حل التمارين الإمتحانية الشاملة:

(النسخة أولى سيتم التعديل عليها لاحقاً واضافة تمارين إضافية و تمارين الأسي واللوغارتمي)

ملاحظة سيتم حساب النهاية بطريقة سريعة مناسبة للتدريب على معرفتها ذهنياً والحل هو ليس دائماً بالطريقة الرياضية السليمة الكاملة

في كل مما يأتي اجابة صحيحة من بين خمس اجابات مقترحة. اكتبها

① اذا علمت أن $\Delta: y=\frac{2x-1}{2}$ مقارب مائل ل C_f عندئذٍ تكون $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$

توضيح الحل السريع :

A	2	B	$+\infty$	C	1	D	$-\frac{1}{2}$	E	0

$$\Delta: y=\frac{2x-1}{2}=\frac{2x}{2}-\frac{1}{2}=x-\frac{1}{2}=ax+b\Rightarrow\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=a=1$$

② اذا علمت أن $\Delta: y=\frac{2x-1}{2}$ مقارب مائل ل C_f عندئذٍ تكون $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$

A	2	B	$+\infty$	C	1	D	$-\frac{1}{2}$	E	0

توضيح الحل السريع :

$$\Delta: y=\underbrace{x-\frac{1}{2}}_{b}=ax+b\Rightarrow\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)=b=\frac{-1}{2}$$

③ ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{3x}{\sqrt{9x^2+1}}+x$ الخط البياني للتابع f يقبل مقارب مائل جوار $-\infty$ معادلته

ملاحظة سيتم حساب النهاية بطريقة سريعة ذهنية سريعة ولبس بالطريقة الرياضية السليمة

A	$\Delta: y=x$	B	$\Delta: y=x+1$	C	$\Delta: y=x-1$	D	$\Delta: y=-x+1$	E	$\Delta: y=-x-1$

توضيح الحل السريع : (طريقة مختصرة لمعرفة الإجابة)

$$\frac{3x}{\sqrt{9x^2+1}}\to\frac{3x}{\sqrt{9x^2}}\to\frac{3x}{|3x|}\to\lim_{x\to-\infty}\frac{3x}{-3x}=-1$$

$$\Delta: y=p(x)+c=x-1$$

④ ليكن f التابع المعرف على R^* وفق : $f(x)=\frac{x^2+sin(x)+1}{x}$ الخط البياني للتابع f يقبل مقارب مائل جوار $-\infty$ معادلته :

A	$\Delta: y=x$	B	$\Delta: y=x+1$	C	$\Delta: y=x-1$	D	$\Delta: y=-x+1$	E	$\Delta: y=-x-1$

توضيح الحل السريع :

$$f(x)=\frac{x^2+sin(x)+1}{x}=\frac{x^2}{x}+\frac{sin(x)+1}{x}=x+\underbrace{\frac{sin(x)+1}{x}}_{\to 0}=p(x)+g(x)$$

تعلم من أساليب معرفة النهايات ذهنيا $\frac{\text{مقدار محدود}}{\infty}=0$ علما أن عدد $\pm cos(x)\pm$ عدد , $\pm sin(x)\pm$ مقدار محدود

$$\frac{sin(x)+1}{x}=\underset{x\to-\infty}{\frac{\text{مقدار محدود}}{\infty}}\to 0$$ ((هذا حل ذهني اما الحل الكامل حسب الإحاطة))

$$\Delta: y=p(x)+c=x+0=x$$

⑤ليكن f التابع المعرف على $R\setminus\{-1\}$ وفق : $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$ C_f الخط البياني للتابع f يقبل مقارب مائل جوار $-\infty$ معادلته :

A	$\Delta: y=x$	B	$\Delta: y=x+1$	C	$\Delta: y=x-1$	D	$\Delta: y=-x+1$	E	$\Delta: y=-x-1$

توضيح الحل السريع :

$$\begin{array}{r|l} x^2 & x+1 \\ \hline x^2+x & \overbrace{x-1}^{\Delta} \\ \hline -x & \\ \dots\dots & \end{array}$$

