اسأل الله ان يجعلها خالصه لوجهه الكريم ..
وان يجعلها صدقة جارية لـ والدي – رحمه الله –
وان يجعلها صدقة جارية لي و لكل من استعملها .
و اسال الله الكريم رب العرش العظيم ان يحرم وجوهكم عن النار .

عبدالمجيد العتيبي

ثانوية القدس

أوراق عمل رياضيات للصف الأول الثانوي - رياضيات ١-٢

الفصل 3

المثلثات المتطابقة

Congruent Triangles

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

3-1 تصنيف المثلثات
Classifying triangles

فيما سبق:

درست القطع المستقيمة والزوايا والعلاقات بين قياساتها.

والآن:

- أطبق العلاقات الخاصة بالزوايا الداخلية والزوايا الخارجية للمثلثات.
- أحدد العناصر المتناظرة في مثلثات متطابقة، وأبرهن على تطابق المثلثات.
- أتعرف خصائص المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع.

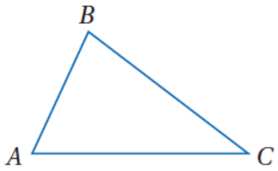
مراجعة المفردات

الزاوية الحادة: زاوية يقل قياسها عن $90°$

الزاوية القائمة: زاوية قياسها $90°$

الزاوية المنفرجة: زاوية قياسها أكبر من $90°$

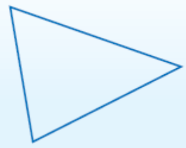
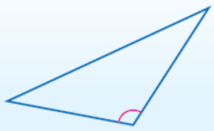
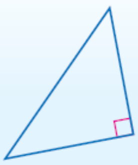
تصنيف المثلثات وفقًا لزواياها: يكتب المثلث ABC على الصورة $\triangle ABC$، وتُسمى عناصره باستعمال الأحرف A, B, C كما يلي:



- أضلاع $\triangle ABC$ هي: $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$
- الرؤوس هي: A, B, C
- الزوايا هي: $\angle A$ أو $\angle BAC$, $\angle C$ أو $\angle BCA$, $\angle B$ أو $\angle ABC$

وتُصنّف المثلثات بطريقتين: وفقًا لزواياها أو أضلاعها. وتحتوي جميع المثلثات على زاويتين حادتين على الأقل، وتُستعمل الزاوية الثالثة لتصنيف المثلث.

مفهوم أساسي — **تصنيف المثلثات وفقًا لزواياها** — أضف إلى مطويتك

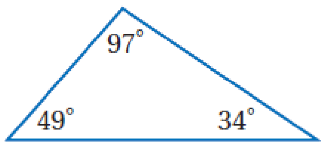
مثلث حاد الزوايا	مثلث منفرج الزاوية	مثلث قائم الزاوية
		
3 زوايا حادة	إحدى الزوايا منفرجة	إحدى الزوايا قائمة

يمكن تصنيف أي مثلث وفقًا لزواياه إلى أحد التصنيفات السابقة، بمعرفة قياسات زواياه.

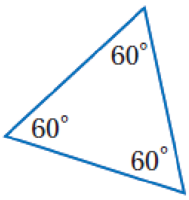
مثال 1

صنِّف كلًّا من المثلثين الآتيين وفقًا لزواياه:

(1A



(1B



....

....

....

....

....

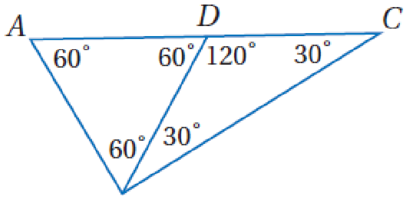
....

....

3-1 تصنيف المثلثات
Classifying triangles

مثال 2

صنِّف كلًّا من المثلثات الآتية وفقًا لزواياه.



4) $\triangle ABD$

5) $\triangle BDC$

....

....

....

....

....

....

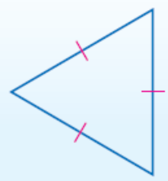
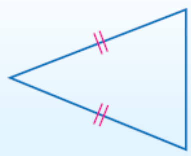
....

تصنيف المثلثات وفقًا لأضلاعها: يمكن كذلك تصنيف المثلثات بحسب عدد الأضلاع المتطابقة فيها. وللدلالة على تطابق ضلعين في مثلث، يوضع عدد متساوٍ من الشرطات الصغيرة على الضلعين المتطابقين.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

تصنيف المثلثات وفقًا لأضلاعها

مثلث متطابق الأضلاع	مثلث متطابق الضلعين	مثلث مختلف الأضلاع
		
3 أضلاع متطابقة	ضلعان على الأقل متطابقان	لا توجد أضلاع متطابقة

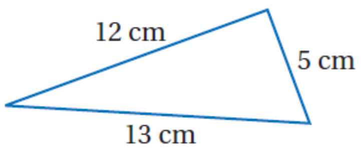
إن المثلث المتطابق الأضلاع حالة خاصة من المثلث المتطابق الضلعين.

مثال 3

صنِّف كلًّا من المثلثين الآتيين وفقًا لأضلاعه.

7)

8)



....

....

....

....

....

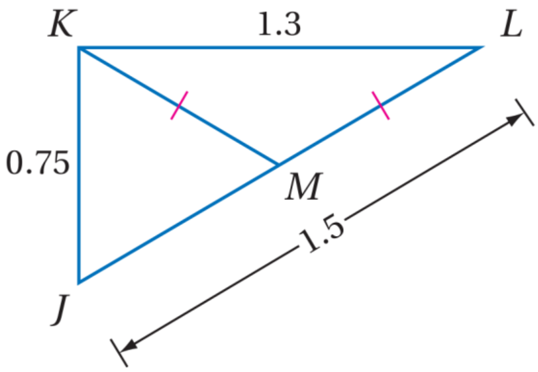
....

....

3-1 تصنيف المثلثات
Classifying triangles

مثال 4

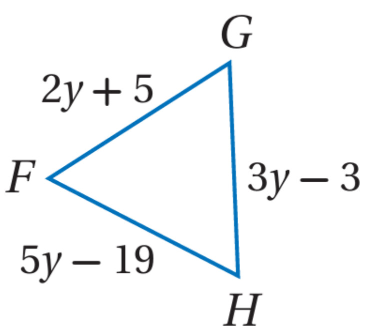
صنِّف $\triangle KML$ إلى متطابق الأضلاع أو متطابق الضلعين أو مختلف الأضلاع. ووضِّح إجابتك.



....
....
....
....
....
....
....
....
....

