الثالث الثانوي العلمي

المدة : ساعتان

*مركز أونلاين التعليمي*

اختبار المتتاليات

رياضيات /2022/ بكالوريا

أجب عن الأسئلة الآتية :

**السؤال الأول :نتأمل المتتالية** $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $u_0 = \frac{5}{2}$ أيا كان العدد الطبيعي $n$ :

$u_{n+1} = (u_n - 2)^2 + 2$ و المطلوب :

1. أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_n \leq 3$ أيا كان العدد الطبيعي $n$
2. أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة

**السؤال الثاني :** $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أساسها 5 وفيها $u_1 = -2$

اكتب عبارة $u_n$ بدلالة $n$ واستنتج قيمة المجموع $S_n = u_1 + u_2 + \cdots . + u_{15}$

**السؤال الثالث :** لنتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_n = \frac{2n+3}{n+5}$ ، هذه متتالية من النمط

$u_n = f(n)$ و $f$ هو التابع الكسري المعرف على $]0, +\infty[$

بالصيغة $f(x) = \frac{2x+3}{x+5}$

1. أثبت أن التابع متزايد تماما على $]0, +\infty[$
2. ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$
3. أوجد $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$
4. أثبت أن $u_n \leq 2$

**السؤال الرابع :** نتأمل المتتاليتين $(X_n)_{n\geq 0}$ و $(Y_n)_{n\geq 0}$ المعرفتين وفق :

$Y_n = X_n + 3 \, , X_0 = 3 \quad , \quad X_{n+1} = \frac{1}{3}X_n - 2$

1. أثبت أن المتتالية $(Y_n)_{n\geq 0}$ هندسية ثم اكتب $X_n$ بدلالة $n$
2. أثبت أن المتتالية $(X_n)_{n\geq 0}$ متناقصة تماما

**السؤال الخامس :** ليكن $n \geq 1$ عدد طبيعي بحيث $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots . + n^2$

1. احسب $S_1, S_2, S_3, S_4$ ثم عبّر عن $S_{n+1}$ بدلالة $S_n \, , n$
2. أثبت بالتدريج في حالة $n \geq 1$ عدد طبيعي أن $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

انتهت الأسئلة ...

مع أطيب الامنيات لكم بالنجاح

اختبارات جروبات الواتس آب برعاية مكتبة الأمل 0959458194