476) = 68^{\circ}$$

6- 2 متجهات الوحدة *Unit Vectors*:

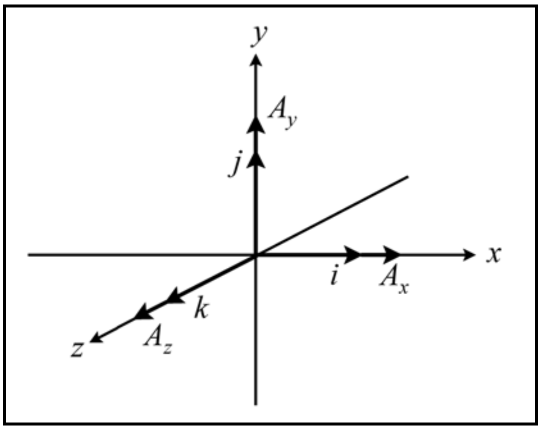
إنَّ تمثيل الكمية المتجهة، سواء في المستوي أو في الفراغ، يمكن أن يتمَّ باستخدام نظام المحاور الثلاثية المتعامدة (x,y,z) مع متجهات الوحدة الخاصة بها، أي أننا نمثل المتجه بُعدياً. والمقصود بالتمثيل تعيين المتجه مقداراً واتجاهاً، وهذا ما يدعو إلى اعتماد متجهات الوحدة على المحاور الثلاثية المتعامدة للتعبير عن الكمية المتجهة. إنَّ مقدار كل واحدٍ منها يساوي الواحد تماماً، وهذا هو سبب تسميتها بمتجهات الوحدة *unit vectors* بينما تكون الزاوية قائمة بين كلٍ منها. وبهدف تمييزها من محور لآخر فقد تمَّ الاتفاق على اعتماد الأحرف الإنكليزية الثلاثة المتعاقبة $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ على المحاور المتعامدة (x,y,z) على التتالي للتعبير عن هذه المتجهات.

إن اعتماد متجهات الوحدة $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$، مفيدٌ للغاية ولاسيِّما للتعبير عن مركبات الكميات المتجهة المتعددة. مثلما هو مقيد للتعبير عن الكمية المتجهة الواحدة، حيث $(\hat{i})$ و$(\hat{j})$ هما متجها الوحدة على المحورين (x,y)، بينما (A_x) و(A_y) هما المركبتان العدديتان للمتجه (A).

إن نظام المحاور الثلاثية المتعامدة باستخدام متجهات الوحدة، يمكن تمثيله على النحو المبيّن في الشكل (9- 2).

وباستخدام هذه الطريقة يمكن التعبير عن أي كمية متجهة سواء على المحاور الديكارتية أو على المحاور الثلاثية المتعامدة على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + \hat{A}_z\hat{k}$$
(2-16)



الشكل (9- 2) يبين المحاور المتعامدة باستخدام متجهات الوحدة
$(\hat{i},\hat{j},\hat{k})$ ويلاحظ أن متجهات الوحدة متعامدة مع بعضها البعض أيضاً

فعلى سبيل التطبيق لو أردنا أن نعبِّر عن الشكل (7- 2) السابق الذكر باستخدام متجهات الوحدة فإن المركبتين المتجهتين $(\vec{A}_x)$ و $(\vec{A}_y)$ يمكن إعادة كتابتهما على النحو الآتي:

$$A = A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$$
(2-17)

أما على المحاور الثلاثية المتعامدة، فتأمل التطبيق التالي (5- 2).

تطبيق (5- 2) Application

<u>للاطلاع فقط</u>

تأمل المتجه $(\vec{A})$ بمركباته الثلاثة في العلاقة الرياضية الآتية:

$$\vec{A} = 4\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}$$

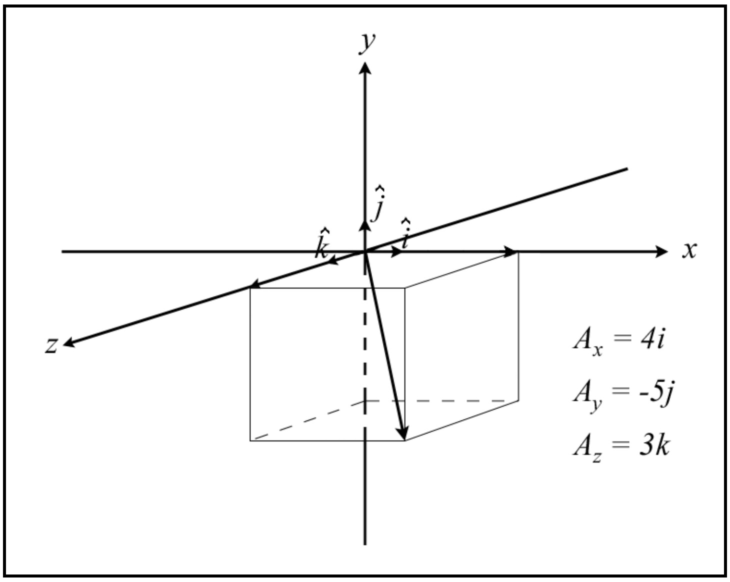
نلاحظ أن المركبات الاتجاهية الثلاثة هي:

$$+4\hat{i}, -5\hat{j}, 3\hat{k}$$

كما نلاحظ أن مركباتها القياسية:

$+4,-5,+3$

ومن الممكن عملياً تمثيل ذلك على المحاور المتعامدة (x, y, z)، انظر الشكل (2 -10):



الشكل (10- 2) يبين كيف يمكن تمثيل المتجه $(\vec{A})$ في الفراغ باستخدام المحاور الثلاثية المتعامدة مع متجهات الوحدة

2 -7 جمع الكميات المتجهة بطريقة جمع مركباتها *Adding Vectors by Adding their Components*:

يمكننا أن نستعرض هذه المسألة الهامة، وذلك باستخدام ثلاث متجهات $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ و$(\vec{C})$ معبِّرين عنها بالعلاقات الرياضية الآتية:

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} \quad (2\text{-}18)$$

$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k} \quad (2\text{-}19)$$

$$\vec{C} = C_x\hat{i} + C_y\hat{j} + C_z\hat{k} \quad (2\text{-}20)$$

إنّ المعادلات الرياضية التي نستخدمها لإيجاد محصلة المتجهات الثلاثة هي:

$$R_x = A_x + B_x + C_x$$
(2-21)

$$R_y = A_y + B_y + C_y$$
(2-22)

□

$$R_z = A_z + B_z + C_z$$
(2-23)

$$\boxed{\vec{R} = R_x\hat{i} + R_y\hat{j} + R_z\hat{k}}$$
(2-24)

ومعنى ذلك أنَّ محصلة المركبات(x,y,z) كلٌ على انفراد، وهي:(R_x, R_y, R_z)، تمثل مُركبات متجه المحصلة $(\vec{R})$ القياسية بدلالة متجهات الوحدة $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$.

تطبيق (6- 2) Application

أوجد متجه المحصلة $(\vec{R})$ الذي يمثل حاصل جمع المتجهات الثلاثة الآتية:

$$\vec{A} = 4\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$$
$$\vec{B} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$$
$$\vec{C} = \hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

الحل *Solution*:

$$R_x = 4 + 3 + 1 = 8$$
$$R_y = 6 + 3 - 4 = 5$$
$$R_z = 2 - 2 + 2 = 2$$

وهكذا نجد أنَّ:

$$\vec{R} = 8\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}$$

8- 2 ضرب الكميات المتجهة *Vectors Product*:

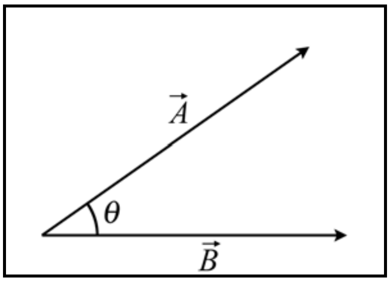
بدايةً، لا بد من التأكيد على أن هناك نوعين اثنين من أنواع ضرب الكميات المتجهة وهما: الضرب القياسي، والضرب الاتجاهي. وسنفرد فقرةً خاصةً لكلٍ منهما.

1- 8- 2 الضرب القياسي (.) *Dot Product*:

لقد سُميت العملية بهذا الاسم لأن ناتج الضرب عبارة عن كمية عددية *scalar*، ومعنى ذلك أن حاصل ضرب كميتين اتجاهيتين ضرباً قياسياً (.) ينتج عنهما كميةً عددية، ويُعبَّر عن الضرب القياسي بالمعادلة الآتية:

$$\boxed{\vec{A}.\vec{B} = |A||B|cos(\theta)}$$
(2-25)

حيث إن $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ يمثلان الكميتين الاتجاهيتين، و(θ) هي الزاوية المحصورة بينهما[1]، وتُقرأ $(\vec{A}\,dot\,\vec{B})$، انظر الشكل (11- 2).



الشكل (11- 2) الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$

ملاحظة: في حالة الجمع، إذا كانت الزاوية أكثر من $(90°)$ بين المتجهين فإننا نأخذ الزاوية الخارجية بينهما، وقياس الزاوية يبدأ من المحور السيني الموجب،

---

[1] يطلق على الزاوية (θ) في بعض المصادر "الزاوية الصغرى" لتمييزها عن الزاوية الأخرى بين المتجهين وهي $(360° - \theta)$.

كما يمكننا التأكد مرة أخرى، وذلك لأن جيب تمام الزاوية الداخلية يكون مقداراً سالباً.

مثلما يعتبر أيضاً من التطبيقات المباشرة على الضرب القياسي حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة، ولا بد في هذا المقام من التأكيد على ما يلي:

-1

$$\hat{i}.\hat{i} = |1||1|cos(\theta) = |1||1|cos(0) = 1$$

-2

$$\hat{i}.\hat{j} = |1||1|cos(90) = 0$$

-3

$$\hat{i}.\hat{k} = |1||1|cos(90) = 0$$

ومعنى ذلك أن القيمة القياسية لمتجهات الوحدة هي:

$$|i| = |j| = |k| = 1$$

كما أن الزاوية بين أي متجهين منها هي زاوية قائمة، والزاوية بين المتجه ونفسه تساوي الصفر.

-4 كما نؤكد على ضرورة ملاحظة الحالة العامة للتعبير عن الضرب الاتجاهي التي استخدمناها في حل التطبيق وهي:

$$\boxed{\vec{A}.\vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k})(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})}$$

حيث إن:

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

وهذا ما استخدمناه لحساب الطرف الأيمن في التطبيق (7- 2)، مع مراعاة الخاصة التوزيعية في الضرب *distribution law*.

تطبيق (7- 2) Application

أوجد مقدار الزاوية (θ) بين المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ المعرفين على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$$
$$\vec{B} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$$

الحل ***Solution***:

$$\vec{A}.\vec{B} = |A||B|cos(\theta)$$
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = 5$$
$$B = \sqrt{B_x^2 + B_z^2} = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2} = 3.6$$

من ناحية أخرى:

$$\begin{aligned}\vec{A}.\vec{B} &= (A_x\hat{i} + A_y\hat{j})(B_x\hat{i} + B_z k) \\ &= (3\hat{i} - 4\hat{j})(-2\hat{i} + 3\hat{k}) \\ &= (3\hat{i}).(-2\hat{i}) + (3\hat{i}).(3\hat{k}) + (-4\hat{j}).(-2\hat{i}) + (-4\hat{j}).(3\hat{k}) \\ &= (-6)(1) + (9)(0) + 8(0) - (12)(0) = -6\end{aligned}$$

وهكذا بالتعويض نجد أنّ:

$$cos(\theta) = \frac{-6}{18} = -0.333$$
$$\theta = cos^{-1}(-0.333) = 110°$$

أي أنَّ الزاوية بين المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ هي $(\theta = 110°)$.

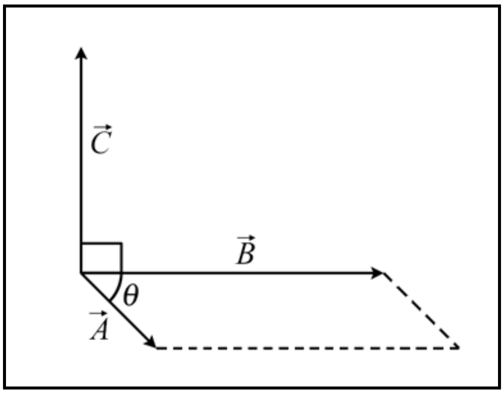
2-8-2 الضرب الاتجاهي (X) Cross Product

لقد سُميت العملية بهذا الاسم لأن ناتج الضرب عبارة عن كمية اتجاهية *vector*، ومعنى ذلك، أن حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين هو متجه ثالث، اتجاهه يكون عمودياً على المستوى الذي يحوي المتجهين المضروبين ببعضهما، أما مقدار المتجه الجديد فيعبَّر عنه بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\boxed{\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} = |A||B|sin(\theta)}$$

(2-26)

حيث (C) تمثل مقدار الكمية المتجهة الجديدة، و(θ) تمثل الزاوية الصغرى المحصورة بين المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$، انظر الشكل (12- 2)، وتقرأ $(\vec{A} cross \vec{B})$.



الشكل (12- 2) ويمثل الضرب الاتجاهي لكميتين اتجاهيتين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$

أما اتجاه المتجه $(\vec{C})$ فيمكن معرفته باستخدام قاعدة اليد اليمنى، انظر الشكل (12- 2)، مع ضرورة أن يبقى منفرداً لتحديد اتجاه حاصل الضرب الاتجاهي، وعملية الترتيب هنا هامة للغاية، بمعنى أن المتجه الأول (A) تمثله أصابع اليد اليمنى والثاني (B) تمثله راحة اليد اليمنى، ويمثل الإبهام اتجاه المتجه الجديد (C)، وهذا ما يؤكد ضرورة الانتباه إلى الآتي:

غير تبادلية

$$\vec{B}\times\vec{A} = -\vec{A}\times\vec{B} \tag{2-27}$$

كما أن التعبير الرياضي عن عملية الضرب الاتجاهي باستخدام متجه الوحدة يكون على الشكل الآتي:

$$\boxed{\vec{A}\times\vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k})\times(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})} \tag{2-28}$$

ويمكننا إيجاد $(\vec{A}\times\vec{B})$ باعتماد خاصية التوزيع *distribution law*، ومن الضروري جداً أن نؤكد هنا على أن الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة في النظام

الثلاثي المتعامد (x,y,z) هو أوضح وأقرب تطبيق على التطبيق المباشر لهذا النوع من الضرب، فعلى سبيل التطبيق: لو أردنا أن نجد حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\hat{i})$ و $(\hat{j})$ فهذا يقتضي:

$$\hat{i} \times \hat{j} = |i||j| sin(\theta)$$

ولكن:

$$|i| = |j| = 1$$

كما أن الزاوية بينهما تساوي $(\theta = 90°)$، إذاً المتجه الثالث $(\hat{k})$ هو المتجه العمودي على المستوى الذي يحتوي المتجهين $(\hat{i})$ و $(\hat{j})$ وهكذا نجد أن:

$$\hat{i} \times \hat{j} = |1||1| sin(90) = 1(\hat{k}) = \hat{k}$$

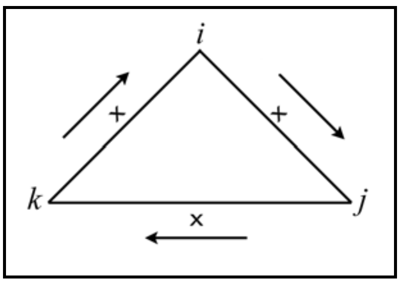
من الواضح أنَّ مقدار المتجه الجديد يساوي الواحد، أما اتجاهه فهو اتجاه $(\hat{k})$ أي منطبق على المحور (z). ويمكننا أن نستنتج بيسرٍ وسهولة كلاً مما يلي:

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} \tag{2-29}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \tag{2-30}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j} \tag{2-31}$$

ومن الممكن تبسيط ذلك كلّه باستخدام المثلث البسيط المبيّن في الشكل (2 -13).



