المدرس : بشار خليل خريبة
0999686044
0968797602

حل المسائل العامة

المسألة الأولى:

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$m=0.5kg$, $T_0=4\,s$, $X_{max}=8\,cm$	$t_1=?$, $t_2=?$, $m'=?$

(1
$$\bar{x}=X_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

$$\left.\begin{array}{l} t=0 \\ x=\frac{X_{max}}{2} \\ v<0 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \omega_0=\frac{2\pi}{T_0}=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}\ rad\,s^{-1}$$

$$\left.\begin{array}{l} t=0 \\ x=\frac{X_{max}}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{X_{max}}{2}=X_{max}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi=\frac{1}{2} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \varphi=\frac{\pi}{3}\ rad \\ \varphi=\frac{5\pi}{3}\ rad \end{array}\right.$$

نختار قيمة φ التي تجعل $v<0$

التابع الزمني للسرعة لحظة بدء الزمن: $v=-\omega_0 X_{max}\sin(\varphi)$

$\varphi=\frac{\pi}{3}\ rad \Rightarrow v<0$ مقبول يوافق شروط البدء

$\varphi=\frac{5\pi}{3}\ rad \Rightarrow v>0$ مرفوض يخالف شروط البدء

نعوّض عن الثوابت φ , ω_0 , X_{max} في الشكل العام للتابع الزمني فنجد: $\bar{x}=8\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}\right)$

2) عند المرور في وضع التوازن: $\bar{x}=o$

$$o=8\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\pm\frac{\pi}{2}\right)+\pi k$$

$$\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}=+\frac{\pi}{2}+\pi k \Rightarrow t\frac{\pi}{2}=\frac{\pi+2\pi k}{2}-\frac{\pi}{3} \Rightarrow t\frac{\pi}{2}=\frac{3\pi+6\pi k-2\pi}{6} \Rightarrow t=\frac{1+6k}{3}$$

المرور الأول: $k=0 \Rightarrow t_1=\frac{1}{3}s$ ، المرور الثاني: $k=1 \Rightarrow t_2=\frac{7}{3}s$

المرور الثالث: $k=2 \Rightarrow t_3=\frac{13}{3}s$

(3
$$F=m\,a$$

$F=F_{max}$ عندما $a=a_{max}=\omega_0^2 X_{max}$ وذلك في الوضعين الطرفيين

$$F_{max}=m\,\omega_0^2 X_{max}=0.5\left(\frac{\pi}{2}\right)^2(8\times10^{-2}) \Rightarrow F_{max}=0.1N$$

$F=0$ معدومة عند المرور بوضع التوازن حيث $x=0$.

4) لا تتغير قيمة ثابت صلابة النابض باستبدال الكتلة المعلقة.

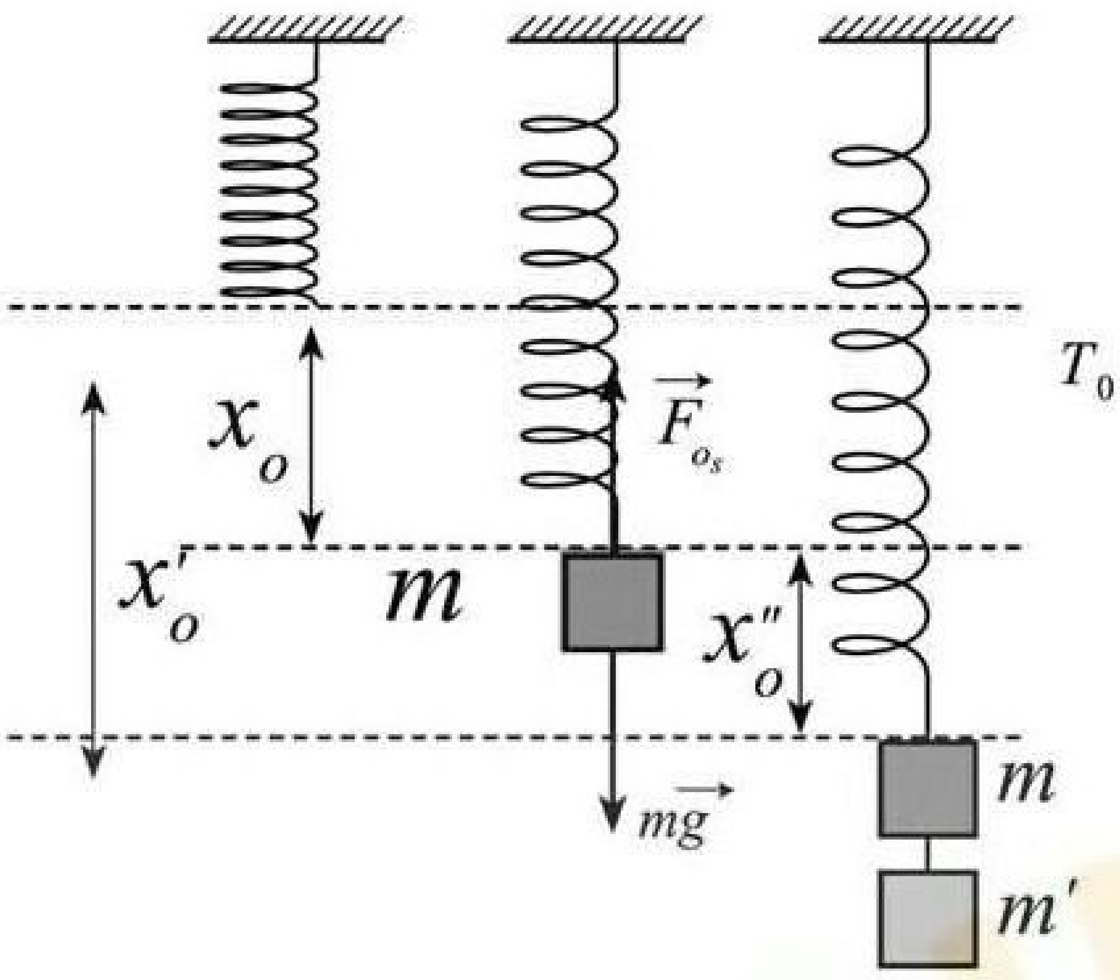
(5
$T_0'=2\pi\sqrt{\frac{m'}{k}}$ نربع ونعزل m': $m'=\frac{(T_0')^2 k}{4\pi^2}$

$$m'=\frac{(1)^2\times1.25}{4\times10} \Rightarrow m'=31.25\times10^{-3}\ kg$$

المسألة الثانية:

المعطيات: 10 هزات في $5\ s$, نابض مرن مهمل الكتلة

المجاهيل: $x_0' = ?$,



الحل:

$$T_0 = \frac{5}{10} = 0.5\ s$$

$$m\,g = k\,x_0 \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{x_0}{g}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}} \Rightarrow \frac{1}{2} = 2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}} \Rightarrow x_0 = 0.0625\ m$$

$$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{x'_0}{g}} \Rightarrow T'_0 = \frac{6}{10} = 0.6\ s$$

حيث: $x'_0 = x''_0 + x_0$

$$0.6 = 2\pi\sqrt{\frac{x'_0}{g}} \Rightarrow 0.3 = \sqrt{x'_0} \Rightarrow x'_0 = 0.09\ m$$

$$x''_0 = x'_0 - x_0 \Rightarrow x''_0 = 0.09 - 0.0625 = 0.0275\ m$$

أو:

$$\frac{T'_0}{T_0} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{x'_0}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}}} \Rightarrow \left(\frac{T'_0}{T_0}\right)^2 = \frac{x'_0}{x_0} \Rightarrow x'_0 = \frac{0.36}{0.25}\times\frac{1}{16} = \frac{0.18}{2} = 0.09\ m$$

المسألة الثالثة:

المعطيات: $r = 20cm = 20\times10^{-2}\ m$, $I_\Delta = 0.02\,kg.m^2$, $T_0 = 2s$

المجاهيل: $M = ?$, $k = ?$, $\omega = ?$, $\alpha = ?$

الحل:

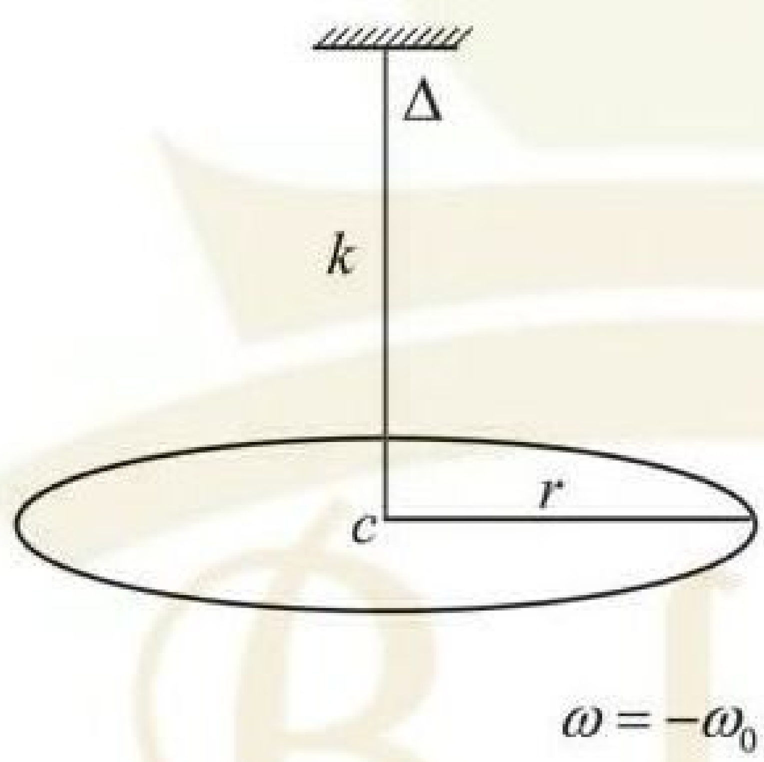
$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

1) حساب قيمة كتلة القرص:

$$I_\Delta = \frac{1}{2}Mr^2 \Rightarrow M = \frac{2I_\Delta}{r^2} = \frac{2\times0.02}{(20\times10^{-2})^2} = \frac{0.04}{4\times10^{-2}} \Rightarrow M = 1kg$$

2) حساب قيمة ثابت فتل سلك التعليق:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 I_\Delta}{T_0^2} = \frac{4\times10\times0.02}{4} = 0.2\ m.N.rad^{-1}$$



3) شروط البدء: $t = 0$ ، $\theta = +\pi\ rad$ ، $\omega = 0$

الشكل العام للتابع الزمني للمطال الزاوي: $\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

لنحدد قيم الثوابت: $X_{max}, \omega_0, \varphi$ ، $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad.s^{-1}$

$$\left.\begin{array}{l} t = 0 \\ \theta = +\pi \end{array}\right\} + \pi = \theta_{max}\cos\bar{\varphi}\ \ .....\ \ (1)$$

نعوض عن شروط البدء في التابع الزمني للسرعة الزاوية: $\omega = -\omega_0\,\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$$\left.\begin{array}{l} t = 0 \\ \omega = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 = -\omega_0\,\theta_{max}\sin\bar{\varphi} \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \theta_{max} \neq 0\,,\ \omega_0 \neq 0 \\ \sin\bar{\varphi} = 0 \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \varphi = 0\ rad \\ \varphi = \pi\ rad \end{array}\right. \end{array}\right.$$

نختار قيمة $\bar{\varphi}$ التي تجعل θ_{max} موجبة: $\bar{\varphi} = 0 \Rightarrow +\pi = \theta_{max}\cos o \Rightarrow \theta_{max} = \pi\ rad$ مقبول

من أجل $\bar{\varphi} = \pi$ فإن $\theta_{max} < 0$ مرفوض

التابع الزمني للمطال الزاوي: $\bar{\theta} = \pi\cos\pi t\ \ (rad)$

4) لحظة المرور الأول في وضع التوازن $\theta = 0$ ثم نعوض في التابع لإيجاد t :

أو الزمن اللازم للمرور الأول: $t = \frac{T_0}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}\, s$

$$\omega = -\omega_0\, \theta_{max} \sin \omega_0 t \;\Rightarrow\; \omega = -\pi \times \pi \sin \pi \times \frac{1}{2} = -\pi^2 = -10 \; rad.s^{-1}$$

5) $\alpha = -\omega_0^{\,2}\theta \qquad \alpha = -\pi^2\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 5\pi\, rad.s^{-2}$

6) حساب الطاقة الميكانيكية: $E = E_k + E_p$

عند المرور في وضع التوازن: $\theta = 0 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2}k\,\theta^2 = 0$

$$E = E_k + 0 \;\Rightarrow\; E = \frac{1}{2}k\,\theta_{max}^2 \;\Rightarrow\; E = \frac{1}{2}(0.2)(\pi)^2 = 1\, J$$

أو طريقة ثانية:

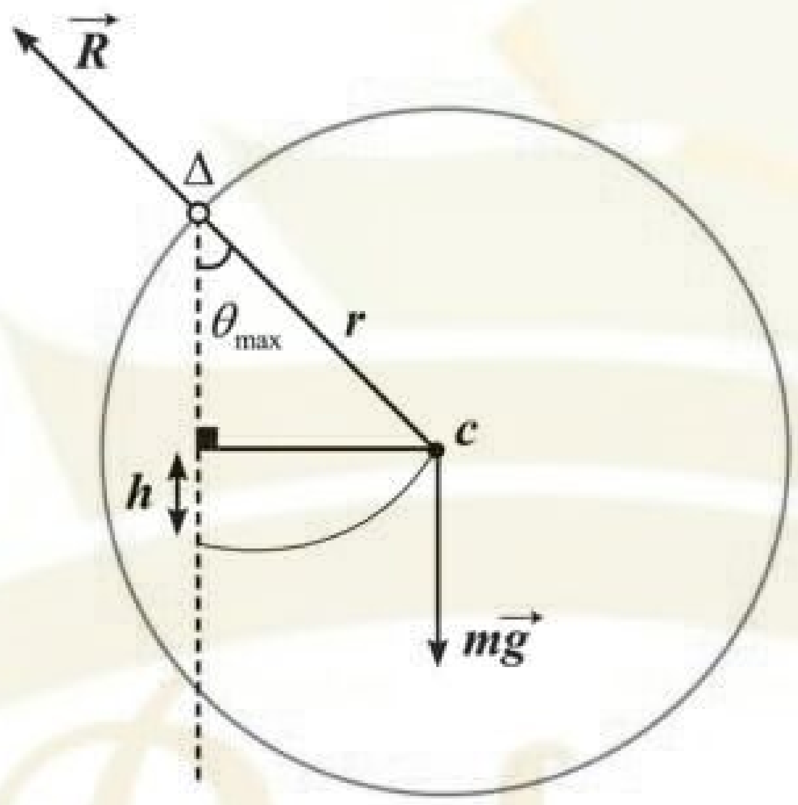
$$\theta = 0 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2}k\,\theta^2 = 0 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2}I_\Delta \omega^2 = \frac{1}{2}\times 0.02 \times (-10)^2 \Rightarrow E_k = 0.01 \times 100 = 1\, J$$

$$E = E_p + E_k = 0 + 1 = 1\, J$$

المسألة الرابعة:

المعطيات	المجاهيل
$r = \frac{1}{6}m \;,\; k = 8\times 10^{-4}\, m.N.rad^{-1}$	$T_0 = ? \;,\; \ell = ? \;,\; \omega = ?$

الحل:



A) 1) حساب الدور الخاص: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{Mgd}}$

بحسب هايغنز: $I_\Delta = \frac{1}{2}Mr^2 + Mr^2 \Rightarrow I_\Delta = \frac{3}{2}Mr^2$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3Mr^2}{2Mgr}} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{1}{6\times\pi^2}} \;\Rightarrow\; T_0 = 1s$$

2) نواس بسيط مواقت لنواس مركب أي: $T_0 = T_0'$

$$1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \;\Rightarrow\; \ell = \frac{1}{4}m$$

3) استنتاج العلاقة المحددة للسرعة الزاوية وحساب قيمتها:

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: بعد إزاحته بزاوية $\theta_{max} = 60°$ وتركه بدون سرعة ابتدائية $\omega_1 = 0$.

