نوّاس : هزّازة ، ينوس : يهتز .. ، نوسة : هزة .

مراجعات وملاحظات في النوّاسات ..

1. الدور : هو زمن الهزة الواحدة الكاملة (T_0) واحدته (S)

- الدور العام : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ ، $T_0 = \frac{\text{زمن النوسات}}{\text{عدد النوسات}}$ ، $T_0 = \text{زمن الذهاب} \times 2$
- الدور الخاص :

للسعات الصغيرة والكبيرة:

- النوّاس المرن 

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

ثابت صلابة النابض $K = \omega_0^2 \cdot m$ $(N \cdot m^{-1})$

- نوّاس الفتل 

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

ثابت فتل السلك $K = \omega_0^2 \cdot I_\Delta$ $(m \cdot N \cdot rad^{-1})$

للسعات الصغيرة فقط:

- النوّاس الثقلي : البسيط : 

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

المركب : 

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

للثقلي فقط : أمّا في حال السعات الكبيرة نطبّق : $T_0' = T_0\left(1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right)$ Rad

- $\theta_{rad} = \theta^{\circ} \times \frac{\pi}{180}$

مثال : $30^{\circ} = \cancel{30} \times \frac{\pi}{\cancel{180}_{6}} = \frac{\pi}{6}\ rad$

- النبض : $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ $rad \cdot s^{-1}$

- تكون الزاوية صغيرة عندما $\theta < 14^{\circ}$ أي $\theta < 0.24\ rad$

وهنا يكون ..

$\sin\theta \simeq \theta$

$\tan\theta \simeq \theta$

$\cos\theta \simeq 1$

مثال ١: نوّاس ثقلي دوره $4\,S$ من أجل السعات الصغيرة نزيحه بسعة $\theta_{max}=0.4\,rad$ احسب دوره.

الحل:

$$T_0' = T_0\left(1+\frac{\theta_{max}^2}{16}\right) = 4\left(1+\frac{\cancel{16}\times 10^{-2}}{\cancel{16}}\right)$$

$$= 4(1.01) = 4.04\,S$$

مثال ٢: مهم

نوّاس ثقلي دوره $2\,S$ من أجل السعات الصغيرة نزيحه بزاوية $60°$ احسب دوره.

الحل:

$$T_0' = T_0\left(1+\frac{\theta_{max}^2}{16}\right) = 2\left(1+\frac{\left(\frac{\pi}{3}\right)^2}{16}\right) \simeq 2.13\,S$$

$\boxed{٢}$ في النوّاس الثقلي المركّب:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m.g.d}}$$

- $m =$ كتلة النوّاس ككل
- $d = OC = \dfrac{m_2 d_2\,(\text{تحت}) - m_1 d_1\,(\text{فوق})}{m_1+m_2}$
- $I_\Delta = \underset{\text{جسم أساسي}}{I_\Delta} +$ قاعدة هايغنز فقط في حال علّق الجسم من نقطة o تبعد عن c مسافة d $(m\,d^2)$ $+ \underbrace{m_1 d_1^2 + m_2 d_2^2 ..}_{\text{للكتل المضافة المعلّقة على الجسم الأساسي}}$

قرص $\frac{1}{2} m r^2$ تحفظ

ساق $\frac{1}{12} m l^2$ تحفظ

مهمل الكتلة $\Rightarrow 0$

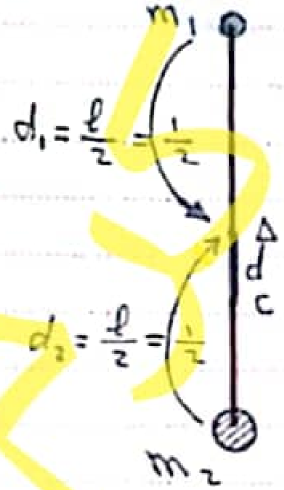
يعني إذا علّق الجسم من c لا نطبق هايغنز يا حلوين..

