بنك أسئلة الأشعة

دورة 2021

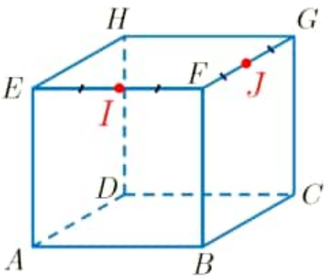
بنك أسئلة الأشعة

دورة 2021

إعداد :

أ أحمد الشيخ عيسى	الرقة	0998024183
م . مروان بجور	حمص	0930170828
أ زياد داوود	سلمية	0936834286
أ وسيم فاطمة	اللاذقية	0936497038

التمرين 1 :



$ABCDEFGH$ مكعّب I منتصف $[EF]$، J منتصف $[FG]$.

❶ بيّن إذا كانت النقطة M المُعرّفة بالمساواة الشعاعيّة المفروضة تنطبق أو لا تنطبق على أحد رؤوس المكعّب.

$$1.\ \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \quad , \quad 2.\ \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BF}$$

❷ حدّدْ موقع النقطة N المحققة للمساواة الشعاعية المفروضة :

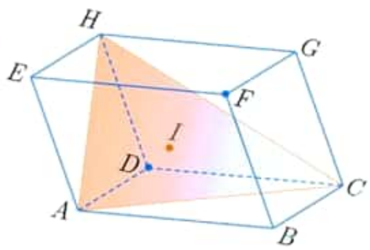
$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{EI}$$

❸ عبّرْ عن المجموع الشعاعي التالي بشعاعٍ واحد : $\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{BA}$

❹ أثبت صحة المساواة الشعاعية : $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{0}$

التمرين 2 :

احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة



ليكن $ABCDEFGH$ متوازي سطوح،
وليكن I مركز ثقل المثلّث AHC .
أثبت أنّ النقاط D و I و F تقع على استقامة واحدة. وعيّن موقع I على $[DF]$.

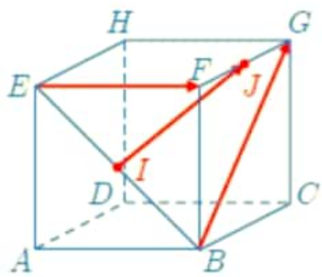
التمرين 3 : النموذج الوزاري الثاني 2020

ليكن $ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول حرفه 4. فيه I منتصف $[CD]$.

❶ وضع النقطة M المحققة للعلاقة $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BI}$

❷ احسب العدد $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

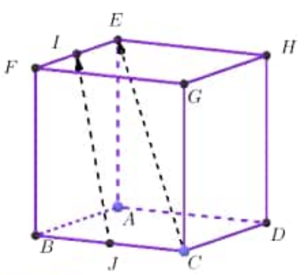
التمرين 4 :



$ABCDEFGH$ مكعب . النقطة I منتصف $[BE]$ و J منتصف $[FG]$

❶ أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{EF}$ و $\overrightarrow{BG}$ و $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطة خطيا

التمرين 5 : النموذج الوزاري الأول

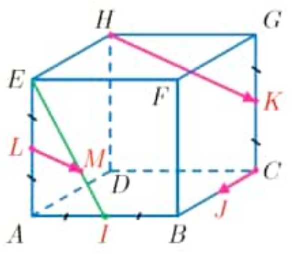


في الشكل المجاور مكعّب. I و J منتصفات $[EF]$ و $[BC]$.

❶ أثبت أنّ $2(\overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{IE}) = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CG}$.

❷ أثبت أنّ الأشعة $\overrightarrow{CE}$ و $\overrightarrow{CG}$ و $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطة خطيّاً

التمرين 6 :



$ABCDEFGH$ مكعّب. I و J و K و L هي بالترتيب منتصفات $[AB]$ و $[BC]$ و $[CG]$ و $[AE]$

ولتكن M النقطة المُحقّقة للعلاقة $3\overrightarrow{EM} = 2\overrightarrow{EI}$

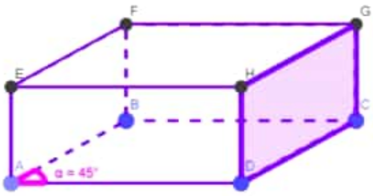
❶ أثبت أن M هي مركز ثقل المثلّث AEB ؟

❷ أثبت أن الأشعّة $\overrightarrow{LM}$ و $\overrightarrow{CJ}$ و $\overrightarrow{HK}$ مرتبطة خطّياً ؟

التمرين 7 : دورة 2018 الثانية

$ABCDEFGH$ متوازي سطوح فيه $AB = 2$ و $BC = GC = 2$ وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$

تساوي $45°$ والنقطة I منتصف $[EF]$



❶ أحسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$

❷ عين موضع النقطة M التي تحقق

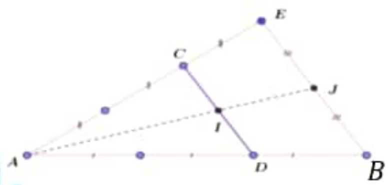
$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$$

احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 8 :

لتكن لدينا ثلاث نقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة من الفراغ

والنقطتين D, E تحققان : $3\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{CE}$ و I منتصف CD و J منتصف EB



❶ أثبت أن النقاط A, B, C, D, E تقع في مستو واحد

❷ أثبت أن النقاط I, J, A تقع على استقامة واحدة

التمرين 9 :

في مَعلم متجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ للفراغ

نتأمّل النقاط $A(3,5,2)$ و $B(2,-1,3)$ و $C(0,-2,2)$ و $D(-2,5,1)$

❶ جد إحداثيات I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ و G مركز ثقل ABC

❷ جد إحداثيّات النقطة J نظيرة I بالنسبة إلى C

❸ جد احداثيّات النقطة M التي تُحقّق العلاقة $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

❹ جد احداثيّات النقطة N بحيث يكون الرباعي $ABCN$ متوازي أضلاع .