اذا كنا نريد فقط تحديد الإجابة نتوقف بعد الحصول على التابع التألفي

في خارج القسمة طبعا عندما يكون التابع كسري حدودي

⑥ ليكن f التابع المعرف على $R\setminus\{0\}$ وفق : $f(x)=\frac{x^2+E(x)-1}{x}$ C_f الخط البياني للتابع f يقبل مقارب مائل جوار $-\infty$ معادلته :

A	$\Delta: y=x$	B	$\Delta: y=x+1$	C	$\Delta: y=x-1$	D	$\Delta: y=-x+1$	E	$\Delta: y=-x-1$

توضيح الحل السريع :

$$f(x)=\frac{x^2+E(x)-1}{x}=\frac{x^2}{x}+\frac{E(x)-1}{x}=x+\underbrace{\frac{E(x)-1}{x}}_{\to 1}$$

تعلم من أساليب معرفة النهايات ذهنيا عند الانهاية نضع $E(x)=x$ ((هذا حل ذهني اما الحل الكامل حسب الإحاطة))

$$\frac{E(x)-1}{x}\to\frac{x-1}{x}\to 1$$

⑦ليكن f التابع المعرف وفق : $f(x)=\sqrt{x^2-4x+1}$ C_f الخط البياني للتابع f يقبل مقارب مائل جوار $-\infty$ معادلته :

A	$\Delta: y=x+2$	B	$\Delta: y=x-2$	C	$\Delta: y=-x+2$	D	$\Delta: y=x-4$	E	$\Delta: y=-x+4$

توضيح الحل السريع :

Ali Hamdan

جوار $-\infty$ $\Delta: y = -\sqrt{a}x - \frac{b}{2\sqrt{a}}$

$a = 1 \ , \ b = -4 \ \Rightarrow y = -\sqrt{1}x - \frac{-4}{2\sqrt{1}} = -x + 2$

⑧ ليكن f التابع المعرف وفق : $f(x) = \underbrace{\sqrt{x^2+1}}_{\to -x} - x$ الخط البياني للتابع f يقبل مقارب مائل جوار $-\infty$

معادلته :

A	$\Delta: y = 2x$	B	$\Delta: y = 2x + 1$	C	$\Delta: y = -2x$	D	$\Delta: y = -2x + 1$	E	$\Delta: y = -x$

⑨ ليكن f التابع المعرف وفق : $f(x) = 1 + \underbrace{\sqrt{|4x^2-1|}}_{\to -2x} - x$ الخط البياني للتابع f يقبل مقارب مائل جوار $-\infty$ معادلته :

A	$\Delta: y = -x + 1$	B	$\Delta: y = -3x + 1$	C	$\Delta: y = -2x + 1$	D	$\Delta: y = x + 1$	E	$\Delta: y = -3x$

⑩ ليكن f التابع المعرف وفق : $f(x) = x + \underbrace{\frac{1-cos(x)}{x^2}}_{\substack{\text{محدود} \\ \to 0}}$ الخط البياني للتابع f يقبل مقارب مائل جوار $-\infty$

معادلته :

A	$\Delta: y = -x + 1$	B	$\Delta: y = x + 1$	C	$\Delta: y = x + \frac{1}{2}$	D	$\Delta: y = -2x$	E	$\Delta: y = x$

11- ليكن f التابع المعرف وفق : $f(x) = x + \underbrace{\frac{sin(\frac{1}{x})}{x}}_{\to 0}$ الخط البياني للتابع f يقبل مقارب مائل جوار $-\infty$

معادلته :

A	$\Delta: y = -x + 1$	B	$\Delta: y = x + 1$	C	$\Delta: y = x + \frac{1}{2}$	D	$\Delta: y = -2x$	E	$\Delta: y = x$

12- ليكن f التابع المعرف وفق : $f(x) = x(1 + sin\left(\frac{1}{x}\right)) - 1$ الخط البياني للتابع f يقبل مقارب مائل جوار $-\infty$ معادلته

A	$\Delta: y = -x + 1$	B	$\Delta: y = x - 1$	C	$\Delta: y = x + 1$	D	$\Delta: y = -x - 1$	E	$\Delta: y = x$