I_Δ : عزم العطالة $(Kg.m^2)$ وهي تعني بالعامية صعوبة التعامل مع الجسم بسبب توزع الكتلة على الأبعاد.

أمثلة عن ايجاد d و I_Δ ..

① ساق مهملة الكتلة طولها $1\ m$ معلقة من منتصفها بمحور دوران Δ وقد علّق بطرفها العلوي كتلة نقطية $m_1 = 0.2\ Kg$ وبطرفها السفلي كتلة نقطية $m_2 = 0.6\ Kg$ المطلوب احسب d ، I_Δ

الحل: الرسم :



$$d = \frac{m_2 d_2 - m_1 d_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{0.6 \times \frac{1}{2} - 0.2 \times \frac{1}{2}}{0.8}$$

$$= \frac{0.2}{0.8} = \frac{1}{4}\ m$$

$$I_\Delta = 0 + m_1 d_1^2 + m_2 d_2^2$$

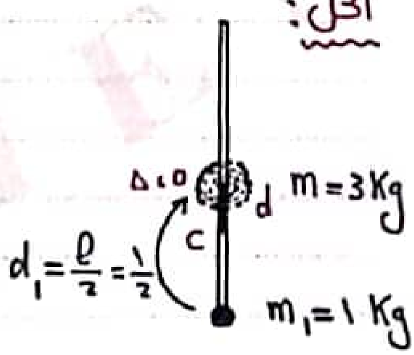
لأنّ الساق مهملة الكتلة ..

$$= 0.2 \times \frac{1}{4} + 0.6 \times \frac{1}{4} = 0.2\ Kg.m^2$$

(ملاحظة: اذا كان الجسم مهمل الكتلة هنا لا نضعه هنا يعني ولو علّقه الجسم من وين ما كان).

② ساق متجانسة كتلتها $m = 3\ Kg$ معلقة من منتصفها طولها $l = 1\ m$ ومعلّق بطرفها السفلي كتلة نقطية $m_1 = 1\ Kg$ احسب d ، I_Δ.
علماً أنّ عزم العطالة للساق حول محور مار من منتصفها هو $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} m l^2$

الحل:



$$d = \frac{m_1 d_1 - 0}{m_1 + m}$$ لأنّ m تنطبق على Δ

$$= \frac{1 \times \frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{8}\ m$$

$$I_\Delta = \frac{1}{12} m l^2 + m_1 d_1^2$$

$$= \frac{1}{12} \times 3 \times 1 + 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}\ Kg.m^2$$

③ ساق متجانسة كتلتها m معلقة من طرفها العلوي

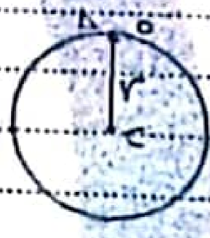
$d = oc = \frac{l}{2}$ هنا واضح أنه

$I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2$ هنا نطبق هايغنز :

$= \frac{1}{12} ml^2 + m\frac{l^2}{4} = \frac{1}{3} ml^2$

④ قرص متجانس كتلته m نصف قطره r معلق من نقطة تقع على محيطه

$d = oc = r$ هنا واضح أنه



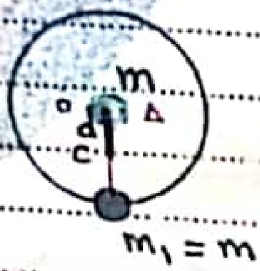
لحساب I_Δ نطبق هايغنز

$I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2$

$= \frac{1}{2} mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2} mr^2$

⑤ قرص كتلته m نصف قطره r مـ... مركزه ومثبت عليه بنقطة من محيطه كتلة نقطية $m_1 = m$

بما أنه $m_1 = m$ فإنه c سيقع في منتصف المسافة بينهما ⟸ $d = oc = \frac{r}{2}$



لحساب I_Δ :

$I_\Delta = I_{\Delta (قرص)} + I_{\Delta (m_1)}$

$= \frac{1}{2} mr^2 + m_1 d_1^2$: $m_1 = m$ ، $d_1 = r$

$= \frac{1}{2} mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2} mr^2$.