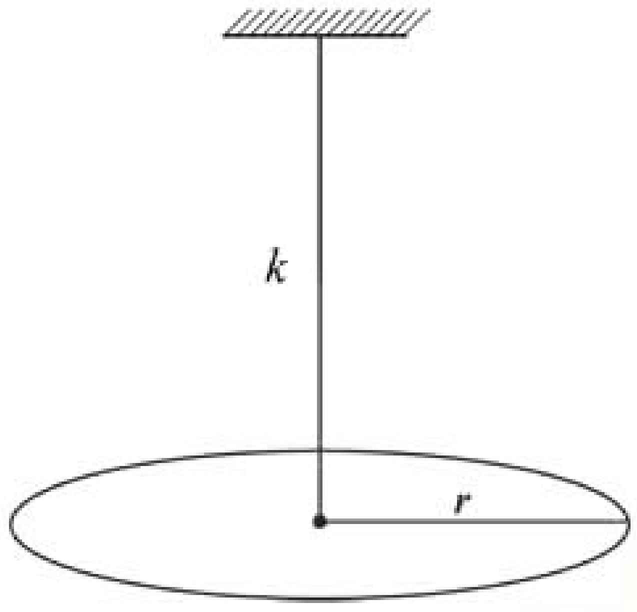
الثاني: لحظة مروره بالشاقول $\theta = 0$. $\overline{\Delta E_k} = \overline{\sum W_{\vec F_{(1\to 2)}}}$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = \overline{W_{\vec W}} + \overline{W_{\vec R}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 - 0 = Mgh + 0$$

لأن نقطة تأثيرها لا تنتقل: $\overline{W_{\vec R}} = 0$

$$\omega^2 = \frac{2Mgr(1-\cos\theta_{max})}{\frac{3}{2}Mr^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4g}{3r}(1-\cos\theta_{max})} = \sqrt{\frac{4}{3}\times\frac{\pi^2}{\frac{1}{6}}(1-\frac{1}{2})} \;\Rightarrow\; \omega = 2\pi\, rad\, s^{-1}$$



B) 1) $k = 8\times10^{-4}\, m.N.rad^{-1}$ ثابت فتل سلك التعليق. $\theta = +30° = \frac{\pi}{6} rad$

عندما: $t=0$, $\omega = 0$ $T_0 = 4s$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} \Rightarrow I_\Delta = \frac{T_0^2 k}{4\pi^2} = \frac{16\times8\times10^{-4}}{4\times10} \Rightarrow I_\Delta = 32\times10^{-5}\ kg.m^2$$

2) إيجاد التابع الزمني للحركة: $\bar\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar\varphi)$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} rad.s^{-1}$$

$+\frac{\pi}{6} = \theta_{max}\cos\bar\varphi ...(1)$ لكن: $t=0$, $\theta = +\frac{\pi}{6}$

$$\left.\begin{matrix} t=0 \\ \omega = 0\end{matrix}\right) \Rightarrow \bar\omega = -\omega\theta_{max}\sin(\omega_0 + \bar\varphi) \Rightarrow 0 = \omega\theta_{max}\sin\bar\varphi$$

$$\theta_{max} \neq 0 , \omega_0 \neq 0 \Rightarrow \sin\bar\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

$\varphi = \pi$ مرفوض لأنه يجعل: $\theta_{max} < 0$ $\varphi = 0 rad \Rightarrow +\frac{\pi}{6} = \theta_{max}\cos 0$

يقبل $\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{6} rad \Rightarrow$ $\theta_{max} = \frac{\pi}{6} rad \Rightarrow \bar\theta = \frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{2}t$

لأن بدء الحركة في اللحظة $t = 0$ دون سرعة زاوية ابتدائية فيكون: $\varphi = 0\ rad \Rightarrow \cos\varphi = 1$

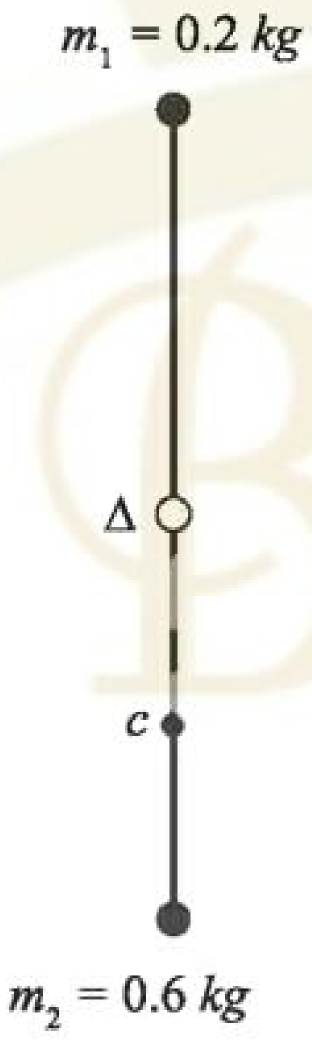
3) حساب الطاقة الحركية لحظة المرور بوضع التوازن: $\theta = 0 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2}k\theta^2 = 0$

$$E = E_k + E_p = E_k + 0 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2}k\theta_{max}^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2}\times8\times10^{-4}\times(\frac{\pi}{3})^2 = \frac{1}{9}\times10^{-3} J$$

المسألة الخامسة:

المعطيات	المجاهيل
$m_2 = 0.6 kg$, $m_1 = 0.2 kg$, $\ell = 1m$	$I_\Delta = ?$, $d = ?$, $T_0' = ?$

الحل:



1) حساب الدور الخاص بسعة صغيرة: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/c}}{mgd}}$

حساب m : $m = m_1 + m_2 + M = 0.2 + 0.6 + 0 = 0.8\ kg$

حساب I_Δ : $I_\Delta = m_1(\frac{\ell}{2})^2 + m_2(\frac{\ell}{2})^2 + 0 \Leftarrow I_\Delta = I_{\Delta/m_1} + I_{\Delta/m_2} + I_{\Delta/س}$

$$I_\Delta = (m_1 + m_2)\frac{\ell^2}{4} = 0.8\times\frac{1}{4} \Rightarrow I_\Delta = 0.2\ kg.m^2$$

حساب d : $\sum\bar\Gamma = 0 \Rightarrow x_1\omega_1 = x_2\omega_2 \Rightarrow (\frac{\ell}{2}+d)m_1 \cancel{g} = (\frac{\ell}{2}-d)m_2 \cancel{g}$

$$(\frac{1}{2}+d)\times0.2 = (\frac{1}{2}-d)\times0.6 \Rightarrow \frac{1}{2}+d = \frac{3}{2}-3d \Rightarrow$$

$$4d = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow d = \frac{1}{4} m$$

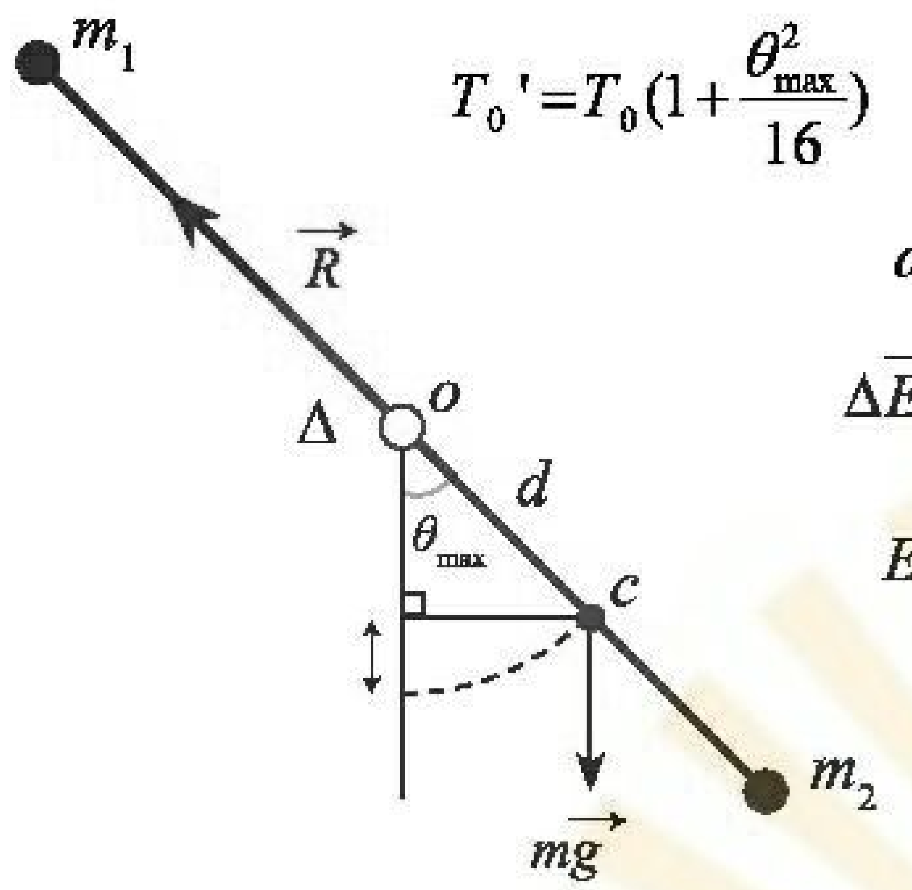
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.2}{0.8\times g\times\frac{1}{4}}} \Rightarrow T_0 = 2\ s$$

2) حساب طول النواس المواقت: $T_0 = T'_0 \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 1 = \sqrt{\ell} \Rightarrow \ell = 1\,m$

وهو طول النواس البسيط المواقت للنواس السابق.

3) حساب الدور بسعة كبيرة: $\theta_{max} > 0.24\,rad$

$$T_0' = T_0(1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}) \Rightarrow T_0' = 2(1 + \frac{0.16}{16}) = 2(1 + 0.01) \Rightarrow T_0' = 2.02\,s$$



4) استنتاج علاقة السرعة الزاوية وحساب قيمتها: $\omega = 0$ ، $\theta_{max} = 60^\circ$

A) بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين (1) و (2): $\Delta \overline{E}_k = \sum \overline{W}_{\overline{F}}$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\overline{W}} + W_{\overline{R}} \Rightarrow \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 - 0 = mgh + 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgh}{I_\Delta}} \Rightarrow \overline{W}_{\overline{R}} = 0$$ لأن نقطة تأثيرها لا تنتقل:

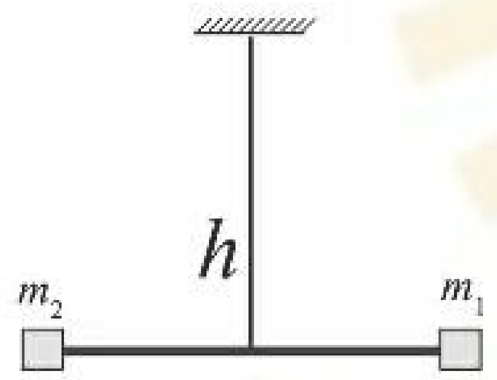
لكن: $h = d(1 - \cos\theta_{max})$

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \times 0.8 \times 10 \times \frac{1}{4}(1 - \frac{1}{2})}{0.2}}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{10} = \pi\ rad\,s^{-1}$$

B) حساب السرعة الخطية: $v = \omega r \Leftarrow r = d$

$$v = \omega d \Rightarrow v = \pi \times \frac{1}{4} = \frac{\pi}{4}\ m\,s^{-1}$$



وهي سرعة مركز عطالة النواس لحظة المرور بالشاقول.

5) حساب قيمة ثابت فتل السلك: $m_1 = m_2 = 0.2\,kg$ ، $T_0 = 2\pi\,s$ ، $k = ?$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 I_\Delta}{T_0^2}$$

$$I_\Delta = m_1(\frac{\ell}{2})^2 + m_2(\frac{\ell}{2})^2 = 2 \times 0.2 \times \frac{1}{4} = 0.1\,kg.m^2$$

$$k = \frac{4 \times 10 \times 0.1}{(2\pi)^2} = 0.1\ m.N.rad^{-1}$$

أو: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} \Rightarrow 2\pi = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} \Rightarrow k = I_\Delta$

$$k = 0.1\ m.N.rad^{-1}$$

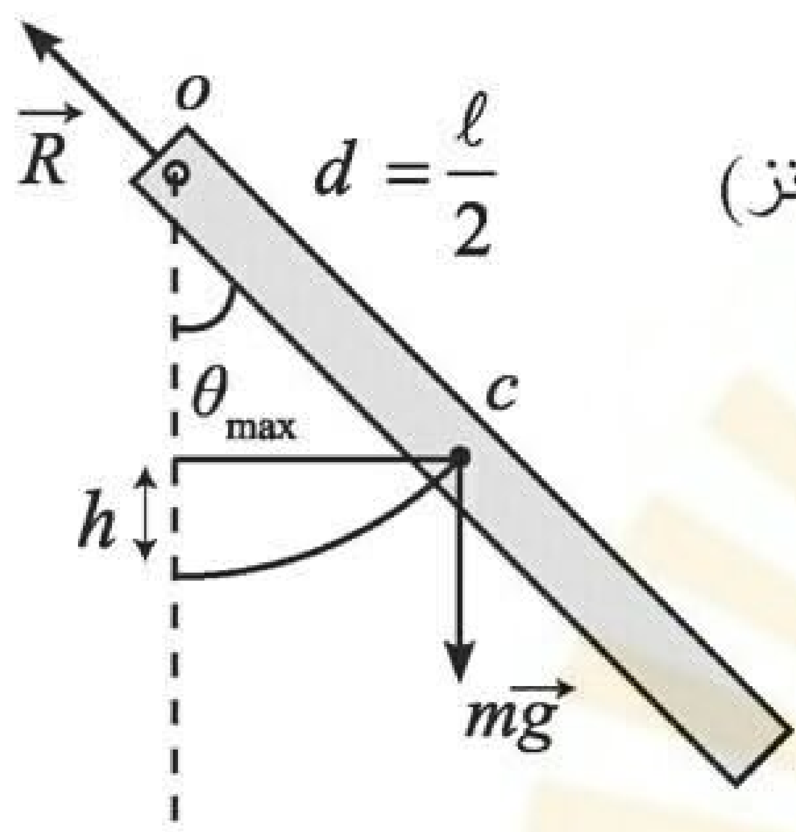
6) حساب قيمة التسارع الزاوي: $\overline{\alpha} = -\omega_0^2 \overline{\theta}$

$$\overline{\alpha} = -(\frac{2\pi}{T})^2(0.5) = -(\frac{2\pi}{2\pi})^2 \times 0.5 = -0.5\ rad.s^{-2}$$

المسألة السادسة :

المعطيات	المجاهيل
$\ell = 1.5\,m$ ، $T_{\Delta} = \frac{1}{12} m\,\ell^2$ ، $\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad$	$T_0 = ?$ ، طول النواس البسيط المواقت $\ell' = ?$ $m = ?$ ساق ، $\omega = ?$

الحل:



1) حساب الدور الخاص بسعة صغيرة: $d = \frac{\ell}{2}$ ، $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta/o}}{mgd}}$

(هايغنز) $I_{\Delta/o} = I_{\Delta/c} + m(\frac{\ell}{2})^2 \Rightarrow I_{\Delta/o} = \frac{1}{12}m\ell^2 + m\frac{\ell^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta/o} = \frac{1}{3}m\ell^2$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m\ell^2}{3mg\frac{\ell}{2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}\times\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}\times\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T_0 = 2s$$

2) حساب طول النواس البسيط المواقت لاهتزاز الساق: $T_0 = T'_0$

طول النواس البسيط المواقت: $2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}} \Rightarrow \ell' = 1m$

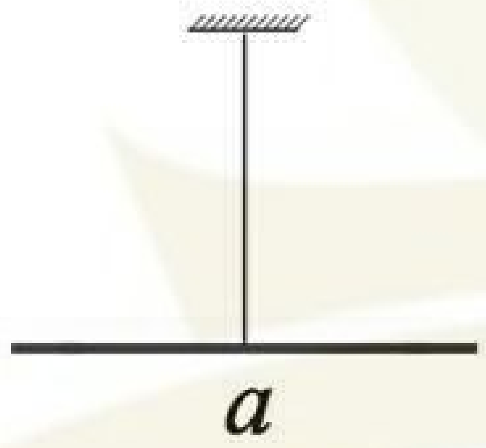
3) استنتاج العلاقة المحددة للسرعة الزاوية وحساب قيمتها لحظة المرور بالشاقول:

بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين: $\overline{\Delta E_k} = \sum \overline{W}_{\overline{F}(1\to2)}$

$$E_{k_2} - 0 = W_{\overline{W}} + W_{\overline{R}} \Rightarrow \frac{1}{2}I_{\Delta}\omega^2 = mgh + 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{2mgh}{I_{\Delta}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mg\frac{\ell}{2}(1-\cos\theta)}{\frac{1}{3}m\ell^2}} = \sqrt{\frac{3g}{\ell}(1-\cos\theta)} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{1.5}(1-\frac{1}{2})} = \pi\ rad\,s^{-1}$$

4) A) حساب كتلة الساق الأفقية لنواس الفتل: $T_0 = \frac{t}{N} = \frac{5}{10} = 0.5\,s$

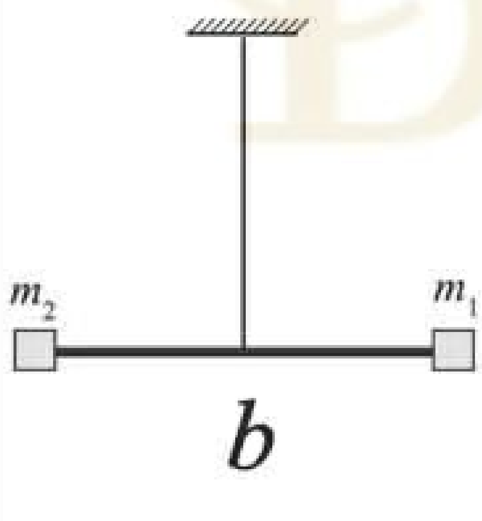


$T_0' = \frac{10}{10} = 1s$ | $m_1 = m_2 = 20\,g$

$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta} + 2I_{\Delta/m_1}}{k}}\ ...(2)$ | $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta}}{k}}\ ...(1)$

$$\frac{T_0^2}{T_0'^2} = \frac{I_{\Delta}}{I_{\Delta} + 2I_{\Delta/m_1}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{4}}{1} = \frac{I_{\Delta}}{I_{\Delta} + 2m_1(\frac{\ell}{2})^2} \Rightarrow 4I_{\Delta} = I_{\Delta} + 2m_1\frac{\ell^2}{4}$$

$$3I_{\Delta} = m_1\frac{\ell^2}{2} \Rightarrow 3m\frac{\ell^2}{12} = m_1\frac{\ell^2}{2} \Rightarrow m = 2m_1 \Rightarrow m = 4\times10^{-2}\ kg$$



B) حساب ثابت فتل السلك: نعوض I_{Δ} في (1) $I_{\Delta} = \frac{m\ell^2}{12} = 75\times10^{-4}\,kg.m^2$:

$$0.5 = 2\pi\sqrt{\frac{0.75\times10^{-2}}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2\times0.75\times10^{-2}}{0.25} \Rightarrow k = 1.2\ m.N.rad^{-1}$$

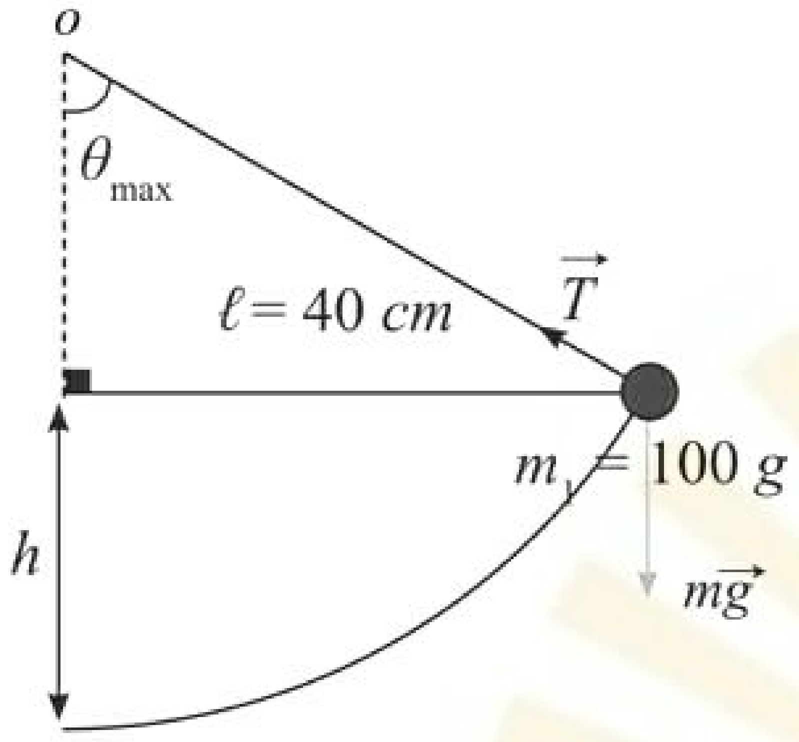
أو نعوض في (2): $k = \frac{4\pi^2\left(I_{\Delta} + 2I_{\Delta/m_1}\right)}{T_2'^2} = 4\pi^2(0.75\times10^{-2} + 2.25\times10^{-2}) \Rightarrow k = 1.2\ m.N.rad^{-1}$