الشكل (13- 2) ويبين الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة (i) و(j) و(k)

تطبيق (8- 2) Application

لديك المتجهان المعرفان على النحو التالي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$$
$$\vec{B} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$$

أوجد المتجه الجديد: $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$

الحل *Solution*:

$$\begin{aligned}
\vec{C} &= \vec{A} \times \vec{B} = (3\hat{i} - 4\hat{j}) \times (-2\hat{i} + 3\hat{k}) \\
&= -(3\hat{i} \times 2\hat{i}) + (3\hat{i} \times 3\hat{k}) + (4\hat{j} \times 2\hat{i}) - (4\hat{j} \times 3\hat{k}) \\
&= 0 + 9(-\hat{j}) + 8(-\hat{k}) - 12(\hat{i}) \\
\vec{C} &= -12\hat{i} - 9\hat{j} - 8\hat{k}
\end{aligned}$$

الملاحظات الهامة في هذا التطبيق، والتي نلفت انتباه أبنائنا الطلبة إليها، هي الآتي:

$$\boxed{\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0}$$
(2-32)

ذلك أن: $\hat{i} \times \hat{i} = |1||1| \sin(0) = 0$

وكذلك بالنسبة لكل من $(\hat{j} \times \hat{j})$ و $(\hat{k} \times \hat{k})$.

الخلاصة
Summary

- الكمية القياسية: هي الكمية التي يمكن تعيينها تعييناً كاملاً بمعرفة مقدارها ووحدة قياسها، ويمكننا أن نستخدم مع مجموعة من الكميات القياسية المتجانسة؛ القوانين الجبرية الاعتيادية.
- الكمية المتجهة: هي الكمية التي يمكن تعيينها تعييناً كاملاً بمعرفة مقدارها ووحدة قياسها واتجاهها ونقطة تأثيرها ومحور عملها. ويتحتم علينا أن نستخدم مع مجموعة من الكميات المتجهة المتجانسة القوانين الخاصة بها.
- محصلة عدد من الكميات المتجهة: يمكننا إيجاد محصلة عدد من الكميات المتجهة المتجانسة بمعرفة مركباتها السينية ومركباتها الصادية على المحاور الديكارتية على النحو الآتي:

$$\sum A_x = A_{1x} + A_{2x} + \ldots$$
$$\sum A_y = A_{1y} + A_{2y} + \ldots$$
$$tan(\theta) = \frac{\sum A_y}{\sum A_x}$$

متجهات الوحدة: يمكننا أن نعبّر عن عدد من الكميات المتجهة المتجانسة في المستوي أو في الفراغ باستخدام متجهات الوحدة (i, j, k) على النحو الآتي:

$$\vec{A} = A_x i + A_y j + A_z k$$
$$\vec{B} = B_x i + B_y j + B_z k$$
$$\vec{C} = C_x i + C_y j + C_z k$$

حيث تساوي القيمة المطلقة لكل منها الواحد، كما أنَّ الزاوية بين كل منها والآخر تساوي تسعين درجة، كما أن محصلة هذه الكميات المتجهة تكون على النحو الآتي:

$$\vec{R} = R_x i + R_y j + R_z k$$

- قانون الجيب تمام: ويستخدم لإيجاد حاصل جمع متجهين (B, A)، ويُعبّر عنه رياضياً على الشكل الآتي:

$$\vec{C} = A^2 + B^2 + 2AB\cos(\theta)$$

حيث (A) هي المقدار العددي للمتجه الأول، (B) المقدار العددي للمتجه الثاني، (θ) الزاوية المحصورة بين المتجهين.

- الضرب القياسي: إنّ ناتج الضرب القياسي لمتجهين (B,A) يُعبّر عنه رياضياً على الشكل الآتي:

$$\vec{A}.\vec{B} = |A||B|\cos(\theta)$$

حيث $|A|$ هي القيمة المطلقة للمتجه الأول، $|B|$ هي القيمة القياسية المطلقة للمتجه الثاني، (θ) هي الزاوية المحصورة بينهما، وناتج الضرب هو كمية عددية.

- الضرب الاتجاهي: إنَّ ناتج الضرب الاتجاهي لمتجهين (B,A) يُعبّر عنه رياضياً على الشكل الآتي:

$$\vec{A}\times\vec{B} = |A||B|\sin(\theta)$$

وناتج الضرب هو عبارة عن كمية اتجاهية ثالثة $(\vec{C})$ عمودية على المستوي الذي يحوي المتجهين (B,A) يمكن تحديد مقداره باستخدام هذه العلاقة الرياضية، كما يمكن تحديد اتجاهه باستخدام قاعدة اليد اليمنى.

الامتحانات الذاتية
Self Test Exams

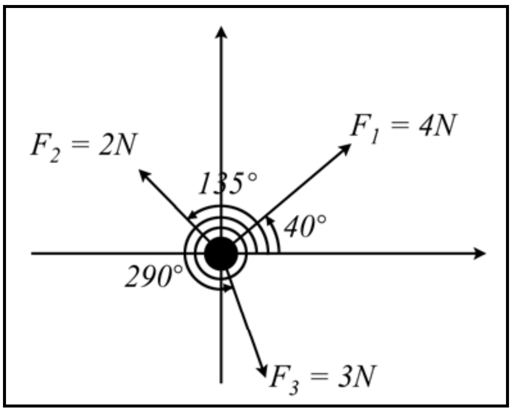
ولغرض التدريب العملي على اختبار الطالب لنفسه، والتأكد من جدارته في المقدرة الفعلية على فهم واستيعاب الكميات القياسية والكميات المتجهة، تم تخصيص أربعة امتحانات ذاتية.

الامتحان الذاتي الأول:

أثرت ثلاث قوى $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3)$ على جسم كتلته (m)، انظر الشكل (14- 2).

1- أوجد حسابياً مقدار القوة المؤثرة على الجسم.

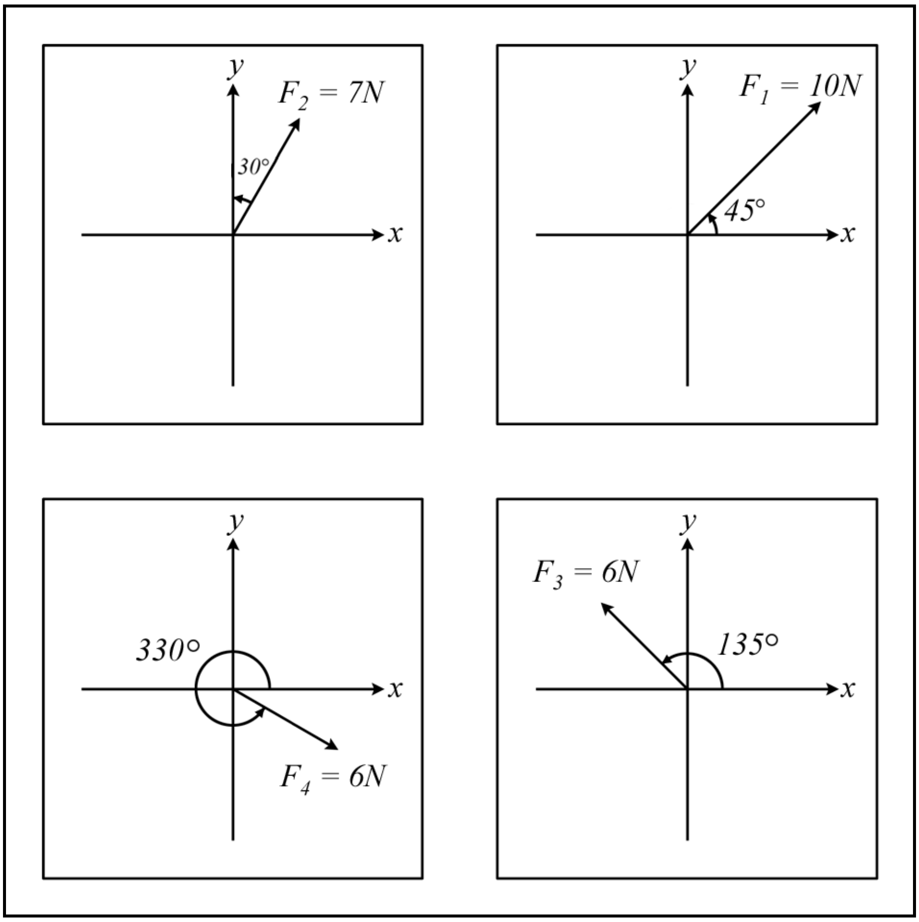
2- حدد اتجاه هذه القوة.



الشكل (14- 2) الامتحان الذاتي الأول

الامتحان الذاتي الثاني:

أوجد حسابياً المركبة السينية *x-component*، والمركبة الصادية *y-component* لكل واحدة من القوى الموضحة في الشكل (22- 2).



الشكل (15- 2) الامتحان الذاتي الثاني

الامتحان الذاتي الثالث:

بعد أن أوجدت حسابياً المركبات السينية والصادية لمجموعة القوى المستوية في الشكل (15- 2)، أوجد حسابياً:

1- محصلة مجموع القوى على المحور السيني $\sum F_x$.

2- محصلة مجموع القوى على المحور الصادي $\sum F_y$.

3- أوجد محصلة مجموع هذه القوى، ثم حدد اتجاهها مستعيناً بطريقة الرسم.

الامتحان الذاتي الرابع:

إذا كان لديك $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ والمعرفين على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$$
$$\vec{B} = -3\hat{i} + 3\hat{j}$$

أوجد حسابياً كلاً مما يلي:

1- المتجه $(3\vec{A})$، والمتجه $(2\vec{B})$.

2- المقدار العددي لكلٍ من المتجه $(\vec{A})$ والمتجه $(\vec{B})$.

3- المتجه $(\vec{A}+\vec{B})$ والمتجه $(\vec{A}-\vec{B})$.

4- مقدار الزاوية (θ) بين المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$.

5- ناتج الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A}.\vec{B})$.

6- ناتج الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\vec{A}\times\vec{B})$.

ملاحظة: نتمنى على أبنائنا الطلبة المحاولة الجادة في حل مسائل الامتحان الذاتي على ورقة خارجية، ثم إجراء المقارنة بين ما توصلوا إليه مع الحل النموذجي المرفق آخر الكتاب في الملحق (د).

مسائل وتمارين الوحدة الثانية

Unit Two Exercises & Problems

2 -1 إذا كان مقدار المتجه $(\vec{A})$ يساوي *(7)* وحدات قياسية، ويصنع زاوية مقدارها *(250°)* باتجاه عقارب الساعة بدءاً من الاتجاه الموجب للمحور السيني ارسم هذا المتجه مستخدماً المحورين (x,y) ثم أوجد مركبتيه السينية والصادية للمتجه $(\vec{A})$.

2 -2 إذا كانت المركبتان السينية والصادية للمتجه $(\vec{A})$ هما:

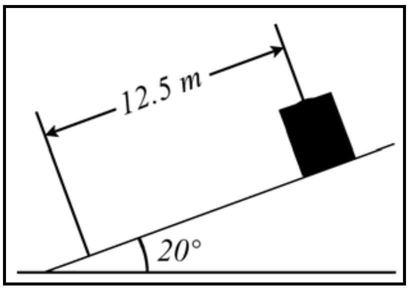
$$x = -25$$
$$y = 40$$

1- أوجد حسابياً المقدار العددي للمتجه $(\vec{A})$.

2- أوجد حسابياً مقدار الزاوية بين المتجه $(\vec{A})$ والمحور السيني الموجب.

2 -3 يبلغ مقدار طول متجه الإزاحة لجسم متحرك $(\vec{R})$ $(15m)$ ويصنع زاوية قدرها $(30°)$ مع المحور السيني الموجب، ارسم هذا المتجه مستخدماً المحورين (x,y)، ثم أوجد حسابياً مركبتيه السينية والصادية.

2 -4 قطعة معدنية ثقيلة على شكل آلة، دفعت على سطح مائل إلى الأعلى مسافة $(12.5m)$ حيث تبلغ زاوية الميل $(20°)$، انظر الشكل (16- 2).



الشكل (16- 2)، المسألة (4- 2)

1- أوجد حسابياً المسافة التي ارتفعتها القطعة المعدنية إلى الأعلى بعد الدفع.

2- أوجد حسابياً المسافة التي تحركتها القطعة أفقياً بعد الدفع.

2 -5 إذا كان لديك متجها الإزاحة $(\vec{C})$ و $(\vec{D})$ ولهما المركبات الآتية مقاسة بالمتر:

$$C_x = 7.4,\ \ C_y = 3.8,\ \ C_z = -6.1$$
$$D_x = 4.4,\ \ D_y = 2.0,\ \ D_z = 0$$

أوجد حسابياً مركبات المتجه $(\vec{R})$ الذي يمثل حاصل جمع المتجهين.

2 -6 لديك المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ المعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$$
$$\vec{B} = -13\hat{i} + 7\hat{j}$$

1- أوجد حسابياً حاصل جمع المتجهين باستخدام متجهات الوحدة $(\hat{i})$ و $(\hat{j})$.

2- أوجد حسابياً مقدار واتجاه المحصلة $(\vec{R})$ التي تمثل $(\vec{A}+\vec{B})$.

2 -7 إذا كان لديك المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ والمعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$$
$$\vec{B} = 5\hat{i} - \hat{j}$$

أوجد حسابياً المركبتان السينية والصادية، ثم احسب مقدار واتجاه كل من:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$
$$\vec{R} = \vec{B} - \vec{A}$$

2 -8 إذا كان لديك المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ والمعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$$
$$\vec{B} = -\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$$

أوجد حسابياً: 1- $(\vec{A}+\vec{B})$.

2- $(\vec{A}-\vec{B})$.

3- عرّف المتجه الجديد $(\vec{C})$ حيث إن:

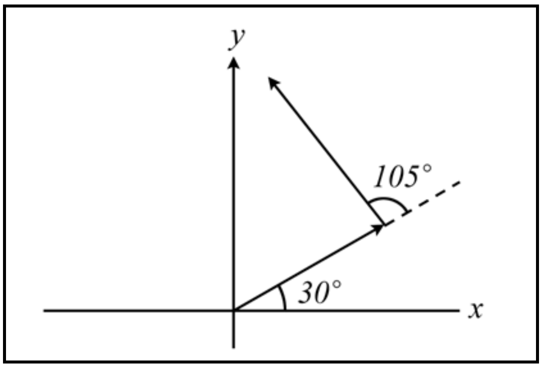
$$\vec{A} - \vec{B} + \vec{C} = 0$$

2 -9 إذا كان لديك المتجهات الثلاثة $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ و $(\vec{C})$ حيث إن:

$$\vec{A}-\vec{B}=2\vec{C}$$
$$\vec{A}+\vec{B}=4\vec{C}$$
$$\vec{C}=3\hat{i}+4\hat{j}$$

عرّف المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$.

10- 2 المتجهان $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ والموضعان في الشكل (17- 2) لهما نفس الكمية (10) وحدات، ولهما الاتجاهان المبينان بالشكل الموضَّح.



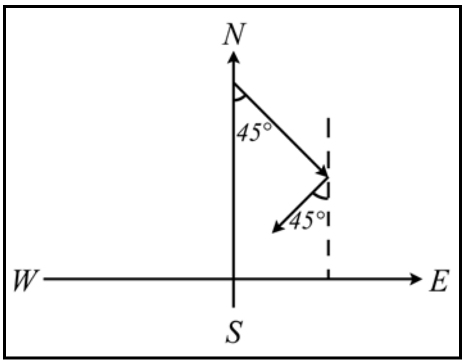
الشكل (17- 2)، المسألة (10- 2)

1- أوجد المتجه $(\vec{R})$ الذي يمثل حاصل جمع المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$.

2- أوجد المركبتين السينية والصادية للمتجه $(\vec{R})$.

3- أوجد مقدار الزاوية بين المتجه $(\vec{R})$ والمحور السيني الموجب.

11- 2 لاعب غولف احتاج إلى ثلاث محاولات لإدخال الكرة في الحفرة المخصصة لها. كانت المحاولة الأولى على مسافة $(12m)$ شمالاً، والمحاولة الثانية $(6m)$ شمال شرق، والمحاولة الثالثة $(3m)$ جنوب غرب، ما هي المسافة المطلوبة لإدخال الكرة في موضعها الصحيح بمحاولة واحدة؟. انظر الشكل (18- 2).