❺ جد احداثيّات النقطة K بحيث يكون المثلث ABK قائم في B

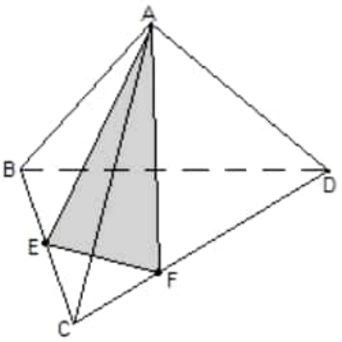
❻ أيمكن تعيين a و b لتقع النقاط A و B و $F(a, b, 4)$ على استقامة واحدة

❼ جد مركبات الأشعّة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم اوجد نسبة مثلثية للزاوية بينهما

❽ عين a ليكون الشعاعان $\vec{u}(2, a, -8)$ و $\vec{v}(1, -2, a)$

❶ مرتبطين خطّياً , ❷ متعامدين

التمرين 10 :



$ABCD$ رباعي وجوه فيه : النقطة E منتصف $[BC]$.

و النقطة F تحقق : $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$. و النقطة H مركز ثقل المثلث (ABD)

و النقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة :

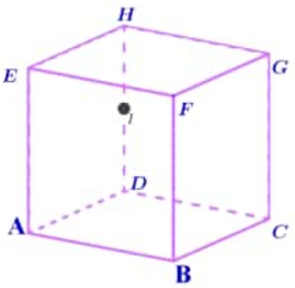
$(A,1)$, $(B,1)$, $(C,3)$, $(D,1)$. و المطلوب :

❶ أثبت أن النقاط : C , G , H على استقامة واحدة . ثم وضّع G .

❷ أثبت أن النقاط : A , E , F , G تقع في مستوٍ واحد .

و استنتج أن النقطة G تقع داخل المثلث (AEF) .

التمرين 11 : النموذج الوزاري الثاني



احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة

نجد جانباً مكعّباً طول ضلعه 1. مزوّداً بمعلم متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$:

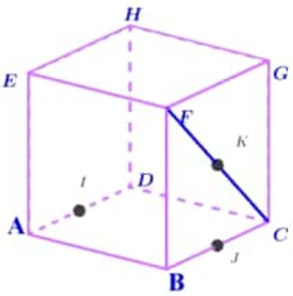
حيث I هي منتصف $[DH]$.

❶ اعط إحداثيّات النقاط I, E , A .

❷ جِد إحداثيّات O مركز ثِقل المثلّث AEI.

❸ أين تقع النقطة M التي تحقّق $3\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EO}$ ؟ احسب $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IE}$

التمرين 12 : النموذج الوزاري الثالث



$ABCDEFGH$ مكعّب. I و J و K هي بالترتيب منتصفات $[AD]$ و $[BC]$ و $[FC]$

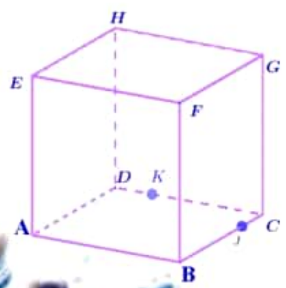
❶ باختيار معلم متجانس $(D;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH})$

احسب مركّبات كل من الأشعّة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$

❷ أوجد عددين حقيقيين a و b يحقّقان المساواة : $\overrightarrow{AK} = a\overrightarrow{HI} + b\overrightarrow{HJ}$

ثمّ استنتج أنّ الأشعّة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$ مرتبطة خطيّاً

التمرين 13 : النموذج الوزاري الرابع



$ABCDEFGH$ مكعّب حيث K نقطة من CD تحقّق : $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$

والنقطة $J \in BC$ بحيث $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ والمطلوب :

❶ جد احداثيّات النقط G , K , J , E , H في المعلم $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$.

❷ أثبت أنّ الشعاعين $\overrightarrow{EG}$, $\overrightarrow{EJ}$ غير مرتبطين خطيّاً.

❸ أثبت أنّ الأشعّة $\overrightarrow{HK}$, $\overrightarrow{EG}$, $\overrightarrow{EJ}$ مرتبطة خطيّاً.

❹ أثبت أنّ المستقيم HK يوازي (EGJ)

التمرين 14 : الاختبار 2

نتأمّل في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$، النقاط

$A(1,5,4)$ و $B(10,4,3)$ و $C(4,3,5)$ و $D(0,4,5)$.

❶ بيّن أنّ النقاط A و B و C ليست على استقامة واحدة.

❷ بيّن أنّ النقاط A و B و C و D تقع في مستوٍ واحد.

❸ استنتج أنّ النقطة D هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقّلة (A,α) و (B,β) و (C,γ) حيث α و β و γ أعداداً حقيقيّة يُطلب تعيينها.

التمرين 15 : دورة 2020 الأولى

في معلم متجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$ لتكن النقاط: $A(1,0,0), B(4,3,-3), C(-1,1,2), D(0,0,1)$.

المطلوب:

❶ أثبت أن $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً.

❷ أثبت أن الأشعة: $\overrightarrow{AD}$ و$\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطة خطياً.