المدرس : بشار خليل خريبة 0968797602 0999686044

المسألة السابعة :

الحل: $\theta = \theta_{max} \Rightarrow v = 2\,m\,s^{-1}$ ، $m_1 = 100\,g = 0.1\,kg$ ، $\ell = 40\,cm = 0.4\,m$ ، $\theta_{max} = ?$

1) استنتاج قيمة الزاوية θ_{max} من نظرية الطاقة الحركية: $E_{k_2} - E_{k_1} = \overline{W}_{\overline{W}} + \overline{W}_{\overline{T}}$



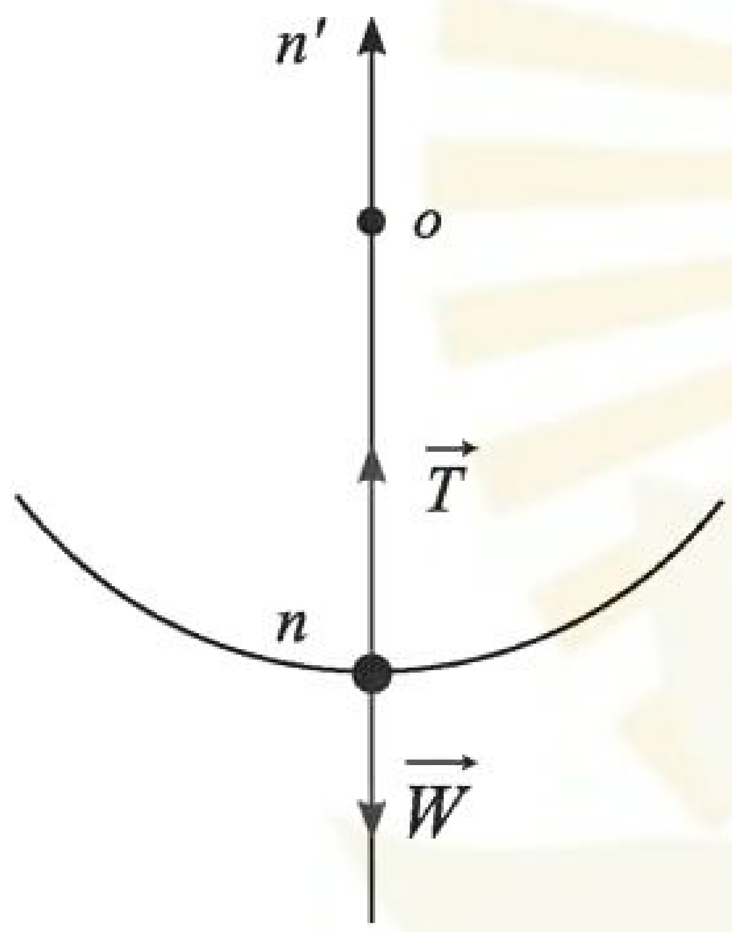
$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh + 0$$

$\overline{W}_{\overline{T}} = 0$ لأن $\overrightarrow{T} \perp \overrightarrow{\text{الانتقال العنصري في كل لحظة}}$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg\ell(1-\cos\theta_{max}) \Rightarrow \frac{v^2}{2g\ell} = 1 - \cos\theta_{max}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{v^2}{2g\ell} \Rightarrow \cos\theta_{max} = 1 - \frac{(2)^2}{2\times10\times0.4} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad$$



2) استنتاج علاقة توتر الخيط لحظة المرور بالشاقول: $\sum \overrightarrow{F} = m\vec{a}$

$$\overrightarrow{W} + \overrightarrow{T} = m\vec{a}$$

بالاسقاط على محور $\overrightarrow{nn'}$: $T - W = ma_c$

$$T = ma_c + W \Rightarrow T = m(a_c + g) \Rightarrow T = m\left(\frac{v^2}{r} + g\right)$$

لكن: $r = \ell = 0.4\,m$ $\quad T = 0.1\left(\frac{4}{0.4} + 10\right) \Rightarrow T = 0.1\times20 = 2N$

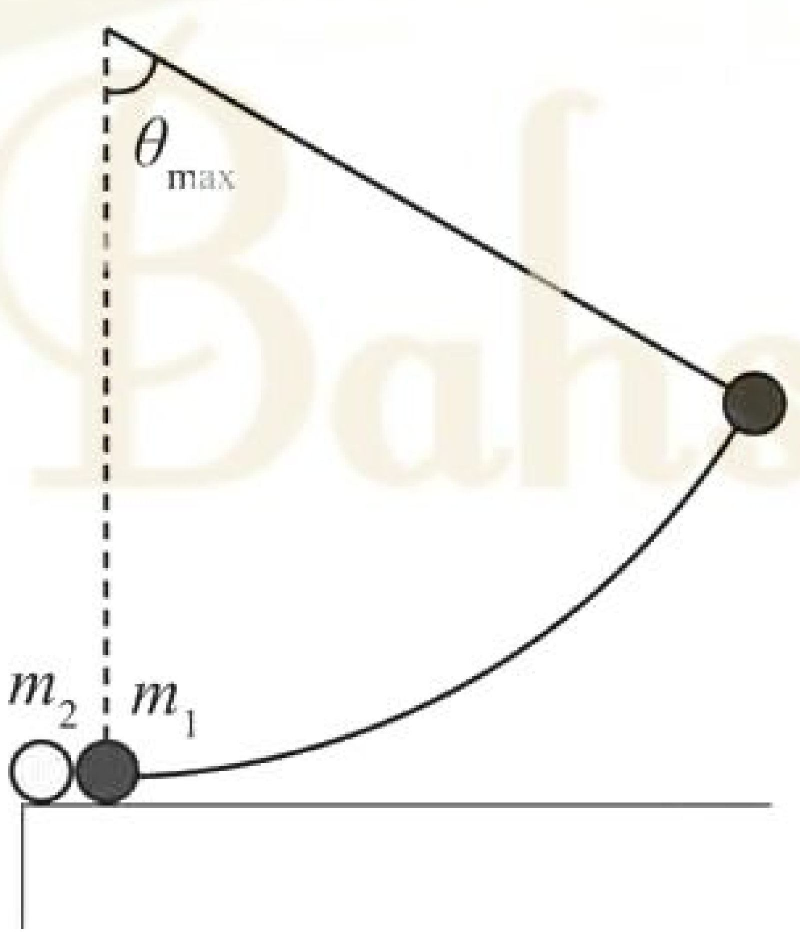
3) حساب سرعة الكرتين: $\overrightarrow{P}_{befor} = \overrightarrow{P}_{after}$

بما أن الصدم تام المرونة: $m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2} = m_1\overrightarrow{v_1}' + m_2\overrightarrow{v_2}'$

بالاسقاط على حامل مماس للمسار في الشاقول أي عندما $\vec{v}$ مماس عند الشاقول: $m_1\overline{v}_1 + m_2\overline{v}_2 = m_1\overline{v}'_1 + m_2\overline{v}'_2$

نعوض فنجد: $\overline{v}'_1 = 2 - 2v'_2 \ldots (1)$

وبتطبيق نظرية الطاقة الحركية: $E_{k\,befor} = E_{k\,after}$



$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 - 2m_2v_2}{(m_1 + m_2)} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$v'_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 - 2m_1v_1}{(m_1 + m_2)} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

وبحل جملة المعادلتين (1) و(2) نجد:

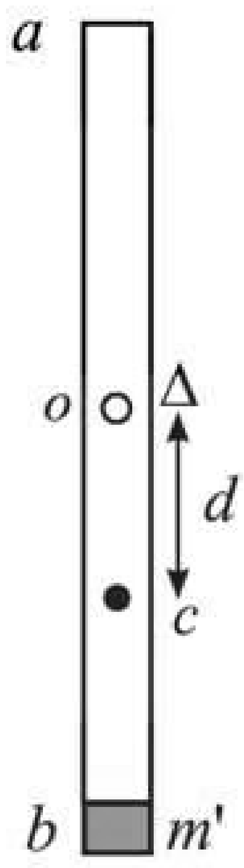
$$v'_1 = -\frac{2}{3}\,m\,s^{-1}$$

$$v'_2 = \frac{4}{3}\,m\,s^{-1}$$

المسألة الثامنة:

الحل:

المعطيات	المجاهيل
ساق متجانسة ab ، $I_{\Delta}=\frac{1}{12}m\ell^2$	$T_0=?$ ، $\ell'=?$ ، $v_{m'}=?$
$m=3kg$ ، $ab=\ell=1m$ ، $m'=1kg$ ، $\theta_{max}=\frac{\pi}{3}\,rad$	$\omega=?$ من أجل $\theta=0$
	العزم الحركي للجملة $L=?$ ، $V_{ab}=?$



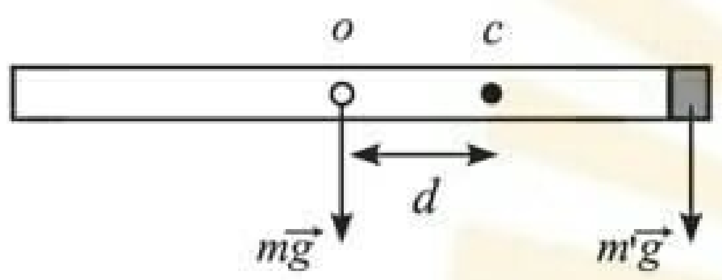
1) حساب الدور الخاص: $T_0=2\pi\sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$

حساب I_{Δ} : $I_{\Delta}=I_{\Delta}+I_{\Delta/m'} \Rightarrow I_{\Delta}=\frac{1}{12}m\ell^2+m'(\frac{\ell}{2})^2$

$$I_{\Delta}=\frac{1}{12}\times3(1)^2+1\times\frac{(1)^2}{4} \Rightarrow I_{\Delta}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}kg.m^2$$

حساب d : $\sum\overline{\Gamma_{\Delta}}=0 \Rightarrow xW=x'W'$

$$d\times mg=(\frac{\ell}{2}-d)m'g \Rightarrow d\times3=(\frac{1}{2}-d)\times1 \Rightarrow d=\frac{1}{8}m$$



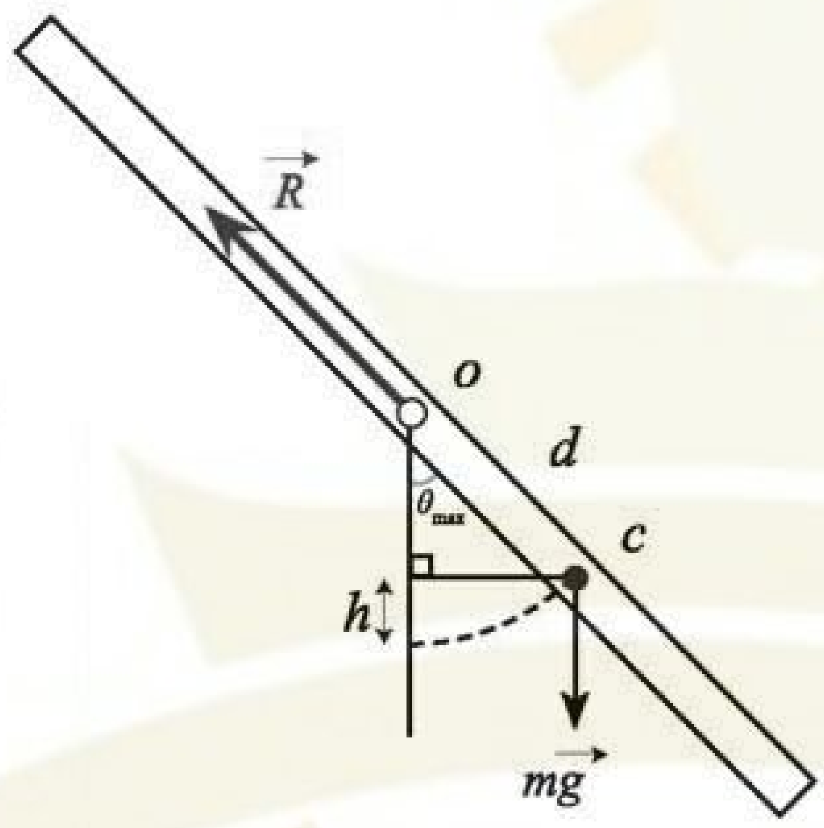
حساب جملة النواس: $m=m+m' \Rightarrow m=3+1=4\ kg$

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{1}{2\times4\times g\times\frac{1}{8}}} \Rightarrow T_0=2s$$

2) طول النواس البسيط المواقت: $T_0=T'_0 \Rightarrow 2=2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}} \Rightarrow \ell'=1m$

3) استنتاج علاقة السرعة الزاوية لحظة المرور بالشاقول وحساب قيمتها:

A) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين: الأول: $\theta=\frac{\pi}{3}rad$ ، $\omega=0$ – الثاني: $\theta=0$ ، $\omega_2=\omega$



$$E_{k_2}-E_{k_1}=\overline{W}_{\overline{w}}+\overline{W}_{\overline{R}}$$

$$\frac{1}{2}I_{\Delta}\omega^2-0=mgh+0 \Rightarrow \omega^2=\frac{2mgd\,(1-\cos\theta)}{I_{\Delta}}$$

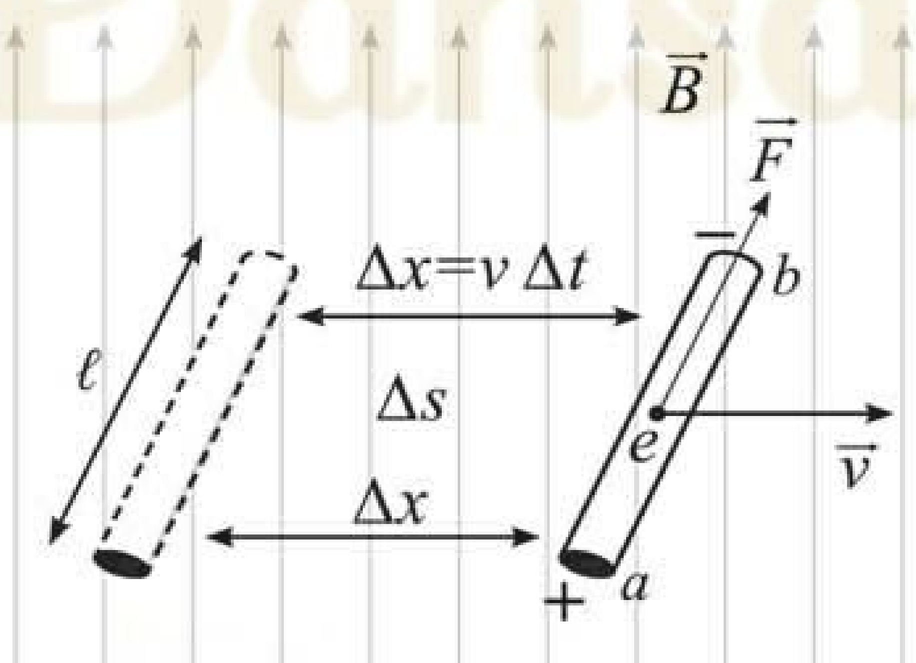
$$\omega=\sqrt{\frac{2mgd\,(1-\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}}}=\sqrt{2\times4\times10\times\frac{1}{8}} \Rightarrow \omega=\pi\,rad\,s^{-1}$$

B) حساب سرعة الكتلة m' لحظة المرور بالشاقول: $v=\omega r$

$$v_{m'}=\omega\frac{\ell}{2}=\pi\times\frac{1}{2}=\frac{\pi}{2}m.s^{-1}$$

C) حساب العزم الحركي: $L=I_{\Delta}\omega \Rightarrow L=\frac{1}{2}\times\pi\ kg.m^2.rad\,s^{-1}$

عندما تتحرك الساق بسرعة $\vec{v}$ فإن الإلكترونات الحرّة تتحرك بسرعة وسطية $\vec{v}$ في منطقة يسودها حقل مغناطيسي $\vec{B}$ فإنها تتأثر بقوة لورنز فتمسح سطحاً.



$$\Delta s=\ell\,\Delta x \Rightarrow \Delta s=\ell\,v\,\Delta t$$

$$\Delta\Phi=B\,\Delta s \Rightarrow \Delta\Phi=B\,\ell v\,\Delta t$$

$$V_{ab}=\varepsilon=\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|=B\,\ell v=0.02\times1\times2$$

$$V_{ab}=0.04\,Volt$$

المسألة التاسعة:

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$r = 2cm$ ، $m = \pi g = \pi \times 10^{-3}\,kg$ ، $F_r = 0.25 s v^2$ ، $v = 5\,m.s^{-1}$	$v_t = ?$ ، $\alpha = ?$ ، $v'_0 = ?$

1) **جملة المقارنة:** خارجية. ، **الجملة المدروسة:** الكرة.

القوى الخارجية المؤثرة: $\overrightarrow{W} = \overrightarrow{const}$ ، $\overrightarrow{F_r}$

$$\sum \overrightarrow{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{\omega} + \overrightarrow{F_r} = m\vec{a}$$

بالاسقاط على $\overline{y'y}$: $\omega - F_r = m\,a$

طالما $F_r < W$ فتتسارع حركة الكرة فتزداد سرعتها، وبالتالي تزداد F_r فيؤدي إلى تناقص $(W - F_r)$ وبالتالي يتناقص التسارع حتى ينعدم: $a = 0$

$$W - F_r = 0 \Rightarrow W = F_r \Rightarrow W = 0.25 \times s\,v_t^2$$

$$v_{t_1}^2 = \frac{W}{0.25 \times s} \Rightarrow v_{t_1} = \sqrt{\frac{m\,g}{0.25 \times \pi r^2}} = \sqrt{\frac{\pi \times 10^{-3} \times 10}{0.25 \times \pi \times (2 \times 10^{-2})^2}} = 10\,ms^{-1}$$

وتتابع الكرة حركتها بهذه السرعة الثابتة وتكون حركتها مستقيمة منتظمة حسب مبدأ العطالة.