الشكل (18- 2)، المسألة (11- 2)

12- 2 استخدم التعبير الرياضي لكل من الضرب القياسي والضرب الاتجاهي كي تتحقق من صحة النتائج الآتية:

$\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$ -1

$\hat{i}.\hat{j} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{i} = 0$ -2

$\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = \hat{k}\times\hat{k} = 0$ -3

$\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k},\ \ \hat{k}\times\hat{i} = \hat{j},\ \ \hat{j}\times\hat{k} = \hat{i}$ -4

13- 2 إذا كانت القيمة القياسية للمتجه $(\vec{A})$ تساوي (10) وحدات، والقيمة القياسية للمتجه $(\vec{B})$ تساوي (6) وحدات، ومقدار الزاوية بينهما $(60°)$، أوجد:

1- حاصل الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$.

2- مقدار حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$.

14- 2 إذا كان لديك المتجهان $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ والمعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$$
$$\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$$

استخدم كلاً من:

$$\vec{A}.\vec{B} = |A||B|cos(\theta)$$
$$\vec{A}.\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_y B_y$$

وذلك لحساب الزاوية المحصورة بينهما.

15- 2 لديك المتجهان $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ المعرفان على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 5\hat{j}$$
$$\vec{B} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$$

أوجد كلاً من:

$1-\quad \vec{A}\times\vec{B}$

$2-\quad \vec{A}.\vec{B}$

$3-\quad (\vec{A}+\vec{B}).\vec{B}$

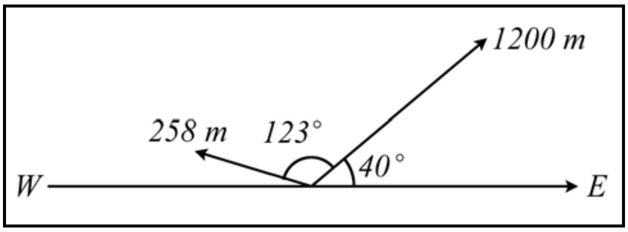
مسائل اختيارية

Optional Problems

2 -1 رصدت محطة رادار طائرة قادمة من جهة الشرق مباشرة خلال موقعين، وذلك على النحو الآتي:

-1 على بعد $(1200\,m)$ وبزاوية مقدارها $(40°)$.

-2 استمر الرادار بالرصد وبعد زاوية قدرها $(123°)$ من نقطة الرصد الأولى سجل بعداً قدره $(258\,m)$، انظر الشكل (19- 2)، أوجد حسابياً المسافة التي قطعتها الطائرة بين نقطتي الرصد.



الشكل (19- 2)

2 -2 لديك المتجهات الثلاثة $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ و$(\vec{C})$ المعرفة على النحو الآتي:

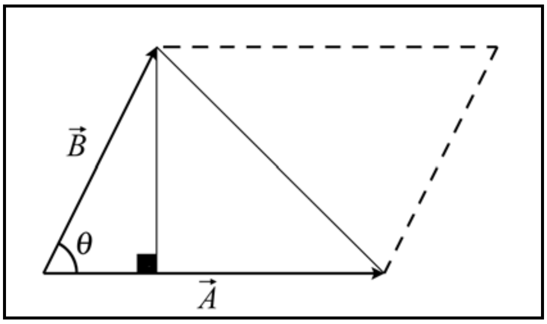
$$\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$$
$$\vec{B} = -\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$$
$$\vec{C} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

أوجد كلاً من:

$$\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C}),\vec{A}.(\vec{B}+\vec{C}),\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C})$$

2 -3 أثبت أن مساحة المثلث الواقع بين المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ في الشكل (20- 2) تساوي:

$$\frac{1}{2}\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$$



الشكل (20- 2)

فيزياء عامة

القوة والحركة

القوة والحركة

3

الوحدة الثالثة

القوة والحركة

Force & Motion

3-1 المقدمة *Introduction*:

تهدف هذه الوحدة إلى تقديم المفهوم المناسب لقوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت، كما تهدف إلى بيان علاقة القوة بالحركة، وذلك من خلال تقديم المفاهيم المناسبة لجميع الكميات الفيزيائية المساهمة فيها كالإزاحة والسرعة والتسارع وربط ذلك بقوانين نيوتن في ا لحركة[1].

إنَّ علم الميكانيك *mechanics* يعتمد أساساً على مفهومي القوة *force* والحركة *motion* وعلاقتهما ببعضهما البعض، وبيان مفهوم القوة يعتمد على توضيح قوانين نيوتن الثلاثة وإدراك معانيها وربطها بقوانين الحركة.

ولا بد من التأكيد في هذا المقام أنَّ قوانين نيوتن الثلاثة تبقى صحيحة وتُطبق على نطاق واسع جداً باستثناء حالتين، نوردها هنا على سبيل التذكير فقط، وهما:

1- الحالة الأولى: إذا كانت الأجسام متناهيةً في الصغر *microscopic*، وهي تلك الأجسام التي يتعذر رؤيتها بالعين المجردة كالذرات مثلاً *atoms*، أو الجزيئات *molecules*، إذ أن ميكانيك هذه الأجسام يتم دراسته باستخدام ما يعرف بـ "ميكانيك الكم *quantum mechanics*".

---

[1] تخصص عادة وحدة مستقلة لدراسة قوانين نيوتن في الحركة، وأخرى خاصة لأنماط الحركة، ولكننا اقتصرنا على نوع من أنماط الحركة، وارتأينا دمجها مع قوانين نيوتن، لصلتها المباشرة بها.

2- الحالة الثانية: إذا كانت الأجسام تسير بسرعة عالية جداً بحيث تكون سرعتها قريبة من سرعة الضوء *speed of light*، عندئذ تعالج حركة هذه الأجسام وفقاً لقوانين النسبية *relativity*.

وبعد أن يكمل الطالب دراسة هذه الوحدة، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلالها، ويقوم بنفسه بحل أسئلة الامتحان الذاتي الموجودة في نهايتها، ويقارن حلوله مع الحلول النموذجية المرفقة في الملحق (د)، بعد ذلك كله نتوقع أن يكون الطالب قادراً على:

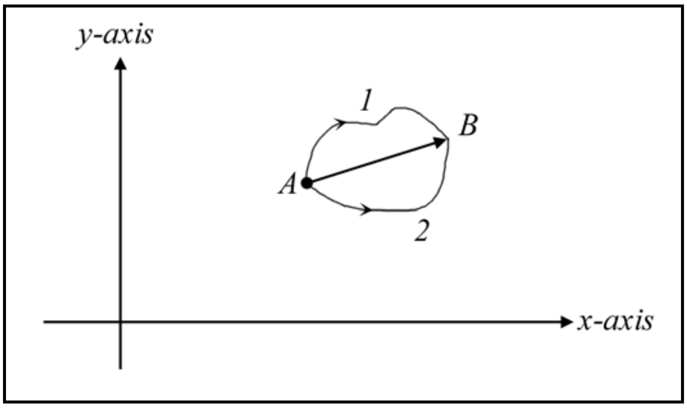
1- أن يصف الفروق بين كلٍ من الإزاحة والمسافة، والسرعة المتوسطة والسرعة الآنية، والتسارع المتوسط والتسارع الآني.
2- أن يفسِّر العلاقات الرياضية التي تصف حركة الجسم على خط مستقيم بتسارع ثابت، بدلالة الكميات الفيزيائية المعبِّرة عنها.
3- أن يتذكر دائماً المفهوم الصحيح للقوة على أنَّها كمية اتجاهية تنطبق عليها الصفات الأربع للمتجه.
4- أن يميّزَ الطالب بين قوانين نيوتن الثلاثة ولاسيَّما عند استخدامها عملياً، وذلك من خلال الحالة الحركية للجسم الخاضع لتأثير القوة.
5- أن يصف كلاً من الاحتكاك الحركي والاحتكاك الساكن.
6- أن يشرح معنى الكتلة القصورية وكتلة الجذب للجسم.

وسنعرض فيما يلي المفاهيم الأساسية المطلوبة لدراسة الحركة على خط مستقيم، كما سنعرض قوانين نيوتن الثلاثة، ونوضح علاقتها بالحركة على خط مستقيم.

2- 3 الإزاحة *Displacement*:

عندما يتحرك جسم مادي بين نقطتين مثل *A* و*B*، انظر الشكل (1- 3)، فإن إزاحته *displacement* هي الخط المستقيم الواصل بين النقطتين المذكورتين، وذلك للانتقال من النقطة *A* إلى النقطة *B*.

فعلى سبيل التطبيق بإمكان الجسم المادي المتحرك أن يسلك الطريق (1) أو الطريق (2) الموضحين في الشكل (1- 3)، حيث يمثل كلٌ منهما ما نطلق عليه المسافة *distance*، ولكن تبقى إزاحته معرَّفة على النحو الآتي: هي المتجه الواصل بين النقطتين *A* و*B*، بدايته عند النقطة *A*، ونهايته عند النقطة *B*، أي أنّها عبارة عن التغيير الصافي في موضع الجسم المادي المتحرك.



الشكل (1- 3) يبين الفرق بين متجه الإزاحة ومفهوم المسافة

3- 3 السرعة المتوسطة *Average Velocity*:

السرعة المتوسطة *average velocity* والتي عادة ما نشير إليها بالرمز $(\bar{v})$، وهي عبارة عن النسبة بين إزاحة الجسم المتحرك (Δx) والزمن المحدد (Δt) الذي يستغرقه الجسم كي يقطع تلك الإزاحة. أي أنّ:

$$\boxed{\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$$
(3-1)

وهذا ما يشير رياضياً إلى أن السرعة المتوسطة $(\bar{v})$ هي عبارة عن ميل الخط البياني للمتغيرين

(x, t)، حيث أن النقطة النهائية تمثلها الإحداثيات (x_2,t_2) والنقطة الابتدائية تمثلها الإحداثيات (x_1,t_1)، وهاتان هما نقطتان يمر بهما الخط المستقيم المطلوب معرفة ميله، ويمكن التعبير عن ذلك بصفة عامة بالمعادلة الآتية:

$$x = f(t) \tag{3-2}$$

ومعنى ذلك أن (x) هي تابع *function* للزمن (t)، ومن الواضح أن (x) تمثل الإزاحة. وأخيراً لا بد من التأكيد على أن السرعة المتوسطة هي كمية اتجاهية *vector*.

تطبيق (1- 3) Application

إذا كان موقع الجسم المادي المتحرك كتابع للزمن تمثله العلاقة الرياضية الآتية:

$$x = 3t - 4t^2 + t^3$$

1- حدد موقع الجسم المتحرك بعد زمن قدره $(1,2,3,4)$ ثانية.

2- حدد إزاحة الجسم المتحرك بين الزمنين $(t_1 = 0)$ و $(t_2 = 4s)$.

3- حدد السرعة المتوسطة للجسم بين الفترتين $(t_1 = 2s)$ و $(t_2 = 4s)$.

الحل *Solution*:

-1

$$x(1\ s) = 3(1) - 4(1)^2 + (1)^3 = 0$$
$$x(2\ s) = 3(2) - 4(2)^2 + (2)^3 = -2\ m$$
$$x(3\ s) = 3(3) - 4(3)^2 + (3)^3 = 0$$
$$x(4\ s) = 3(4) - 4(4)^2 + (4)^3 = 12 - 64 + 64 = 12\ m$$

-2

$$\Delta x = x(4\ s) - x(0\ s)$$
$$\Delta x = 12\ m - 0 = 12\ m$$

-3

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{12\,m}{4\,s} = 3(m/s)$$

$\Delta x = x(4\ s) - x(2\ s) = 12 - (-2) = 14\ m$

$\Delta t = 4\ s - 2\ s = 2\ s$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{14\,m}{2\,s} = 7(m/s)$$

4- 3 السرعة الآنية *Instantaneous Velocity*:

إن مفهوم السرعة الآنية *intanntaneous velocity* يعتبر مفهوماً متأتياً عن مفهوم السرعة المتوسطة *average velocity* وذلك عندما يتقلص المجال الزمني للحركة ليصبح عند لحظة بدايتها، ويمكن التعبير عن ذلك رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$\boxed{v = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}}$$

(3-3)

وهكذا نجد أن السرعة الآنية *(v)* في المعادلة *(3-3)* هي عبارة عن المشتقة الأولى لتابع الإزاحة *(x)* بالنسبة للزمن *(t)*، وذلك عند زمن محدد، ولبيان ذلك تأمل التطبيق الآتي:

تطبيق (2- 3) Application

جزيئة متحركة على المحور السيني، تمّ تحديد موقعها بالعلاقة الرياضية:

$$x = 2 - 2t + 4t^2$$

حيث تقاس الإزاحة *(x)* بالأمتار والزمن *(t)* بالثواني.

أوجد حسابياً سرعة الجزيئة عند الزمن *t = 1 s*.

الحل *Solution*:

السرعة عند الزمن *t = 1 s* هي سرعة الجزيئة الآنية إذاً:

$$v(1s) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2 - 2t + 4t^2)$$
$$= -2 + 8t = -2 + 8(1)$$
$$= 6(m/s)$$

3 -5 التسارع *Acceleration*:

عندما تتغير سرعة جسم متحرك من السرعة الابتدائية (v_1) إلى السرعة النهائية (v_2) فإننا نقول في هذه الحالة بأن الجسم قد خضع لعملية تعجيل أو تسارع، ومن الممكن عندئذٍ تعريف التسارع المتوسط *average acceleration* والذي يشار إليه عادة بالرمز $(\bar{a})$ على النحو الآتي:

$$\boxed{\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}} \quad (3\text{-}4)$$

أما التسارع اللحظي *instantanous acceleration* فهو عبارة عن:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{dv}{dt}} \quad (3\text{-}5)$$

أي أن التسارع اللحظي كما هو واضح من المعادلتين *(3-3)* و*(3-5)* يعبِّر عن المشتقة الأولى لتابع السرعة اللحظية *(v)* بالنسبة للزمن *(t)*، والمشتقة الثانية لتابع الإزاحة *(x)* بالنسبة للزمن *(t)*، وذلك عند زمن محدد، ولبيان ذلك تأمل التطبيق الآتي:

تطبيق (3 -3) Application

جسم يتحرك على المحور السيني حيث تمّ تحديد موقعه بالعلاقة الرياضية:

$$x = 50t + 10t^2$$

حيث تقاس الإزاحة *(x)* بالأمتار والزمن *(t)* بالثواني، وذلك بدءاً من الزمن $(t_1 = 0)$، أوجد حسابياً:

1- السرعة المتوسطة للجسم خلال الثواني الثلاثة الأولى.

2- السرعة الآنية للجسم عند الزمن $t_2 = 3\ s$.

3- التسارع الآني للجسم عند الزمن $t_2 = 3\ s$.

الحل *Solution*:

1- السرعة المتوسطة تحسب بين الزمنين الابتدائي $t_1 = 0$ والنهائي $t_2 = 3\ s$.

$$\bar{v} = \frac{x(t=3s) - x(t=0)}{\Delta t}$$

$$x(t=3s) = 50(3) + 10(3)^2 = 240(m)$$

$$x(t=0) = 0$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 3 - 0 = 3(s)$$

$$\bar{v} = \frac{240(m)}{3(s)} = 80(m/s)$$

2- السرعة الآنية هي عبارة عن:

$$v = \frac{d}{dt}(50t + 10t^2)$$

$$v_{t=3} = 50 + 20t$$

$$v_{t=3} = 50 + 20 \times 3 = 110(m/s)$$

3- التسارع الآني هو عبارة عن:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{d}{dt}(50 + 20t)$$

$$a_{t=3} = 20(m/s^2)$$

ملاحظة: نلاحظ من خلال هذا التطبيق أنَّ التسارع اللحظي هو المشتقة الثانية لتابع الإزاحة بالنسبة للزمن، وهو المشتقة الأولى لتابع السرعة اللحظية بالنسبة للزمن.

6- 3 قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت *Constant Acceleration Motion*:

كثيرة هي الحالات الحركية التي يكون فيها التسارع ثابتاً أو قريباً من الثبات، عندها فإن معنى التغير في الزمن يكون موضع تفكير عميق ولا سيما في حالة التسارع الآني، إذ أنَّ العلاقة الرياضية التي تعبّر عنه هي:

$$a = \frac{dv}{dt} = a_o = const.$$

أي أنه المشتقة الأولى للسرعة بالنسبة للزمن، حيث (a_o) هو التسارع عند لحظة بدء الزمن $t = 0$.