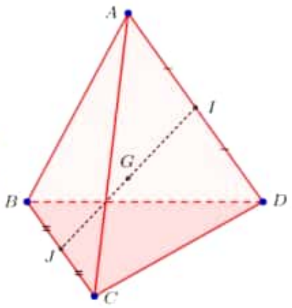
❸ استنتج أن النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة : $(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)$ حيث أن α وβ وγ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 16 :

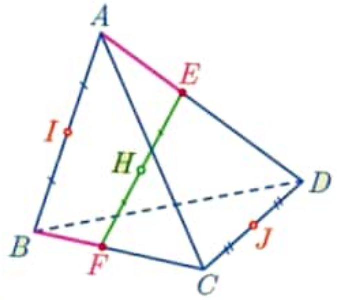
نتأمّل رباعي وجوه $ABCD$, I هي منتصف $[AC]$ و G مركز الابعاد المتناسبة للنقاط $(A,1)$ و $(B,4)$ و $(C,1)$ و $(D,3)$. أثبت تلاقي المستقيمين (IG) و (BD) وعين نقطة تقاطعهما

التمرين 17 : الاختبار 1



$ABCD$ رباعي وجوه، مركز ثقله G، I منتصف $[AD]$،
J منتصف $[BC]$. أثبت أنّ النقاط I و G و J تقع على استقامة واحدة

التمرين 18 : دورة 2017 الثانية



$ABCD$ رباعي وجوه و a عدد حقيقي

I,J هما بالترتيب منتصفا $[AB],[CD]$

E,F نقطتان تحققان العلاقتين :

$\overrightarrow{AE}=a\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BF}=a\overrightarrow{BC}$ و H منتصف $[EF]$.

النقطة M تحقق العلاقة $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{DA}$

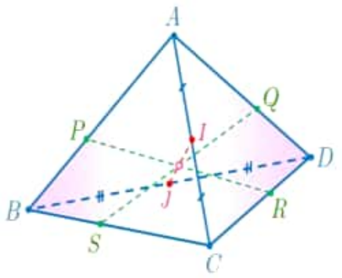
أثبت أن النقاط I و J و H تقع على استقامة واحدة

أثبت أن النقاط M,B,C,D تقع في مستوٍ واحد ثم وضّع النقطة M

التمرين 19 : النموذج الوزاري الأول 2020

$ABCD$رباعي وجوه , مركز ثقله G, فيه K مركز ثقل الوجه BCD
اثبت أن النقاط K, A, G تقع على استقامة واحدة وعين موضع G على القطعة المستقيمة $[AK]$.

التمرين 20 :



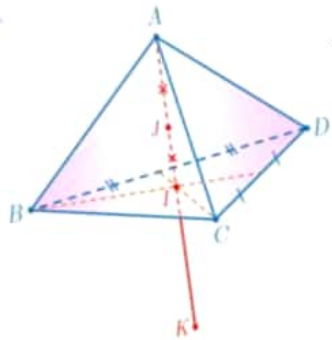
نتأمَل رباعي وجوه $ABCD$. لتكن x من $]0,1[$ ولتكن P و Q و R و S النقاط التي تحقّق

$$\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} \quad , \quad \overrightarrow{AQ} = x\overrightarrow{AD}$$
$$\overrightarrow{CR} = x\overrightarrow{CD} \quad , \quad \overrightarrow{CS} = x\overrightarrow{CB}$$

النقطتان I و J هما منتصفا الحرفين $[AC]$ و $[BD]$.
أثبت تلاقي المستقيمات (IJ) و (PR) و (QS) في نقطة واحدة.

التمرين 21 :

احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة



ليكن $ABCD$ رباعي الوجوه. وليكن I مركز ثقل المثلث BCD
و J منتصف $[AI]$ و K نظيرة A بالنسبة إلى I .
عبّر عن J و K بصفتهما مراكز الأبعاد المتناسبة
للنقاط A و B و C و D بعد تزويدها بأمثال مناسبة.

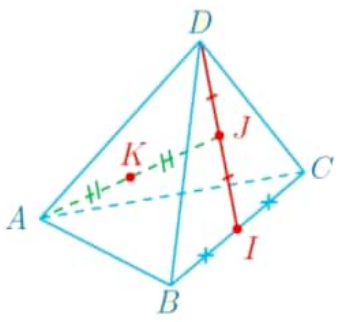
التمرين 22 :

ليكن المثلث ABC .

❶ جِدْ عددين x و y بحيث: $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$
حيث M مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A, -1)$ و $(B, 1)$ و $(C, 1)$.

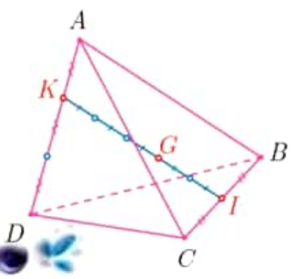
❷ جِدْ الأعداد α و β و γ لتكون N مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (A, α) و (B, β) و (C, γ)
حيث N المحققة للعلاقة $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

التمرين 23 :



انطلاقاً من الشكل المجاور . جِدْ الأمثال α و β و γ و γ
لتكون K مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط
(A, α)و(B, β)و(C, γ)و(D, δ)

التمرين 24 :



بالاستفادة من المعلومات المبينة في الشكل المجاور

❶ عبر عن k كمركز أبعاد متناسبة للنقطتين
(A, a) و (D, d)

❷ عبر عن I كمركز أبعاد متناسبة للنقطتين
(B, b) و (C, c)

❸ عبر عن G كمركز أبعاد متناسبة للنقاط (A, a) و (B, b) و(C, c) و (D, d)

❹ باعتبار المثلث (ABC) متساوي الساقين و $BC = 4$ احسب : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$

التمرين 25 : النموذج الوزاري الثاني 2020

لتكن النقاط $A(1,-1,2)$, $B(2,1,0)$, $C(2,3,-1)$, $D(0,0,2)$ والمطلوب :

❶ عين إحداثيات G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$و$(B,2)$و$(C,2)$و$(D,1)$

❷ حدد S مجموعة النقاط M التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\|=6$