2) حساب التسارع من أجل $v = 5\,m.s^{-1}$ 　　$W - F_r = m\,a$

$$a = \frac{m\,g - 0.25 s v^2}{m} = \frac{\pi \times 10^{-3} \times 10 - 0.25 \times \pi \times (2 \times 10^{-2})^2 \times 25}{\pi \times 10^{-3}} = 10 - 2.5 = 7.5\,m\,s^{-2}$$

3) حساب السرعة الحدية بالوضع الجديد: إذا كانت الكرة مصمتة ـ وبالقطر نفسه: $v_{t_2}^2 = \frac{m\,g}{0.25 s}$

لكن: $s = \pi r^2$ ، $m = \rho v = \rho \times \frac{4}{3}\pi r^3$ ، $\rho = 2.7\,g.cm^{-3}$

$$v_{t_2}^2 = \frac{4\pi r^3 \rho g}{3 \times 0.25 \pi r^2} \Rightarrow v_{t_2} = \sqrt{\frac{4\pi r^3 \rho g}{0.75 \pi r^2}} = \sqrt{\frac{4 r \rho g}{0.75}} = \sqrt{\frac{4 \times 2 \times 10^{-2} \times 2700 \times 10}{0.75}} = 24\sqrt{5}\;m\,s^{-1}$$

المسألة العاشرة:

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$r_1 = 5\,cm$ ، $r^2 = 10\,cm$ ، $h = 50\,cm$ ، $\rho_{\text{ماء}} = 1000\,kg.m^{-3}$	$v_b = ?$ ، $P_a - P_b = ?$

1) حسب معادلة الاستمرارية: $Q = s_1 v_1 = s_2 v_2 = const$

$$\cancel{\pi}\, r_1^2 v_a = \cancel{\pi}\, r_2^2 v_b \Rightarrow$$

$$v_b = \frac{r_1^2 v_a}{r_2^2} = \frac{(5 \times 10^{-2})^2 \times 4}{(10 \times 10^{-2})^2} = \frac{25 \times 10^{-4} \times 4}{100 \times 10^{-4}} = 1\,m\,s^{-1}$$

2) $P_a - P_b = ?$ حسب معادلة برنولي: $P + \frac{1}{2}\rho v_2 + \rho g z = const$

$$P_a + \frac{1}{2}\rho v_a^2 + \rho g z_1 = P_b + \frac{1}{2}\rho v_b^2 + \rho g z_2$$

$$\Rightarrow P_a - P_b = \frac{1}{2}\rho(v_b^2 - v_a^2) + \rho g (z_2 - z_1)$$

$$P_a - P_b = \frac{1}{2}\rho(1 - 16) + \rho g h \Rightarrow P_a - P_b = \rho \times \frac{-15}{2} + \rho \times 10 \times 50 \times 10^{-2} = (-7.5 + 5)\rho$$

$$P_a - P_b = -2.5\rho = -2.5 \times 1000 = -2500\,Pa$$

لاحظ أن: $v_a > v_b$ فيكون: $P_a < P_b$

المسألة الحادية عشرة:

الحل: بما أن المسطرة متوازنة فإن: $\vec{W}+\vec{B}=\vec{o} \Rightarrow \sum\vec{F}=\vec{o}$

بالإسقاط على محور موجه نحو الأسفل: شدة دافعة أرخميدس = ثقل المسطرة

$$W-B=0 \Rightarrow W=B$$

لكن: $W=W_{1\,خشب}+W_{2\,رصاص}$ $\qquad \Rightarrow m_1 g+m_2 g=\rho_3 gV$

لكن $m=\rho V=\rho s\ell$ نعوض: $\rho_1 s\ell_1 g+\rho_2 s\ell_2 g=\rho_3 g\left(\ell_1-h+\ell_2\right)s$

$$\rho_1\ell_1+\rho_2\ell_2=\rho_3\left(\ell_1+\ell_2\right)-\rho_3 h \quad \Rightarrow \quad -\rho_3 h=\rho_1\ell_1+\rho_2\ell_2-\rho_3\left(\ell_1+\ell_2\right)$$

$$h=\frac{\rho_3\left(\ell_1+\ell_2\right)-\rho_1\ell_1+\rho_2\ell_2}{\rho_3}=\frac{1\left(50+0.6\right)-(0.82\times50+11.3\times0.6)}{1}$$

$h=50.6-47.78=2.82\ cm$ وهو طول الجزء غير المغمور من المسطرة.

المسألة الثانية عشرة:

الحل: $\rho_{Au}=19.3\ g.cm^{-3}$ ، $\rho_{Ag}=10.5\ g.cm^{-3}$ ، $W_{app}=14.96\ N$ ، $W=15.69\ N$ ، $m_{Au}=?$

1) إيجاد الكتلة الحجمية للتاج ومقارنتها بالكتلة الحجمية للذهب. $\rho=\frac{m}{V}\ .....\ (1)$

$$B=W-W_{app} \Rightarrow B=15.96-14.96=1\ N \Rightarrow B=\rho V\ g$$

حساب V: $V=\frac{B}{\rho g}=\frac{1}{1000\times10} \Rightarrow V=10^{-4}\ m^3=100\ cm^3$

حساب m: $m=\frac{W}{g}=\frac{15.96}{10}=1.596\ kg \Rightarrow m=1596\ g$

نعوض عن m ، V في (1): $\rho=\frac{1596}{100}=15.96\ g.cm^3$

إذاً التاج ليس من الذهب الخالص. $\rho\neq\rho_{Au} \Rightarrow 15.96<19.3$

2) حساب النسبة المئوية للذهب في التاج: $m=m_1+m_2=1596\ g$

$$V=V_1+V_2 \Rightarrow V=\frac{m_1}{\rho_{Au}}+\frac{m_2}{\rho_{Ag}} \Rightarrow 100=\frac{m_1}{19.3}+\frac{m_2}{10.5} \Rightarrow m_1=1197.4\ g$$

$$m_2=1596-1197.4=398.6\ g$$

النسبة المئوية 75% للذهب. $x=\frac{1197.4}{1596}\times100=75\ g$

النسبة المئوية 25% للفضة. $100-75=25$

المسألة الثالثة عشرة:

الحل: $\Delta V=0.3\ m^3$ ، $s=5\ cm^2=5\times10^{-4}\ m^2$ ، $\Delta t=5\ \text{min}$ ، $v=?$

$$Q=\frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{s\,\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta t}=s\,v$$

لكن: $\Delta t=5\times60=300\ s$

$$v=\frac{\Delta V}{s\,\Delta t}=\frac{0.3}{300\times5\times10^{-4}}=2\ m.s^{-1}$$

المسألة الرابعة عشرة:

الحل: $v_2 = ?$ $P_2 = ?$

1) $Q_1 = Q_2 \Rightarrow s_2 v_2 = s_1 v_1 \Rightarrow 60 \times v_2 = 20 \times 15$

$$v_2 = \frac{20}{60} \times 15 = 5\ m\,s^{-1}$$

2) حسب معادلة برنولي: $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$

$P_2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) + \rho g (z_1 - z_2)$ لكن: $P_1 = P_0$

$$P_2 = 10^5 + \frac{1}{2} \times 10^3 (225 - 25) + 10^3 \times 10(10)$$

$$P_2 = 10^5 + 10^5 + 10^5 = 3 \times 10^5\ Pa$$

المسألة الخامسة عشرة:

الحل: $\rho_2 = 0.8\ g\,cm^{-3}$ ، $\rho_1 = 13.6\ g\,cm^{-3}$ ، $y_3 = 10\ cm$ ، $\rho_{H_2O} = 1\ g\,cm^3$ ، $y_1 = 14.8\ cm$ ، $V = ?$ إيتانول ، $y_2 = ?$

1) عند مستو واحد أفقي حسب برنولي: $P_a = P_b$

$$P_0 + \rho_1 g\ y_1 = P_0 + \rho_2 g\ y_2 + \rho_3 g\ y_3 \Rightarrow \rho_1 y_1 = \rho_2 y_2 + \rho_3 y_3$$

$$1 \times 14.8 = 13.6\, y_2 + 0.8 \times 10 \Rightarrow y_2 = 0.5\ cm$$

ملاحظة: الضغط في نقطة داخل السائل = الضغط الجوي + ضغط عمود السائل

2) قطر المقطع الداخلي للأنبوب: $r = 2\ cm$

$$2r = 2\ cm \Rightarrow s = \pi r^2 = \pi (1)^2\ cm^2 \Rightarrow s = \pi \times 10^{-4}\ m^2$$

لكي يتساوى سطح الزئبق على مستو أفقي واحد: $P_d = P_c$

$$P_0 + \rho g\ y_1 = P_0 + \rho_2 g (y_3 + y_4) \Rightarrow \rho y_1 = \rho_2 (y_3 + y_4) \Rightarrow 1 \times 14.8 = 0.8 \times (10 + y_4)$$

$14.8 = 8 + (y_4 \times 10) \Rightarrow y_4 = 8.5\ cm$ ارتفاع الإيتانول المضاف

$$V = y_4 s = 8.5 \times 10^{-2} \times \pi \times 10^{-4} = 26.7 \times 10^{-6}\ m^3$$

المسألة السادسة عشرة:

الحل: $I = 0.5\ A$ ، $B = 0.05\ T$ ، $N = 100$ ، $\ell = 4\ cm$ ، $i = ?$ ، $W = ?$ ، $\Gamma_\Delta = ?$

1) حساب عزم المزدوجة الكهرطيسية: $s = \ell^2 = 16 \times 10^{-4}\ m^2$ ، $\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\theta = 1$

$$\Gamma_\Delta = N\,I\,s\,B \sin\theta = 100 \times 0.5 \times 16 \times 10^{-4} \times 0.05 \times 1 = 4 \times 10^{-3}\ m.N$$

2) عمل المزدوجة الكهرطيسية عندما يدور الإطار ليصبح في حالة توازن مستقر: $W = I\,\Delta\Phi$

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 \Rightarrow \Delta\Phi = N\,B\,s(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

الوضع الأول: $\theta_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\theta_1 = 0$ ، الوضع الثاني: $\theta_2 = 0 \Rightarrow \cos\theta_2 = 1$ (توازن مستقر)

$$W = N\,I\,B\,s(\cos 0 - \cos\frac{\pi}{2}) = I\,N\,B\,s = 0.5 \times 100 \times 0.05 \times 16 \times 10^{-4} = 4 \times 10^{-3}\ J$$

3) حساب شدة التيار المتحرض: $\theta_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\theta_2 = 0$ ، $\theta_1 = 0 \Rightarrow \cos\theta_1 = 1$

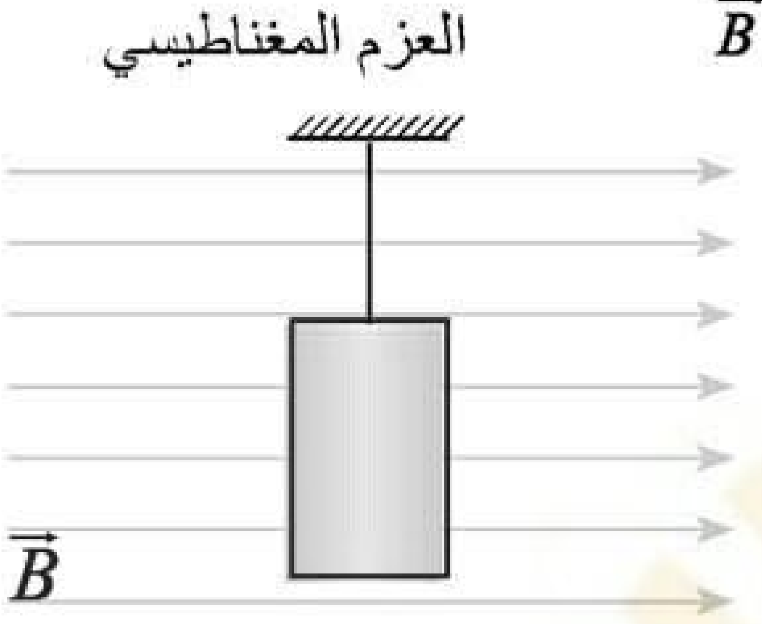
$$i = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{\Delta\Phi}{R\,\Delta t} = -\frac{N\,B\,s\,(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)}{R\ \Delta t} = -\frac{100 \times 0.05 \times 16 \times 10^{-4}(0-1)}{4 \times 0.5}$$

$$i = +4 \times 10^{-3}\ A$$

المسألة السابعة عشرة:

الحل: $B=0.06\,T$ ، $s=16\,cm^2=16\times10^{-4}\,m^2$ ، $N=100$ ، $W=?$ ، $\Gamma_\Delta=?$ ، $M=?$

أ) خطوط الحقل المغناطيسي توازي مستوى الإطار الشاقولي: $\vec{B}\perp\vec{n}\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{2}$



1) حساب العزم المغناطيسي للإطار: $M=N\,I\,s$

$$M=100\times0.1\times16\times10^{-4}=16\times10^{-3}\,A.m^2$$

2) حساب عزم المزدوجة المغناطيسية: $\Gamma_\Delta=N\,I\,s\,B\sin\theta$

$$\Gamma_\Delta=100\times0.1\times16\times10^{-4}\times0.06\times1=9.6\times10^{-4}\,m.N$$

3) حساب عمل المزدوجة: $W=I\,\Delta\Phi=I\,N\,B\,s\,(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$

$$W=0.1\times100\times0.06\times16\times10^{-4}(1-0)=9.6\times10^{-4}\,J$$

ب) شرط التوازن الدوراني: $\sum\overline{\Gamma_\Delta}=0\Rightarrow\overline{\Gamma}+\overline{\Gamma_{\bar\eta}}=0\Rightarrow N\,I\,B\,s\sin\theta-k\theta'=0$

لكن: $\theta+\theta'=\frac{\pi}{2}\Leftarrow\sin\theta=\cos\theta'$ في حالة الزوايا الصغيرة: $\sin\theta=\cos\theta'\approx1$

$$N\,I\,B\,s=k\theta'\Rightarrow\theta'=\frac{N\,B\,s}{k}I=G\,I$$

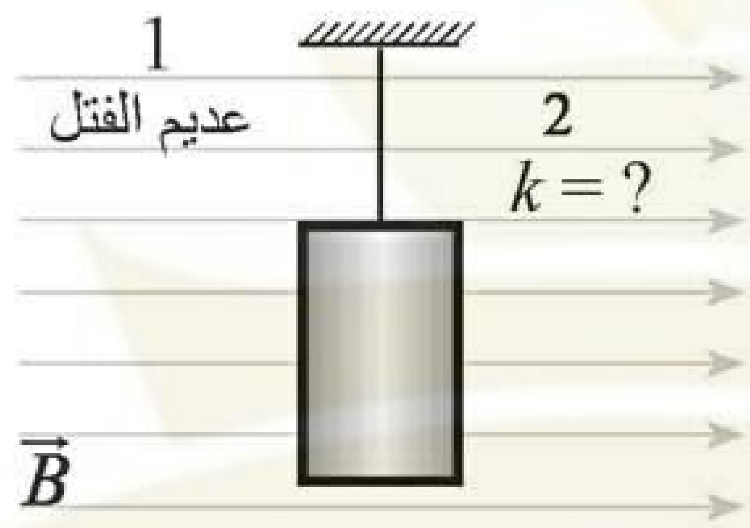
G: ثابت المقياس الغلفاني.

$$\theta'=\frac{100\times0.06\times16\times10^{-4}}{8\times10^{-5}}\times1\times10^{-3}=0.12\,rad$$

المسألة الثامنة عشر:

الحل: $I=5\,A$ ، $B=10^{-2}\,T$ ، $N=50$ ، $s=25\,cm^3=25\times10^{-4}\,m^2$ ، $G=?$ ، $k=?$ ، $F=?$

1) القوة المؤثرة في الضلعين الشاقوليين: $L=\sqrt{s}=5\times10^{-2}\,m$



$$F=N\,I\,L\,B\sin\theta=50\times5\times10^{-2}\times5\times10^{-2}\times1\Rightarrow F=125\times10^{-3}\,N$$

2) حساب عزم المزدوجة الكهرطيسية: $\Gamma_\Delta=N\,I\,B\,s\sin\theta$

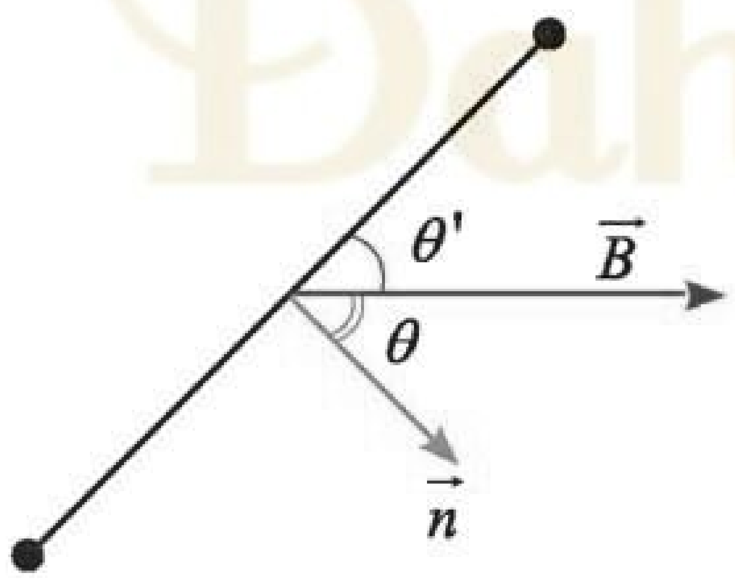
$$\Gamma_\Delta=50\times5\times10^{-2}\times25\times10^{-4}\times1\Rightarrow\Gamma_\Delta=625\times10^{-5}\,m.N$$

3) حساب عمل المزدوجة: $W=I\,\Delta\Phi$

لكن: $\begin{cases}\theta_1=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\cos\theta_1=0\\ \theta_2=0\Rightarrow\cos\theta_2=1\end{cases}\Rightarrow W=I\,N\,B\,s(\cos\theta_2-\cos\theta_1)$

$$W=I\,N\,B\,s\,(\cos0-\cos\tfrac{\pi}{2})=5\times50\times10^{-2}\times25\times10^{-4}(1-0)=625\times10^{-5}\,J$$

4) استنتاج قيمة k ثابت الفتل: شرط التوازن الدوراني: $\sum\overline{\Gamma}=0$



$$\overline{\Gamma_\Delta}+\overline{\Gamma'_\eta}=0\Rightarrow N\,I\,s\,B\sin\theta-k\theta'=0$$

$$\theta'\text{صغيرة}\Rightarrow\sin\theta=\cos\theta'\approx1\Rightarrow\theta+\theta'=\frac{\pi}{2}$$

$$N\,I\,s\,B-k\,\theta'=0\Rightarrow k=\frac{N\,s\,B}{\theta'}I$$

$$k=\frac{50\times25\times10^{-4}\times10^{-2}\times2\times10^{-3}}{0.02}=125\times10^{-6}\,m.N.rad^{-1}$$