وبضرب الوسطين بالطرفين، نجد أن:

$$d\,v = a\,d\,t$$

وبإجراء التكامل للطرفين (تكامل غير محدد) نجد أنَّ:

$$\int dv = \int a\,dt$$

$$v = at + const.$$

(3-6)

ومن الممكن إيجاد مقدار الثابت *const.* وذلك بالرجوع إلى الشروط الابتدائية للحركة وهي:

$$v = v_o$$

$$t = o$$

$$v_o = a(o) + const$$

وهكذا

$$v_o = const$$

إذاً بعد تعويض مقدار الثابت في المعادلة *(3-5)* فإنها تأخذ الشكل الآتي:

$$v = a\,t + v_o$$

في هذه المعادلة تمثل (v) السرعة النهائية للجسم المتحرك بتسارع ثابت (a) ولذلك سوف نعطيها ومنذ الآن الرمز (v) أما (v_o) فهي السرعة الابتدائية وسنعطيها الرمز (v_o) وبملاحظة أنَّ $(a = a_o)$ تصبح المعادلة *(3-6)* على النحو الآتي:

$$\boxed{v = a\,t + v_o}$$

(3-7)

وهي أول المعادلات للجسم المتحرك على خط مستقيم بتسارع ثابت.

ومعلوم لدينا أيضاً أن:

$$v = \frac{dx}{dt} = at + v_o$$

أي أنَّ:

$$dx = at\,dt + v_o\,dt$$

وبإجراء التكامل - أيضاً- غير المحدد للطرفين نجد أن:

$$\int dx = a\int t dt + v_1\int dt$$

$$x = a\frac{t^2}{2} + v_o t + const$$

(3-8)

ومن الممكن إيجاد مقدار الثابت من الشروط الابتدائية للحركة وهي:

$$t = o$$

$$x = x_o$$

وهكذا نجد أنّ:

$$x_o = a(o) + v_o(o) + const$$

إذاً:

$$x_o = const$$

وهكذا تصبح المعادلة (3-7) على النحو الآتي:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_o t + x_o$$

في هذه المعادلة تمثل (x) الإزاحة النهائية للجسم المتحرك وسنشير دائماً بالرمز (x) بينما تشير (x_o) إلى الإزاحة الابتدائية وسنشير لها دائماً بالرمز (x_o)، وعليه تصبح المعادلة على الشكل الآتي:

$$\boxed{(x - x_o) = \frac{1}{2}at^2 + v_o t}$$

(3-9)

وبالإمكان دمج المعادلتين (3-7) و(3-9) مع بعضهما، وذلك على النحو الآتي:

من المعادلة (3-7) نجد أن الزمن (t) يساوي:

$$t = \frac{v - v_o}{a}$$

(3-10)

وبالتعويض في المعادلة (3-9) نجد أن:

$$(x-x_o)=\frac{1}{2}a\frac{(v-v_o)^2}{a^2}+v_o\frac{(v-v_o)}{a}$$
$$=\frac{1}{2}\frac{(v^2+v_o^2-2v\,v_o)}{a}+\frac{v\,v_o-v^2}{a}$$
$$=\frac{v^2+v_o^2-2v\,v_o+2v\,v_o-2v_o^2}{2a}$$
$$=\frac{v^2-v_o^2}{2a}$$

$$\boxed{v^2-v_o^2=2a(x-x_o)}$$
(3-11)

وخلاصة القول: أننا نستطيع وصف حركة الجسم بتسارع ثابت وصفاً كاملاً بالمعادلات الآتية[1]:

معادلات جسم متحرك على خط مستقيم بتسارع ثابت:

$$\left.\begin{aligned}&v=v_o+at\\&(x-x_o)=\frac{1}{2}at^2+v_o t\\&(v^2-v_o^2)=2a(x-x_o)\end{aligned}\right\}$$

تطبيق (3 -4) Application

بدأ قطار حركته من السكون بتسارع ثابت، وعند زمن معين كانت سرعته *(30 m/s)*، ارتفعت بعد ذلك إلى *(50 m/s)* وذلك بعد أن قطع مسافة قدرها *(160 m)* أوجد حسابياً:

1- تسارع القطار.
2- الوقت الذي استغرقه القطار حتى أصبحت سرعته *(30 m/s)*.
3- المسافة التي قطعها القطار من السكون إلى أن أصبحت سرعته *(30 m/s)*.

الحل *Solution*:

1- من المعادلة *(3-11)*

[1] يمكننا التعبير عن صافي مقدار الإزاحة $(x-x_o)$ في معادلات الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت بالرمز (d)، أي أنّ: $(x-x_o)=d$.

$$a=\frac{v^2-v_o^2}{2(x-x_o)}$$

$$=\frac{\left[(50^2)-(30)^2\right]\left(\frac{m}{s}\right)^2}{2(160)m}=5(m/s^2)$$

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\Delta t=\frac{\Delta v}{a}=\frac{(v-v_o)}{a}=\frac{(50-30)m/s}{5\,m/s^2}$$

$$=4(s)$$

2- الوقت الذي استغرقه القطار حتى أصبحت سرعته *(30 m/s)* هو:

$$t=\frac{v}{a}=\frac{30(m/s)}{5(m/s^2)}$$

$$=6\ (s)$$

$$x-x_o=\frac{1}{2}at^2+v_o t$$

3- عند السكون تكون كل من:

$$x_o=0$$

$$v_o=0$$

$$x=\frac{1}{2}at^2$$

$$x=\frac{1}{2}(5m/s^2)(6s)^2$$

$$=90\ (m)$$

7- 3 قانون نيوتن الأول في الحركة *Newton's First Law*:

في محاولة لبلورة المفاهيم الفيزيائية وتحديد العلاقة بين الأجسام وحالتها الحركية، استطاع نيوتن أن يحدد أول هذه المفاهيم عندما عزل القوة عن الجسم الذي تؤثر عليه، وذلك عندما افترض أن محصلة هذه القوى المؤثرة على الجسم تساوي الصفر، وما دام الأمر كذلك فإن تسارع الجسم يساوي الصفر أيضاً وبناء على هذا الافتراض شخّص نيوتن حالتين اثنتين:

الحالة الأولى: إذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة على جسم ساكن تساوي الصفر فإن الجسم سوف يبقى ساكناً.

الحالة الثانية: إذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة على جسم تساوي الصفر ولكنه في هذه الحالة يتحرك بسرعة ثابتة، فإنه يستمر بحركته وبسرعة ثابتة، ما لم تؤثر عليه قوة خارجية جديدة.

وهذه المفاهيم كان لا بد لها من أن تستقر وتأخذ مكانتها وذلك بأن تنسب إلى نظام إسناد أو جملة إسناد *reference system*، كي تأخذ شكلها العملي المطلوب، كما أن ذلك النظام لا بد أن يكون متجانساً تماماً مع طبيعة هذا القانون الذي أخذ بعد ذلك تسمية نظام القصور الذاتي *inertia law*، أو قانون القصور الذاتي، أو كما تسميه بعض المراجع "قانون العطالة".

إن الحالة الأولى تأتي متوافقة مع ملاحظاتنا اليومية مباشرة ولا صعوبة على الإطلاق في إدراك مفهومها، ولعلنا نتأمل مجموعة من الأجسام الساكنة في المحيط الذي نتواجد فيه بهدف تعميق فهمنا ومطابقة القانون واقعياً.

أما الحالة الثانية فهي الحالة التي تفترض انعدام محصلة القوى التي تعيق حركة الجسم بسرعة ثابتة، وهذا أمر يصعب تحقيقه في سياق الواقع، ولكن القانون يبقى صحيحاً ضمن نصه وفرضياته، كما أن الحالة الأولى لهذا القانون "قانون القصور الذاتي" تشير إشارة هامة إلى شروط التوازن في علم الحركة *equilibrium conditions*، وذلك بمقتضى أن محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجسم تساوي صفراً، يعني بالضرورة أن يبقى الجسم ساكناً أي أن:

$$\sum \vec{F} = 0$$

وكذلك فإن العزم للجسم تساوي:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

حيث إن $(\vec{p})$ تمثل العزم للجسم *momemtum*، كتلته (m)، و$(\vec{v})$ هي سرعته الثابتة.

8- 3 قانون نيوتن الثاني في الحركة *Newton's Second Law*:

إذا كانت محصلة القوى الخارجية $\left(\sum\vec{F}\right)$ المؤثرة على جسم كتلته *(m)* لا تساوي الصفر، فإنها سوف تكسبه تسارعاً مقداره $(\vec{a})$ يتناسب تناسباً طردياً مع مقدار هذه القوة، ويكون اتجاهه بنفس اتجاهها.

$$\sum\vec{F} \propto \vec{a} \qquad (3\text{-}11)$$

وهذا يعني أنَّ:

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = const.$$

إن هذا الثابت هو عبارة عن كتلة الجسم *(m)*، والكتلة كما نعلم هي كمية قياسية تعتمد على مقدار ما يحتويه الجسم من مادة، وهي التي تمانع القوة الخارجية المؤثرة التي تعمل على تغيير الحالة الحركية للجسم. وهكذا فإن العلاقة الرياضية *(3-11)* تصبح على الشكل الآتي:

$$\boxed{\sum\vec{F} = m\vec{a}} \qquad (3\text{-}12)$$

ومن الضروري هنا أن نتأمل جيداً ونعيِّن القوى الخارجية *external forces* المؤثرة على الجسم، مع ضرورة إهمال القوى الداخلية *internal forces*، مثل تلك القوى التي يؤثر بها جزء من الجسم على بقية أجزائه الأخرى، وعكس ذلك.

والعلاقة أو القانون *(3-12)* شأنها شأن أي معادلة أخرى يمكننا إعادة صيغتها الرياضية العامة. مستخدمين الأبعاد الفراغية الثلاثة *(x, y, z)* كي تأخذ الشكل التحليلي الآتي:

$$\left.\begin{array}{l}\sum\vec{F}_x = m\vec{a}_x \\ \sum\vec{F}_y = m\vec{a}_y \\ \sum\vec{F}_z = m\vec{a}_z\end{array}\right\} \qquad (3\text{-}13)$$

إن هذه المعادلات الثلاث (3-13) تبيّن لنا كيف تتأثر محصلة القوة المؤثرة على الكتلة (m) بمركبات التسارع الثلاث (a_x, a_y, a_z)، باعتبارها هي الأخرى كميات اتجاهية.

وإذا ما عدنا إلى المعادلة (3-12) واستخدمنا النظام الدولي للقياس (SI) الذي درسناه في الوحدة الأولى من هذا الكتاب، نجد أن:

$$N = (1\ kg)(1\ m/sI^2)$$

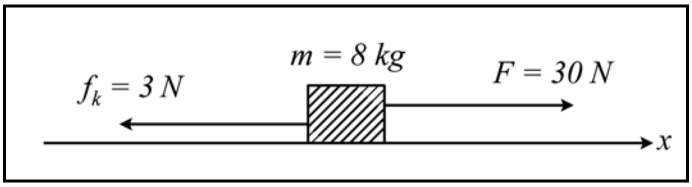
Application (3 -5) تطبيق

جسم كتلته ($8\ kg$) يستقر على سطح أفقي خشن، تَعرض لتأثير قوة خارجية أفقية مقدارها ($30\ N$)، أوجد حسابياً تسارع هذا الجسم إذا علمت أنَّ:

1- يؤثر السطح الخشن على الجسم بقوة احتكاك مقدارها ($3\ N$).

2- هل يتغير مقدار التسارع إذا كان السطح أملساً؟ أوجد مقداره حسابياً.

الحل ***Solution***:



الشكل (2- 3)، تطبيق (5- 3)

1- باستخدام قانون نيوتن الثاني وبملاحظة أنّ كل من القوتين (f_k, F) تعملان في اتجاهين متعاكسين وتقعان على الخط الأفقي (x) نجد أنَّ:

$$\sum F_x = F - f_k$$

$$30 - 3 = 8\ (a_x)$$

$$a_x = \frac{27}{8} = 3.375\ (m/s^2)$$

2- من الواضح أنّ قوة الاحتكاك في هذه الحالة تساوي الصفر وهذا يعني أنَّ:

$$\sum F_x = ma$$
$$30 = 8\,(a_x)$$
$$a_x = \frac{30}{8} = 3.75\ (m/s^2)$$

تطبيق (3 -6) Application

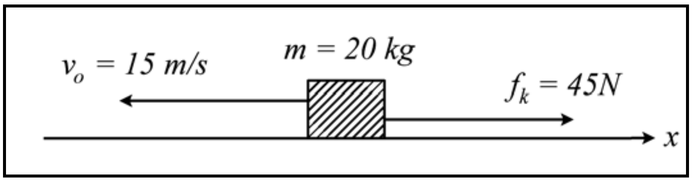
جسم كتلته $(20\ kg)$ ينزلق بسرعة ابتدائية مقدارها $(15\ m/s)$ على سطح أفقي خشن، إذا كان هذا الجسم المنزلق يعاني من تأثير قوة احتكاك مقدارها $(45\ N)$.

1- كيف تصف حركة هذا الجسم؟ مثّل ذلك بالرسم المناسب.

2- أوجد حسابياً تسارع الجسم.

3- أوجد حسابياً الزمن اللازم كي تصبح سرعته النهائية مساوية إلى الصفر.

الحل Solution:



الشكل (3- 3)، تطبيق (6- 3)

1- من الواضح أن الجسم يتحرك نحو اليسار وبسرعة $(v_o = 15\,m/s)$، ولا توجد قوة تدفعه بهذا الاتجاه $(F = 0)$.

2- باستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أنَّ:

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x$$
$$F - f_k = ma_x$$
$$0 - 45 = 20\,(a_x)$$
$$a = \frac{-45}{20} = -2.25\ (m/s^2)$$

3- لحساب الزمن اللازم كي تصبح سرعته النهائية مساوية للصفر، نستطيع الاستفادة من تعريف التسارع، حيث أنَّ:

$$a = \frac{v - v_o}{t}$$
$$t = \frac{v - v_o}{a} = \frac{0 - 15}{-2.25} = 6.6\,(s)$$

أي أن الجسم سوف يتوقف بعد مرور $(6.6\ s)$.

تطبيق (7- 3) Application

إلكترون كتلته $(9.1\times10^{-31}\ kg)$، يسير بسرعة ابتدائية مقدارها $(v_o = 10^6\ m/s)$ في الاتجاه الأفقي، دخل بين لوحي مكثف حيث أثرت عليه قوة مقدارها $(8 \times 10^{-17}\ N)$ وفي الاتجاه العمودي، وذلك لفترة مقدارها $(10^{-8}\ s)$. أوجد حسابياً سرعته عندما يخرج من المكثف الكهربائي.

الحل *Solution*:

هذا التطبيق يجمع بين قانون نيوتن الثاني، وقانون الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت، ومن الواضح أنّ التسارع في الاتجاه العمودي باتجاه تأثير القوة, إذاً:

$$v = v_o + at$$

وبما أنه يسير بسرعة ثابتة على المحور الأفقي فإن تسارعه بهذا الاتجاه يساوي الصفر

$$a_x = 0$$
$$v_{oy} = 0$$

وبتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$\sum F_y = m_e a_y$$
$$F_y = m_e a_y$$
$$a_y = \frac{F_y}{m_e}$$
$$v_y = v_{oy} + \left(\frac{F_y}{m_e}\right)t$$
$$= 0 + \left(\frac{8\times10^{-17}}{9.1\times10^{-31}}\right)\times10^{-8}$$
$$= 8.79\times10^{5}\,(m/s)$$

9- 3 الوزن *Weight*:

يعتبر الوزن *weight* من التطبيقات الهامة والمباشرة لقانون نيوتن الثاني في صيغته المعروفة ($\vec{F} = m\vec{a}$) ، وذلك عندما نعتبر أنّ تسارعَ الجاذبية الأرضية ثابت، والوزن لجسم ما هو القوة التي تشده أو تسحبه في كل الظروف نحو مركز الأرض، وهذه القوة يمكن حسابها بواسطة قانون نيوتن للجذب العام، وذلك للتأكيد على أن سببها هو الشد الأرضي *gravetational attraction* بين كتلة الأرض وكتلة الجسم، أما مقدار وزن الجسم فنعبّر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$\vec{W} = m\vec{g}$$
(3-14)

وهذا الوصف ينطبق على كل جسم موجود داخل مجال تأثير الجاذبية الأرضية حيث تعبّر (m) عن كتلة الجسم، و($\vec{g}$) عن تسارع الجاذبية الأرضية، ويُلاحظ من خلال المقارنة بين هذه العلاقة وقانون نيوتن الثاني، أن ($\vec{g}$) قد حلت بدلاً من ($\vec{a}$) وهو التسارع الناشئ عن القوة بصفة عامة.