❸ جد معادلة للمجموعة S

التمرين 26 : النموذج الوزاري السادس

ABCD رباعي وجوه G مركز ثقل المثلّث DBC. جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقّق:

$$\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}\|=\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MC}\|$$

التمرين 27 : النموذج الوزاري الثالث 2020

ادرس وضع المستقيمين d, d' المعرفين كما يأتي :

$$d:\begin{cases}x=2t-5\\ y=t-2\\ z=-\frac{1}{2}t+3\end{cases};t\in\mathbb{R} \quad \text{و} \quad d':\begin{cases}x=s+5\\ y=5\\ z=2s+5\end{cases};s\in\mathbb{R}$$

احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 28 : دورة 2017 الثانية

اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d, d' :

$$d:\begin{cases}x=t+1\\ y=-3t+2\\ z=-3t+3\end{cases}:t\in\mathbb{R} \quad \text{و} \quad d':\begin{cases}x=s\\ y=-3s+3\\ z=-s+1\end{cases}:s\in\mathbb{R}$$

و هل المستقيمين d, d' يقعان في مستوٍ واحد ؟ علل إجابتك

التمرين 29 : دورة 2019 الأولى

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتان $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$ والمطلوب :

❶ أكتب تمثيلا وسيطياً للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه $\vec{u}(2,2,1)$

❷ أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان

التمرين 30 : (متميزين)

أوجد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة A(2,1,3) و الموازي للمستوي :

$P: x+y+z+1=0$

إذا علمت أن d يقطع المستوي (YOZ) في نقطة B ترتيبها (-1).

التمرين 31 : الاختبار 4

المستقيمان L و L' معرّفان وسيطياً وفق :

$$L:\begin{cases}x=-1\\y=1-t\\z=1-2t\end{cases} \; : t\in\mathbb{R} \quad \text{و} \quad L':\begin{cases}x=4-5s\\y=3-2s\\z=-1+2s\end{cases} \; : s\in\mathbb{R}$$

❶ أثبت أنّ L و L' متقاطعان في نقطة يُطلب تعيين إحداثيّاتها.

❷ جد معادلة للمستوي المحدّد بالمستقيمين L و L'

التمرين 32 :

أوجد مسقط النقطة $A(3,-1,2)$ على المستقيم :

$$d:\begin{cases}x=-t+3\\y=-t+2\\z=t\end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$$

ثم أوجد بعد A عن المستقيم d

احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 33 : دورة 2020 الثانية

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ المستوي $P: 2x+y-3z+2=0$

والنقطة $A(1,1,-2)$. والمطلوب:

❶ أثبت أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي P.

❷ اكتب معادلة للمستوي Q المار من A والموازي للمستوي P.

التمرين 34 : النموذج الوزاري الثالث

اكتب معادلة للمستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ حيث $A(2,-1,3)$ و $B(4,3,-1)$

التمرين 35 :

في معلمٍ متجانس $(o;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ ، ليكن المستويين $P\,,Q$

$P: x-2y+3z-5=0$ و $Q: x+y+z+1=0$

❶ أثبت أنّ المستويين $P\,,Q$ متقاطعين وفق فصل مشترك d

❷ أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيمّ d

❸ اكتب معادلة للمستوي $\mathcal{R}$ العمودي على كل من $P\,,Q$ و يمر بالنقطة $A(2,5,-2)$

التمرين 36 :

نتأمل في معلم متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,2,-1)$ والمستويين :

$\mathcal{P}: x+y-2z-1=0 \quad , \quad \mathcal{Q}: x+y+z=0$

❶ أثبت أن المستويين $\mathcal{Q}\,,\mathcal{P}$ متعامدين

❷ احسب بُعد A عن كل من المستويين .

❸ استنتج ُبعد A عن الفصل المشترك للمستويين .

التمرين 37 : النموذج الوزاري الثاني

في معلم متجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$، لدينا نقطتين $A(2,-1,0)$ و $B(-1,3,5)$.

والمستوي $\mathcal{P}$ الذي يقبل معادلة $2x-3y+z-5=0$.

❶ أثبت أنَّ المستقيم (AB) يقطع المستوي $\mathcal{P}$ في نقطة C يُطلب تعيين إحداثيَاتها.

❷ اكتب معادلة للمستوي $\mathcal{Q}$ العمودي على $\mathcal{P}$ ويمر بالنقطتين A و B.

التمرين 38 :

برهن أن المستويين متوازيين ثم أوجد البعد بينهما

$$\mathcal{P}: \quad x-2y+3z-1=0$$
$$\mathcal{Q}: \quad 2x-4y+6z+3=0$$

التمرين 39 :

نُعطي معلماً متجانساً $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$ ومعادلات ثلاثة مستويات

$$\mathcal{P}_1: x-2y-3z=3$$
$$\mathcal{P}_2: 2x-y-4z=7$$
$$\mathcal{P}_3: 3x-3y-5z=8$$

أثبت أن المستويات الثلاثة تتقاطع في نقطة واحدة يطلب تعيينها

احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 40 :

نتأمّل في معلم متجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$ ، النقاط :

$A(2,1,3)$ & $B(1,0,-1)$ & $C(4,0,0)$ & $D(0,4,0)$ & $E(1,-1,1)$

❶ أثبت أنّ النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة.

❷ أثبت أنّ المستقيم (AB) عمودي على المستوي (CDE) .

❸ عيّن احداثيات N نقطة تقاطع المستقيم (AB) مع المستوي (CDE).