حساب ثابت الغلفاني: $\theta'=G\,I\Rightarrow G=\frac{\theta'}{I}=\frac{0.02}{2\times10^{-3}}\Rightarrow G=10\,rad.A^{-1}$

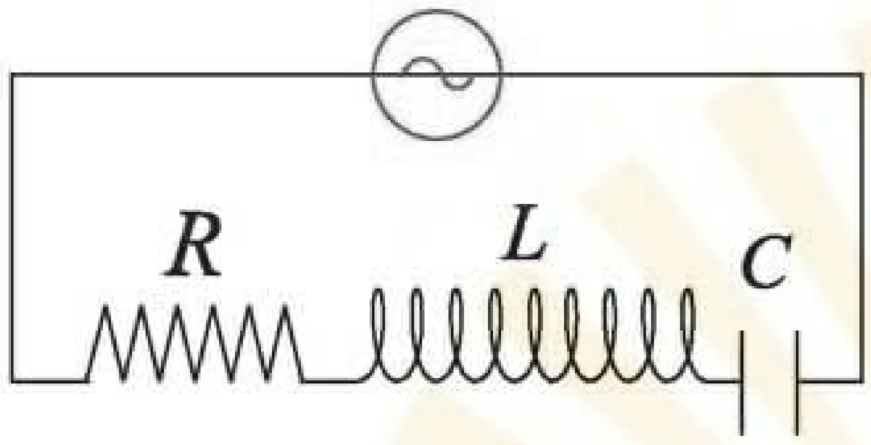
(5 $G'=10G=10\times10\Rightarrow\theta'=G\,I$

$$k'=\frac{k}{10}=\frac{125\times10^{-6}}{10}=125\times10^{-7}\,m.N.rad^{-1}$$

المسألة التاسعة عشرة:

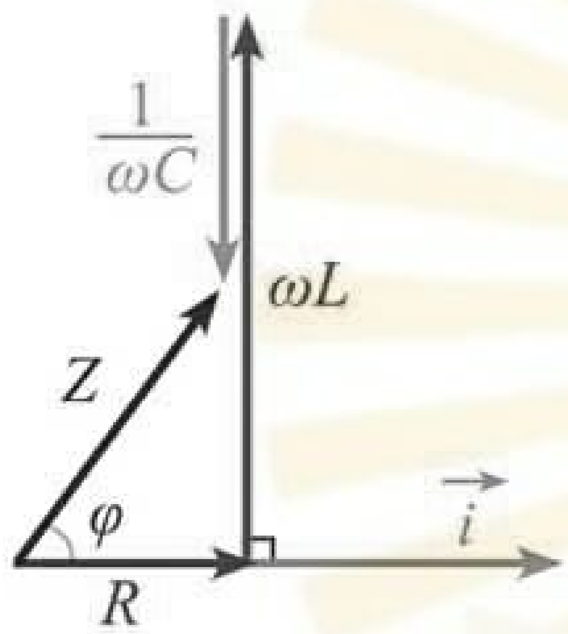
الحل:

المعطيات	المجاهيل
$L=\frac{2}{5\pi}\,H$ ، $f=50\,Hz$ ، $U_{eff}=100\,V$	$X_L=?\ ,\ X_C=?\ ,\ Z=?$
$C=\frac{1}{\pi}\times10^{-3}\,F$ ، $R=40\,\Omega$	$I_{eff}=?\ ,\ I_{eff_C}=?\ ,\ I_{eff_L}=?$ ، $F_T=?$



A) 1) ردية الوشيعة:
$$X_L=L\,\omega=2\pi f\,L$$
$$X_L=2\pi\times50\times\frac{2}{5\pi}=40\,\Omega$$

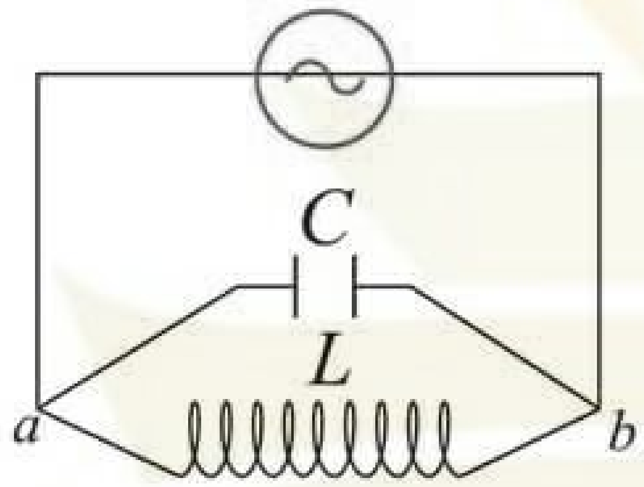
اتساعية المكثفة:
$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi f\,C}$$
$$X_C=\frac{1}{2\pi\times50\times\frac{1}{\pi}\times10^{-3}}=10\,\Omega$$



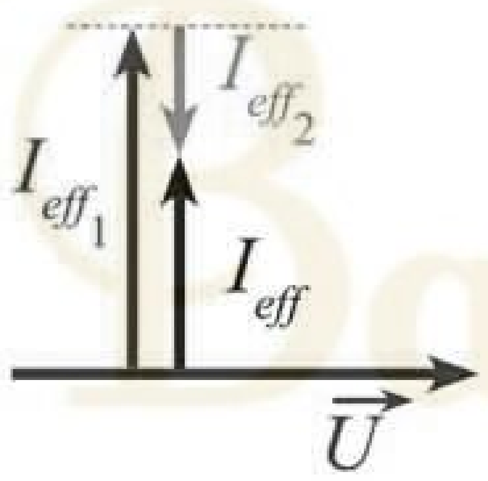
الممانعة الكليّة:
$$Z=\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}$$
$$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{(40)^2+(40-10)^2}=50\,\Omega$$

2) الشدة المنتجة:
$$I_{eff}=\frac{U_{eff}}{Z}=\frac{100}{50}=2\,A$$

B) 1) الشدة المنتجة في فرع الوشيعة:
$$I_{eff_L}=\frac{U_{eff}}{X_L}=\frac{100}{40}=2.5\,A$$
لكن: $\varphi_1=-\frac{\pi}{2}\,rad$



2) الشدة المنتجة في فرع المكثفة:
$$I_{eff_C}=\frac{U_{eff}}{X_C}=\frac{100}{10}=10\,A$$
لكن: $\varphi_2=+\frac{\pi}{2}\,rad$



3) $\overrightarrow{I_{eff}}=\overrightarrow{I_{eff_L}}+\overrightarrow{I_{eff_C}}\ \Rightarrow\ I_{eff}=I_{eff_C}-I_{eff_L}=10-2.5=7.5\,A$

إضافة: تابع الزمني للشدة الكلية للدارة. $\bar{i}=I_{max}\cos(\omega t+\bar{\varphi})$

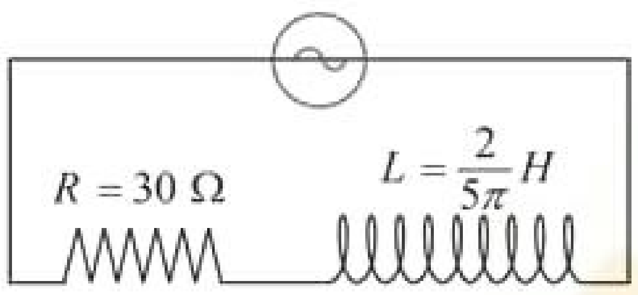
$$I_{max}=I_{eff}\times\sqrt{2}=7.5\sqrt{2}\ A$$
$$\omega=2\pi f=2\pi\times50=100\pi\ rad\quad،\quad\varphi=+\frac{\pi}{2}\,rad$$
$$\bar{i}=7.5\sqrt{2}\cos(100\pi t+\frac{\pi}{2})$$

C) $f_{وتر}=f_{التيار}\ \Leftarrow\ f=\frac{k}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$ نربع الطرفين ونعزل F_T

$$F_T=\frac{4L^2\times f^2.\mu}{k^2}=\frac{4L^2f^2\frac{m}{L}}{k^2}=\frac{4\times(1.5)^2\times(50)^2\times\frac{6\times10^{-3}}{1.5}}{(3)^2}$$
k
$$\Rightarrow\ F_T=10\,N$$

المسألة العشرون:

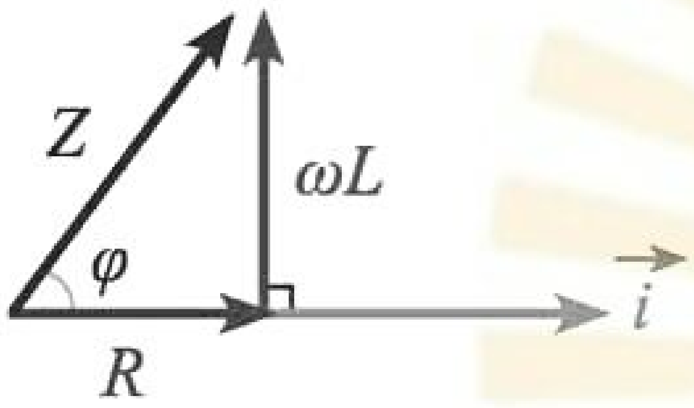
الحل: $L = \frac{2}{5\pi} H$ ، $R = 30\ \Omega$ ، $\bar{u} = 150\sqrt{2}\cos 100\pi t\ (Volt)$ ،



A) 1)
$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{150\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_{eff} = 150\ Volt$$

$$\left.\begin{array}{l}\omega = 100\pi \\ \omega = 2\pi f\end{array}\right\} \Rightarrow 2\pi f = 100\pi \Rightarrow f = 50\ Hz$$

2) ردية الوشيعة:
$$X_L = \omega L = 100\pi \times \frac{2}{5\pi} = 40\ \Omega$$



3) الممانعة الكلية للدارة:
$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^{\ 2}} = \sqrt{(30)^2 + (40)^2} = 50\ \Omega$$

4) حساب الشدة المنتجة:
$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{150}{50} = 3\ A$$

5) عامل استطاعة الدارة:
$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$P_{avg} = U_{eff}\, I_{eff} \cos\varphi = 150 \times 3 \times \frac{3}{5} = 270\ W$$

طريقة ثانية لحساب الاستطاعة المستهلكة:

تستهلك الاستطاعة حرارياً بفعل جول في المقاومة.

$$P_{avg} = I_{eff}^2\, R = 9 \times 30 = 270\ W$$

B) 1) حساب الشدة المنتجة:

بما أن الشدة على توافق مع التوتر فالدارة في حالة تجاوب كهربائي: $Z = R \Rightarrow X_L = X_C$

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{150}{30} = 5\ A$$

2) حساب سعة المكثفة المضافة:
$$X_L = X_C \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

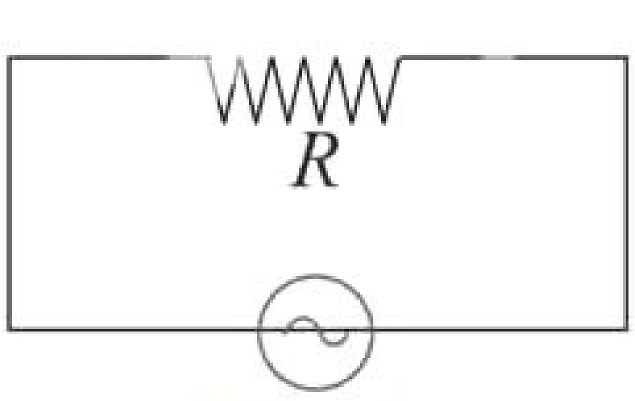
$$C = \frac{1}{\omega L\, \omega} = \frac{1}{40 \times 100\pi} = \frac{1}{4000\pi} = \frac{1}{4\pi} \times 10^{-3}\ F$$

3) بما أن: $C_1 < C$ فطريقة الضم على التفرع:
$$C = n C_1 \Rightarrow n = \frac{C}{C_1} = \frac{\frac{1}{4\pi} \times 10^{-3}}{\frac{1}{4\pi} \times 10^{-4}} = 10$$

المسألة الحادية والعشرون:

الحل: $\bar{u} = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t)$ ، $C = ?$, $I_{eff_1} = ?$, $f = ?$, $I_{eff_3} = ?$

1) حساب فرق الكمون المنتج وتواتر التيار: $U_{max} = 100\sqrt{2}$



$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_{eff} = 100\ Volt$$

$$\left.\begin{array}{l}\omega = 100\pi \\ \omega = 2\pi f\end{array}\right\} \Rightarrow f = 50\ Hz$$

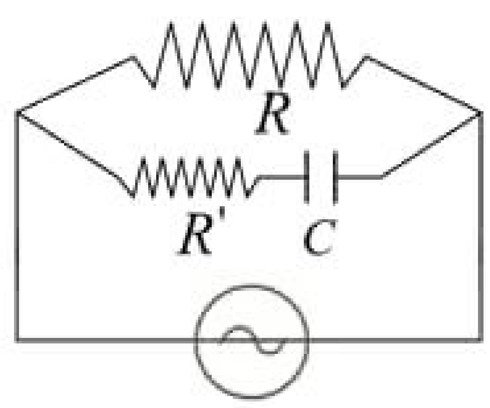
2) تابع الشدة:
$$\bar{i} = I_{max}\cos(\omega t + \bar{\varphi})$$

$$I_{eff_1} = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{100}{50} = 2\ A$$

لكن: $\varphi_1 = 0\ rad$

$$I_{max_1} = I_{eff_1}\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\ A$$

$$\bar{i}_1 = 2\sqrt{2}\cos 100\pi t\ \ldots (1)$$

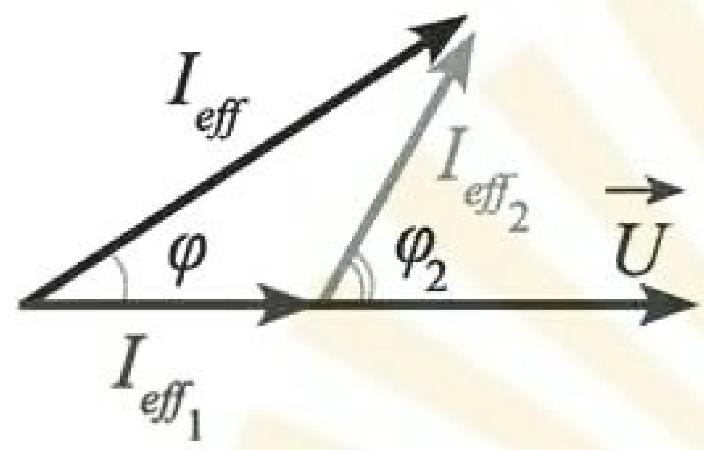


3) تابع الشدة في الفرع الثاني (مقاومة + مكثفة):

التيار يتقدم بالطور على التواتر $i_2 = I_{\max_2} \cos(\omega t + \varphi_2)$

$$I_{\max_2} = I_{eff}\sqrt{2} = \sqrt{2}\sqrt{2} = 2\ A$$

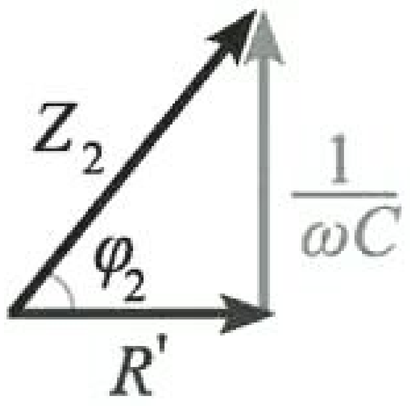
$$Z_2 = \frac{U_{eff}}{I_{eff_2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{2}$$



$$\cos\varphi_2 = \frac{R}{Z_2} = \frac{50}{50\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4}\ rad$$

$$\overline{i_2} = 2\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{4})$$

حساب C سعة المكثفة:

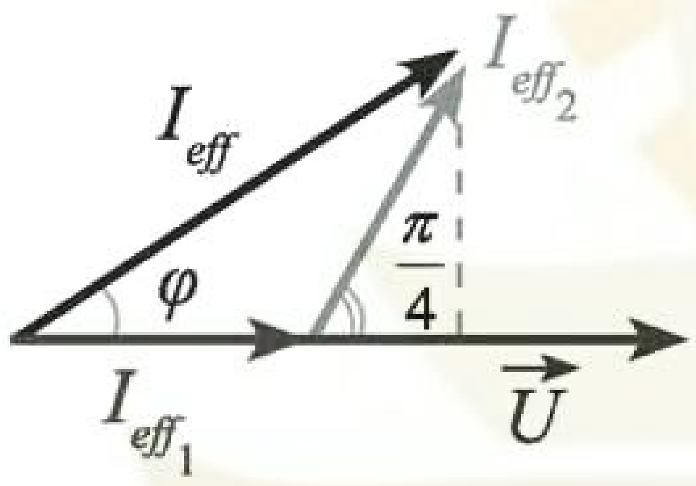


$$Z = \sqrt{R^2 + X_C} = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2} \Rightarrow 50\sqrt{2} = \sqrt{(50)^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}$$

$$2500 \times 2 = 2500 + (\frac{1}{\omega C})^2 \Rightarrow (\frac{1}{\omega C})^2 = 2500 \Rightarrow \frac{1}{\omega C} = 50$$

$$C = \frac{1}{50\omega} = \frac{1}{50 \times 100\pi} = \frac{1}{5\pi} \times 10^{-3}\ F$$

4) حساب الشدة المنتجة للتيار في الشدة الأصلية: $\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_1}} + \overrightarrow{I_{eff_2}}$