مثال 5

اوجد قياسات أضلاع المثلث المتطابق الأضلاع FGH.



....
....
....
....
....
....
....
....
....

3-2 زوايا المثلثات
Angles of Trangles

فيما سبق:
درست تصنيف المثلثات وفقًا لقياسات أضلاعها وزواياها.
(الدرس 1-3)

والآن:
- أطبق نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث.
- أطبق نظرية الزاوية الخارجية للمثلث.

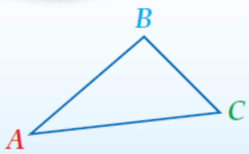
المفردات:
- المستقيم المساعد auxiliary line
- الزاوية الخارجية exterior angle
- الزاويتان الداخليتان البعيدتان remote interior angles
- البرهان التسلسليّ flow proof
- النتيجة corollary

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث: تُعبِّر نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث عن العلاقة بين الزوايا الداخلية لأيّ مثلث.

نظرية 3.1 **نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث** — أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي $180°$

مثال: $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$

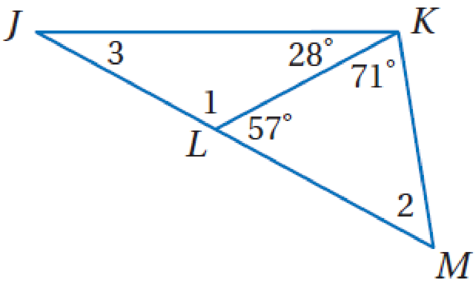


يتطلب برهان نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث استعمال مستقيم مساعِد

المستقيم المساعد هو مستقيم إضافي (أو قطعة مستقيمة إضافية) يتم رسمه للمساعدة على تحليل العلاقات الهندسية

مثال 1 أوجد قياسات الزوايا المرقَّمة فيما يأتي:

(1A



....

....

....

....

....

....

....

....

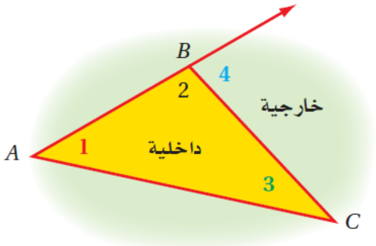
....

....

....

3-2 زوايا المثلثات
Angles of Trangles

نظرية الزاوية الخارجية للمثلث: بالإضافة إلى الزوايا الداخلية الثلاث، يمكن أن يكون للمثلث **زوايا خارجية** كلٌّ منها تتشكل من أحد أضلاع المثلث وامتداد ضلع مجاور له. ولكل زاوية خارجية **زاويتان داخليتان بعيدتان** غير مجاورتين لها.



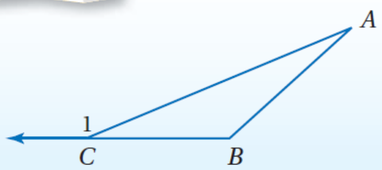
$\angle 4$ زاوية خارجية لـِ $\triangle ABC$، وزاويتاها الداخليتان البعيدتان هما $\angle 3$, $\angle 1$.

نظرية 3.2 نظرية الزاوية الخارجية

أضف إلى مطويتك

قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسَيّ الزاويتين الداخليتين البعيدتين.

مثال: $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$

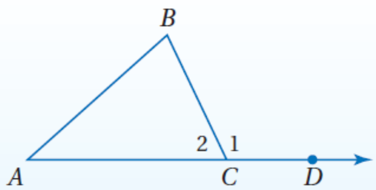


في **البرهان التسلسلي** تُستعمل عبارات مكتوبة في مستطيلات، وأسهم تبيِّن التسلسل المنطقي لهذه العبارات. ويُكتب أسفل كل مستطيل السبب الذي يبرِّر العبارة المكتوبة داخله، ويمكنك برهنة نظرية الزاوية الخارجية باستعمال البرهان التسلسليِّ كما يأتي.

البرهان نظرية الزاوية الخارجية

المعطيات: $\triangle ABC$

المطلوب: $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$



برهان تسلسلي:

$\triangle ABC$
معطى

$\angle 1, \angle 2$ زاويتان متجاورتان على مستقيم
تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم

$\angle 1, \angle 2$ متكاملتان
الزاويتان المتجاورتان على مستقيم متكاملتان

$m\angle 1 + m\angle 2 = 180$
تعريف الزاويتين المتكاملتين

$m\angle A + m\angle B + m\angle 2 = 180$
نظرية مجموع زوايا المثلث

$m\angle A + m\angle B + m\angle 2 = m\angle 1 + m\angle 2$
بالتعويض

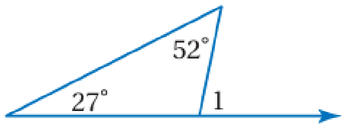
$m\angle A + m\angle B = m\angle 1$
بالطرح

3-2 زوايا المثلثات
Angles of Trangles

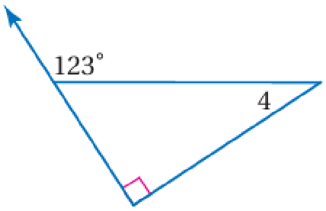
مثال 1

أوجد كلًّا من القياسات الآتية:

13) $m\angle 1$



14) $m\angle 4$



....

....

....

....

....

....

....

....

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

3-2 زوايا المثلثات
Angles of Trangles

النتيجة هي نظرية يكون برهانها مبنيًا على نظريةٍ أخرى، ويمكن استعمال النتيجة كأي نظرية أخرى لتبرير خطوات برهانٍ آخر، أو حلّ أسئلة ذات علاقة، وفيما يلي نتائج مباشرة لنظرية مجموع زوايا المثلث:

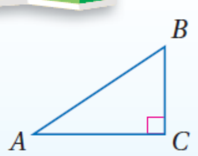
نتيجتان

أضف إلى مطويتك

مجموع زوايا المثلث

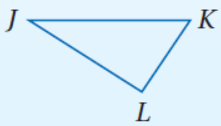
3.1 الزاويتان الحادتان في أي مثلث قائم الزاوية متتامتان.

مثال: إذا كانت $\angle C$ قائمة، فإن $\angle A, \angle B$ زاويتان متتامتان.



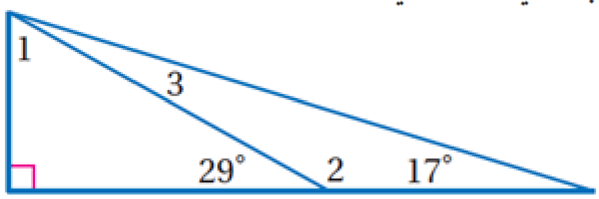
3.2 توجد زاوية قائمة واحدة، أو زاوية منفرجة واحدة على الأكثر في أي مثلث.