ومن المناسب جداً إعادة صياغة العلاقة *(3-14)* باستخدام متجه الوحدة للمحور العمودي (y) الموازي لمحور تأثير الأرض والمتجه نحو مركزها ($\hat{j}$) على النحو الآتي:

$$\boxed{\vec{W} = -m\vec{g}\hat{j}}$$
(3-15)

وواضحٌ أنَّ الإشارة السالبة تدل على أن متجه الوزن يكون دائماً في المنطقة السالبة من المحور الصادي *(y-axis)*، وهو باتجاه مركز الأرض.

ولقد أثبتت الدراسات التجريبية الحقائق الآتية:

1- يتناسب وزن الجسم تناسباً طردياً مع كتلته.

2- إن ثابت التناسب هو عبارة عن (g)، أي تسارع الجاذبية الأرضية.

وتأسيساً على ذلك فإنه يتوجب علينا الإشارة إلى نوعين من الكتلة هما:

أ- الكتلة القصورية للجسم *inertia mass*: وهي عبارة عن ثابت التناسب بين محصلة القوى المؤثرة في الجسم والتسارع الذي يكتسبه نتيجة لذلك، وفقاً لقانون نيوتن الثاني في الحركة، أي أن:

$$m_{inertia} = \frac{\sum F}{a} \qquad (3\text{-}16)$$

ب- كتلة الجذب للجسم *attraction mass*: وهي عبارة عن مقياس لمقدار استجابة الجسم لقوة الجاذبية الأرضية. ولتبسيط المسألة، افرض أن لدينا جسمان وزناهما متساويان $(\vec{W}_1,\vec{W}_2)$، فهذا يقتضي بالضرورة أن كتلتي الجاذبية لهما متساويتان (m_{1g},m_{2g}).

وهذا يؤدي إلى أن:

$$\frac{m_{1g}}{m_{2g}} = \frac{\vec{W}_1}{\vec{W}_2} \qquad (3\text{-}17)$$

وبما أن الجسم خاضع لتأثير قوة الوزن، فإن ذلك سيؤدي إلى وجود تسارع بسبب هذا التأثير نطلق عليه تسارع الجاذبية الأرضية *gravitational acceleration* أو تسارع السقوط الحر *free falling acceleration* وهو ما نرمز له عادة بالحرف (g). وباستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$\left.\begin{aligned}\vec{W}_1 &= (m_1)(g)\\ \vec{W}_2 &= (m_2)(g)\end{aligned}\right\}$$

(3-18)

وبتعويض المعادلات *(3-18)* في المعادلة *(3-17)* نجد أن:

$$\frac{m_{1g}}{m_{2g}} = \frac{m_1}{m_2} = const.$$

وبصورة عامة نجد أن:

$$m \propto m_g$$

ومعنى ذلك أن الكتلة القصورية للجسم تتناسب طردياً مع كتلة الجاذبية له وفي حال استخدام الكيلوغرام كوحدة لقياس الكتلتين فإننا نجد:

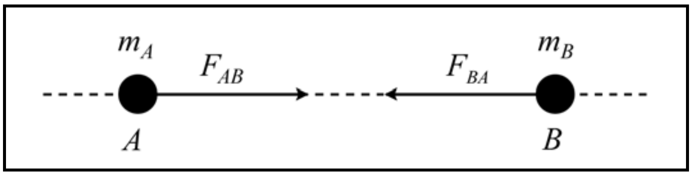
$$\frac{m}{m_g} = 1 \quad , \quad m = m_g$$

أي أنهما متساويتان.

3 -10 قانون نيوتن الثالث *Newton's Third Law*:

من الممكن دائماً أن نتذكر المفهوم العام لقانون نيوتن الثالث، وذلك إذا ما تذكرنا التطبيق البسيط والذي يمكن أن يكون قد مر بأي واحد منا عند الطرق على مسمار بقوة باستخدام المطرقة، والفكرة هنا هي: أن القوة التي تؤثر بها المطرقة على المسمار تقابلها قوة تأثير المسمار على المطرقة، وهما قوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه. ولبيان المفهوم العام لقانون نيوتن الثالث، انظر الشكل (4- 3)، افرض أن الجسم (A) يؤثر بقوة $(\vec{F}_{AB})$ على الجسم (B)، لقد دلت التجارب على أن الجسم (B) يؤثر بقوة $(\vec{F}_{BA})$ على الجسم (A) وهاتان القوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه، وهذا ما يمكن التعبير عنه بالعلاقة الرياضية الآتية:

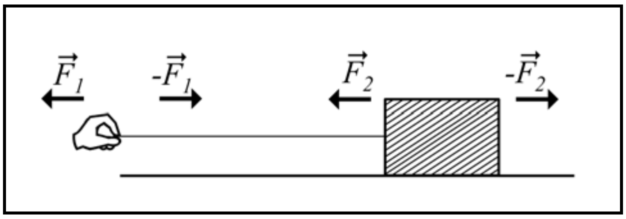
$$\boxed{\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}} \qquad (3\text{-}19)$$



الشكل (4- 3) ويبين قانون نيوتن الثالث

وبصفة عامة يمكن إعادة صياغة قانون نيوتن الثالث على النحو الآتي:

لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار ويعاكسه في الاتجاه. ومن المهم جداً التأكيد على أن هذا القانون ممكن التطبيق فقط في إطار القصور الذاتي *intertial frames* أو بعبارة أخرى فإنه يفسر تأثير القوى الحقيقية التي ترافقها ردود فعل واضحة وأساسية. إن القوة الأولى هي ما تعرف بقوة الفعل *action*، أما القوة الثانية فهي ما تعرف بقوة رد الفعل *reaction*. ولا بد من التأكيد على أن القوى في الطبيعة توجد على شكل أزواج متساوية في المقدار ومتعاكسة في الاتجاه، ولا وجود للقوة المفردة، والقوتان تمتلكان الطبيعة والخصائص نفسها، انظر الشكل (5- 3).



الشكل (5- 3) قانون نيوتن الثالث وتظهر فيه أزواج القوى $(F_1,-F_1)$ و $(F_2,-F_2)$

ومن الأمثلة على ق انون نيوتن الثالث:

أ- إذا تأملنا القوة التي يؤثر بها جسم موجود على سطح الأرض على الأرض نفسها، نجد أن قوة تأثير الجسم $(\vec{W})$ باتجاه مركز الأرض، تقابلها الأرض بقوة رد فعل $(\vec{N})$ تتجه من مركز الأرض نحو الجسم.

ب- قوى الجذب المتبادلة بين الأجرام السماوية فالشمس تجذب الأرض نحوها بقوة الفعل $(\vec{F})$ والأرض تجذب الشمس نحوها بقوة رد الفعل $(\vec{N})$.

ت- النواة تجذب الإلكترون نحوها أيضاً بقوة فعل $(\vec{F})$ والإلكترون يجذب النواة نحوه بقوة رد فعل $(\vec{N})$.

11- 3 الاحتكاك *Friction*:

عندما تعمل قوة ما ولتكن $(\vec{F})$ على سحب جسم موجود على سطح جسم ما، فإن قوة مماسية تنشأ بين الجسم والسطح الموجود عليه تعرقل وتعيق حركة الجسم الأول على الجسم الثاني نتيجة لتشابك النتوءات المجهرية للجسمين ببعضهما البعض، وهذا ما يمكن التعبير عنه بقوة معيقة للحركة أثَّر بها الجسم الثاني (السطح) على الجسم الأول (الجسم المتحرك) والتي نسميها قوة الاحتكاك *friction force*، إن أقل قيمة لهذه القوة تساوي الصفر ثم تبدأ بالازدياد التدريجي إلى أن تصل إلى قيمتها القصوى وذلك عندما يكون الجسم على وشك الانزلاق.

إن هذه القوة تأخذ تسميتين مختلفتين بحسب الحالة الحركية للجسم الخاضع لتأثير القوة الخارجية، وسنتداول حالتين مختلفتين معروفتين لسطح الجسم الذي يحصل عليه الاحتكاك.

1- الاحتكاك على سطح أفقي.

2- الاحتكاك على سطح مائل.

1- 11- 3 الاحتكاك على سطح أفقي:

وبهدف توضيح هذا الأمر واستبعاد مواطن اللبس فيه، سنناقش حالتين مختلفتين لمفهوم قوة الاحتكاك:

أ- قوة الاحتكاك الساكن *static frictional force*:

إذا كان الجسم المراد تحريكه ساكناً على الرغم من تأثير القوة الخارجية $(\vec{F})$ عليه، فإن قوة الاحتكاك في هذه الحالة تسمى قوة الاحتكاك الساكن *static frictional force* واختصاراً (f_s) وذلك كدليل على بقاء الجسم ساكناً، ومن المناسب ذكره هنا أن (f_s) تعتمد على القوة العمودية $(\vec{N})$ التي يؤثر بها السطح على الجسم المنزلق، وهي قوة رد الفعل.

ب- قوة الاحتكاك الحركي *kinetic frictional force*:

إذا تحرك الجسم بعد خضوعه لتأثير القوة الخارجية $(\vec{F})$ عليه، فإن قوة الاحتكاك في هذه الحالة تسمى قوة الاحتكاك الحركي *kinetic frictional force* واختصاراً (f_k)، وذلك كدليل على تحرك الجسم.

ومن المهم جداً أن نُذكّر في هذا المقام ببعض خصائص قوى الاحتكاك:

1- إذا لم يتحرك الجسم تحت تأثير القوة الخارجية $(\vec{F})$ فهذا يعني من الناحية العملية أن:

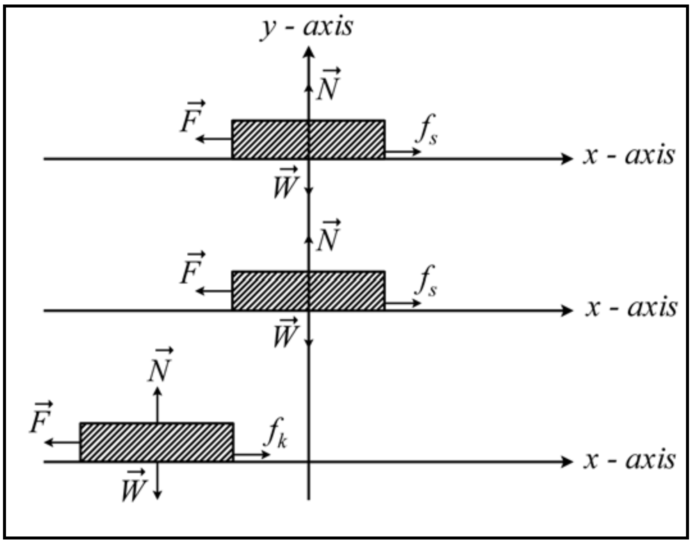
$$\vec{F} \le \vec{f}_s \tag{3-15}$$

والقوتان $(\vec{F})$ و $(\vec{f}_s)$ موازيتان تماماً لمحور الحركة، والقوة $(\vec{f}_s)$ معاكسة في الاتجاه للقوة $(\vec{F})$، وهي كما تلاحظ من الشكل (6- 3) مماسة للسطح.

2- تصل قوة الاحتكاك الساكن $(\vec{f}_s)$ إلى أقصى قيمة لها $(f_{s\ max})$ وذلك قبل لحظة بدء حركة الجسم مباشرة ويعبّر عنها رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$\boxed{\vec{f}_{s\,max} = \mu_s \vec{N}} \tag{3-16}$$

حيث $(\vec{N})$ هي عبارة عن قوة رد فعل الوزن $(\vec{W})$، و (μ_s) هو معامل الاحتكاك الساكن *coefficient of static friction*.



الشكل (6- 3) يبين الاحتكاك، وقوى الاحتكاك f_s وf_k على سطح أفقي

3- إذا بدأ الجسم بالحركة على مستوى السطح، فإن مقدار قوة الاحتكاك يتناقص إلى القيمة ($\vec{f}_s$) حيث تُعرّف هذه القوة بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\boxed{\vec{f}_k = \mu_k \vec{N}} \tag{3-17}$$

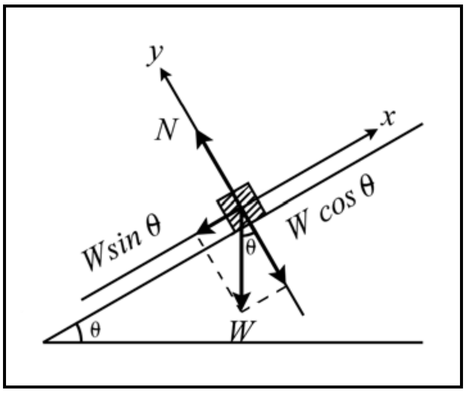
لاحظ هنا أنّ (μ_k) هو معامل الاحتكاك الحركي *coefficient of kinetic friction*.

2- 11- 3 الاحتكاك على مستوي مائل:

سندرس هذا النوع من الحركة دراسة متأنية وذلك بهدف التفريق بين حالتين، في الحالة الأولى تكون قوة الاحتكاك مساوية إلى الصفر؛ أي أنها لا تؤثر في حركة الجسم، بينما تكون في الثانية أكبر من الصفر أي أنها ذات قيمة مؤثرة في حركة الجسم.

أ- الحركة على المستوي المائل (بدون احتكاك) *Nonfrictional incline surface motion*:

تأمل الشكل (7- 3).



الشكل (7- 3)

نلاحظ من الشكل أنّ الجسم ذو الكتلة (m) والوزن (W)، موجود على سطح أملس تماماً، مائل على الأفق بزاوية (θ)، وبهدف تحليل وزن الجسم استخدمنا محورين متعامدين (x, y) مركزهما، عند مركز ثقل الجسم، والآن نلاحظ أنّ القوى المؤثرة على الجسم المتحرك هي:

1- وزن الجسم: $(\vec{W} = mg)$

حيث (g) هي تسارع الجاذبية الأرضية، ونلاحظ أنّ متجه الوزن يشير رأسياً إلى أسفل.

2- قوة تأثير الجسم عمودياً في المستوي $(\vec{N})$.

ونلاحظ أن القوتان $(\vec{W})$ و$(\vec{N})$ ليستا متوازنتين، ولهذا يبدأ الجسم بالانزلاق.

نقوم الآن بتحليل الوزن إلى مركبتيه العمودية والأفقية فنجد أنّ:

المركبة الموازية للمستوي وهي: $W_x = W \sin \theta$

المركبة العمودية على المستوي وهي: $W_y = W \cos \theta$

ونلاحظ بسهولة أنّ القوتين (N) و(W_y) متساويتان في المقدار ومتعاكستان بالاتجاه، أي أن محصلة هاتين القوتين تساوي الصفر:

$$W_y + N = 0$$

أما القوة (W_x) فهي القوة المحركة للجسم والتي ستكسبه تسارعاً نستطيع إيجاده من قانون نيوتن الثاني، أي أنَّ:

$$W_x = mg \sin(\theta) = ma$$

$$a = g \sin\theta \qquad (3\text{-}18)$$

ونلاحظ في هذه الحالة ومن خلال العلاقة الرياضية *(3-18)* أن تسارع الجسم المتحرك على المستوي المائل بدون احتكاك لا يعتمد على كتلة الجسم.

تطبيق (3 -8) Application

إذا كانت كتلة الجسم المتحرك على سطح مائل وبدون احتكاك والمبيّن في الشكل (3 -7) تساوي *(20 kg)*، وزاوية الميل تساوي *(45°)*.