❹ عند أي قيمة للوسيط m تنتمي النقطة $M(m,1,0)$ للمستوي (CDE)

التمرين 41 :

نتأمل المعلم المتجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ النقطتين $A(1,0,1), B(2,-2,3)$

❶ أوجد نقطة تنتمي لمحور الفواصل متساوية البعد عن النقطتين A , B

❷ اكتب معادلة للمستوي المحوري للقطعة $[AB]$

❸ اكتب معادلة للكرة التي يكون $[AB]$ قطرا فيها

التمرين 42 : (للمتميزين)

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$

النقاط $B(3,0,-3)$ و $C(1,1,3)$ و $D(-1,2,3)$ و الشعاع $\overrightarrow{AB}(4,-2,-4)$

والمطلوب :

❶ جد تمثيلا وسيطياً لكل من : (AB) و $[AB)$ و $[AB]$

❷ جد معادلة المستوي المحوري $\mathcal{P}$ للقطعة المستقيمة $[AB]$

❸ جد معادلة الكرة التي تمر من النقطة A وتمس المستوي $\mathcal{P}$

❹ جد معادلة الكرة المارة برباعي الوجوه $ABCD$

التمرين 43 :

أوجد معادلة للمستوي المماس للكرة $(x-2)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=\frac{1}{14}$ في النقطة $B(3,4,-2)$

التمرين 44 : دورة 2017 الأولى

❶ اكتب معادلة للكرة $\mathcal{S}$ التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها $\mathrm{R}=\sqrt{3}$.

❷ تحقق أن المستوي $\mathcal{P}$ الذي معادلته $\mathcal{P}: x-y+z+3=0$ يمس الكرة $\mathcal{S}$

التمرين 45 :

لتكن لدينا النقاط $O(0,0,0), A(0,0,6), B(4,0,0)$

❶ اكتب معادلة للأسطوانة التي محورها $(O,\vec{k})$ و مركزي قاعدتيها A و 0 ونصف قطر قاعدتها $\sqrt{6}$.

❷ اكتب معادلة للمخروط الذي محوره $(O,\vec{\imath})$ و رأسه O وقاعدته الدائرة التي مركزها B ونصف قطرها $\sqrt{6}$

❸ أي من النقطتين $C(0,0,10), D\left(2,1,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ تنتمي للمخروط واي منها لا تنتمي مع التعليل

احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 46 :

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ ، عيّن طبيعة مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ في كل من الحالات التالية :

❶ $x^2+y^2+z^2-2x+6y-2=0$, ❷ $y^2+z^2-\frac{2}{9}=0 \quad ; 0\leq x\leq 1$

التمرين 47 : الاختبار 3

في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ لدينا النقاط $A(1,0,-1)$ و $B(2,2,3)$ و $C(3,1,-2)$ و $D(-4,2,1)$.

❶ أثبت أنّ المثلّث ABC قائم واحسب مساحه.

❷ أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي (ABC) واستنتج معادلة للمستوي (ABC).

❸ احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثمّ احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$

التمرين 48 : الاختبار 4

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(3,-2,2)$ و $B(6,1,5)$ و $C(6,-2,-1)$ و $D(0,4,-1)$

بيّن مع التعليل صحّة أو خطأ كل من المقولات الآتية:

❶ المثلّث ABC قائم.

❷ المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).

❸ حجم رباعي الوجوه $DABC$ يساوي $V=81$.

التمرين 49 :

$ABCDE$ هرم رأسه E وقاعدته مربّع. $[BE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$

و $EB = 4\sqrt{2}$ و $AB = 4$

M نقطة من القطعة $[ED]$ تُحقّق $3\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DE}$

لتكن P المسقط القائم للنقطة M على المستوي $(ABCD)$

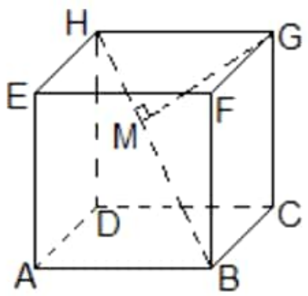
و H المسقط القائم للنقطة P على المستقيم (AB) .

احسب طول القطعة المستقيمة $[MH]$.

التمرين 50 :

$ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 1. و ليكن $(D;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH})$ معلماً متجانساً .

النقطة M هي مسقط النقطة G على (BH) . المطلوب :



❶ أوجد إحداثيات كل من النقاط : H , B , G , E .

❷ أوجد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (BH) .

❸ استنتج إحداثيات النقطة M .

❹ أثبت أن النقطة M هي مسقط النقطة E على (BH) .

التمرين 51 : (للمتميزين)

نتأمل في معلم متجانس $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$

ليكن لدينا المستوي $P : 2x - y + 3z - 4 = 0$

و المستقيم d الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً: $t \in \mathbb{R}$:

$$d: \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -t + 2 \\ z = 3t - 1 \end{cases}$$

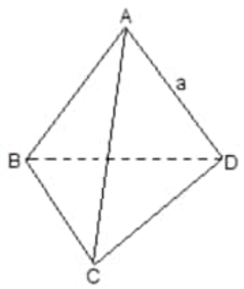
❶ أثبت أن المستقيم d عمودي على المستوي P

❷ جد معادلة للمستوي Q المار من النقط $A(1,0,1)$ والموازي للمستوي P

❸ جد معادلة الكرة التي مركزها يقع على المستقيم d وتمس كل من المستويين P و Q

التمرين 52 :

$ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول حرفه a



❶ احسب : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CA}$ و احسب : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$

❷ أثبت أن المستقيمين (AB) و (CD) متعامدين

المسألة 1 :

في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ لتكن النقاط :

$A(2,4,3)$, $B(4,-2,3)$, $C(1,-1,1)$, $D(3,3,-3)$

$E(0,2,1)$, $N(2,2,-2)$, $F(1,2,3)$, $H(-2,-2,2)$

والمستوي $Q : 3x - 3y + 2z + 4 = 0$

احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة

❶ أثبت أن النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة ثم أكتب معادلة للمستوي (ABC)