مثال: إذا كانت $\angle L$ قائمة، فإن $\angle J, \angle K$ زاويتان حادتان.



مثال 1

معتمدًا على الشكل المجاور، أوجد القياسات التالية:



7) $m\angle 1$

8) $m\angle 3$

9) $m\angle 2$

....

....

....

....

....

....

....

....

3-3 المثلثات المتطابقة
Congruent triangles

التطابق والعناصر المتناظرة: إذا كان لشكلين هندسيين الشكل نفسه والقياسات نفسها فإنّهما **متطابقان**.

متطابقة	غير متطابقة
	
الأشكال 3 ,2 ,1 لها الشكل نفسه والقياسات نفسها، على الرغم من أنها في أوضاع مختلفة.	الشكلان 5 ,4 لهما الشكل نفسه، لكنهما مختلفان في القياسات.

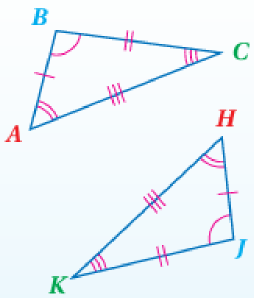
في أيِّ **مضلعين متطابقين** تتطابق **العناصر المتناظرة**، والعناصر المتناظرة تتضمن الزوايا والأضلاع.

مفهوم أساسي: تعريف المضلعات المتطابقة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: يتطابق مضلعان إذا وفقط إذا كانت عناصرهما المتناظرة متطابقة.

نموذج:



مثال:

الزوايا المتناظرة

$\angle A \cong \angle H$ $\quad \angle B \cong \angle J$ $\quad \angle C \cong \angle K$

الأضلاع المتناظرة

$\overline{AB} \cong \overline{HJ}$ $\quad \overline{BC} \cong \overline{JK}$ $\quad \overline{CA} \cong \overline{KH}$

عبارة التطابق

$\triangle ABC \cong \triangle HJK$

هناك عباراتُ تطابقٍ أخرى للمثلثين أعلاه، وعبارات التطابق الصحيحة للمضلعات المتطابقة تظهر الرؤوس المتناظرة بالترتيب نفسه.

عبارة صحيحة

$\triangle BCA \cong \triangle JKH$

عبارة غير صحيحة

$\triangle ABC \cong \triangle HKJ$

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

3-3 المثلثات المتطابقة
Congruent triangles

فيما سبق:

درست الزوايا المتطابقة واستعمالاتها.

(مهارة سابقة)

والآن:

- أُسمّي العناصر المتناظرة في المضلعات المتطابقة وأستعملها.
- أُثبت تطابق مثلثين باستعمال تعريف التطابق.

المفردات

التطابق
Congruent

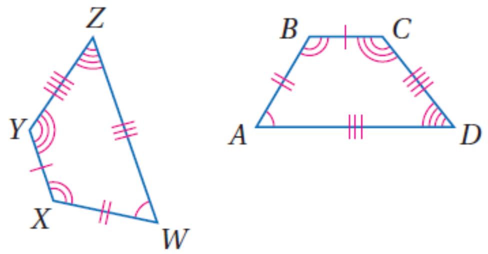
المضلعات المتطابقة
Congruent Polygons

العناصر المتناظرة
Corresponding Parts

مثال 1

بيّن أنّ المضلَّعين المجاورين متطابقان، بتعيين جميع العناصر المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب عبارة التطابق.

1A)



....

....

....

....

....

....

....

....

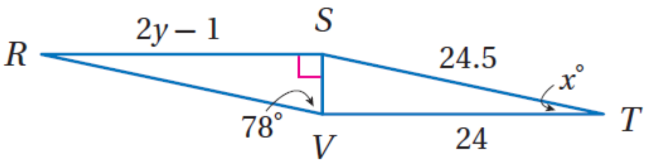
رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

3-3 المثلثات المتطابقة
Congruent triangles

مثال 1

في الشكل المجاور إذا كان $\triangle RSV \cong \triangle TVS$،
فأوجد قيمة كلٍّ من x, y .



....

....

....

....

....

....

....

....

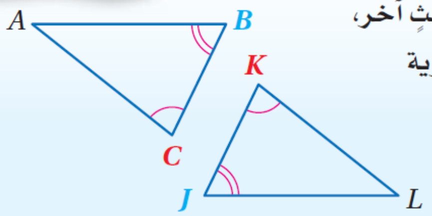
إثبات تطابق المثلثات إن نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث التي تعلمتها في الدرس 2–3 تقود إلى نظرية أخرى حول الزوايا في مثلثين.

نظرية 3.3 نظريّة الزاوية الثالثة

أضف إلى مطويتك

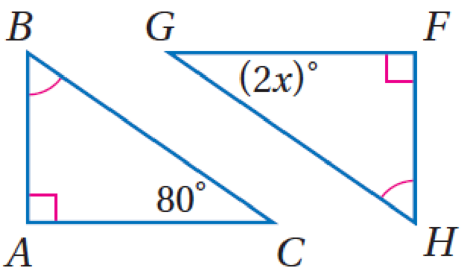
التعبير اللفظي: إذا تطابقت زاويتان في مثلثٍ مع زاويتين في مثلثٍ آخر، فإنّ الزاوية الثالثة في المثلث الأول تطابق الزاوية الثالثة في المثلث الثاني.

مثال: إذا كانت: $\angle C \cong \angle K, \angle B \cong \angle J$ ،
فإنّ: $\angle A \cong \angle L$.



مثال 1

أوجد قيمة x ، وفسِّر إجابتك.



....

....

....

....

....

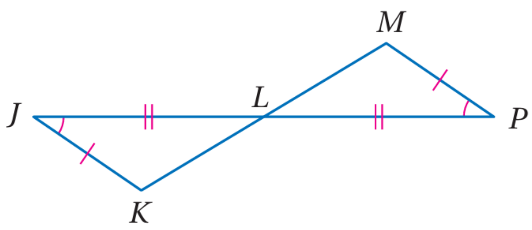
....

....

3-3 المثلثات المتطابقة
Congruent triangles

مثال 1

اكتب برهانًا ذا عمودين.



المعطيات: $\angle J \cong \angle P$, $\overline{JK} \cong \overline{PM}$

$\overline{JL} \cong \overline{PL}$ ، L تنصف $\overline{KM}$

المطلوب: $\triangle JLK \cong \triangle PLM$

العبارات	المبررات
(1	
(2	
(3	
(4	
(5	
(6	

علاقة تطابق المثلثات علاقة انعكاس وتماثل وتعدٍّ كما في تطابق القطع المستقيمة والزوايا.