أوجد حسابياً تسارع الجسم، معتبراً أن مقدار تسارع الجاذبية الأرضية ($g = 9.8\ m/s^2$)

الحل *Solution*:

باستخدام العلاقة الرياضية(*3-18*) نجد أن:

$$\theta = 45°$$

$$a = g \sin\theta$$

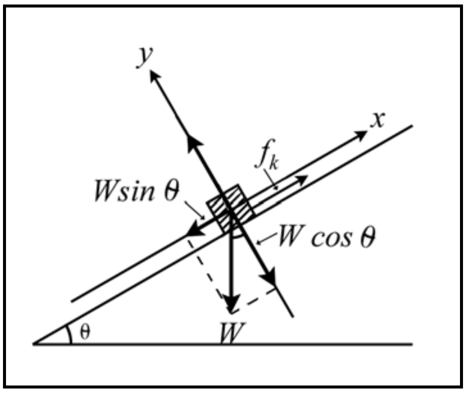
$$= (9.8) \sin(45°) = 6.93\ (m/s^2)$$

ونلاحظ مجدداً أنه لا تأثير لكتلة الجسم على تسارعه.

سؤال: متى يتساوى تسارع الجسم المنزلق مع تسارع الجاذبية الأرضية؟ وضّح ذلك مستعيناً بالعلاقة الرياضية *(3-18)*.

ب- الحركة على المستوي المائل (بوجود الاحتكاك) *Frictional incline surface motion*:

تأمل الشكل (3 -8)



الشكل (8- 3)

نلاحظ من الشكل أنّ الجسم ذو الكتلة (m) والوزن $(\vec{W})$ موجود على سطح خشن، مائل على الأفق بزاوية (θ)، ومثلما فعلنا في حالة السطح الأملس عديم الاحتكاك، نستخدم محورين متعامدين (x,y) مركزهما عند مركز ثقل الجسم، والآن نجد أنّ القوى المؤثرة على الجسم المتحرك هي:

1- وزن الجسم: $(\vec{W} = mg)$.

حيث (g) ترمز إلى تسارع الجاذبية الأرضية، ونلاحظ أيضاً أن متجه الوزن يشير رأسياً إلى الأسفل.

2- قوة تأثير الجسم عمودياً في المستوي $(\vec{N})$.

ونلاحظ هنا كما في الحالة الأولى أن القوتين $(\vec{W})$ و $(\vec{N})$ ليستا متوازنتين ولهذا يبدأ الجسم بالانزلاق، وكما فعلنا في الحالة الأولى نحلل الوزن إلى مركبتيه العمودية والأفقية.

$$W_x = W \sin\ \theta$$
$$W_y = W \cos\ \theta$$

والقوتان $(\vec{N})$ و $(\vec{W}_y)$ محصلتهما أيضاً تساوي الصفر كما في الحالة الأولى، ولكن القوة (W_x) تعاكسها قوة الاحتكاك الحركي (f_k) ولهذا نجد أنّ محصلة القوى التي ستُكْسب الجسم تسارعاً، يمكننا إيجاده من قانون نيوتن الثاني، تكون على النحو الآتي:

$$\sum F_x = W_x - f_k = ma$$
$$mg\sin\theta - f_k = ma$$

$$a = \frac{mg\sin\theta - f_k}{m} \qquad (3\text{-}19)$$

تطبيق (9- 3) Application

إذا كانت كتلة الجسم المتحرك على السطح الخشن المائل المبيّن في الشكل (8- 3) تساوي $(12\ kg)$، ومقدار قوة الاحتكاك تساوي $(20\ N)$، أوجد حسابياً مقدار تسارع الجسم وذلك إذا كانت زاوية ميل المستوي تساوي $(30°)$، وتسارع الجاذبية الأرضية يساوي $(9.8\ m/s^2)$.

الحل Solution:

باستخدام العلاقة الرياضية $(3\text{-}19)$ نجد أنّ:

$$\theta = 30°$$
$$m = 12\ kg$$
$$f_k = 20\ N$$
$$g = 9.8\ (m/s^2)$$
$$a = \frac{(12)(9.8)\sin(30) - 20}{12}$$
$$= 3.2\ (m/s^2)$$

سؤال: هل يمكن أن يتساوى تسارع الجسم مع تسارع الجاذبية الأرضية؟ وضِّح ذلك مستعيناً بالعلاقة $(3\text{-}19)$.

الخلاصة
Summary

- قانون نيوتن الأول: إنَّ أهمية هذا القانون تكمن في استخدامه لتعريف القوة، إذ أنها كل مؤثر خارجي يغيِّر أو يعمل على تغيير الحالة الحركية للجسم مقداراً أو اتجاهاً أو مقداراً واتجاهاً في الوقت ذاته. وهو ما يعرف بقانون القصور الذاتي، أي أنَّ الجسم من الناحية الفيزيائية يفتقر إلى القدرة على تغيير حالته الحركية وانعدام محصلة القوى المؤثرة في الجسم يؤدي إلى أنَّ:

$$\Delta\vec{v} = 0$$

وهذا يعني أنَّ الجسم إما أن يبقى ساكناً، أو متحركاً بسرعة ثابتة.

- قانون نيوتن الثاني: إنَّ أهمية هذا القانون تكمن في أنَّ محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجسم ذي الكتلة (m) لا تساوي الصفر، وستؤدي إلى إكسابه تسارعاً يتناسب مقداره تناسباً طردياً مع مقدار هذه المحصلة من القوى، ويكون اتجاهه في اتجاهها نفسه، أي أنَّ:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

ومن الممكن أن يكون هذا التسارع موجباً أو سالباً، وفقاً لطبيعة الحركة.

- قانون نيوتن الثالث: وينص قانون نيوتن الثالث على: "لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار ويعاكسه في الاتجاه".

ومن المعاني الكبيرة لهذا القانون، أنَّ القوى توجد في الطبيعة على شكل أزواج متساوية في المقدار ومتضادة في الاتجاه وذات طبيعة واحدة، تنشأ نتيجة لتأثير الأجسام على بعضها البعض بغض النظر عن حالتها الحركية، أي أنَّه يحتاج إلى جسمين أو أكثر، على خلاف قانون نيوتن الأول والثاني.

- الكتلة القصورية للجسم: هي ثابت التناسب بين محصلة القوى المؤثرة فيه والتسارع الذي يكتسبه نتيجة لهذا التأثير.

$$m = \frac{F}{a}$$

- كتلة الجذب للجسم: هي مقياس لمقدار استجابة الجسم لقوة الجاذبية الأرضية، فلو افترضنا أن لدينا جسمان متساويان وزناهما (W_1, W_2) فإن كتلتي الجاذبية لهما (m_{1g}, m_{2g}) حيث إنّ:

$$\frac{m_{1g}}{m_{2g}} = \frac{W_1}{W_2}$$

- قوة الاحتكاك: هي القوة التي تنشأ بين الجسم والسطح الموجود عليه، وهي قوة مماسية اتجاهها بعكس اتجاه حركة الانزلاق، تنشأ بسبب تداخل النتوءات بين السطحين المنزلقين على بعضهما البعض. ويزداد مقدارها تدريجياً إلى أن تصل إلى أقصى مقدار لها، وذلك عندما يكون الجسم على وشك الانزلاق وفقاً للمعادلة:

$$F \le f_s \qquad , \qquad \vec{f}_{s\,max} = \mu_s \vec{N}$$

حيث (μ_s) هو معامل الاحتكاك الساكن، وتسمى في هذه الحالة قوة الاحتكاك الساكن، أما بعد أن يتحرك الجسم فتأخذ اسم قوة الاحتكاك الحركي (f_k)، وهي بالتعريف:

$$\vec{f}_k = \mu_k \vec{N}$$

حيث (μ_k) هو معامل الاحتكاك الحركي.

- قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت $(\vec{a})$:

$$\left.\begin{aligned} v &= v_o + at \\ (x - x_o) &= \frac{1}{2}at^2 + v_o t \\ (v^2 - v_o^2) &= 2a(x - x_o) \end{aligned}\right\}$$

حيث إنَّ:

v_o: السرعة الابتدائية. v: السرعة النهائية.

x_o: الإزاحة الابتدائية. x: الإزاحة النهائية.

t: زمن الحركة. a: تسارع الحركة.

أي أننا نستطيع دراسة حركة الجسم على خط مستقيم بتسارع ثابت من خلال معرفة الكميات الفيزيائية المذكورة أعلاه في صيغة القوانين الرياضية التي تصف حركته.

الامتحانات الذاتية
Self Test Exams

ولغرض التدريب العملي على اختبار الطالب لنفسه، والتأكد من جدارته في المقدرة الفعلية على فهم واستيعاب قوانين الحركة على خط مستقيم وقوانين نيوتن في الحركة، تم تخصيص امتحانين ذاتيين.

الامتحان الذاتي الأول:

لاعب بيسبول كتلته *(97 kg)* ينزلق إلى مكان جديد يعيق حركته قوة احتكاك مقدارها *(470 N)*. أوجد حسابياً مقدار معامل الاحتكاك الحركي بين اللاعب والأرض، انظر الشكل (9- 3).

الامتحان الذاتي الثاني:

انزلق الجسم المطاطي للعبة الهوكي على الجليد مسافة قدرها *(15 m)*، قبل أن يتوقف.

1- إذا كانت السرعة الابتدائية للجسم المطاطي *(6 m/s)*، وكتلته تساوي *(110 g)*، أوجد حسابياً مقدار قوة الاحتكاك بينها وبين الجليد خلال عملية التزلج، انظر الشكل (10- 3).

2- أوجد حسابياً مقدار معامل الاحتكاك بين الكتلة المطاطية للهوكي والجليد.

ملاحظة: نتمنى على أبنائنا الطلبة المحاولة الجادة في حل مسائل الامتحان الذاتي على ورقة خارجية، ثم إجراء المقارنة بين ما توصلوا إليه مع الحل النموذجي المرفق آخر الكتاب في الملحق (د).

مسائل وتمارين الوحدة الثالثة

Unit Three Exercises & Problems

3 -1 تحركت سيارة بسرعة ابتدائية مقدارها $(v_o = 30\, m/s)$ ، واستغرقت زمناً قدره $(20\ s)$ لتصل إلى سرعتها النهائية $(v = 40\, m/s)$ أوجد حسابياً التسارع الذي تتحرك به السيارة على افتراض أن التغير في السرعة كان منتظماً.

3 -2 يتحرك قطار بسرعة مقدارها $(40\ m/s)$ ، فعمد السائق إلى استخدام المكابح لتخفيف سرعة القطار فتباطأت حركته بمقدار $(-2\ m/s^2)$. أوجد حسابياً:

أ- مقدار الزمن الذي يستغرقه القطار حتى يتوقف تماماً.

ب- مقدار المسافة التي يقطعها القطار منذ بدأ استخدام المكابح حتى يتوقف.

3 -3 عجلة بخارية تبلغ كتلتها $(80\ kg)$ ، قام السائق بزيادة سرعتها من الصفر إلى $(6\ km/h)$ ، أوجد حسابياً:

أ- مقدار تسارع الدراجة البخارية.

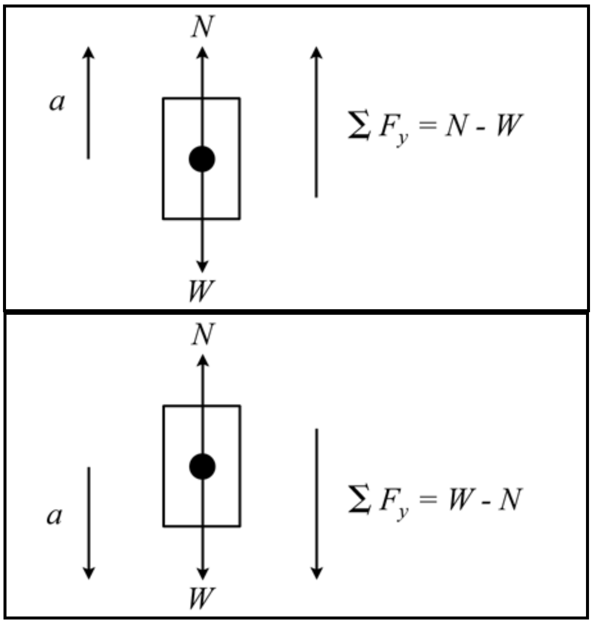
ب- مقدار القوة المؤثرة عليها خلال زمن قدره $(4\ s)$.

3 -4 رجل كتلته $(100\ kg)$ ، انظر الشكل (9- 3) ، يقف عمودياً على أرضية مصعد ، حيث يبلغ تسارع الجاذبية الأرضية $(g = 9.8\ m/s^2)$. أوجد حسابياً القوة التي تؤثر بها أرضية المصعد في الرجل وذلك:

أ- إذا تحرك المصعد إلى الأعلى بتسارع مقداره $(3\ m/s^2)$ ، الشكل (9- 3 أ).

ب- إذا تحرك المصعد بسرعة ثابتة مقدارها $(3\ m/s)$.

جـ- إذا تحرك المصعد إلى الأسفل بتسارع مقداره $(3\ m/s^2)$ ، الشكل (9- 3 ب).



الشكل (9- 3 أ) الشكل (9- 3 ب)

5- 3 صندوق كتلته *(16 kg)* يستقر على سطح مستوى أفقي خشن، أثرت فيه قوة أفقية مقدارها *(40 N)*، فأدت إلى تحريكه من السكون وبتسارع مقداره *(4 m/s²)*.

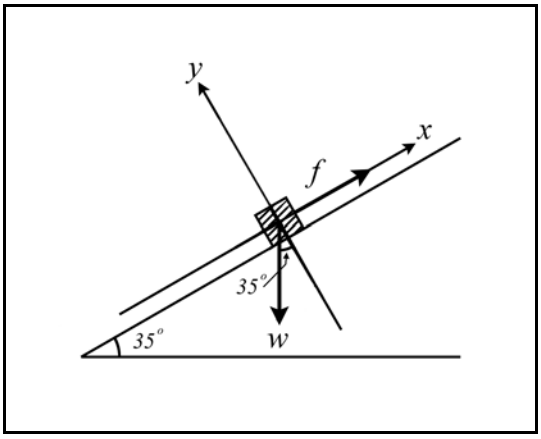
أ- أي من قوانين نيوتن الثلاثة في الحركة يفسّر هذه المسألة؟ اذكره، ثم اذكر نصه.

ب- أوجد حسابياً مقدار قوة الاحتكاك التي تعيق حركة الصندوق.

6- 3 جسم كتلته *(15 kg)* موجود على سطح مستوي خشن، يميل على الأفق بزاوية قدرها *(35°)* انظر الشكل (10- 3)، يبلغ مقدار قوة الاحتكاك التي تعيق حركته *(50 N)*، أوجد حسابياً.

أ- مقدار أقل قوة تكفي لتحريك الجسم.

ب- هل سيتحرك الجسم بدون تأثير قوة خارجية عليه أم لا؟ وضِّح إجابتك. وذلك بتحديد قوة الاحتكاك هل هي (f_s أم f_k).



الشكل (10- 3)، المسألة (6- 3)

3 -7 إذا كانت العلاقة بين موقع جسم متحرك على خط مستقيم (x) والزمن الذي يستغرقه للحركة (t) هي:

$$x = 2 + 10t + t^2$$

حيث تقاس (x) بالأمتار، و(tx) بالثواني، أوجد حسابياً:

1- مقدار الإزاحة (Δt) بين الفترتين $(t_2 = 3s)$ و $(t_1 = 1s)$.

2- مقدار السرعة المتوسطة بين الفترتين $(t_2 = 3s)$، $(t_1 = 1s)$.

3- مقدار التسارع المتوسط بين الفترتين $(t_2 = 3s)$، $(t_1 = 1s)$.

4- مقدار السرعة اللحظية عند الزمن $(t = 2s)$.