• في نواس الفتل

ثابت فتل السلك $K = \omega_0^2 \cdot I_\Delta$

ماعدا إذا لُعِبَ في السلك ← $K = K' \frac{(2r)^4}{\ell}$

$\boxed{٣}$ في نواس الفتل إذا لُعِبَ بالسلك (طول - عدد)

نطبق:

$$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K'\frac{(2r)^4}{\ell}}}$$

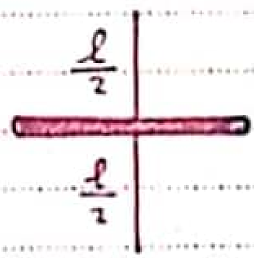
عدد الأسلاك (١ أو 2)

الطول الجديد للسلك بدلالة القديم

ونرفع مقام المقام للبسط ونُخرج العدد الداخل و.... فنحصل على الدور الجديد بدلالة القديم ..

مثال: نواس فتل دوره 4 S نقسم سلكه إلى قسمين متساويين ونعلق الساق بنصفي السلك معاً، أحدهما من الأعلى والآخر من الأسفل احسب الدور الجديد.

الحل:



$$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{2\,K'\frac{(2r)^4}{\frac{1}{2}\ell}}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}\,I_\Delta}{\frac{2}{1}\,K'\frac{(2r)^4}{\ell}}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{1}{4}\,\frac{I_\Delta}{K'\frac{(2r)^4}{\ell}}} = \frac{1}{2}\,2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K'\frac{(2r)^4}{\ell}}} = \frac{1}{2}T_0$$

$$\Rightarrow \quad T_0' = \frac{1}{2}\times 4 = 2\,S$$

مثال: نوّاس فتل دوره T_0 نجعل طوله 2ℓ احسب دوره الجديد!

الحل: $T_0' = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_\Delta}{K'\dfrac{(2r)^4}{2\ell}}} = 2\pi\sqrt{2\dfrac{I_\Delta}{K'\dfrac{(2r)^4}{\ell}}}$

$= \sqrt{2}\; 2\pi\sqrt{\dfrac{I_\Delta}{K'\dfrac{(2r)^4}{\ell}}} = \sqrt{2}\,T_0 \Rightarrow \boxed{T_0' = \sqrt{2}\,T_0}$

٤ قوانين هامّة ومقارنات ..

انسحابياً (المرن - الثقلي البسيط)	دورانياً (الفتل - الثقلي المركب)
x : المطال (m)	θ : الزاوية (المطال الزاوي) (rad)
v : السرعة $(m.s^{-1})$	ω : السرعة الزاوية $(rad.s^{-1})$
a : التسارع $(m.s^{-2})$	α : التسارع الزاوي $(rad.s^{-2})$
m : الكتلة (Kg)	I_Δ : عزم العطالة $(Kg.m^2)$
F : القوّة (N)	Γ : عزم القوّة $(m.N)$
K : ثابت صلابة النابض $(N.m^{-1})$	K : ثابت فتل السلك $(m.N.rad^{-1})$
E_K : الطاقة الحركيّة $E_K = \frac{1}{2}m v^2$	الطاقة الحركيّة $E_K = \frac{1}{2}I_\Delta \omega^2$
E_p : الطاقة الكامنة $E_p = \frac{1}{2}K x^2$	الطاقة الكامنة $E_p = \frac{1}{2}K\theta^2$
E : الطاقة الميكانيكيّة (الكليّة)	الطاقة الميكانيكيّة (الكليّة)
$E = E_p + E_K = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = \frac{1}{2}K X_{max}^2$	$E = E_p + E_K = \frac{1}{2}I_\Delta \omega_{max}^2 = \frac{1}{2}K\theta_{max}^2$
السرعة العظمى $v_{max} = \omega_0 \cdot X_{max}$	$\omega_{max} = \omega_0 \cdot \theta_{max}$
التسارع $a = -\omega_0^2 \cdot x$	$\alpha = -\omega_0^2 \cdot \theta$
ثابت الصلابة $K = \omega_0^2 \cdot m$	ثابت الفتل: $K = \omega_0^2 \cdot I_\Delta$