النظرية 3.4 خصائص تطابق المثلثات

أضف إلى مطويتك

خاصيّة الانعكاس للتطابق

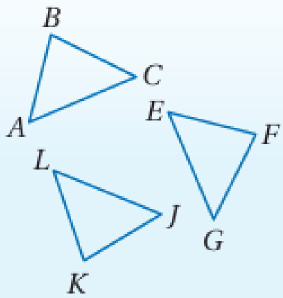
$\triangle ABC \cong \triangle ABC$

خاصية التماثل للتطابق

إذا كان $\triangle EFG \cong \triangle ABC$ ، فإنّ $\triangle ABC \cong \triangle EFG$.

خاصيّة التعدّي للتطابق

إذا كان $\triangle EFG \cong \triangle JKL$, $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ ، فإنّ $\triangle ABC \cong \triangle JKL$.



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

4-3 إثبات تطابق المثلثات SSS , SAS
Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

فيما سبق:

درست إثبات تطابق المثلثات باستعمال تعريف التطابق.

(الدرس 3-3)

والآن:

- أستعمل المسلمة SSS لاختبار تطابق المثلثات.
- أستعمل المسلمة SAS لاختبار تطابق المثلثات.

المفردات:

الزاوية المحصورة
Included Angle

قراءة الرياضيات

اختصارات رياضية

S اختصار لـ **side** أو ضلع، و A اختصار لـ **Angle** أو زاوية.

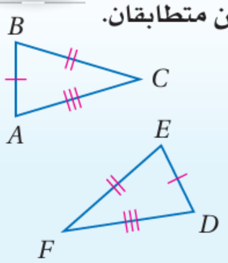
مسلمة 3.1 أضف إلى مطويتك

التطابق بثلاثة أضلاع (SSS)

إذا تطابقت أضلاع مثلثٍ مع الأضلاع المناظرة لها في مثلثٍ آخر، فإنَّ المثلثين متطابقان.

مثال إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$

فإنَّ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

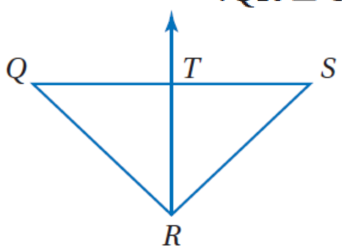


مثال 1

1) اكتب برهانًا تسلسليًّا.

المعطيات: $\triangle QRS$ متطابق الضلعين، فيه، $\overline{QR} \cong \overline{SR}$.
$\overline{RT}$ تنصّف $\overline{QS}$ عند النقطة T.

المطلوب: إثبات أنّ $\triangle QRT \cong \triangle SRT$



....
....
....
....
....
....
....

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

3-4

إثبات تطابق المثلثات SSS , SAS
Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

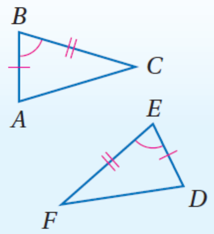
أيُّ مثلثين يتكونان من زوجين من الأضلاع المتساوية في الطول وزاويتين محصورتين متساويتين في القياس يكونان متطابقين. وهذا يوضح المسلمة الآتية:

مسلمة 3.2 **مسلمة التطابق: ضلعان والزاوية المحصورة بينهما (SAS)**

أضف إلى مطويتك

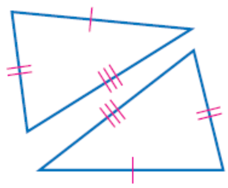
التعبير اللفظي: إذا طابق ضلعان وزاوية محصورة بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر، فإنَّ المثلثين متطابقان.

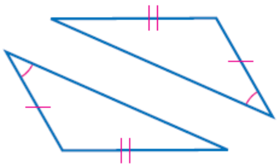
مثال: إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{DE}$,
$\angle B \cong \angle E$,
$\overline{BC} \cong \overline{EF}$,
فإنَّ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

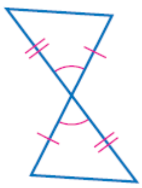


مثال 1

حدّد ما إذا كان المثلثان في كلٍّ من الأسئلة الآتية متطابقين أم لا. وضح إجابتك.

(13 

(14 

(15 

إرشادات للدراسة

تطابق ضلعين وزاوية غير محصورة بينهما في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر، لا يكفي لإثبات أن المثلثين متطابقان.

....
....
....
....
....
....
....

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

3-5 إثبات تطابق المثلثات ASA , AAS
Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

فيما سبق:

درست إثبات تطابق مثلثين باستعمال SSS , SAS .

(الدرس 4-3)

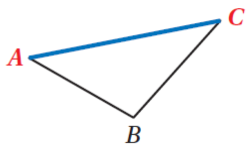
والآن:

- أستعمل المسلمة ASA لاختبار التطابق.
- أستعمل النظرية AAS لاختبار التطابق.

المفردات:

الضلع المحصور
Included Side

مسلَّمة التطابق بزاويتين وضلع محصور بينهما ASA: الضلع الواقع بين زاويتين متتاليتين لمضلعٍ يُسمى **الضلع المحصور**، ففي $\triangle ABC$ المجاور، $\overline{AC}$ هو الضلع المحصور بين $\angle A, \angle C$.



مسلمة 3.3 التطابق بزاويتين وضلع محصور بينهما (ASA)

أضف إلى مطويتك

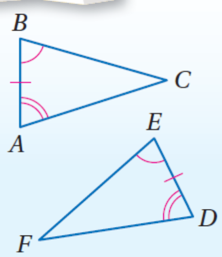
إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في مثلث نظائرهما في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان.

مثال: إذا كانت $\angle A \cong \angle D$,

$\overline{AB} \cong \overline{DE}$,

$\angle B \cong \angle E$,

فإنَّ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

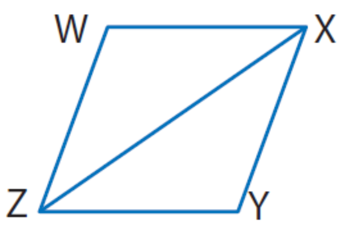


مثال 1

1) اكتب برهاناً حرًّا.

المعطيات: $\overline{ZX}$ تنصّف $\angle WZY$ ، $\overline{XZ}$ تنصّف $\angle YXW$.

المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle YXZ$



5-3

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS
Proving Triangles Congruent - ASA, AAS

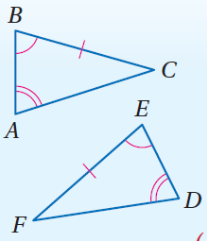
رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

نظريّة 3.5 — التطابق بزاويتين وضلع غير محصور بينهما (AAS)

أضف إلى مطويتك

إذا طابقتْ زاويتان وضلع غير محصور بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر يكون المثلثان متطابقين.

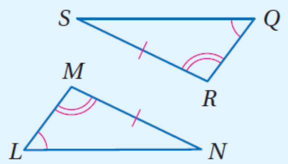
مثال إذا كانت $\angle A \cong \angle D$,
$\angle B \cong \angle E$,
$\overline{BC} \cong \overline{EF}$,
فإنّ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



برهان — نظرية التطابق بزاويتين وضلع غير محصور بينهما (AAS)

المعطيات: $\angle L \cong \angle Q, \angle M \cong \angle R, \overline{MN} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $\triangle LMN \cong \triangle QRS$



البرهان:

$\angle L \cong \angle Q$ — معطى

$\angle M \cong \angle R$ — معطى

$\overline{MN} \cong \overline{RS}$ — معطى

$\angle N \cong \angle S$ — نظرية الزاوية الثالثة

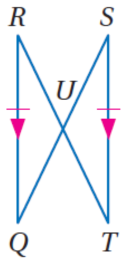
$\triangle LMN \cong \triangle QRS$ — ASA

مثال 1

2) اكتب برهانًا تسلسليًّا:

المعطيات: $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$, $\overline{RQ} \parallel \overline{ST}$

المطلوب: $\triangle RUQ \cong \triangle TUS$



....

....

....

....

....

....

....

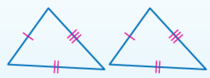
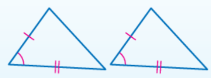
....

إرشادات للدراسة

تطابق ضلعين SSA وزاوية غير محصورة بينهما: بالرغم من أن تطابق ضلعين وزاوية غير محصورة بينهما لا يكفي لإثبات أن المثلثين متطابقان؛ لكن تطابق زاويتين وضلع سواءً أكان محصورًا بينهما أو غير محصور بينهما كافٍ لإثبات تطابق مثلثين.

ملخص المفاهيم — إثبات تطابق المثلثات

أضف إلى مطويتك

SSS	SAS	ASA	AAS
			
يتطابق مثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة متطابقة.	يتطابق المثلثان إذا طابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.	يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.	يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

3-6 المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع
Isosceles and Equilateral Triangles

فيما سبق:
درست المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع.
(الدرس 3-1)

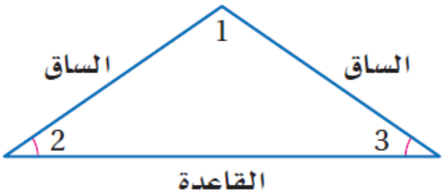
والآن:
- أستعمل خصائص المثلثات المتطابقة الضلعين.
- أستعمل خصائص المثلثات المتطابقة الأضلاع.

المفردات:
ساقا المثلث المتطابق الضلعين
legs of an isosceles triangle
زاوية الرأس
vertex angle
زاويتا القاعدة
base angles

خصائص المثلث المتطابق الضلعين: تذكّر أن المثلثات المتطابقة الضلعين لها ضلعان متطابقان على الأقل، وأن لعناصرها أسماءً خاصة.

حيث يُسمّى الضلعان المتطابقان **الساقين**، والزاوية التي ضلعاها الساقان تُسمّى **زاوية الرأس**. ويُسمى ضلع المثلث المقابل لزاوية الرأس القاعدةَ. والزاويتان المكونتان من القاعدة والضلعين المتطابقين تُسميان **زاويتَي القاعدة**.

ففي الشكل المجاور، $\angle 1$ هي زاوية الرأس، وزاويتا القاعدة هما $\angle 3$, $\angle 2$.



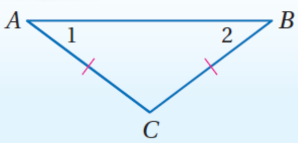
نظريات — المثلث المتطابق الضلعين

أضف إلى مطويتك

3.10 نظرية المثلث المتطابق الضلعين

إذا تطابق ضلعان في مثلث، فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان.

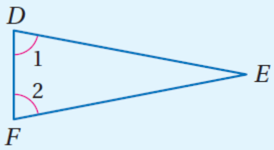
مثال: إذا كان $\overline{BC} \cong \overline{AC}$، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$.



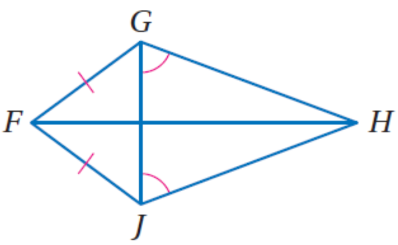
3.11 عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

إذا تطابقت زاويتان في مثلث، فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقان.

مثال: إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$ ، فإن $\overline{DE} \cong \overline{FE}$



مثال 1



1A) سمِّ زاويتين متطابقتين غير مشار إلى تطابقهما في الشكل.

1B) سمِّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين غير المشار إلى تطابقهما في الشكل.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3-6 المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع
Isosceles and Equilateral Triangles

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

مراجعة المفردات

المثلث المتطابق الأضلاع: هو مثلث أضلاعه الثلاثة متطابقة.

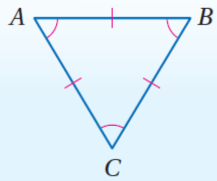
خصائص المثلث المتطابق الأضلاع: نظرية المثلث المتطابق الضلعين تقود إلى نتيجتين حول زوايا المثلث المتطابق الأضلاع.

نتيجتان — المثلث المتطابق الأضلاع

أضف إلى مطويتك

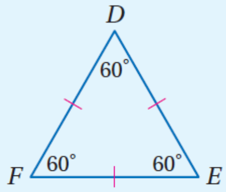
3.3 يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا.

مثال: $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ ،
إذا وفقط إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$



3.4 قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع °60.

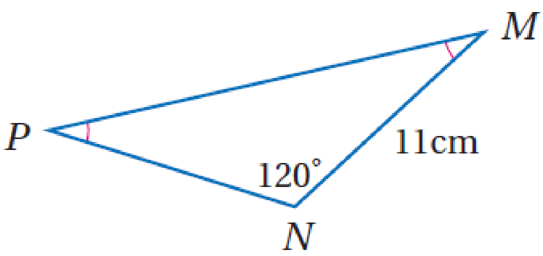
مثال: إذا كان $\overline{DE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FD}$ ،
فإن $m\angle E = m\angle F = m\angle D = 60^\circ$.