الملحق (أ) *Appendix*

الثوابت الفيزيائية *Physical Constants*

الثابت		الرمز	المقدار
درجة حرارة	*absolute zero temperature*	$0\,K$	$-273.15\ ^{\circ}C$
ثابت تسارع الجاذبية الأرضية عند مستوى	*acceleration due to gravity at sea level*		$9.801\ m/s^2$
عدد أفوغادرو	*Avogadro's number*	N_O	6.022×10^{23} particles / mole
شحنة	*charge of an electron*	e	$-1.6022\times10^{-19}\ C$
ثابت كولوم	*constant in Coulomb's*	K	$8.988\times10^{9}\ N.m^2/kg^2$
ثابت الجذب	*gravitational constant*	G	$6.673\times10^{-11}\ N.m^2/kg^2$
كتلة	*mass of an electron*	m_e	$9.109\times10^{-31}\ kg$
كتلة البروتون	*mass of a proton*	m_p	$1.673\times10^{-27}\ kg$
ثابت بلانك	*Planck's constant*	h	$6.626\times10^{-34}\ J/Hz$ $4.136\times10^{-15}\ eV.s$
سرعة الضوء	*speed of light in a vacuum*	c	$2.99792458\times10^{8}\ m/s\,(exact)$
كتلة النيوترون	*mass of neutron*	m_n	$1.67492\times10^{-27}\ kg$
معامل سماحية	*permittivity of space*	ε_o	$8.85\times10^{-12}\ F/m$
معامل نفاذية	*permeability constant*	μ_o	$4\pi\times10^{-7}\ T.m/A$

عوامل تحويل Conversion Factors

1 وحدة الكتلة الذرية *atomic mass unit*	$=$	$1.661\times 10^{-27}\ kg = 931.5\ MeV/c^2$
1 إلكترون فولت *electronvolt*	$=$	$1.602\times 10^{-19}\ J$
1 جول *Joule*	$=$	$1\ N.m$
1 جول *Joule*	$=$	$1\ V.C$
1 كولوم *coulomb*	$=$	$6.242\times 10^{18}\times(\text{elementary charge units})$

الملحق (ب) *Appendix*

الإشارات الرياضية *Mathematical Signs*:

= يساوي	> أكبر من	$\le$ أصغر من أو يساوي
$\neq$ لا يساوي	$\ge$ أكبر من أو يساوي	<< أصغر بكثير من
$\cong$ يساوي تقريباً	>> أكبر بكثير من	$\approx$ متناسب مع
$\equiv$ متطابق مع؛ يعرَّف بأنه	< أصغر من	

حساب قوى الأساس 10 *Arithmatic Power of* 10:

$$10^a\ 10^b = 10^{a+b}$$
$$10^a / 10^b = 10^{a-b}$$
$$\left(10^a\right)^b = 10^{ab}$$

الجبر *Algebra*:

- الكسور *Fractions*:

$$\frac{\left(\frac{b}{c}\right)}{d} = \frac{b}{cd} \qquad a\left(\frac{b}{c}\right) = \frac{ab}{c}$$

$$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)} = \frac{ad}{bc} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

- جذرا المعادلة التربيعية:

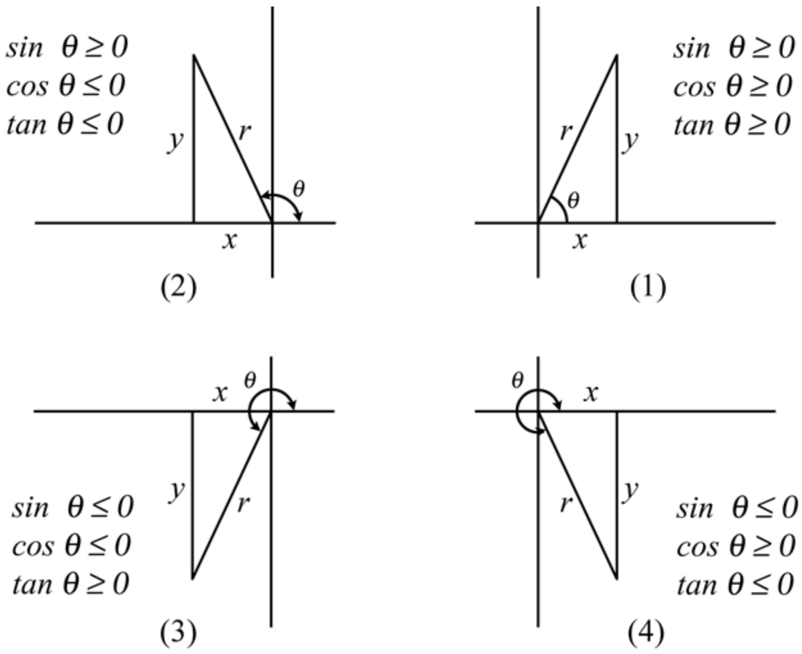
إذا كانت $ax^2 + bx + c = 0$ ، فإنَّ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

وإذا كانت $x^2 + 2\beta x + \gamma = 0$ ، فإنَّ $x = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \gamma}$.

المثلثات *Trigonometry*:

- تعاريف الدوال المثلثية ***Definitions of trigonometnc Functions***:

الدّوالّ العكسية *inverse functions*: إذا كانت (جا θ) $u = \sin\theta$ ، فإنَّ (قـو جـا u) $\theta = arc \sin u$ ، وتُكتب أحياناً (جا$^{-1}$ u) $\theta = \sin^{-1} u$. ويُرمز بالمثل إلى الدّوالّ العكسية الأخرى: $arc \cos u$ ، $arc \tan u$ وهلم جراً.



$$\sin\theta = \frac{y}{r} \qquad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{r}{y}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{r}{x}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{y}{x} \qquad ctn\,\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{x}{y}$$

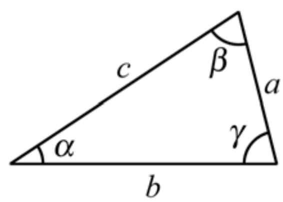
- خواص بسيطة ***Simple Properties***:

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta \qquad \cos(-\theta) = \cos\theta \qquad \tan(-\theta) = -\tan\theta$$

$$\sin\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm\cos\theta \qquad \cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp\sin\theta \qquad \tan\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan\theta} = -ctn\,\theta$$

$$\sin(\theta \pm \pi) = -\sin\theta \qquad \cos(\theta \pm \pi) = -\cos\theta \qquad \tan(\theta \pm \pi) = \tan\theta$$

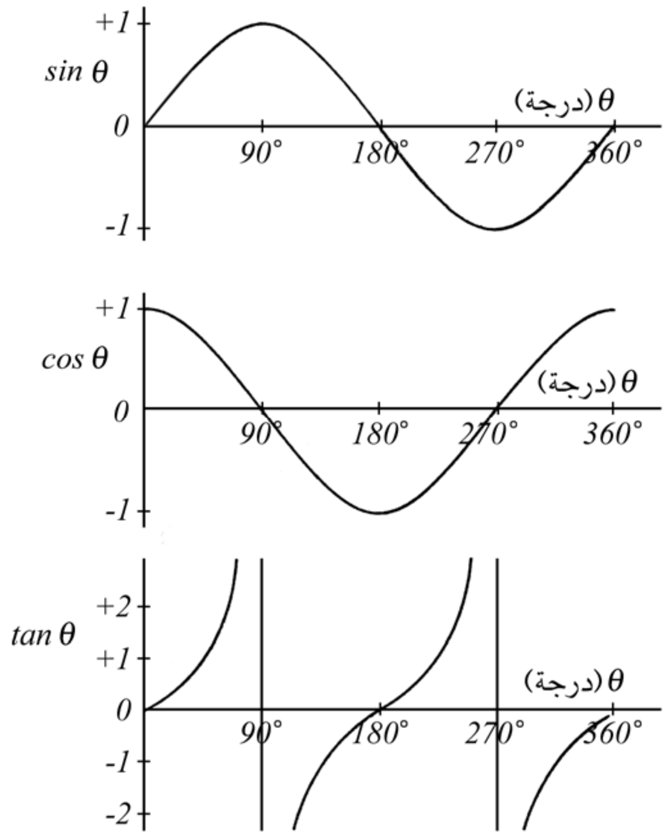
- خواص مثلث ***Properties of a triangle***:



$$\alpha + \beta + \gamma = \pi$$
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$
$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

لمثلث قائم $\left(\gamma = \frac{\pi}{2}\right)$: $a^2 + b^2 = c^2$

- الدوال المثلثية ***Trigonometric functions***:



وقد أصبح من السهل على الطالب حساب هذه النسب المثلثية باستخدام الحاسبة اليدوية البسيطة.

وترتبط النسب المثلثية بالربع الثاني بالعلاقات الآتية:

$$\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$$
$$\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$$
$$\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta$$

أما بالنسبة للربع الثالث فترتبط بالعلاقات الآتية:

$$\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$$
$$\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$$
$$\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$$

وأخيراً في الربع الرابع فإنها ترتبط بالعلاقات الآتية:

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta$$
$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$
$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$

هذا ، وتُعرَّف دوالّ مثلثية أخرى بالعلاقات الآتية :

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} \qquad ctn\,\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

Appendix (ج) الملحق

الجدول الدوري للعناصر

Periodic Table Of Elements

كربون C 6 12.01 Carbon

رمز العنصر ← C ; العدد الذري ← 6 ; الوزن الذري ← 12.01

	أ1	أ2	ب3	ب4	ب5	ب6	ب7	ب8	ب8	ب8	ب1	ب2	أ3	أ4	أ5	أ6	أ7	أ8
1	هيدروجين H 1 1.008 Hydrogen																	هيليوم He 2 4.003 Helium
2	ليثيوم Li 3 6.94 Lithium	بريليوم Be 4 9.01 Beryllium											بورون B 5 10.8 Boron	كربون C 6 12.01 Carbon	نيتروجين N 7 14.01 Nitrogen	أوكسجين O 8 16.0 Oxygen	فلور F 9 19.0 Fluorine	نيون Ne 10 20.18 Neon
3	صوديوم Na 11 23.0 Sodium	مغنيسيوم Mg 12 24.3 Magnesium											ألومنيوم Al 13 26.98 Aluminum	سيليكون Si 14 28.1 Silicon	فوسفور P 15 31.0 Phoshorus	كبريت S 16 32.1 Sulfur	كلور Cl 17 35.5 Chlorine	أرجون Ar 18 39.9 Argon
4	بوتاسيوم K 19 39.1 Potassium	كالسيوم Ca 20 40.1 Calcium	سكانديوم Sc 21 45.0 Scandium	تيتانيوم Ti 23 47.9 Titanium	فانيديوم V 23 50.9 Vanadium	كروم Cr 24 52.0 Chromium	منجنيز Mn 25 54.9 Manganese	حديد Fe 26 55.8 Iron	كوبالت Co 27 58.9 Cobalt	نيكل Ni 28 58.7 Nickel	نحاس Cu 33 63.5 Copper	خارصين Zn 30 65.4 Zinc	جاليوم Ga 31 69.7 Gallium	جرمانيوم Ge 32 72.6 Germanium	زرنيخ As 33 74.92 Arsenic	سيلينيوم Se 34 79.0 Selenium	بروم Br 35 79.9 Bromine	كريبتون Kr 36 83.8 Kryptor
5	روبيديوم Rb 37 85.5 Rubidium	سترونتيوم Sr 38 87.6 Strontium	يتريوم Y 39 88.9 Yttrium	زركونيوم Zr 40 91.2 Zirconium	نيوبيوم Nb 41 92.9 Niobium	موليدنيوم Mo 42 95.91 Molybdenum	تكنيتيوم Tc 43 (98) Technetium	روثينيوم Ru 44 101.1 Ruthenium	روديوم Rh 45 102.9 Rhodium	بلاديوم Pd 46 106.4 Palladium	فضة Ag 47 107.9 Silver	كادميوم Cd 48 112.4 Cadmium	إنديوم In 49 114.8 Indium	قصدير Sn 50 118.7 Tin	أنتيمون Sb 51 121.75 Antimony	تيلوريوم Te 52 127.6 Tellurium	يود I 53 126.9 Iodine	زينون Xe 54 131.3 Xenon
6	سيزيوم Cs 55 132.9 Cesium	باريوم Ba 56 137 Barium	لانثانيوم La 57 138.9 Lanthanum	هافنيوم Hf 72 178.5 Hafnium	تانتاليوم Ta 73 180.9 Tantalum	تنجستن W 74 183.9 Wolfram	رينيوم Re 75 186.2 Rhenium	أوزميوم Os 76 190.2 Osmium	أريديوم Ir 77 192.2 Iridium	بلاتين Pt 78 195.1 Platinum	ذهب Au 79 197.0 Gold	زئبق Hg 80 200.6 Mercury	ثاليوم Tl 81 204.4 Thallium	رصاص Pb 82 207.2 Lead	بزموث Bi 83 209.0 Bismuth	بولونيوم Po 84 (209) Plonoium	أستاتين At 85 (210) Astatine	رادون Rn 86 222 Radon
7	فرانشيوم Fr 87 223 Francium	راديوم Ra 88 226 Radium	أكتينيوم Ac 89 227 Actinium	رذرفورديوم Rf 104 (261) Rutherfordium	دوبنيوم Db 105 (262) Dubnium	سيرجيوم Sg 106 (263) Seabergium	بوهريوم Bh 107 Bohrium	هاسيوم Hs 108 Hasium	ميتنريوم Mt 109 Meitnerium									

6 اللانثانيدات	سيريوم Ce 58 140.1 Cerium	براسيوديميوم Pr 59 140.9 Praseodymium	نيوديميوم Nd 60 144.2 Neodymium	بروميثيوم Pm 61 (145) Promethium	ساماريوم Sm 62 150.4 Samarium	يوروبيوم Eu 63 152.0 Europium	جادولينيوم Gd 64 157.3 Gadolinium	تربيوم Tb 65 158.9 Terbium	دسبروزيوم Dy 66 162.5 Dysprosium	هولميوم Ho 67 164.9 Holmium	اربيوم Er 68 167.3 Erbium	ثوليوم Tm 69 168.9 Thulium	يتربيوم Yb 70 173.0 Ytterbium	لوتيتيوم Lu 71 175.0 Lutetium
7 الأكتينيدات	ثوريوم Th 90 232.0 Thorium	بروتكتينيوم Pa 91 231 Protactinium	يورانيوم U 92 238.0 Uranium	نبتونيوم Np 93 237 Neptunium	بلوتونيوم Pu 94 (244) Plutonium	أمريكيوم Am 95 (243) Americium	كوريوم Cm 96 (247) Curium	بركليوم Bk 97 (247) Berkelium	كاليفورنيوم Cf 98 (251) Californium	إينشتانيوم Es 99 (254) Einsteinium	فرميوم Fm 100 (257) Fermium	مندليفيوم Md 101 (258) Mendelevium	نوبليوم No 102 (259) Nobelium	لورنسيوم Lr 103 (260) Lawrencium

صلب سائل غاز

الملحق (د) Appendix

حلول الامتحانات الذاتية

أ- حلول الامتحانات الذاتية للوحدة الأولى

حل الامتحان الذاتي الأول :

لنرمز لمعدل السريان كما هو مستخدم في معظم المراجع: Q

$$Q \propto \left(\frac{P}{l}\right) \eta \ r$$

$$Q = K \left(\frac{P}{l}\right)^{\alpha} \eta^{\beta} \ r^{\gamma}$$

وبالتعويض عن هذه الكميات بمعادلات أبعادها نحصل على:

$$[M]^0 [L]^3 [T]^{-1} = \quad K\{[M]\{L][T]^{-2} [L]^{-2} [L]^{-1}\}^{\alpha} \{[M][L]^{-1} [T]^{-1}\}^{\beta} [L]^{\gamma}$$

$$[M]^{\alpha} [L]^{-2\alpha} [T]^{-2\alpha} [M]^{\beta} [L]^{-\beta} [T]^{-\beta} [L]^{\gamma}$$

$$[M]^{\alpha+\beta} [L]^{-2\alpha-\beta+\gamma} [T]^{-2\alpha-\beta}$$

وبمقارنة أسس الكميات الأساسية في طرفي المعادلة، نجد أنّ:

$\alpha + \beta = 0 \Rightarrow \alpha = -\beta$

(1)

$-2\alpha - \beta + \gamma = 3$

(2)

$-2\alpha - \beta = -1 \Rightarrow -2\alpha + \alpha = -1$

(3)

من المعادلة رقم *(3)*، نجد أنّ :

$$-\alpha = -1 \Rightarrow \alpha = 1$$

وبتعويض مقدار (α) في المعادلة رقم *(1)*، نجد أنّ:

$$\therefore \quad \beta = -1$$

وأخيراً بتعويض كلٍ من (α) و (β) في المعادلة رقم *(2)*، نجد أنَّ:

$$-2 + 1 + \gamma = 3$$

$$-1 + \gamma = 3 \Rightarrow \gamma = 4$$

$$\therefore Q = K\left(\frac{P}{l}\right)^{1} \eta^{-1} r^{4}$$

$$\boxed{Q = K\frac{Pr^4}{l\eta}}$$

حل الامتحان الذاتي الثاني:

لكي يكون قانون اللزوجة هذا صحيحاً فان الكميات الفيزيائية الأساسية المقاسة في النظام الدولي *(SI)* بأبعادها في الطرف الأيسر تساوي الكميات الفيزيائية بأبعادها في الطرف الأيمن من القانون.