كمية الحركة : $P = m . v$

P : $kg.m.s^{-1}$ ، m : kg ، v : $m.s^{-1}$

كمية الحركة العظمى : $P_{max} = m . v_{max}$

محصلة القوى : $F = m.a$

في النواس المرن : قوة الإرجاع : $\left.\begin{array}{l} F = -Kx \\ F = ma \end{array}\right\}$

x : المطال وهو يتغير بتغير الزمن ويأخذ قيم من $+X_{max}$ إلى $-X_{max}$

X_{max} : وهو ثابت ويسمى السعة (المطال الأعظمي).

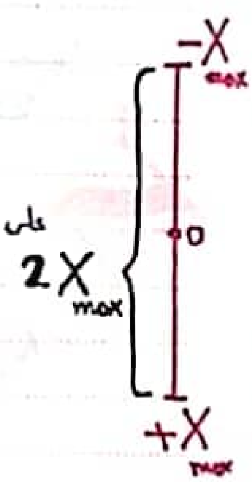
$\boxed{5}$ التابع الزمني للمطال : $x = X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

" " للسرعة : $v = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

- ω_0 : $(rad.s^{-1})$ نبض الحركة

ω_0 :
- $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$
- $P_{max} = m.v_{max} \Rightarrow P_{max} = m\,\omega_0 X_{max} \Rightarrow \omega_0 = \frac{P_{max}}{m.X_{max}}$
- K أو من علاقات : $K_{\text{ملاحة}} = \omega_0^2 . m$ ، $K_{\text{فتل}} = \omega_0^2 . I_\Delta$

- X_{max} : (m) (السعة) المطال الأعظمي
  - يُعطى مباشرة"
  - يُعطى بشكل غير مباشر كأن يقول: الجسم يهتز على قطعة مستقيمة طولها $\lambda \Leftarrow$
    $2X_{max} = \lambda \Rightarrow X_{max} = \frac{\lambda}{2}$
  - أو من شروط البدء



- φ : (rad) الطور الابتدائي

ونحصل عليها حصراً من شروط البدء..

شروط البدء :

$\begin{cases} x = \checkmark \\ t = 0 \end{cases}$ نعوّض في التابع الزمني للمطال :

$$x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

فنحصل على φ

$\begin{cases} x = \checkmark \\ v = 0 \\ t = 0 \end{cases}$ نعوّض في تابعي المطال والسرعة إلاّ إذا لا ناكان لدينا X_{max}
فنعوّض من فقط في التابع الزمني للمطال .

ملاحظات هامّة جدّاً في المثلثات

- $\sin\theta = 0$ ⟨ $\theta = 0$ ...... (*) ، $\theta = \pi$ ...... (c)
- $\cos\theta = \frac{1}{2}$ ⟨ $\theta = \frac{\pi}{3}$ ..... (*) ، $\theta = -\frac{\pi}{3}$ ..... (c)

- إذا انطلق الجسم من مطاله الأعظمي الموجب $x > 0$
أو يتحرّك في الاتجاه السالب $v < 0$ } هُنا نقبل (*)
- إذا انطلق الجسم من مطاله الأعظمي السالب $x < 0$
أو يتحرّك في الاتجاه الموجب $v > 0$ } هنا نقبل (c)

- $\cos\theta = 1 \Rightarrow \theta = 0$
- $\cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} + \pi K$ هام

$\boxed{6}$ عند المرور بوضع التوازن (مركز الاهتزاز) يكون : $\theta = 0$ أو $x = 0$

$$\Rightarrow \cos(\omega_0 t + \varphi) = 0 \Rightarrow \omega_0 t + \varphi = \frac{\pi}{2} + \pi K$$

ونعزل t بدلالة K ونعطي قيم لـ K حسب المرور ..