مثال 1
أوجد كل قياس من القياسات الآتية:

2A) $m\angle M$

2B) PN



....
....
....
....
....
....
....
....

3-6

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع
Isosceles and Equilateral Triangles

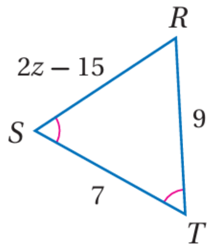
رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

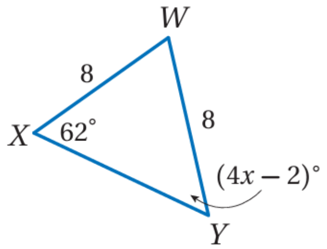
يمكنك استعمل خصائص المثلثات المتطابقة الأضلاع والجبر لتجد القيم المجهولة.

مثال 1 أوجد قيمة المتغير في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

5)



6)



....

....

....

....

....

....

....

....

....

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

3-7 المثلثات والبرهان الإحداثي
Triangles and Coordinate Proof

فيما سبق:

درست استعمال الهندسة الإحداثية لبرهان تطابق المثلثات.

(مهارة سابقة)

والآن:

- أرسم مثلثات، وأحدد مواقعها لاستعمالها في البرهان الإحداثي.
- أكتب برهانًا إحداثيًا.

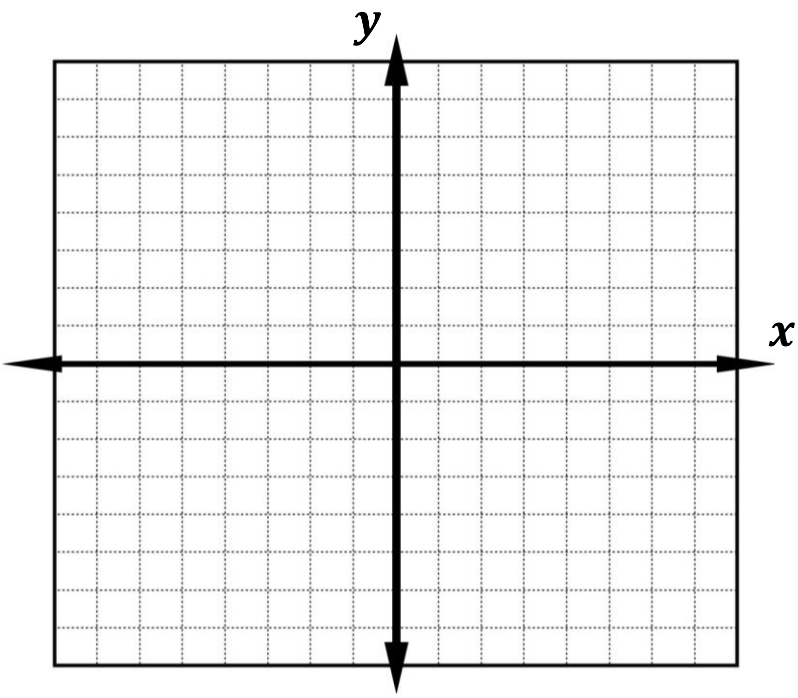
المفردات:

البرهان الإحداثي
coordinate proof

يستعمل **البرهان الإحداثي** الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات صحة المفاهيم الهندسية. فالخطوة الأولى في البرهان الإحداثي هي تمثيل الشكل في المستوى الإحداثي.

مثال 1

ارسم المثلث JKL المتطابق الضلعين في المستوى الإحداثي وسمِّ رؤوسه، على أن يكون طول قاعدته $\overline{JL}$ يساوي a وحدة، ويكون ارتفاعه b وحدة، والرأس K يقع على المحور y.



3-7 المثلثات والبرهان الإحداثي
Triangles and Coordinate Proof

مفهوم أساسي **رسم المثلثات في المستوى الإحداثي** أضف إلى مطويتك

الخطوة 1: اجعل نقطة الأصل رأسًا للمثلث.

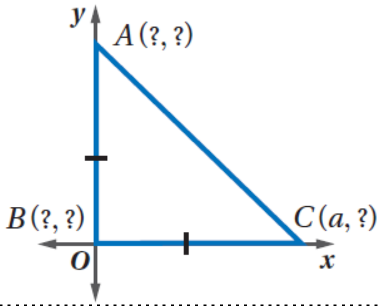
الخطوة 2: ارسم ضلعًا واحدًا على الأقل من أضلاع المثلث على أحد المحورين.

الخطوة 3: ارسم المثلث في الربع الأول إن أمكن.

الخطوة 4: استعمل الإحداثيات التي تجعل الحسابات أبسط ما يمكن.

مثال 1

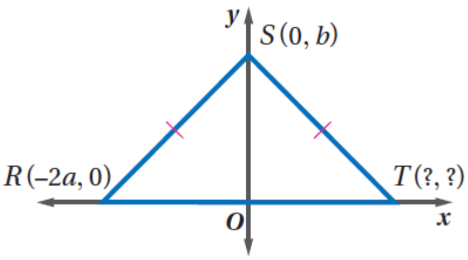
2) اوجد الإحداثيات المجهولة في المثلث $\triangle ABC$ المتطابق الضلعين والقائم الزاوية.



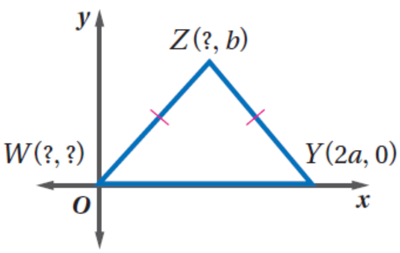
مثال 1

أوجد الإحداثيات المجهولة في كلٍّ من المثلثين الآتيين:

3)



4)



الفصل

4

العلاقات في المثلث

Relationships in Triangle

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

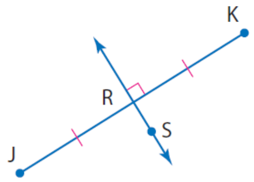
4-1 المنصّفات في المثلث
Bisectors of Triangle

فيما سبق:
درستُ منصّف القطعة المستقيمة ومنصّف الزاوية.

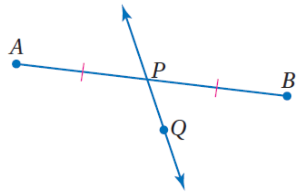
والآن:
- أتعرّف الأعمدة المنصّفة في المثلثات وأستعملها.
- أتعرّف منصّفات الزوايا في المثلثات وأستعملها.