الطرف الأيسر : نحن نعلم أن أبعاد الكميات الفيزيائية للزوجة هي:

$$\eta = [M]\ [L]^{-1}\ [T]^{-1} \square$$

وهذا ما يمكن معرفته من خلال قانون اللزوجة بتعريفه العام حيث:

$$\begin{aligned}
\eta &= \left(\frac{F}{A}\right)\left(\frac{L}{v}\right)\\
&= \frac{(kg)(m)(s)^{-2^{-1}}}{m^{2^{1}}}\left(\frac{s}{m}\right)(m)\\
&= kg.m^{-1}.s^{-1}\\
&= [M]\,[L]^{-1}\,[T]^{-1}
\end{aligned}$$

الطرف الأيمن: كما يلاحظ بان الطرف الأيمن يتكون من حدين ، أبعاد وحدات كل منهما يجب أن تكون مساوية لأبعاد وحدات الطرف الأيسر:

الحد الأول:

$$\left(\frac{r^2}{v}\right)\rho_s g$$

$$\frac{m^2}{\left(m.s^{-1}\right)}\frac{kg}{m^3}\frac{m}{s^2} = kg.m^{-1}s^{-1}$$

أما تمثيله وفقاً لنظرية توافق الوحدات والأبعاد :

$$[M]\,[L]^{-1}\,[T]^{-1}$$

الحد الثاني:

$$\left(\frac{r^2}{v}\right)\rho_\ell g$$

$$= \frac{m^2}{\left(m.s^{-1}\right)}\frac{kg}{m^3}\frac{m}{s^2} = kg.m^{-1}.s^{-1}$$

أما تمثيله وفقا لنظرية توافق الوحدات والأبعاد :

$$[M]\,[L]^{-1}\,[T]^{-1}$$

وهكذا نجد أن وحدات المقادير الفيزيائية للحدين الأول والثاني تساوي وحدات المقادير الفيزيائية للطرف الأيسر بأبعادهما ، وذلك في النظام الدولي للقياس (SI).

أي أن قانون ستوك صحيح ، وهذه هي واحدة من الفوائد العديدة لدراسة تحليل المقادير الفيزيائية وأبعادها.

حل الامتحان الذاتي الثالث:

من خلال القانون الوارد في نص الاختبار الذاتي الثالث نجد أن:

$$\sigma = \frac{Q}{A\ t\ \ T^4}$$

البسط: من المعلوم أن كمية الطاقة الحرارية تقاس بالجول وهو عبارة عن :

$$N.m = kg\frac{m}{s^2}.m = kg\frac{m^2}{s^2} = [M][L]^2\,[T]^{-2}$$

المقام: ويتكوّن من :

$$A = area = m^2 = [L]^2$$
$$T = time = s = [T]$$
$$T^4 = temperatur = K^4 = [K]^4$$

وهكذا نجد أن :

$$\sigma = \frac{[M]\,[L]^2\,[T]^{-2}}{[L]^2\,[T]\,[K]^4}$$
$$= [M][T]^{-3}\,[K]^{-4}$$
$$= kg.s^{-3}\,K^{-4}$$

وهي وحدة القياس المطلوبة ، وكما نلاحظ فهي وحدة مركبة وليست بسيطة.

ملاحظة: وجد العالمان ستيفان و بولتزمان أن القيمة القياسية لهذا الثابت هي:

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ kg.s^{-3}.K^{-4}$$

ب- حلول الامتحانات الذاتية للوحدة الثانية

حل الامتحان الذاتي الأول:

من الواضح أن هذا التطبيق تطبيق مباشر على الطريقة التحليلية باستخدام المحاور الديكارتية، أي بتحويل القوى الثلاث إلى مركباتها.

1 −

$$F_{1x} = F_1 \cos(\theta_1) = 4\cos(40) = 3.06\ N \qquad F_{1y} = F_1 \sin(\theta_1) = 4\sin(40) = 2.57\ N$$

$$F_{2x} = F_2 \cos(\theta_2) = 2\cos(135) = -1.41\ N \qquad F_{2y} = F_2 \sin(\theta_2) = 2\sin(135) = 1.41\ N$$

$$F_{3x} = F_3 \cos(\theta_3) = 3\cos(290) = 1.026\ N \qquad F_{3y} = F_3 \sin(\theta_3) = 3\sin(290^\circ) = -2.82$$

$$\sum F_x = 2.676\ N \qquad \sum F_y = 1.16\ N$$

$$F = \sqrt{\left(\sum F_x\right)^2 + \left(\sum F_y\right)^2} = \sqrt{(2.676)^2 + (1.16)^2} = 2.91\ N$$

2 −

$$\tan(\theta) = \frac{\sum F_y}{\sum F_x} = \frac{1.16}{2.676} = 0.433$$

$$\theta = \tan{-1}(0.433) = 23.43^\circ$$

ملاحظة: استخدم طريقة الرسم في المستوى على المحاور الديكارتية (x,y) لتمثيل كلٍ من $(F, \Sigma F_y, \Sigma F_x)$.

حل الامتحان الذاتي الثاني:

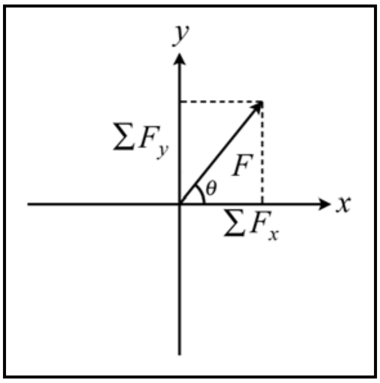
نلاحظ أن هذا الاختبار يهدف إلى تدريب الطالب على ضبط الطريقة التحليلية للقوى في المستوى، من خلال أربع حالات اتجاهية، متمثلة في أربع زوايا مختلفة.

بالعودة إلى الشكل (14- 2) من الوحدة الثانية، نجد أن:

$$1- \quad F_{1x} = F_1 \cos(\theta_1) = 10\cos(45) = 7.07\,N$$
$$F_{1y} = F_1 \sin(\theta_1) = 10\sin(45) = 7.07\,N$$
$$2- \quad F_{2x} = F_2 \cos(\theta_2) = 7\cos(60) = 3.5\,N$$
$$F_{2y} = F_2 \sin(\theta_2) = 7\sin(60) = 6.06\,N$$
$$3- \quad F_{3x} = F_3 \cos(\theta_3) = 6\cos(135) = -4.24\,N$$
$$F_{3y} = F_3 \sin(\theta_3) = 6\sin(135) = 4.24\,N$$
$$4- \quad F_{4x} = F_4 \cos(\theta_4) = 6\cos(330) = 5.19\,N$$
$$F_{4y} = F_4 \sin(\theta_4) = 6\sin(330) = -3\,N$$

حل الامتحان الذاتي الثالث:

$$1-\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x}$$
$$= 7.07 + 3.5 + 4.24 + 5.19 = 11.52\,N$$
$$2-\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y}$$
$$= 7.07 + 6.06 + 4.24 - 3 = 14.37$$
$$3- \quad F = \sqrt{\left(\sum F_x\right)^2 + \left(\sum F_y\right)^2} = \sqrt{(11.52)^2 + (14.37)^2}$$
$$= 18.4\,N$$
$$\tan\theta = \frac{\sum F_y}{\sum F_x} = \frac{14.37}{11.52} = 1.247$$
$$\theta = \tan^{-1}(1.247) = 51.28^\circ$$



الامتحان الذاتي الثالث، الوحدة الثانية

حل الامتحان الذاتي الرابع:

1- المتجه $(3\vec{A})$ يساوي:

$$3\vec{A} = 6\hat{i} + 9\hat{j}$$

أما المتجه $(2\vec{B})$ فيساوي:

$$2\vec{B} = -6\hat{i} + 6\hat{j}$$

2- المقدار العددي للمتجه $(\vec{A})$ يساوي:

$$|A| = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$
$$= \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13} = 3.6$$
$$|B| = \sqrt{(B_x)^2 + (B_y)^2}$$
$$= \sqrt{(-3)^2 + (3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 4.24$$

3- المتجه $(\vec{A}+\vec{B})$ يساوي:

$$(\vec{A}+\vec{B}) = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{i}$$
$$= (2-3)\hat{i} + (3+3)\hat{j} = -\hat{i} + 9\hat{j}$$

أما المتجه $(\vec{A}-\vec{B})$ فيساوي:

$$(\vec{A}-\vec{B}) = (A_x - B_x)\hat{i} - (A_y - B_y)\hat{i}$$
$$= (2-(-3))\hat{i} - (3-3)\hat{j} = 5\hat{i} - 0\hat{j} = 5\hat{i}$$

4- لإيجاد مقدار الزاوية (θ) بين المتجهين نستطيع الاستفادة من قاعدة الضرب القياسي لهما وعلى النحو الآتي:

$$\vec{A}\,.\,\vec{B} = |A|\,|B|\,cos(\theta)$$
$$\vec{A}\,.\,\vec{B} = (2i + 3\hat{j})\,.\,(-3\hat{i} + 3\hat{j})$$
$$= (2)(-3)\,\hat{i}\,.\hat{i} + (2)(3)\,\hat{i}\,.\,\hat{j} + (3)(-3)\,\hat{j}\,.\hat{i} + (3)(3)\,\hat{j}\,.\,\hat{j}$$
$$= -6 + 9 = 3$$

لاحظ أنّ:

$$(\hat{i}\,.\,\hat{j} = \hat{j}\,.\hat{i} = 0)$$

$$\therefore\ \cos(\theta) = \frac{A.B}{|A|\,|B|} = \frac{3}{(3.6)(4.24)} = 0.196$$
$$\theta = \cos^{-1}(0.196) = 78.68^{o}$$

5- ناتج الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A}\,.\,\vec{B})$ يساوي:

$$(\vec{A}.\vec{B}) = |A|\,|B|\cos(\theta)$$
$$= (3.6)(4.24)\cos(78.68^{o}) =$$
$$= 2.996$$

لاحظ أنها ذات النتيجة التي حصلنا عليها في الطلب (4) من هذا السؤال.

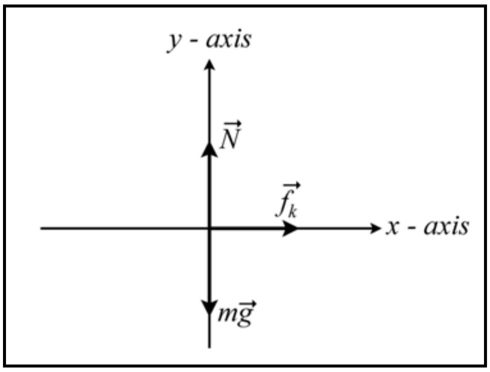
6- ناتج الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\vec{A}\times\vec{B})$ يساوي:

$$(\vec{A}\times\vec{B}) = |A|\,|B|\,sin(\theta)$$
$$= (2\hat{i} + 3\hat{j})\times(-3\hat{i} + 3\hat{j})$$
$$= (2)(-3)\hat{i}\times\hat{i} + (2)(3)\hat{i}\times\hat{j} + (3)(-3)\hat{j}\times\hat{i} + (3)(3)\hat{j}\times\hat{j}$$
$$= 6\hat{k}(-9)(-k) = 6\hat{k} + 9\hat{k} = 15\hat{k}$$

لاحظ أنَّ: $(\hat{i}\times\hat{i} = \hat{j}\times\hat{j} = 0)$ ، بينما $(\hat{i}\times\hat{j} = \hat{k})$ و $(\hat{j}\times\hat{i} = -\hat{k})$.

ج- حلول الامتحانات الذاتية للوحدة الثالثة

حل الامتحان الذاتي الأول:



الامتحان الذاتي الأول، الوحدة الثالثة

من خلال الشكل، نجد أنَّ:

$\vec{N}$: هي قوة تأثير الأرض العمودية على اللاعب.

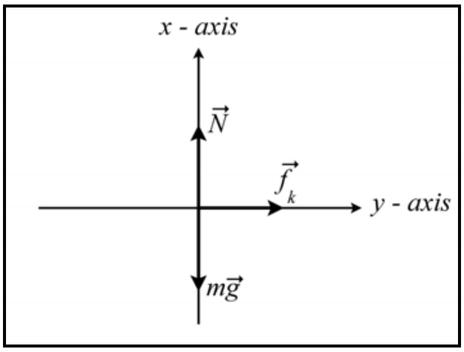
$m\vec{g}$: هي قوة شد الأرض للاعب أو وزنه.

وبما أن اللاعب في حالة حركة فإن قوة الاحتكاك الحركي:

$$f_k = \mu_k \vec{N}$$
$$\mu_k = \frac{f_k}{N} = \frac{470\,N}{(79\,kg)(9.8\,m/s^2)}$$
$$= 0.61$$
$$\mu_k = 0.61$$

حل الامتحان الذاتي الثاني:

انظر الشكل.



الامتحان الذاتي الثاني، الوحدة الثالثة

وفقاً لقانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$-\vec{f}_k = m\vec{a}$$

يمكننا إيجاد التسارع من معادلات الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت:

$$\vec{v}_f^2 = \vec{v}_o^2 + 2\vec{a}x$$

$$\vec{v}_f = 0$$

$$\vec{a} = \frac{-v_o^2}{2x} = -\frac{(6\,m/s^2)}{2(15\,m)} = -1.2\,m/s^2$$

$$-\vec{f}_k = (-1.2\,m/s^2)(0.11\,kg) = 0.13\,N$$

$$\vec{f}_k = 0.13\,N$$

$$\vec{f}_k = \mu_k \vec{N}$$

$$\vec{N} - m\vec{g} = 0$$

$$\vec{N} = m\vec{g}$$

$$\vec{f}_k = \mu_k m\vec{g}$$

$$\mu_k = \frac{\vec{f}_k}{mg} = \frac{0.13\,N}{(0.11\,kg)(9.8\,m/s^2)}$$

$$\mu_k = 0.12$$

المحتويات

Contents

.المراجع

References

المراجع العربية *Arabic References*:

1- "مبادئ الفيزياء"
للكليات والمعاهد التربوية والهندسية، ج1- 2، دار الراتب، 1991م.

2- "تطبيقات عملية في الإلكترونيات والكهرباء"
جامعة الموصل - كرجية، الراوي، عبدالحميد، 1985م.

3- "أسس الهندسة الإلكترونية"
جامعة الموصل - د. عادل خضر حسين، 1981م.

4- "أساسيات الفيزياء"
دار ماجروهيل، ف. بوش، 1977م.

5- "الليزرات"
جامعة الموصل، فاروق عبودي قصير، 1984م.

6- "دراسات في تاريخ العلوم عند العرب"
جامعة الموصل، حكمت نجيب عبدالرحمن، 1977م.

7- "الفيزياء الكلاسيكية والحديثة"
كينيث وفورد، ج1- 2- 3، المطبعة الوطنية، عمان - الأردن، 1981م.

8- "المعجم الموحد"
للمصطلحات العلمية في مراحل التعليم العام - معجم مصطلحات الفيزياء، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، المملكة العربية السعودية، وزارة المعارف، 1983م.

9- "معجم المصطلحات العلمية والفنية والهندسية"

أحمد شفيق الخطيب، مؤسسة جواد للطباعة، بيروت - لبنان، 1982.

المراجع الإنكليزية *English References*:

*1- "Fundamentals of physics"
Halliday. Resniek. Walker. Fourth EditionK John Willey & sons. 1997.*

*2- "College Physics"
Francis Weston Sears. Addison - Wesely. 1984.*

*3- "Electric Devices and Circuits"
Millman & Halkias. Mc Graw - Hill. 1967.*

*4- "Electronics"
Millman & seely. Mc Graw - Hill. 1951.*

*5- "Menill Physics Principles And Problems"
Third Edition, Mc Graw-Hill, 1995.*

*6- "Electronic Devices and Circuits"
Millman & Halkias, Mc Graw-Hill, 1997.*