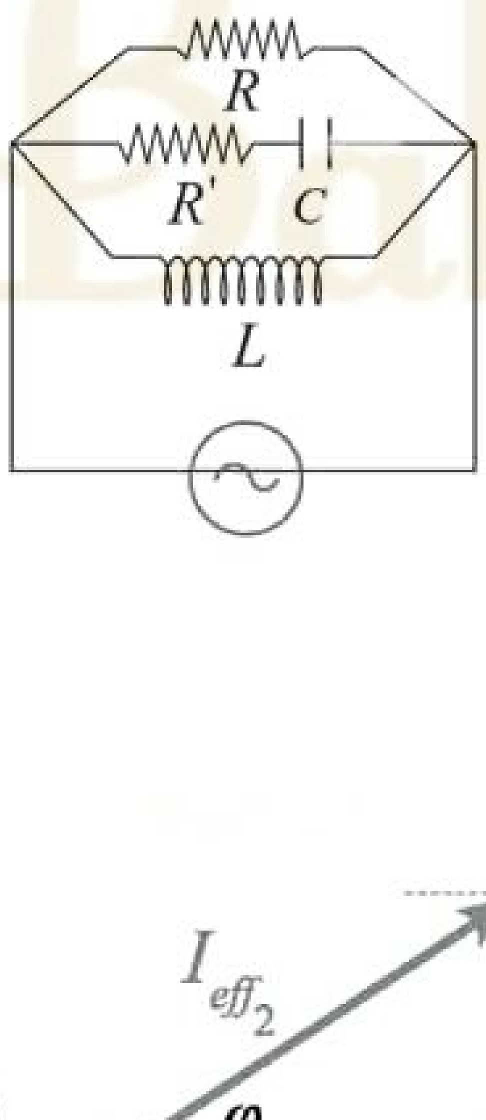
$\overrightarrow{I_{eff_1}} \begin{cases} I_{eff_1} = 2\ A \\ \varphi_1 = 0\ rad \end{cases}$ | $\overrightarrow{I_{eff_2}} \begin{cases} I_{eff_2} = \sqrt{2}\ A \\ \varphi_2 = +\frac{\pi}{4}\ rad \end{cases}$

$$I_{eff}^2 = (I_{eff_1} + I_{eff_2}\cos\frac{\pi}{4})^2 + (I_{eff_2}\sin\frac{\pi}{4})^2 \Rightarrow I_{eff}^2 = (2 + \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}})^2 + (\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}})^2$$

$$I_{eff}^2 = (2+1)^2 + (1)^2 = 9 + 1 = 10 = \sqrt{10}\ A$$

5) حساب ذاتية الوشيعة:

لتصبح الشدة الكلية على توافق مع التوتر في الدارة: $I_{eff_3} = I_{eff_2}\sin\frac{\pi}{4}$



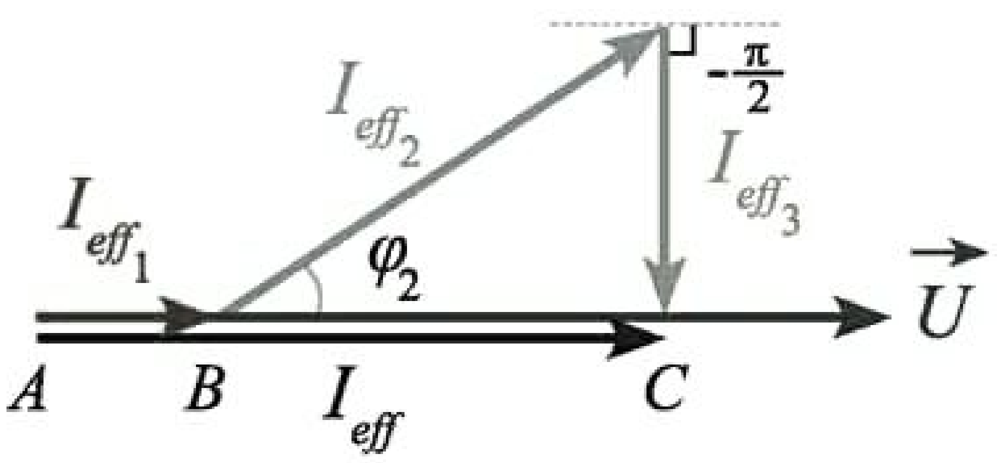
$$\varphi_3 = -\frac{\pi}{2}$$

$$I_{eff_3} = I_{eff_2}\sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1\ A$$

$$X_L = \omega L = \frac{U_{eff}}{I_{eff_3}} = \frac{100}{1} = 100\ \Omega$$

$$\omega L = 100 \Rightarrow L = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}\ H$$

حساب الشدة المنتجة الأصلية للتيار: $\overrightarrow{I_{eff}} = \overrightarrow{I_{eff_1}} + \overrightarrow{I_{eff_2}} + \overrightarrow{I_{eff_3}}$



من الشكل نجد: $I_{eff} = I_{eff_1} + I_{eff_2}\cos\frac{\pi}{4}$

$$I_{eff} = 2 + \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3\ A$$

الشدة المنتجة الأصلية للتيار عندما تعمل الفروع الثلاثة معاً.

المسألة الثانية والعشرون :

الحل:

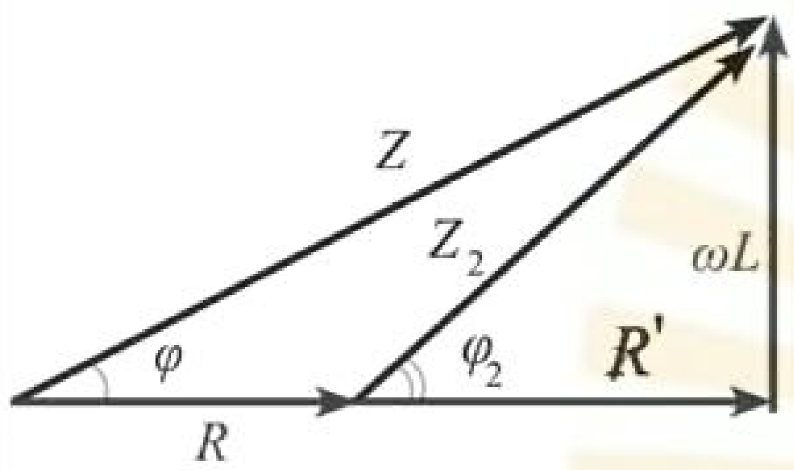
المعطيات	المجاهيل
$\omega L = 30\ \Omega$ ، $\cos\varphi = 0.8$	$I_{eff} = ?$ ، $f = ?$ ، $X_L = ?$ ، $Z_2 = ?$
$\bar{i} = 3\sqrt{2}\cos 100\pi t$	$R' = ?$ ، $C_{eq} = ?$ ، $C' = ?$ ، $C = ?$

1) حساب الشدة المنتجة للتيار وتواتره: $\bar{i} = I_{\max}\cos(\omega t + \varphi)$

$$I_{\max} = 3\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad I_{eff} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3\ A$$

$$\left.\begin{array}{l}\omega = 2\pi f\\ \omega = 100\pi\end{array}\right\} \Rightarrow f = 50\ Hz$$

2) حساب المقاومة R' للوشيعة وممانعتها Z_2: $Z_2 = \sqrt{R'^2 + (\omega L)^2}$



$$\left.\begin{array}{l}\cos\varphi = \dfrac{R_2'}{Z_2} \Rightarrow Z_2 = \dfrac{R'}{0.8}\\ Z_2 = \sqrt{R'^2 + (30)^2}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{R'^2}{(0.8)^2} = R'^2 + 900 \Rightarrow R' = 40\ \Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{R'^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{(40)^2 + (30)^2} = 50\ \Omega$$

أو: $Z_2 = \dfrac{R'}{0.8} = \dfrac{40}{0.8} = 50\ \Omega$

3) حساب المقاومة الصرفة: $U_{eff_R} = \dfrac{1}{2}U_{eff_L} \Rightarrow R\,I_{eff} = \dfrac{1}{2}Z_2 I_{eff} \Rightarrow R = \dfrac{1}{2}Z_2 = \dfrac{1}{2}\times 50 = 25\ \Omega$

في المقاومة: $\cos\varphi_1 = 1$

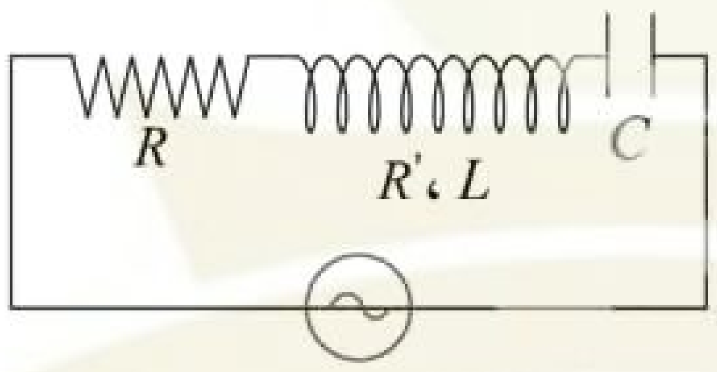
$$P_{avg} = U_{eff_R} I_{eff}\cos\varphi_1 = 75\times 3\times 1 = 225\ W$$

$$P_{avg} = P_{avg_R} + P_{avg_L} \quad \Rightarrow \quad P_{avg} = I_{eff}\,U_{eff_R}\cos\varphi_1 + I_{eff}\,U_{eff_L}\cos\varphi_2$$

$$P_{avg} = 3\times 75\times 1 + 3\times 150\times 0.8 = 225 + 360 = 585\ W$$

أو: $P_{avg} = R\,I_{avg}^2 + I_{eff}\,U_{eff_L}\cos\varphi_2 = 25(3)^2 + 360 = 585\ W$

(4



$$I_{eff} = I'_{eff} \quad \Rightarrow \quad Z = Z'$$

$$\sqrt{(R + R')^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{(R + R')^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

$$(R + R')^2 + (\omega L)^2 = (R + R')^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 \Rightarrow \quad \pm\omega L = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

إما: $+\omega L = \omega L - \dfrac{1}{\omega C} \Leftarrow \quad \Rightarrow C \to \infty$ إما: $\dfrac{1}{\omega C} = 0$

أو: $-\omega L = \omega L - \dfrac{1}{\omega C} \Leftarrow$

$$\frac{1}{\omega C} = 2\omega L \Rightarrow \quad C = \frac{1}{2\,\omega L \times \omega} = \frac{1}{2\times 30\times 100\pi} = \frac{1}{6\pi}\times 10^{-3}\ F$$

5) نضيف إلى المكثفة C في الدارة السابقة مكثفة C' تجعل الشدة على توافق بالصفحة مع التوتر المطبق أي حالة تجاوب كهربائي. $\omega L = \dfrac{1}{\omega C_{eq}}$

$$C_{eq} = \frac{1}{\omega\,L\,\omega} = \frac{1}{30\times 100\pi} = \frac{1}{3\pi}\times 10^{-3}\ F \qquad \Rightarrow \qquad C_{eq} > C$$

فالضم على التفرع: $C_{eq} = C + C'$

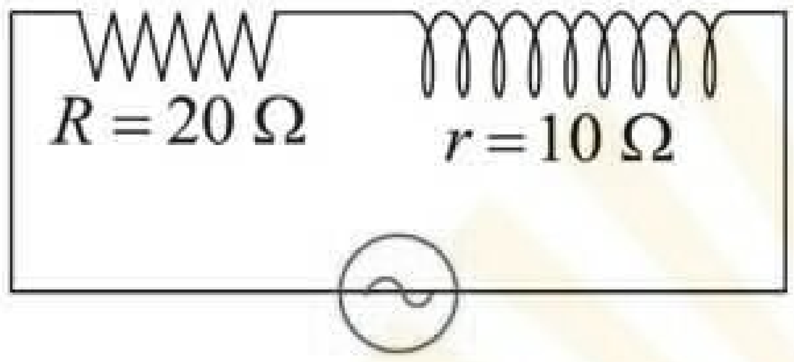
$$C' = C_{eq} - C = \frac{10^{-3}}{3\pi} - \frac{10^{-3}}{6\pi} = \frac{1}{6\pi}\times 10^{-3}\ F$$

المسألة الثالثة والعشرون:

الحل:

المجاهيل	المعطيات
$I_{eff}=?\ ,\ P_{avg}=?\ ,\ \cos\varphi=?\ \ u=f(t)\ ,\ E=?$ $\cos\varphi=?\ ,\ \ Z=?$	$U_{eff}=40\sqrt{2}\ Volt$ ، $f=50\ Hz$

A) 1) حساب الممانعة الكلية للدارة والشدة المنتجة المارة:

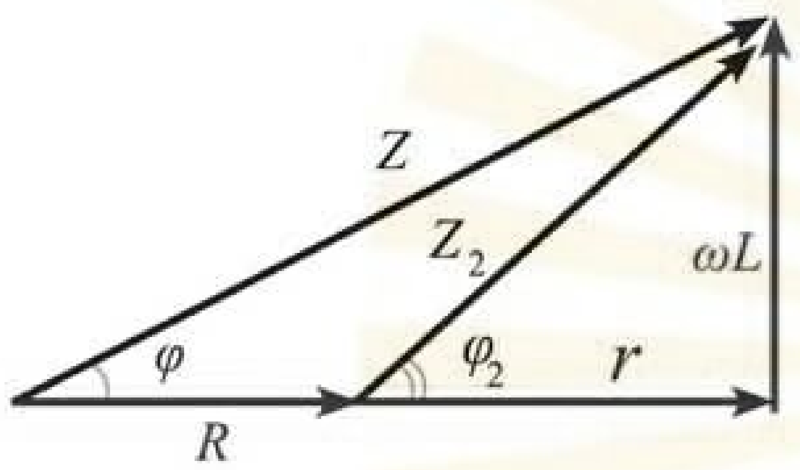


$$X_L=\sqrt{r^2+(\omega L)^2}=20\ \Omega$$

$$(20)^2=(10)^2+(\omega L)^2\quad\Rightarrow\quad(\omega L)^2=400-100=300$$

$$Z=\sqrt{(R+r)^2+(\omega L)^2}=\sqrt{(20+10)^2+300}$$

$$Z=\sqrt{900+300}=\sqrt{4\times3\times100}=20\sqrt{3}\ \Omega$$



الشدة المنتجة: $I_{eff}=\dfrac{U_{eff}}{Z}=\dfrac{40\sqrt{3}}{20\sqrt{3}}\quad\Rightarrow\quad I_{eff}=2\ A$

2) حساب الاستطاعة المتوسطة المصروفة في الجملة وعامل استطاعتها

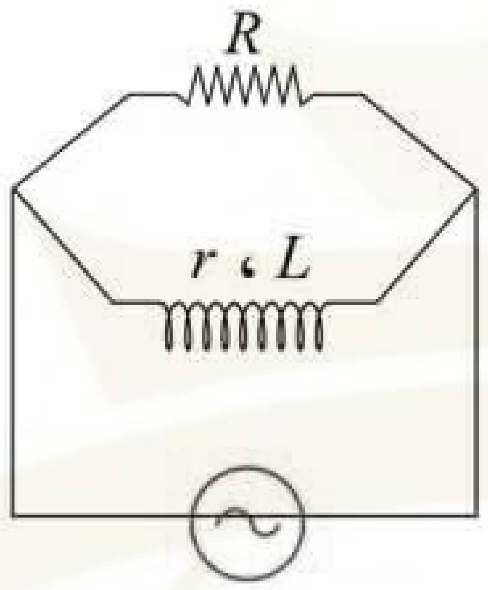
تصرف الاستطاعة حرارياً بفعل جول. $P_{avg}=P_{avg_1}+P_{avg_2}$

$$P_{avg}=R\,I_{eff}^2+r\,I_{eff}^2=20(2)^2+10(2)^2\quad\Rightarrow\quad P_{avg}=80+40=120\,W$$

$$\cos\varphi=\frac{P_{avg}}{U_{eff}\,I_{eff}}=\frac{120}{40\sqrt{3}\times2}=\frac{3}{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}\quad\Rightarrow\quad\cos\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

مقدار فرق الطور: $\varphi=\dfrac{\pi}{6}\ rad$

3) حساب الطاقة الحرارية: $E_{\text{حرارية}}=P_1.t=R\,I_{eff}^2\,t$



$$E=80\times10\times60\quad\Rightarrow\quad E_{\text{حرارية}}=48\times10^3\ J$$

$$U_{eff_R}=I_{eff}R\quad\Rightarrow\quad U_{eff_R}=2\times20=40\,Volt$$

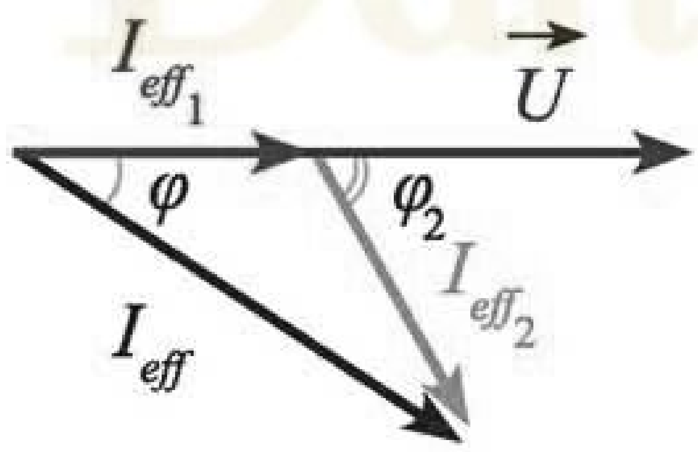
$$U_{\max_R}=U_{eff_R}\sqrt{2}=40\sqrt{2}\ Volt$$

معادلة التوتر بين طرفي المقاومة الصرفة: $\overline{u_R}=U_{\max}\cos(\omega t+\varphi)$

الشدة والتوتر على توافق $\varphi=0$ ، $\omega=2\pi f=100\pi\ rad\,s^{-1}$

$$\overline{u_R}=40\sqrt{2}\cos100\pi t$$

B) 1) حساب الشدة المنتجة بالسلك الأصلي: $\overrightarrow{I_{eff}}=\overrightarrow{I_{eff_1}}+\overrightarrow{I_{eff_2}}$



$$I_{eff_1}=\frac{U_{eff}}{R}=\frac{40\sqrt{3}}{20}=2\sqrt{3}\ A$$

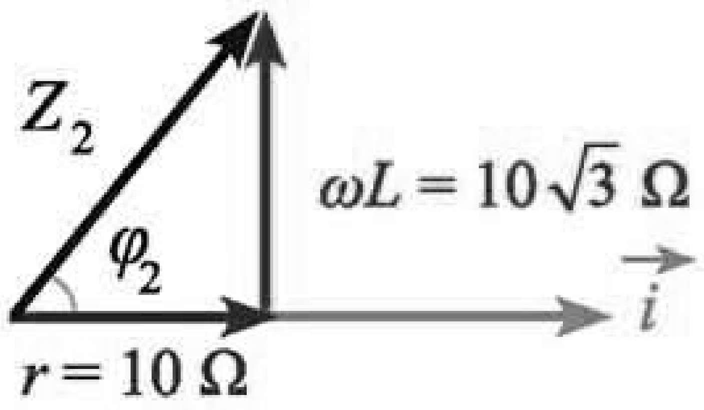
$$I_{eff_2}{}_{\text{حرارية}}=\frac{U_{eff}}{Z_2}=\frac{40\sqrt{3}}{20}=2\sqrt{3}\ A$$

$$\cos\varphi_2=\frac{r}{Z_2}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$$