المفردات:
العمود المنصّف
perpendicular bisector
المستقيمات المتلاقية
concurrent lines
نقطة التلاقي
point of concurrency
مركز الدائرة الخارجية للمثلث
circumcenter
مركز الدائرة الداخلية للمثلث
incenter

الأعمدة المنصّفة : تعلمت سابقًا أن منصّف قطعة مستقيمة هو أي قطعة أو مستقيم أو مستوى يقطع القطعة عند نقطة منتصفها، وإذا كان المنصّف عموديًا على القطعة سُمِّي **عمودًا منصّفًا** .



$\overrightarrow{RS}$ عمود منصّف لـ $\overline{JK}$



$\overleftrightarrow{PQ}$ منصّف لـ $\overline{AB}$

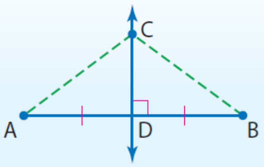
نظريتان
الأعمدة المنصّفة

أضف إلى مطويتك

4.1 نظريّة العمود المنصّف

كلّ نقطة على العمود المنصّف لقطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفي القطعة المستقيمة.

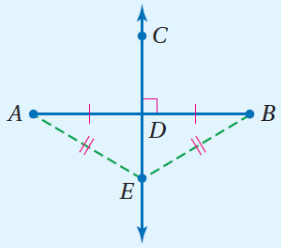
مثال : إذا كان $\overleftrightarrow{CD}$ عمودًا منصّفًا لـ $\overline{AB}$ ، فإن $AC = BC$.



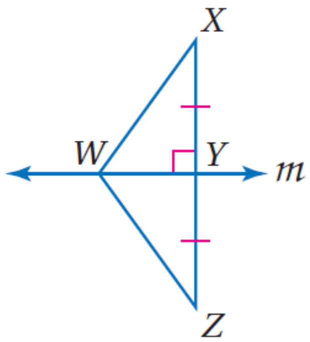
4.2 عكس نظريّة العمود المنصّف

كل نقطة على بُعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة تقع على العمود المنصّف لتلك القطعة.

مثال : إذا كان $AE = BE$ ، و $\overleftrightarrow{CD}$ هو العمود المنصّف لـ $\overline{AB}$، فإن E تقع على $\overleftrightarrow{CD}$.



مثال 1



(1A إذا كان $WX = 25.3 , YZ = 22.4 , WZ = 25.3$ ، فأوجد طول $\overline{XY}$.

(1B إذا كان m عمودًا منصّفًا لـِ $\overline{XZ}$ ، $WZ = 14.9$، فأوجد طول $\overline{WX}$.

(1C إذا كان m عمودًا منصّفًا لـِ $\overline{XZ}$ ، $WZ = a + 12 , WX = 4a - 15$ فأوجد طول $\overline{WX}$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

4-1 المنصّفات في المثلث
Bisectors of Triangle

فيما سبق:
درستُ منصّف القطعة المستقيمة ومنصّف الزاوية.

والآن:
- أتعرّف الأعمدة المنصّفة في المثلثات وأستعملها.
- أتعرّف منصّفات الزوايا في المثلثات وأستعملها.

المفردات:
العمود المنصّف
perpendicular bisector

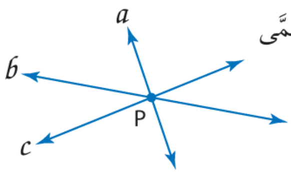
المستقيمات المتلاقية
concurrent lines

نقطة التلاقي
point of concurrency

مركز الدائرة الخارجية للمثلث
circumcenter

مركز الدائرة الداخلية للمثلث
incenter

عندما تتقاطع ثلاثة مستقيمات أو أكثر في نقطة مشتركة، فإنّ هذه المستقيمات تُسمَّى **مستقيمات متلاقية**. والنقطة التي تلتقي فيها المستقيمات تسمّى **نقطة التلاقي**. وبما أنّ لكل مثلث ثلاثة أضلاع، فإنّ له ثلاثة أعمدة منصّفة. وهذه الأعمدة المنصّفة هي مستقيمات متلاقية. وتسمى نقطة تلاقي الأعمدة المنصّفة **مركز الدائرة الخارجية للمثلث**.



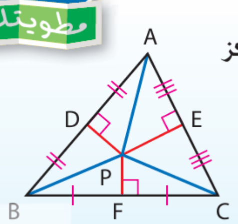
تتلاقى المستقيمات a, b, c في النقطة P.

نظرية 4.3 نظرية مركز الدائرة الخارجية للمثلث.

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: تلتقي الأعمدة المنصّفة لأضلاع مثلث في نقطة تُسمَّى مركز الدائرة الخارجية للمثلث، وهي دائرة تمر برؤوس المثلث، وهي على أبعاد متساوية من الرؤوس.

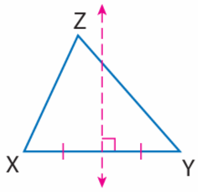
مثال: إذا كانت P مركز الدائرة الخارجية للمثلث $\triangle ABC$، فإنّ $PB = PA = PC$



إرشادات للدراسة

العمود المنصّف

ليس من الضروري أن يمرّ العمود المنصّف لضلع مثلث برأس المثلث المقابل. فمثلًا في $\triangle XYZ$ أدناه العمود المنصّف لـ $\overline{XY}$ لا يمرُّ بالرأس Z.

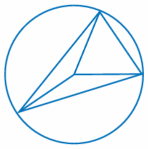


1-4 المنصّفات في المثلث
Bisectors of Triangle

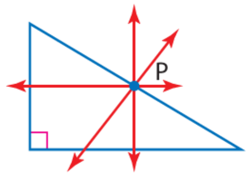
رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

إرشادات للدراسة

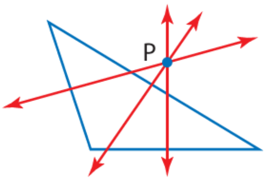
مركز الدائرة الخارجية للمثلث: هو مركز الدائرة التي تمر برؤوس هذا المثلث.



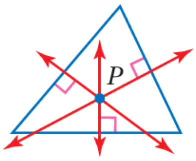
يمكن أن يقع مركز الدائرة الخارجية للمثلث داخل المثلث أو خارجه أو على أحد أضلاعه.