❷ أكتب معادلة للمستوي P المار من D, N و العمودي على المستوي (ABC)

❸ أحسب بعد النقطة F عن Δ الفصل المشترك للمستويين P و (ABC)

❹ جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم المار من D وعمودي على المستوي (ABC)

❺ جد D' مسقط D على المستوي (ABC)

❻ أثبت أن المستويات (ABC) و P و Q تتقاطع في النقطة E

❽ أثبت أن المستوي (ABC) يقطع الكرة التي مركزها D و تمر من H

ثم جد نصف قطر الدائرة الناتجة عن التقاطع

❾ أعط معادلة للمجموعة ε المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق

$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 3$ وما طبيعة المجموعة ε

المسألة 2 : (للمتميزين)

في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس لدينا, $A(-2,-2,3)$, $B(1,2,5)$

$C(-1,2,1), D(2,-1,1)$

بفرض النقطة J منتصف $[BD]$,و النقطة I محققة للعلاقة $\overrightarrow{4AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

والنقطة H هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة : $(A,2), (B,3), (C,1), (D,2)$

❶ أثبت أن I, J, H تقع على استقامة واحدة .

❷ أوجد مجموعة النقاط M المحققة للعلاقة :

① $P : \|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MD}\|$

② $S : \|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - 4\overrightarrow{MJ}\|$

❸ بين أن تقاطع مجموعة النقاط P ومجموعة النقاط S هي دائرة

أوجد مركزها ونصف قطرها

المسألة 3 : النموذج الوزاري السادس

نتأمّل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(3,2,0)$ في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

ليكن $\mathcal{P}$ المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ شعاعاً ناظماً.

وليكن Q المستوي الذي معادلته $x-y+2z+4=0$.

وأخيراً لتكن الكرة S التي مركزها A ونصف قطرها AB.

❶ أثبت أنّ $2x+y-z-8=0$ هي معادلة للمستوي $\mathcal{P}$.

❷ جد معادلة الكرة S.

❸ أثبت أنّ المستوي Q مستوي مماس للكرة S.

❹ أثبت أنّ النقطة $C(0,2,-1)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q.

❺ ليكن d المستقيم الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً: $t\in\mathbb{R}$ $\quad d:\begin{cases}x=t\\y=12-5t\\z=4-3t\end{cases}$

a : أثبت أنّ المستقيم d هو الفصل المشترك للمستويين $\mathcal{P}$ و Q.

b : أثبت أنّ المستقيم d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$

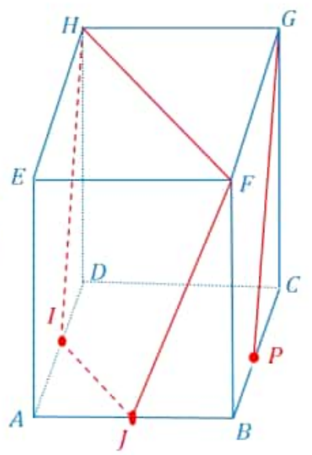
احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة

المسألة 4 :

ليكن $ABCDFEGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=AD=2$ و $GC=3$

النقاط I وJ و P هي منتصفات $[AD]$ و $[AB]$ و $[BC]$ على الترتيب

نتأمّل المعلم المتجانس $\left(A;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$.



❶ أثبت أنّ المستقيم (GP) يوازي المستوي $(HFJI)$

❷ جد معادلة الكرة التي يكون $[EC]$ قطراً فيها

❸ جد معادلة المخروط الناتج عن دوران الضلع $[AH]$ من المثلث AEH حول (AE)

❹ احسب بعد النقطة E على المستقيم (JF)

❺ احسب بعد النقطة E على المستوي $(HFJI)$

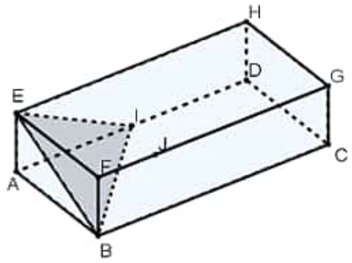
❻ هل ينتمي مسقط النقطة E على المستوي $(HFJI)$ الى المستقيم (JF)

❼ أحسب حجم الهرم $EHFJI$

المسألة 5 : النموذج الوزاري الأول 2020

ليكن $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB = 2\ ,\ AD = 4\ ,\ AE = 1$

ولتكن I منتصف $[AD]$ والنقطة J تحقق $\overrightarrow{FJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{FG}$. نتأمل المعلم المتجانس $\left(A, \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$, والمطلوب :



❶ جد احداثيات رؤوس متوازي المستطيلات واحداثيات كل من J, I.

❷ أثبت أن معادلة المستوي (EIB) هي $x + y + 2z - 2 = 0$.

❸ بين نوع المثلث EIB, ثم احسب مساحته.

❹ احسب بعد G عن المستوي (EIB), واستنتج حجم رباعي الوجوه $G - EIB$.

❺ اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من J وعمودياً على المستوي (EIB).

❻ استنتج أن المسقط القائم للنقطة J على المستوي (EIB)

تقع على القطعة المستقيمة $[BI]$

احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة

المسألة 6 :

ليكن $ABCDFEGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB = 2$ و $BC = Gc = 1$.

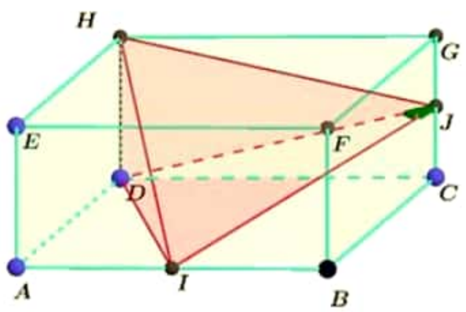
النقطة I هي منتصف $[AB]$ و J هي منتصف $[CG]$. نتأمّل المعلم المتجانس $\left(A; \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$

❶ أثبت أنّ المستقيمين (DI) و (IJ) متعامدان , واحسب $\cos\widehat{IJD}$.