عند المرور الأوّل $K = 0 \Rightarrow t_1 = \dots$

" " الثاني $K = 1 \Rightarrow t_2 = \dots$ وهكذا ..

" " الثامن $K = 7 \Rightarrow t_8 = \dots$ وهكذا ..

مثال: ليكن لدينا التابع الزمني للمطال:

$$x = 5 \times 10^{-2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} t\right)$$

عيّن لحظة المرور الخامس من مركز الاهتزاز.

الحل: عند المرور بوضع التوازن $\Leftarrow x = 0 \Leftarrow \cos\left(\frac{\pi}{3} t\right) = 0$

$\Leftarrow \frac{\cancel{\pi}}{3} t = \frac{\cancel{\pi}}{2} + \cancel{\pi} K \Leftarrow \frac{1}{3} t = \frac{1}{2} + K$

نضرب بـ (3) $\Leftarrow t = \frac{3}{2} + 3K$

وعند المرور الخامس $K = 4 \Leftarrow t_5 = \frac{3}{2} + 3 \times 4$

$$t_5 = \frac{3}{2} + 12 = \frac{3}{2} + \frac{24}{2} = \frac{27}{2} = 13.5 \ S$$

الفقرة الثانية من الملاحظة السادسة.

- أحياناً يعطينا x ويطلب $E_K \Leftarrow$

$x \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} K x^2 \Rightarrow E_K = E - E_p$

- أحياناً يعطينا v ويطلب $E_p \Leftarrow$

$v \Rightarrow E_K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow E_p = E - E_K$

تذكّر بهم جداً...

خطّي = زاوي × R

$$x = \theta \cdot R$$

$$v = \omega \cdot R$$

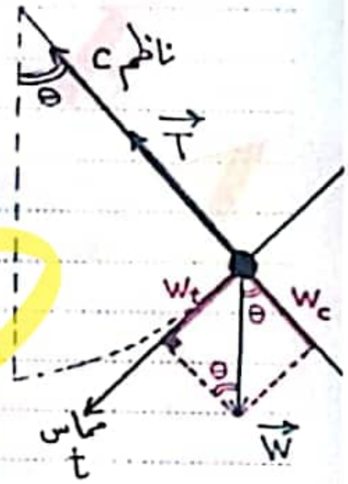
$$a_t = \alpha \cdot R$$

هذه الملاحظة خاصة بالنوّاس الثقلي البسيط

7

$الوتر . \sin\theta = المقابل$

$الوتر . \cos\theta = المجاور$



مسقط الثقل على الناظم $W_c = -mg\cos\theta$ ← عند الشاقول (1)

مسقط التوتر على الناظم $T_c = T$

مسقط الثقل على المماس $W_t = mg\sin\theta$

مسقط التوتر على المماس $T_t = 0$

التسارع الناظمي: $a_c = \frac{v^2}{R}$: $R = \ell$

✱ بحساب شدة التوتر T مباشرة

نطبق: $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ ونسقط على الناظم

أي: جملة المقارنة: خارجية

الجملة المدروسة: الكرة

القوى الخارجية المؤثرة: (الرسم السابق)

الثقل $\vec{W}$ ، التوتر $\vec{T}$

نطبق $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$

بالإسقاط على الناظم:

$-mg\cos\theta + T = ma_c$

ثم نفك $a_c = \frac{v^2}{R}$

حيث $R = \ell$ ثم نعزل المطلوب

✱ بحساب شدة التسارع المماسي

نطبق $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ ونسقط على المماس

أي: جملة المقارنة: خارجية

الجملة المدروسة: الكرة

القوى الخارجية المؤثرة: (الرسم السابق)

الثقل $\vec{W}$ ، التوتر $\vec{T}$

نطبق: $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$

بالإسقاط على المماس ⇐

$\cancel{m}g\sin\theta + 0 = \cancel{m}a_t$

$\Rightarrow a_t = g \cdot \sin\theta$

وإذا طلب التسارع الزاوي هنا

$\alpha = \frac{a_t}{R}$: $R = \ell$

٨ بس جاب سيرة السرعة !