توضيح الحل السريع: $f(x) = x\left(1 + sin\left(\frac{1}{x}\right)\right) - 1 = x + \underbrace{xsin\left(\frac{1}{x}\right)}_{\to 1} - 1$

تذكر $\lim_{\theta \to 0} \frac{sin(\theta)}{\theta} = 1$

$\lim_{x \to \infty} xsin\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{t \to 0} \frac{1}{t} sin(t) = 1 \ ; t = \frac{1}{x}$

$\Delta: y = x + 1 - 1 = x$

Ali Hamdani

13- ليكن f التابع المعرف وفق : $f(x)=x-\underbrace{\frac{sin(x)}{\sqrt{|x|}}}_{\frac{\text{محدود}}{\infty}\to 0}-1$ الخط البياني للتابع f يقبل مقارب مائل جوار $-\infty$ معادلته :

A	$\Delta: y=-x+1$	B	$\Delta: y=x-1$	C	$\Delta: y=-x$	D	$\Delta: y=-2x$	E	$\Delta: y=x$

14- ليكن f التابع المعرف وفق : $f(x)=3x-\sqrt{9x^2+1}$ الخط البياني للتابع f يقبل:

A	مقربان مائلان	B	مقاربان أفقيان	C	مقارب مائل وآخر أفقي	D	لا يقبل أي مقاربات	E	مقاربان شاقوليان

توضيح الحل السريع :

$$\begin{cases} 3x-\sqrt{9x^2+1}\to 3x-|3x|\to 3x-3x=0 & +\infty \text{ جوار} \\ 3x-\sqrt{9x^2+1}\to 3x-|3x|\to 3x-(-3x)=6x & -\infty \text{ جوار} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta_1: y=0 & +\infty \text{ جوار} \\ \Delta_2: y=6x & -\infty \text{ جوار} \end{cases}$$

15- ليكن f التابع المعرف وفق : $f(x)=\frac{x^3+x^2+x+\sqrt{x}}{x^2}$ الخط البياني للتابع f يقبل مقارب مائل جوار $+\infty$ معادلته :

A	$\Delta: y=2x+1$	B	$\Delta: y=x+1$	C	$\Delta: y=2x$	D	$\Delta: y=x+2$	E	$\Delta: y=x$

توضيح الحل السريع:

$$f(x)=\frac{x^3+x^2+x+\sqrt{x}}{x^2}=\frac{x^3+x^2}{x^2}+\underbrace{\frac{x+\sqrt{x}}{x^2}}_{\to 0}=x+1+\underbrace{\frac{x+\sqrt{x}}{x^2}}_{\to 0}$$

$$\Delta: y=x+1+0=x+1$$

تمكنا من معرفة النهاية ذهنيا لأن المقام أقوى من البسط (أسرع في التزايد عن اللانهاية)

.....انتهت حلول تمارين النسخة الأولى .....

16- اضافي ليكن f التابع المعرف وفق : $f(x)=1+\underbrace{\sqrt{x^2+5}}_{\to x}$ الخط البياني للتابع f يقبل مقارب مائل جوار $+\infty$ معادلته :

A	$\Delta: y=2x+1$	B	$\Delta: y=x+1$	C	$\Delta: y=2x$	D	$\Delta: y=x+2$	E	$\Delta: y=x$

17- اضافي ليكن f التابع المعرف وفق : $f(x)=7+\sqrt{x^2-2x+5}$ الخط البياني للتابع f يقبل مقارب مائل جوار $+\infty$ معادلته :

A	$\Delta: y=x+1$	B	$\Delta: y=x-1$	C	$\Delta: y=x+7$	D	$\Delta: y=x+6$	E	$\Delta: y=x+5$

$$\sqrt{x^2-x+1}\to \sqrt{a}x+\frac{b}{2\sqrt{a}}=x-1 \quad +\infty \text{ جوار}$$

$$7+x-1\to \underbrace{x+6}_{\Delta}$$ والاجابة الصحيحة هي D

.....انتهت الحلول.....

Ali Hamdani