❷ أعط معادلة للمستوي (DIJ) .

❸ احسب بعد H عن المستوي (DIJ) .

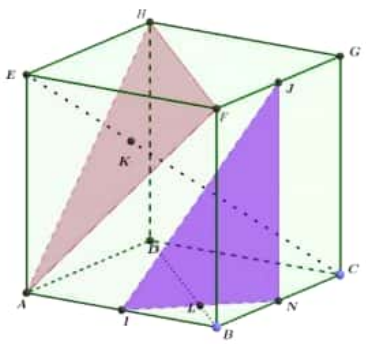
❹ احسب حجم رباعي الوجوه $HDIJ$



المسألة 7 :

ليكن $ABCDFEGH$ مكعب طول حرفه a(عدد حقيقي موجب) فيه النقطة I هي منتصف $[AB]$ وN هي منتصف $[BC]$ و J هي منتصف $[FG]$ و L هي منتصف $[IN]$ و K هي مركز ثقل المثلث AFH

ولنعتبر المعلم المتجانس $\left(A;\frac{1}{a}\overrightarrow{AB},\frac{1}{a}\overrightarrow{AD},\frac{1}{a}\overrightarrow{AE}\right)$



أولا :

❶ جد $\overrightarrow{EH}.\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{EK}.\overrightarrow{KC}$

❷ جد $cos\widehat{FAC}$

ثانيا :

من أجل طول حرف المكعب $a = 2$

❶ جد احداثيات رؤوس المكعب واحداثيات النقاط I , N , J , K

❷ أثبت أن المستويين (INJ) , (AFH) متعامدين

❸ أثبت أن L منتصف $[IN]$ هي مسقط D على المستوي (JNI)

❹ جد حجم رباعي الوجوه $(DINJ)$

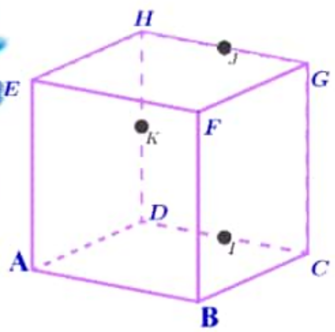
❺ أعط معادلة للمستوي $\mathcal{R}$ المار من D ويعامد كل من المستويين (AFH) , (JNI)

احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة

المسألة 8 : النموذج الوزاري الأول

نتأمّل مكعّباً $ABCDEFGH$. لتكن I و J و K منتصفات أضلاعه $[DC]$ و $[HG]$ و$[HD]$ بالترتيب.

نتّخذ $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$ معلماً متجانساً في الفراغ.



❶ أوجد احداثيّات النقاط A , I , E .

❷ اكتب معادلة للمستوي $(AIJE)$.

❸ احسب بعد K عن المستوي $(AIJE)$ وحجم الهرم $KAIJE$.

❹ اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d العمودي على المستوي $(AIJE)$ والمار بالنقطة K.

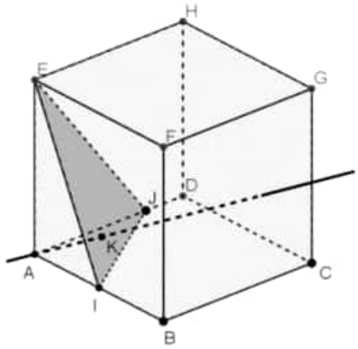
❺ احسب احداثيّات N نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي $(AIJE)$.

❻ أثبت أنّ N هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (A,α) و (I,β) و (E,γ)

حيث α و β و γ هي أثقال يُطلب تعيينها

المسألة 9 : النموذج الوزاري الثالث 2020

ليكن $ABCDEFGH$ مكعباً طول حرفه يساوي 4, ولتكن النقطة I منتصف $[AB]$ والنقطة J تحقق $4\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AD}$. نتأمل المعلم المتجانس $\left(A,\frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, والمطلوب:



❶ جد احداثيات رؤوس المكعب والنقطتين J,I.

❷ أثبت أن معادلة المستوي (EIJ) هي $6x+4y+3z-12=0$.

❸ اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من A وعمودياً على المستوي (EIJ), ثم جد إحداثيات النقطة K نقطة تقاطع d مع (EIJ).

❹ احسب مساحة المثلث AEJ ثم استنتج حجم رباعي الوجوه $I-AEJ$.

❺ احسب بعد Aعن المستوي (EIJ) واستنتج مساحة المثلث EIJ.

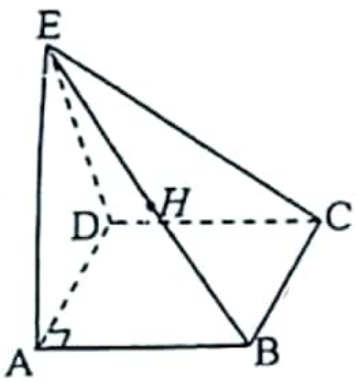
احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة

المسألة 10 : دورة 2020 الأولى

$(EABCD)$ هرم رباعي رأسه E, قاعدته مربع طول ضلعه 3,

$[AE]$عمودي على المستوي $(ABCD)$ و $EA=3$.