على التفرع تؤخر الوشيعة $\varphi_2=-\dfrac{\pi}{3}\ rad$

$$I_{eff}^2=(I_{eff_1}+I_{eff_2}\cos\frac{\pi}{3})^2+(I_{eff_2}\sin\frac{\pi}{3})^2=(2\sqrt{3}+2\sqrt{3}\times\frac{1}{2})^2+(2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2})^2$$

$$I_{eff}^2=(3\sqrt{3})^2+(3)^2=27+9=36\quad\Rightarrow\quad I_{eff}=\sqrt{36}=6\ A$$



2) $P_{avg} = P_{avg_1} + P_{avg_2} \Rightarrow P_{avg} = R I_{eff_1}^2 + U_{eff} I_{eff_2} \cos\varphi_2$

$$P_{avg} = 20\times(2\sqrt{3})^2 + 40\sqrt{3}(2\sqrt{3})\times\frac{1}{2}$$

$$P_{avg} = 240 + 120 = 360\,W$$

أو: $P_{avg} = R I_{eff_1}^2 + r I_{eff_2}^2$

حيث تصرف الاستطاعة حرارياً بفعل جول: $P_{avg} = 20\times(2\sqrt{3})^2 + 10\times(2\sqrt{3})^2$

$$P_{avg} = 240 + 120 = 360\,W$$

حساب عامل الاستطاعة: $\cos\varphi = \frac{360}{40\sqrt{3}\times 6} = \frac{360\sqrt{3}}{40\times 3\times 6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

المسألة الرابعة والعشرون:

الحل: $m = 10\,g$, $f = 50$, $l = 1\,m$ ، $k = ?$, $\mu = ?$

1) عدد المغازل: إن طول المغزل الواحد هو: $\frac{\lambda}{2}$

$L = k\frac{\lambda}{2}$ $\quad k = \frac{2L}{\lambda} = \frac{2\times 1}{40\times 10^{-2}} = 5$ مغازل

2) حساب السعة: $Y_{\max/n} = 2Y_{\max}\left|\sin\frac{2\pi}{\lambda}x\right|$

من أجل: $X = 20\,cm$ ، $Y_{\max} = 1\,cm = 1\times 10^{-2}\,m$

أي n_1 عقدة اهتزاز $Y_{\max/n_1} = 2\times 10^{-2}\left|\sin\frac{2\pi}{0.4}\times 0.2\right| = 0\,m$

من أجل: $x_2 = 30\,cm$

أي n_2 بطن اهتزاز $Y_{\max/n_2} = 2\times 10^{-2}\left|\sin\frac{2\pi}{0.4}\times 0.3\right| = 2\times 10^{-2}\,m$

3) حساب الكتلة الخطية: $\mu = \frac{m}{L} = \frac{10\times 10^{-3}}{1} = 10^{-2}\,kg.m^{-1}$

حساب قوة شد الخيط وسرعة الانتشار: $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow F_T = v^2\mu$

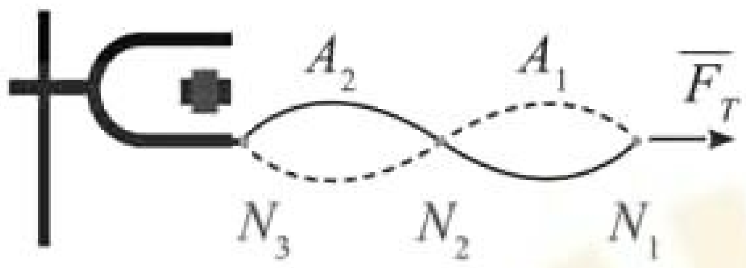
$$v = \lambda f = 40\times 10^{-2}\times 50 = 20\,m.s^{-1}$$

$$F_T = (20)^2\times 10^{-2} = 4\,N$$

4) حساب قوة الشد: $F_T = \frac{f^2 \mu 4L^2}{k^2} = \frac{(50)^2 \times 10^{-2} \times 4 \times (1)^2}{(2)^2} = 25\ N$

لكن: $x = k\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = k\frac{1}{2}$ ، $L = 2\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 1\ m$

أبعاد العقد عن النهاية المقيدة:



العقدة الأولى: $k = 0 \Rightarrow x_1 = 0$

العقدة الثانية: $k = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}\ m$

العقدة الثالثة: $k = 2 \Rightarrow x_3 = 2 \times \frac{1}{2} = 1\ m$

أبعاد البطون: $x = (2k+1)\frac{\lambda}{4} = (2k+1)\frac{1}{4}$

البطن الأول: $k = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4}\ m$

البطن الثاني: $k = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{4}\ m$

5) نجعل طول الوتر نصف ما كان عليه: $\mu = \frac{m}{L}$

لكن: $m' = \frac{m}{2}$ ، $L' = \frac{L}{2}$

إذاً تبقى الكتلة الخطية نفسها للوتر. $\mu' = \mu = 10^{-2}\ m$ $\Rightarrow$ $\mu' = \frac{m'}{L'} = \frac{\frac{m}{2}}{\frac{L}{2}} = \frac{m}{L}$

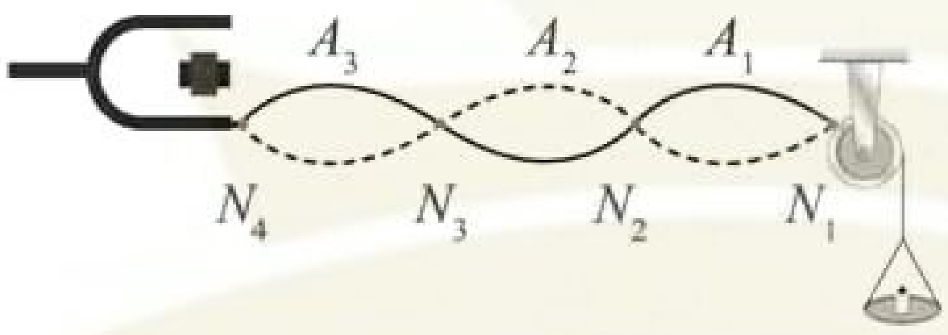
لا تتغير الكتلة الخطية لكل قسم من الوتر مهما كان طوله.

المسألة الخامسة والعشرون:

الحل: $k = 3$ ، $f = 100\ Hz$ ، $m = 15\ g$ ، $L = 1.5\ m$

$\mu = ?$ ، $\lambda = ?$

$v = ?$ ، $F_T = ?$



1) حساب طول الموجة: $L = k\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{k} = \frac{2 \times 1.5}{3} = 1\ m$

2) حساب الكتلة الخطية: $\mu = \frac{m}{L} = \frac{15 \times 10^{-3}}{1.5} = 10^{-2}\ kg.m^{-1}$

3) سرعة انتشار الاهتزاز: $v = \lambda f = 1 \times 100 = 100\ m.s^{-1}$

4) حساب قوة الشد: $v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow F_T = \mu v^2 = 10^{-2} \times (100)^2 = 100\ N$

5) **أماكن العقد** (N)**:** $x = k\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ $x = k\frac{\lambda}{2}$

العقدة الأولى: $k = 0 \Rightarrow x_1 = 0\ m$ العقدة الثالثة: $k = 2 \Rightarrow x_3 = 1\ m$

العقدة الثانية: $k = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}\ m$ العقدة الرابعة: $k = 3 \Rightarrow x_4 = \frac{3}{2}\ m$

أماكن البطون (A)**:** $x = (2k+1)\frac{1}{4}$ $\Rightarrow$ $x = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

البطن الأول: $k = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4}\ m$ البطن الثالث: $k = 2 \Rightarrow x_3 = \frac{5}{4}\ m$

البطن الثاني: $k = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{4}\ m$ البطن الرابع: $k = 3 \Rightarrow x_4 = \frac{7}{4}\ m$

وهي غير محققة أكبر من طول الوتر.

المسألة السادسة والعشرون:

الحل: $f = 1000\ Hz$ ، $v = 340\ m.s^{-1}$ ، $L = 3.4\ m$ ، عدد أطوال الموجة = ؟ ، $f = ?$ ، $t = ?$

1) حساب عدد أطوال الموجة: $\dfrac{L}{\lambda} = \dfrac{n}{2} =$ عدد أطوال الموجة

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1000} = 0.34\ m \quad \Rightarrow \quad \text{عدد أطوال الموجة} = \frac{3.4}{0.34} = 10$$

2) حساب تواتر الصوت البسيط الصادر: $n = 1$

$$L = n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow L = 1\times\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2L = 2\times 3.4 = 6.8\ m$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{7.8} = 50\ Hz$$

3) في الدرجة $t = 0°C$: $v = 331\ m.s^{-1}$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \Rightarrow \frac{331}{340} = \sqrt{\frac{273+0}{273+t_2}} \Rightarrow t_2 = 15°C$$

أو: $\dfrac{v_1^2}{v_2^2} = \dfrac{T_1}{T_2} \quad \Rightarrow \quad T_2 = \dfrac{v_2^2\times T_1}{v_1^2}$

$$T_2 = \frac{(340)^2}{(331)^2}\times(273+0) = \frac{115600}{109561}\times 273 = 288.04$$

$$273 + t_2 \approx 288 \Rightarrow t_2 = 288 - 273 = 15°c$$

المسألة السابعة والعشرون:

الحل: $\dfrac{\lambda}{2} = 20\ cm = 0.2\ m$ ، $v = 340\ m.s^{-1}$ | $\lambda = ?$ ، $L = ?$ ، $f = ?$ ، $L' = ?$

1) حساب طول موجة الصوت البسيط الصادر: البعد بين عقدتين متتاليتين = $\dfrac{\lambda}{2}$

$$\frac{\lambda}{2} = 20 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 40\ cm = 0.4\ m$$

2) حساب طول المزمار: $L = (2n-1)\dfrac{\lambda}{4}$

$$L = 5\frac{\lambda}{4} = 5\times\frac{0.4}{4} = 0.5\ m$$

3) حساب تواتر الصوت البسيط الصادر: $f = \dfrac{v}{\lambda} = \dfrac{340}{0.4} = 850\ Hz$

أو: $f = (2n-1)\dfrac{v}{4L} = (5)\times\dfrac{340}{4\times 0.5} = 850\ Hz$

4) حساب طول المزمار مختلف الطرفين:

تواتر مزمار مختلف الطرفين = تواتر مزمار متشابه الطرفين $f' = f$

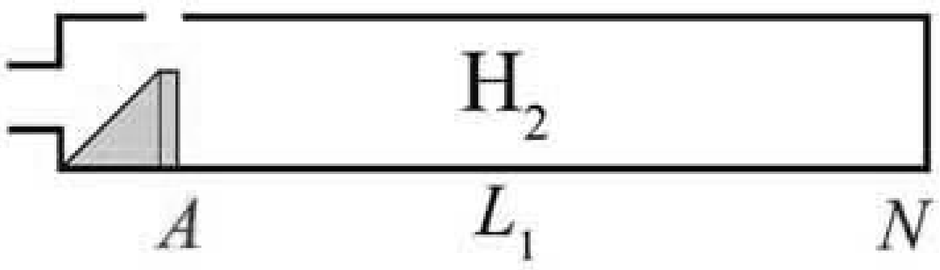
$$n\frac{v}{2L'} = 850$$

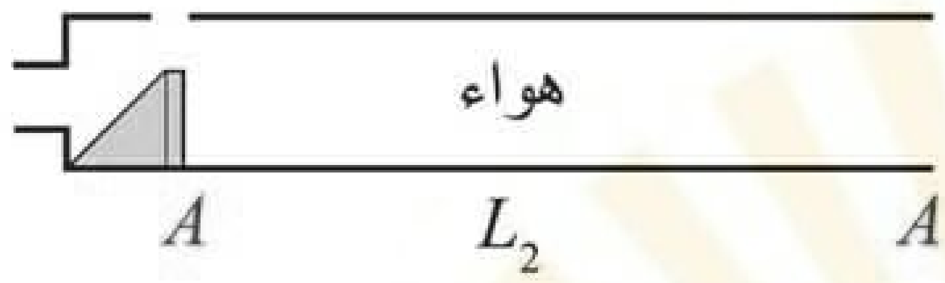
صوت أساسي: $n = 1$ $\quad L' = \dfrac{340}{2\times 850} = 0.2\ m$

متشابه الطرفين الذي يصدر صوتاً أساسياً له التواتر نفسه.

المسألة الثامنة والعشرون:

$\frac{L_1}{L_2} = ?$, $v_1 = 1292\ m.s^{-1}$, $v_2 = 340\ m.s^{-1}$





1) مختلف الطرفين: $L_1 = (2n-1)\frac{\lambda_1}{4}$

صوت أساسي: $(2n-1) = 1$

$L_1 = \frac{v_1}{4f_1} \Rightarrow f_1 = \frac{v_1}{4L_1}$

متشابه الطرفين: $L_2 = n\frac{\lambda_2}{2}$

صوت أساسي: $n = 1$ $f_2 = \frac{v_2}{2L_2}$

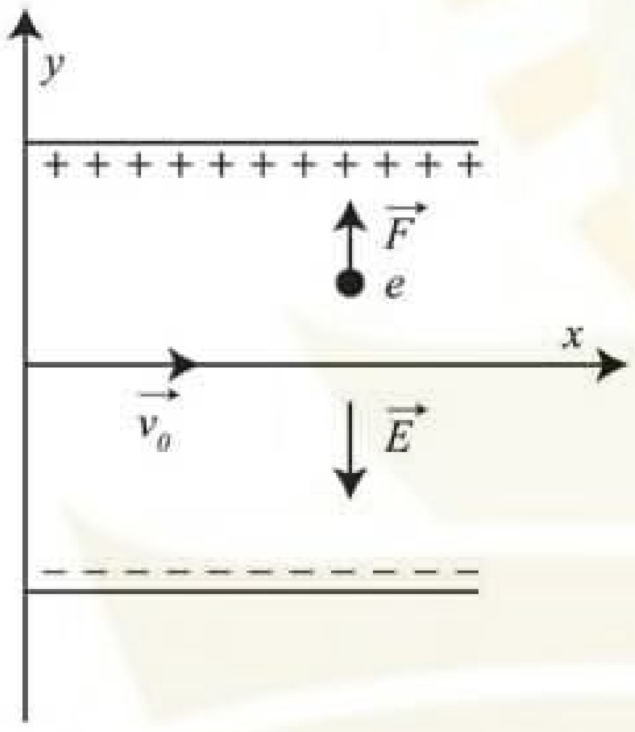
$$f_1 = 2f_2 \Rightarrow \frac{v_1}{4L_1} = \frac{2v_2}{2L_2}$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{v_1}{4v_2} = \frac{1292}{4\times 340} = \frac{1292}{1360} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 0.95$$

المسألة التاسعة والعشرون:

الحل: $V_{ab} = 900$ ، $d = 2\,cm$ ، $v = 4\times 10^7\ m\,s^{-1}$ ، $F_e = ?$ ، $E = ?$

1) حساب شدة الحقل الكهربائي المنتظم بين لبوسي المكثفة: $E = \frac{V_{ab}}{d}$



$$E = \frac{900}{2\times 10^{-2}} = 45\times 10^3\ V.m^{-1}$$

2) حساب شدة القوة الكهربائية: $F = e\,E$

$$F = 1.6\times 10^{-19}\times 45\times 10^3 = 72\times 10^{-16}\ N$$

3) دراسة الحركة:

الجملة المدروسة: إلكترون يهمل ثقله.

جملة المقارنة: خارجية.

يخضع الإلكترون عند دخول منطقة يسودها حقل كهربائي إلى تأثير قوة كهربائية $\vec{F}$ لها حامل $\vec{E}$ وتعاكسه بالجهة.

$$\sum \vec{F} = m_e\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m_e\vec{a}$$

باعتبار مبدأ الزمن: لحظة دخول الإلكترون بين لبوسي المكثفة $t = 0$

مبدأ الفواصل: نقطة دخول الإلكترون $x_0 = 0\,,\, y_0 = 0$

بالاسقاط على $\overrightarrow{ox}$: $F_x = 0 \Rightarrow a_x = 0$

فالحركة مستقيمة منتظمة: $v_x = v_{ox} = v_o = const$

$x = v_0 t \ldots(1)$

بالاسقاط على $\overrightarrow{oy}$: $F_y = e\,E = m_e\,a$

$$\Rightarrow a_y = \frac{e\,E}{m_e} = const$$

التابع الزمني للحركة على $\overrightarrow{oy}$ باعتبار $a_y = a$: $y = \frac{1}{2}at^2 + v_{oy}t + y_0$

$$y = \frac{1}{2}at^2 \begin{cases} v_{oy} = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{2}(\frac{eE}{m_e})t^2 \quad ...(2)$$

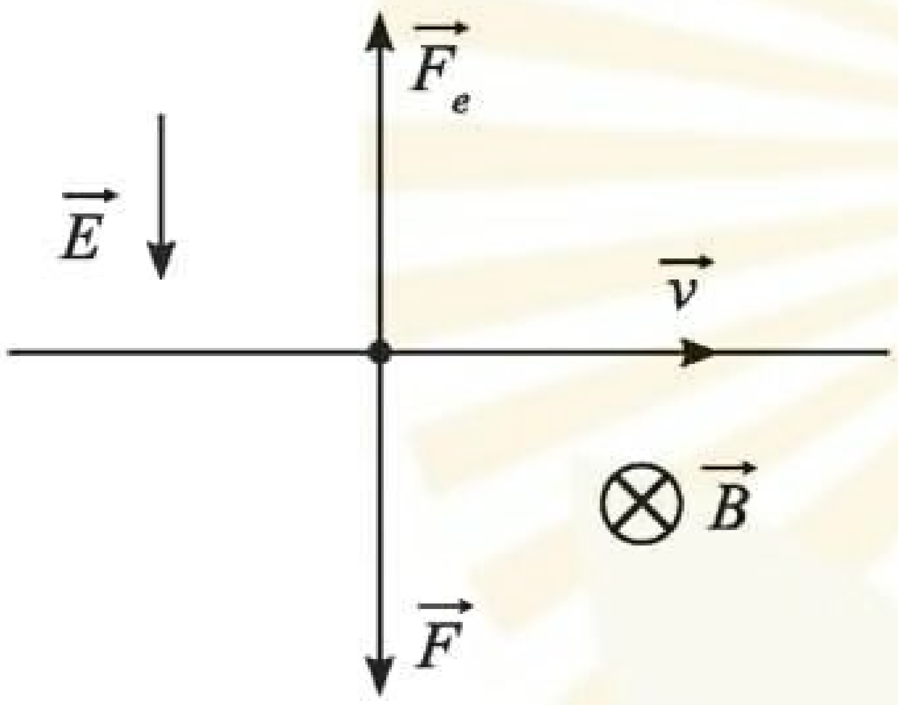
لاستنتاج معادلة حامل مسار الإلكترون نحذف الزمن من إحداثيي x ، y :