• في النوّاس المرن ⇐ $v = (x)'_t = -\omega_0 X_{max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$

• في نوّاس الفتل ⇐ $\omega = (\theta)'_t = -\omega_0 \theta_{max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$

أمّا في النوّاس الثقلي ... فمباشرة "نطبق نظرية الطاقة الحركية"..

مراجعات بخصوص تطبيق نظرية الطاقة الحركية ..

العمل (W) (J) ، العزم (Γ) (m.N)

$W_{\vec{w}} = mgh$

$W_{\vec{T}} = 0$ لأنه يعامد الانتقال في كل لحظة

$W_{\vec{R}} = 0$ لأنه لا يسبب انتقال

$\Gamma_{\vec{w}} = -d' \cdot w = -d \cdot \sin\theta \cdot mg$

$\Gamma_{\vec{R}} = 0$ لأنه يُلاقي محور الدوران

$h =$ الوتر $(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

الوتر: في المركب d ، في البسيط ℓ

$\cos\theta$: عند الشاقول ⇐ (1)

ملاحظة ..

ω: هي نفسها لجميع نقاط النوّاس ، بينما v فهي تختلف من نقطة لأخرى باختلاف R

خطي = زاوي × R

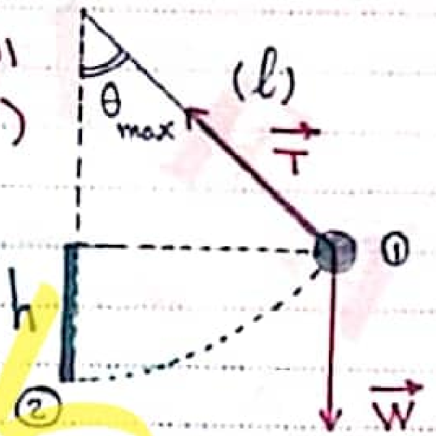
$x = \theta \times R$

$v = \omega \times R$

$a_t = \alpha \times R$

كيفية تطبيق نظرية الطاقة الحركية في النوّاس الثقلي (مهم)

البسيط (انسحابيًا)



$h = \ell(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

عند الشاقول ⇐ (1)

- جملة المقارنة: خارجية

الجملة المدروسة: الكرة.

القوى الخارجية المؤثرة:

الثقل $\vec{W}$ ، التوتر $\vec{T}$

نطبق: $\Delta E_K = \sum W_{\vec{F}(1\to 2)}$

$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{W}} + W_{\vec{T}}$

$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - 0 = \cancel{m}gh + 0$

سكون ، يعامد الانتقال في كل لحظة

ونعزل حسب الطلب:

وغالبًا يطلب v

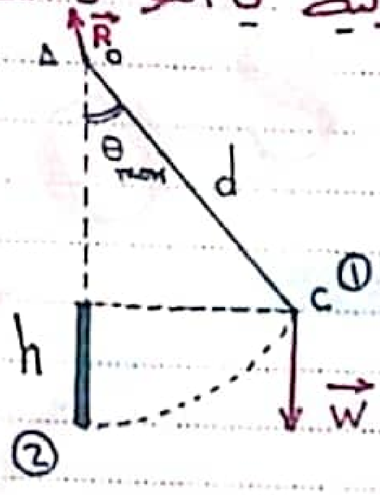
$\Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

$= \sqrt{2g\ell(\cos\theta - \cos\theta_{max})}$

وهنا إذا طلب ω ⇐

$\omega = \frac{v_N}{R_N}$

المركب ("دورانيًا")



$h = d(\cos\theta - \cos\theta_{max})$

عند الشاقول ⇐ (1)

- جملة المقارنة: خارجية.

الجملة المدروسة: النوّاس.

القوى الخارجية المؤثرة:

الثقل $\vec{W}$ ، رد الفعل $\vec{R}$.