نختار المعلم المتجانس $\left(A,\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$ والمطلوب:



❶ عين إحداثيات A,B,C,D,E

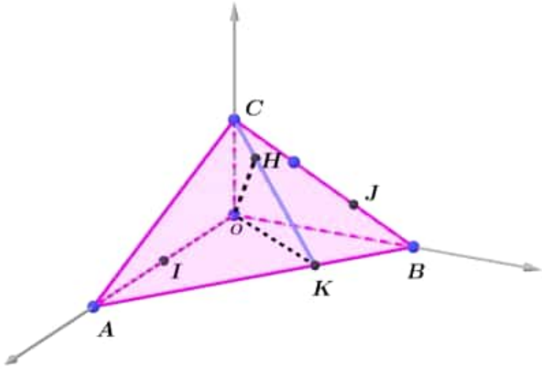
❷ جد معادلة للمستوي (EBC).

❸ اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC).

❹ استنتج أن H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم ل A على المستوي (EBC).

❺ احسب حجم رباعي الوجوه $(AEBC)$.

المسألة 11 :



ليكن رباعي الوجوه ثلاثي الزوايا القائمة رأسه O ولنأخذ المعلم المتجانس $\left(O;\frac{1}{3}\overrightarrow{OA},\frac{1}{2}\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\right)$ و لتكن I منتصف $[OA]$ و J نقطة تحقق $3\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{CB}$

❶ جد احداثيات كلا من A,B,C

❷ أثبت أنّ معادلة المستوي (ABC) لها الشكل

$2x+3y+6z=6$

❸ استنتج تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار بالنقطة O عمودياً على المستوي (ABC) .

❹ جد احداثيات H نقطة تقاطع المستقيم Δ مع المستوي (ABC) ثم تحقق أنها نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC

❺ أثبت أنّ المسقط القائم لكل من النقطتين C و O على المستقيم (AB) هو النقطة K ذاتها واحسب إحداثيّاتها

احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة

❻ احسب مساحة المثلث ABC وأوجد حجم رباعي الوجوه $OABC$

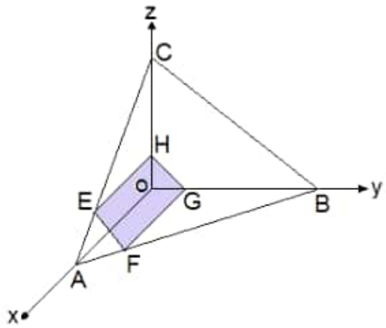
المسألة 12 :

في معلم متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط : $A(1,0,0)\,,B(0,1,0)\,,C(0,0,1)$

و المستوي : $0<t<1$; $P;\;\; y+z=t$.

يقطع المستوي P المستقيمات $(AC)\,,(AB)\,,(OB)\,,(OC)$

في النقاط $E\,,F\,,G\,,H$ بالترتيب . المطلوب :



❶ أوجد إحداثيات النقطتين $G\,,H$.

❷ أعطِ تمثيلاً وسيطياً لكل من المستقيمين $(AC)\,,(AB)$

و استنتج إحداثيات النقطتين $E\,,F$.

❸ أثبت أن الرباعي $E\,F\,G\,H$ مستطيل , و احسب مساحته $A(t)$ بدلالة t .

❹ ادرس تغيرات $A(t)$ على المجال $]0,1[$ و استنتج قيمة t التي تجعل المساحة أعظمية .

ملاحظة :

انتبه عزيزي الطالب عند حساب EH إلى أنه بوجه عام : $\sqrt{x^2}=|x|$.

فقد يكتب الطالب : $EH=\sqrt{(1-t)^2+0+0}=1-t$ (الكتابة صحيحة ربما بالصدفة) .

في حين ربما يكتب زميله : $EH=\sqrt{(t-1)^2+0+0}=t-1$

(و هي كتابة خاطئة .. لا تنسى أن $0<t<1$)

المسألة 13 :

في معلم متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(0,0,2)$, $B(1,4,7)$, $C(1,1,1)$, $E(4,-1,2)$ و المستوي P : $P: \ 3x-2y+z-2=0$

و المستقيم Δ المعطى بالتمثيل الوسيطي : $;t\in R$ $\Delta:\begin{cases} x=3t+1 \\ y=-2t+\frac{5}{2} \\ z=t+4 \end{cases}$.

❶ أثبت أن النقاط A,B,C تعين مستوياً هو المستوي P.

❷ أثبت أن المستقيم Δ يعامد المستوي P في النقطة F منتصف القطعة المستقيمة $[BC]$.

❸ علل لماذا تكون جميع نقاط المستقيم Δ متساوية البعد عن النقطتين B و C .

❹ أثبت أنه أياً كانت النقطة M من المستقيم Δ فإن : $MA=MC$. و من ثم $MA=MC=MB$.

❺ أوجد معادلة Q المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[CE]$.

❻ علل لماذا إذا تقاطع المستوي Q مع المستقيم Δ في نقطة Ω كانت Ω مركز الكرة التي تمر بالنقاط A,B,C,E .

❼ أثبت تقاطع المستوي Q مع المستقيم Δ في نقطة Ω و عين Ω.

احمد الشيخ عيسى
مروان بجور
زياد داوود
وسيم فاطمة

المسألة 14 : النموذج الوزاري الثاني 2020

ليكن لدينا المكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 1.

وT نقطة من $[AB]$ تحقق $\overrightarrow{AT}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$, و N نقطة من $[AD]$ تحقق $\overrightarrow{AN}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$.

❶ في المعلم المتجانس $(A:\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ جد إحداثيات النقاط H,F,N,T.

❷ جد الشعاعين $\overrightarrow{NT},\overrightarrow{NH}$ ثم جد معادلة للمستوي (HNT).

❸ جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EF).

❹ استنتج نقطة تقاطع المستقيم (EF) مع المستوي (HNT).

❺ اذكر مقطع المكعب بالمستوي (HNT). ما طبيعته