من (1) نجد: $t = \frac{x}{v_o}$

$$y = \frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}\frac{x^2}{v_o^2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}\frac{eV_{ab}}{m_e d v_o^2}x^2 \Rightarrow y = \frac{1\times 1.6\times 10^{-19}\times 900}{2\times 9\times 10^{-3}\times 2\times 10^{-2}\times (4\times 10^7)^2}x^2$$

$$y = \frac{1.6\times 10^{-19}\times 900}{36\times 10^{-33}\times 16\times 10^{14}}x^2 \Rightarrow y = \frac{5}{2}x^2$$ حامل المسار قطع مكافئ

4) حساب ? = B التي تجعل الإلكترون يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة ليتابع بحركة مستقيمة منتظمة:



$$\sum \vec{F} = \vec{o} \Rightarrow \overrightarrow{F_e} + \vec{F} = \vec{o}$$

بالاسقاط وفق محور له منحى وجهة $\overrightarrow{F_e}$: $F_e = F$

$$eE = evB\sin\theta$$

$$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \theta = (\widehat{\vec{v}\,\vec{B}}) \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\theta = 1$$

$$E = vB \Rightarrow B = \frac{E}{v} = \frac{45\times 10^3}{4\times 10^7} = 11.25\times 10^{-4}\ T$$

المسألة الثلاثون :

الحل:

المعطيات	المجاهيل
$\lambda_s = 6600\ °A = 6600\times 10^{-10}\ m$ ، $\lambda = 425\times 10^{-9}\ m$	$W_s = ?\ ,\ E_k = ?\ ,\ v = ?$

1) حساب طاقة الانتزاع: $W_s = hf_s = h\frac{C}{\lambda_s} = 6.6\times 10^{-34}\times \frac{3\times 10^8}{6600\times 10^{-10}} = 3\times 10^{-19}\ J$

تذكر أن: $1\ °A = 10^{-10}\ m$ ، $1\ ev = 1.6\times 10^{-19}\ J$

2) حساب الطاقة الحركية والسرعة العظمى للإلكترون المنتزع:

ضوء طول موجته $\lambda = 425\ nm = 425\times 10^{-9}\ m$

$\lambda_s = 660\times 10^{-9}\ m$

يحدث فعل كهرضوئي لأن $\lambda_s > \lambda$ $\quad E = W_s + E_k$

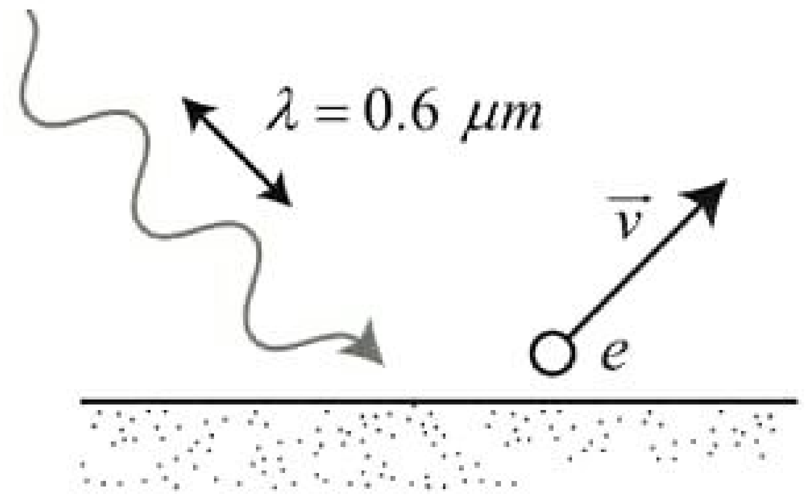
$$E_k = hf - W_s \Rightarrow E_k = h\frac{C}{\lambda} - h\frac{C}{\lambda_s} \Rightarrow E_k = hC(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_s})$$

$$E_k = \frac{6.6\times 10^{-34}\times 3\times 10^8}{10^{-9}}(\frac{1}{425} - \frac{1}{660}) \approx 1.66\times 10^{-19}\ J$$

بطريقة ثانية: $E = hf = \frac{hC}{\lambda} = \frac{6.6\times 10^{-34}\times 3\times 10^8}{425\times 10^{-9}} \approx 4.66\times 10^{-19}\ J$

$$E_k = E - W_s = (4.66 - 3)\times 10^{-19} = 1.66\times 10^{-19}\ J$$

المسألة الواحدة والثلاثون:



الحل: $E_k = 3\times10^{-20}\ J$ ، $\lambda = 0.6\ \mu m = 0.6\times10^{-6}\ m$ ، $h = ?$

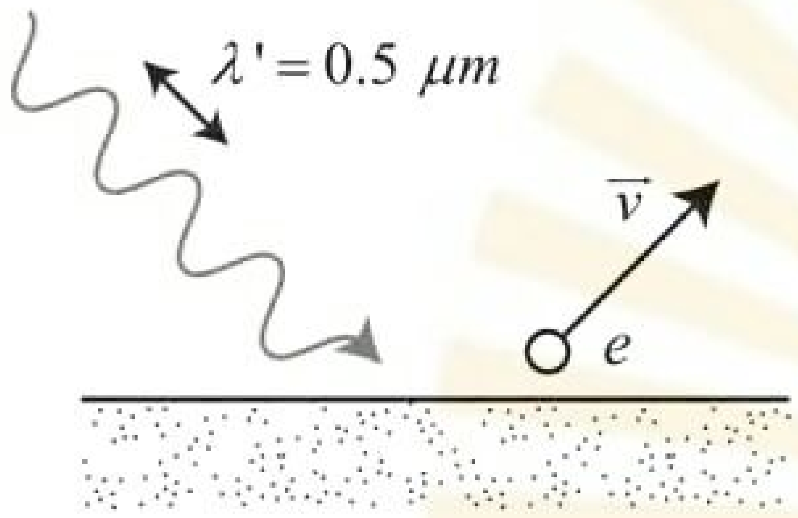
$E_k' = 9.6\times10^{-20}\ J$ ، $\lambda' = 0.5\ \mu m = 0.5\times10^{-6}\ m$

1) $E_k = E - W_s \ ...(1)$ $\quad E_k' = E' - W_s \ ...(2)$

بالطرح من (1) و(2): $E_k' - E_k = E' - E$

$$E_k' - E_k = hC\left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda}\right) \Rightarrow E_k' - E_k = hC\frac{\lambda - \lambda'}{\lambda'\lambda}$$

$$h = \frac{(E_k' - E_k)\lambda'.\lambda}{(\lambda - \lambda').C} = \frac{(9.6-3)\times10^{-20}\times0.5\times10^{-6}\times0.6\times10^{-6}}{(0.6-0.5)\times10^{-6}\times3\times10^{8}} = 6.6\times10^{-34}\ J$$



$$E_k = E - W_s \Rightarrow W_s = E - E_k \Rightarrow W_s = \frac{hC}{\lambda} - E_k$$

$$W_s = \frac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{0.6\times10^{-6}} = 33\times10^{-20} - 3\times10^{-20} = 30\times10^{-20}\ J$$

طلب إضافي: طول عتبة تواتر الإصدار

$$W_s = hf_s \Rightarrow f_s = \frac{W_s}{h} = \frac{30\times10^{-20}}{6.6\times10^{-34}}$$

$$f_s = \frac{1}{2.2}\times10^{15}\ Hz$$

المسألة الثانية والثلاثون:

الحل: $\lambda_s = 6600\ A = 6600\times10^{-10}\ m$ ، $W_s = ?\ ,\ P = ?\ ,V_0 = ?\ ,\ E_k = ?$

1) حساب طاقة الانتزاع: $W_s = hf_s = h\frac{c}{\lambda_s} = 6.6\times10^{-34}\times\frac{3\times10^{8}}{6.6\times10^{-7}} = 3\times10^{-19}\ J$

2) حساب كمية حركة الفوتون الوارد: $E = mc^2$

$$P = mc = \frac{E}{c^2}c = \frac{E}{c} = \frac{hf}{\lambda f} = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.6\times10^{-34}}{4.4\times10^{7}} = \frac{3}{2}\times10^{-27} \Rightarrow P = 1.5\times10^{-27}\ kg.m.s^{-1}$$

3) حساب الطاقة الحركية العظمى للإلكترون لحظة خروجه من المهبط: $E_k = E - W_s$

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{44\times10^{-8}} = \frac{6.6\times3}{44}\times10^{-18} = 4.5\times10^{-19}\ J$$

$$E_k = (4.5-3)\times10^{-19} = 1.5\times10^{-19}\ J$$

4) حساب كمون الإيقاف:

نطبق نظرية الطاقة الحركية على الإلكترون بين وضعين: $\Delta\overline{E_k} = \sum\overline{W_{F_e}}$

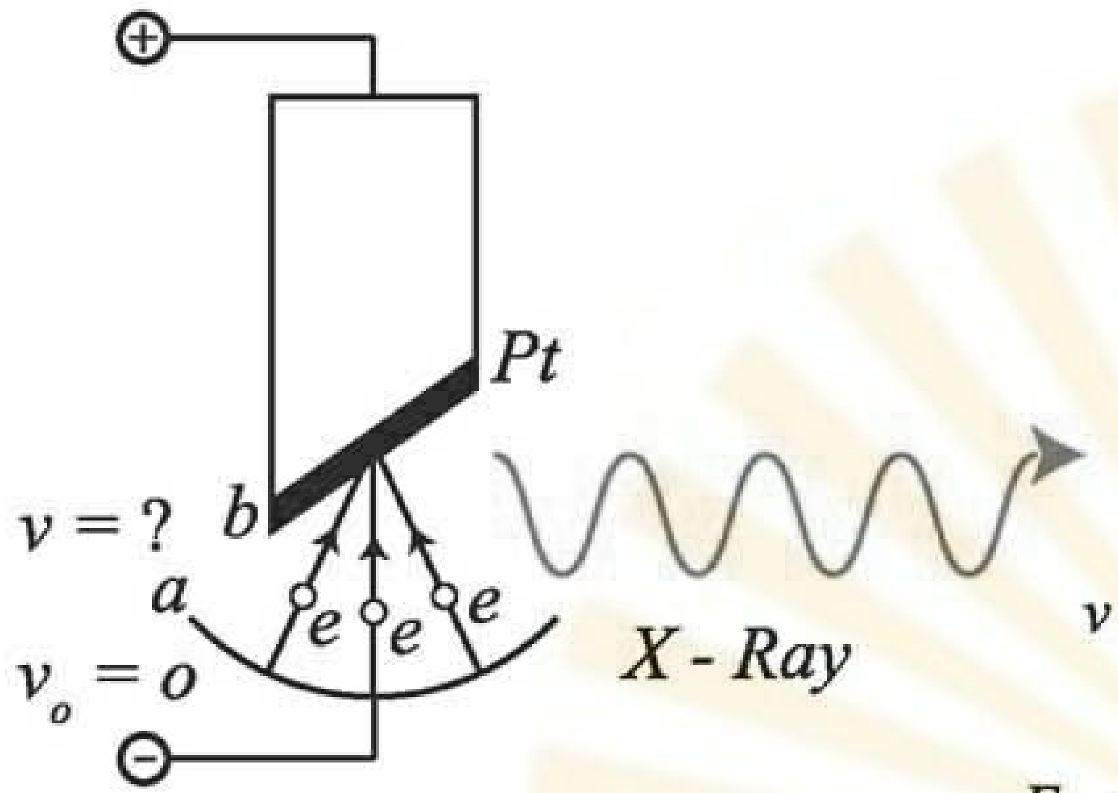
الأول: لحظة خروجه من المهبط. $E_{k_A} - E_{k_C} = -eV_o$

الثاني: لحظة وصوله المصعد بسرعة معدومة. $0 - E_{k_C} = -eV_o$

$$V_0 = \frac{E_k}{e} = \frac{1.5\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 0.9375\ Volt$$

المسألة الثالثة والثلاثون:

الحل: $I = 1\,mA = 1\times10^{-3}\,A$ ، $V_{AC} = 8\times10^{4}\,Volt$ ، $v_C = 0$ ، $\Delta t = ?^\circ C$ ، $f_{max} = ?$ ، $E_k = ?$



1) حساب الطاقة الحركية العظمى للإلكترون: $\Delta \overline{E_k} = \sum \overline{W_f}$

$$E_k - E_{k_C} = F\,d \Rightarrow E_k - 0 = e\,E\,d$$

$$E_k = eV_{AB} = 1.6\times10^{-19}\times8\times10^{4} = 12.8\times10^{-15}\,J$$

طلب إضافي: احسب سرعة الإلكترون لحظة وصوله لمقابل المهبط.

$$v = \sqrt{\frac{2eV_{AC}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\times1.6\times10^{-19}\times8\times10^{4}}{9\times10^{-31}}} = 1.6\times10^{8}\,m.s^{-1}$$

2) حساب التواتر الأعظمي للأشعة السينية الصادرة: $E_k = hf = eV_{AC}$

$$f_{max} = \frac{eV}{f} = \frac{1.6\times10^{-19}\times8\times10^{4}}{6.6\times10^{-34}} = 1.9\times10^{19}\,Hz$$

3) حساب ارتفاع درجة حرارة الصفيحة: $Q = N\,E_{k_1}$

$$N = \frac{I\,t}{e} = \frac{1\times10^{-3}\times60}{1.6\times10^{-19}} = \frac{6}{16}\times10^{18}$$

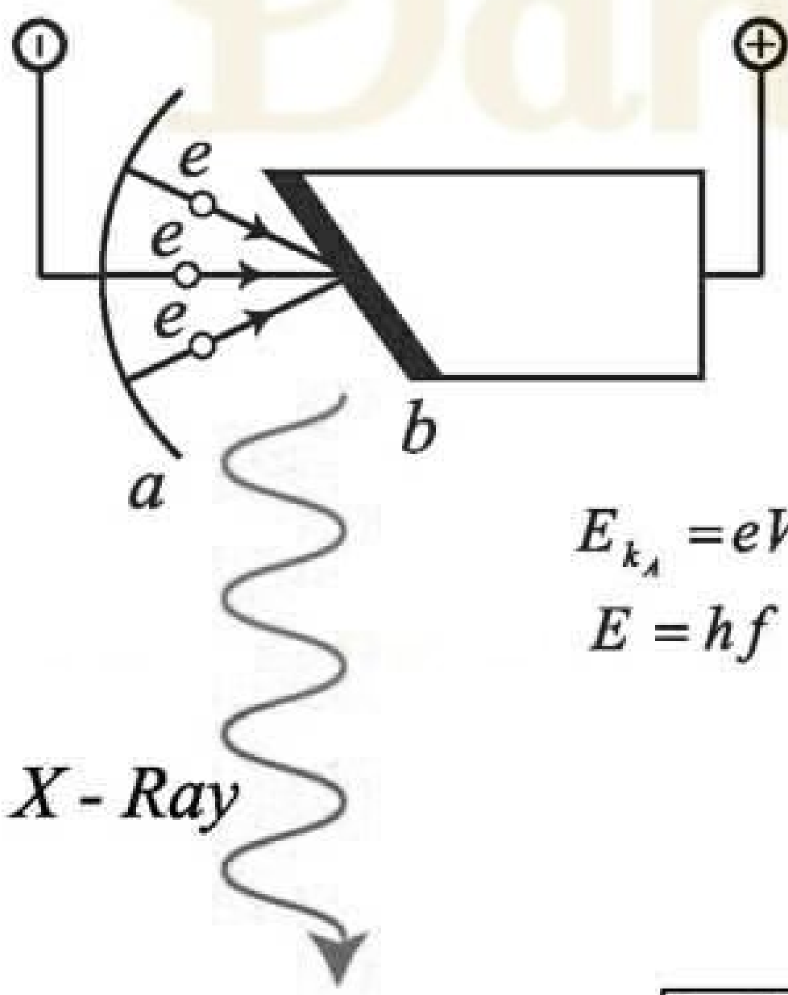
$$\overline{Q} = mC\,\Delta t \Rightarrow N\,E_{k_1} = mC\,\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{N\,E_{k_1}}{m\,C}$$

$$\Delta t = \frac{\frac{1}{6}\times10^{18}\times12.8\times10^{-15}}{50\times10^{-3}\times147} \Rightarrow \Delta t = \frac{4.8\times10^{3}}{7350\times10^{-3}} = 6.5\times10^{2} = 650\,^\circ c$$

المسألة الرابعة والثلاثون:

الحل: $c = 3\times10^{8}\,m.s^{-1}$ ، $h = 6.6\times10^{-34}\,J.s$ ، $e = 1.6\times10^{-19}\,C$ ، $m_e = 9.1\times10^{-31}\,kg$

$f_{max} = 3\times10^{18}\,Hz$ ، $v_c = 0$ **المجاهيل** $v = ?$ ، $V_{ac} = ?$, $\lambda = ?$



1) حساب طول الموجة الأصغري للأشعة السينية الصادرة:

$$\lambda_{min}\times f_{max} = c \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{c}{f_{max}} = \frac{3\times10^{8}}{3\times10^{18}} = 10^{-10}\,m = 1\,^\circ A$$

2) حساب فرق الكمون بين المصعد و المهبط: $E \;\; = E$

$$\Delta\overline{E} = \sum \overline{W_F} \Rightarrow E_{k_A} - E_{k_c} = F_e.d \Rightarrow E_{k_A} - 0 = e\,E.d$$

$$\left.\begin{array}{l} E_{k_A} = eV_{AC} \\ E = hf \end{array}\right\} \Rightarrow hf = eV_{AC} \Rightarrow V_{AC} = \frac{hf}{e} = \frac{6.6\times10^{-34}\times3\times10^{18}}{1.6\times10^{-19}} = 12375\,\;Volt$$

3) حساب سرعة الإلكترون لحظة اصطدامه بمقابل المهبط: $\frac{1}{2}m_e v_k^2 = eV_{AC}$

$$v = \sqrt{\frac{2eV_{AC}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\times12375\times1.6\times10^{-19}}{9\times10^{-31}}} \Rightarrow v = 66.33\times10^{6}\,m\,s^{-1}$$