نطبق: $\Delta E_K = \sum W_{\vec{F}(1\to 2)}$

$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{W}} + W_{\vec{R}}$

$\frac{1}{2}I_\Delta \omega^2 - 0 = mgh + 0$

سكون ، لأنه لا يسبب انتقال

ونعزل حسب الطلب:

وغالبًا يطلب ω

$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2mgd(\cos\theta - \cos\theta_{max})}{I_\Delta}}$

وهنا إذا طلب v ⇐

$v_N = \omega . R_N$

١٠ النوّاس البسيط المواقت لنوّاس مركّب له نفس الدور

T_0 (بسيط) $=$ T_0 (مركّب)

نعزل ℓ ونربّع ونحصل ⇐ $2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} =$ معلوم ⇒

مثال: أوجد طول النوّاس البسيط المواقت لنوّاس مركّب دوره $2\ s$

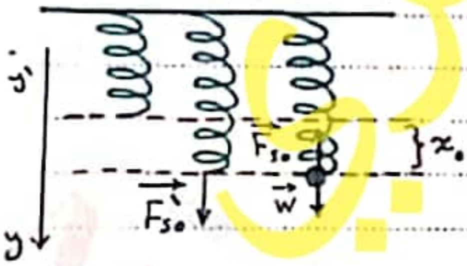
الحل: النوّاس البسيط المواقت لنوّاس مركّب له نفس الدور

T_0 (بسيط) $=$ T_0 (مركّب)

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2 \Rightarrow \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{\ell}{\cancel{10}}} = \cancel{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\ell} = 1 \xrightarrow{\text{نربّع}} \ell = 1\ m$$

١١ الاستطالة السكونية (في المرن):



$$\boxed{x_0 = \frac{m.g}{K}}$$

ثابت صلابة النابض $K = \omega_0^2 . m$ $(N.m^{-1})$

إذا طلب استنتاج الاستطالة السكونية .. ⇐

جملة المقارنة: خارجية

الجملة المدروسة: النوّاس المرن

القوى الخارجية المؤثرة:

الجسم: الثقل $\vec{W}$

التوتر $\vec{F_{s0}}$

النابض: التوتر $\vec{F'_{s0}}$ يسبب استطالة x_0

$F'_{s0} = K x_0$

نطبّق على الجسم: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

لكن في السكون $a=0$: $\vec{W} + \vec{F_{s0}} = m\vec{a}$

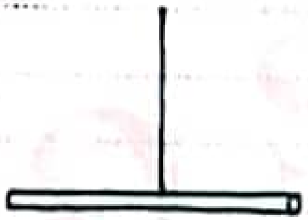
بالإسقاط على $\overrightarrow{y'y}$ ⇐ $W - F_{s0} = 0$

لكن $F_{s0} = F'_{s0} = K x_0$

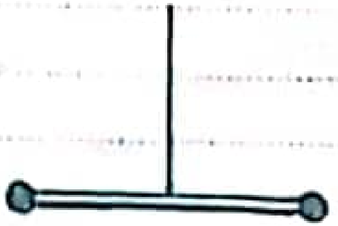
$\Rightarrow W = F_{s0} = K x_0$

$\Rightarrow mg = K x_0 \Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{mg}{K}}$

$\boxed{١٢}$ في نوّاس الفتل :



إذا كانت الساق بدون كتل



ثمّ وضع لها كتل في طرفيها $m_1 = m_2$

هنا فوراً ومباشرةً نطبق ...

$$\frac{T_0}{T_0'} = \sqrt{\frac{I_{\Delta(\text{ساق})}}{I_{\Delta(\text{ساق})} + 2 m_1 \left(\frac{l}{2}\right)^2}}$$

حيث تُعطى $I_{\Delta(\text{ساق})}$

- رقم في حال ساق أو قرص .
- $\frac{1}{12} m l^2$ في حال ساق
- $\frac{1}{2} m r^2$ في حال قرص

ثمّ نربّع ونعزل حسب الطلب و ...