مثلث قائم الزاوية

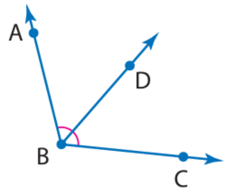


مثلث منفرج الزاوية



مثلث حاد الزوايا

منصفات الزوايا: تعلم أنّ منصّف الزاوية يقسمها إلى زاويتين متطابقتين، كما يمكن أن يوصف منصّف الزاوية بأنّه المحل الهندسي للنقاط الواقعة داخل الزاوية، وتكون على أبعاد متساوية من ضلعَيها. ويقود هذا الوصف إلى النظريتين الآتيتين:



$\overrightarrow{BD}$ منصف لِـ $\angle ABC$.

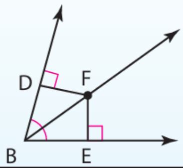
نظريتان — منصّفات الزوايا

أضف إلى مطويتك

4.4 نظرية منصّف الزاوية

كل نقطة تقع على منصّف زاوية تكون على بُعدين متساويين من ضلعيها.

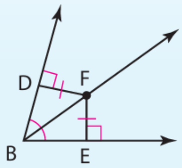
مثال: إذا كان $\overrightarrow{BF}$ منصّفاً لِـ $\angle DBE$، وكان $\overline{FD} \perp \overrightarrow{BD}$, $\overline{FE} \perp \overrightarrow{BE}$ فإن $DF = FE$.



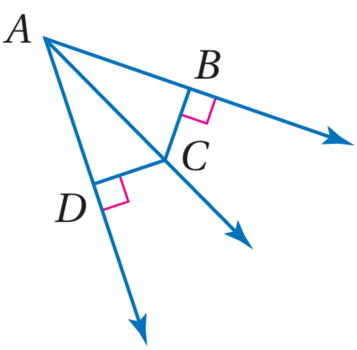
4.5 عكس نظريّة منصّف الزاوية

كل نقطة تقع داخل الزاوية وتكون على بُعدين متساويين من ضلعيها فإنها تكون واقعة على منصّف الزاوية.

مثال: إذا كان $\overline{FD} \perp \overrightarrow{BD}$, $\overline{FE} \perp \overrightarrow{BE}$, $DF = FE$، فإن $\overrightarrow{BF}$ ينصّف $\angle DBE$



مثال 1



3A) إذا كان: $DC = 5$, $BC = 5$, $m\angle BAC = 38°$، فأوجد $m\angle DAC$

3B) إذا كان: $DC = 10$, $m\angle DAC = 40°$, $m\angle BAC = 40°$، فأوجد BC

3C) إذا كان $\overrightarrow{AC}$ ينصّف $\angle DAB$، و $BC = 4x + 8$, $DC = 9x - 7$ فأوجد BC

....

....

....

....

....

....

....

....

4-1 المنصّفات في المثلث
Bisectors of Triangle

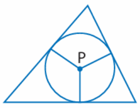
رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

وكما هو الحال في الأعمدة المنصّفة، بما أن للمثلث ثلاث زوايا، فإنّ له ثلاثة منصّفات للزوايا تتلاقى في نقطة تُسمّى مركز الدائرة الداخلية للمثلث.

قراءة الرياضيات

مركز الدائرة الداخلية للمثلث هو مركز الدائرة التي تقطع (تتماس مع) كل ضلع من أضلاع المثلث في نقطة واحدة. ولهذا السبب فإن مركز هذه الدائرة يقع داخل المثلث دائمًا.

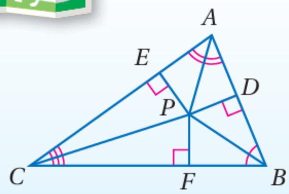


نظريّة 4.6 نظرية مركز الدائرة الداخلية للمثلث

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: تتقاطع منصّفات زوايا أي مثلث عند نقطة تُسمّى مركز الدائرة الداخلية للمثلث، وهي على أبعاد متساوية من أضلاعه.

مثال: إذا كانت P مركز الدائرة الداخلية للمثلث ABC،
فإنّ $PD = PE = PF$

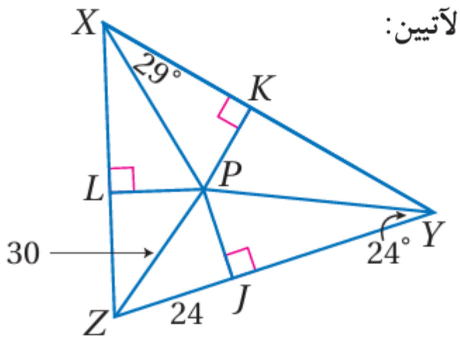


مثال 1

إذا كانت P مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle XYZ$، فأوجد القياسين الآتيين:

4A) PK

4B) $\angle LZP$



2-4 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث
Medians and Altitudes of Triangle

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

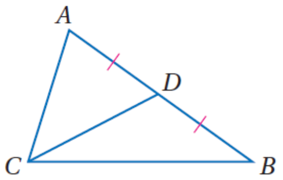
فيما سبق:
درستُ الأعمدة المنصّفة ومنصفات الزوايا في المثلث واستعمالها.

والآن:
- أتعرّف القطع المتوسطة في المثلث وأستعملها.
- أتعرّف الارتفاعات في المثلث وأستعملها.

المفردات:
القطعة المتوسطة median
مركز المثلث centroid
الارتفاع altitude
ملتقى ارتفاعات المثلث orthocenter

القطع المتوسطة : القطعة المتوسطة لمثلث قطعة مستقيمة طرفاها أحد رؤوس المثلث ونقطة منتصف الضلع المقابل لذلك الرأس.

ولكل مثلث ثلاث قطع متوسطة تتلاقَى في نقطة تُسمّى مركز المثلث، وتقع داخله دائمًا.



$\overline{CD}$ قطعة متوسطة في $\triangle ABC$.

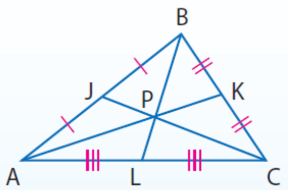
نظرية 4.7 نظرية مركز المثلث

أضف إلى مطويتك

يبعد مركز المثلث عن كل رأس من رؤوس المثلث ثُلُثَي طول القطعة المستقيمة الواصلة بين ذلك الرأس ومنتصف الضلع المقابل له.

مثال : إذا كانت P مركز $\triangle ABC$ ، فإنّ

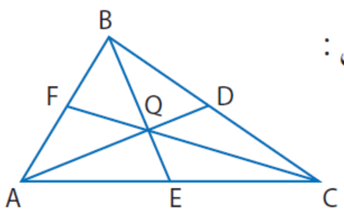
$$AP = \frac{2}{3}AK,\ BP = \frac{2}{3}BL,\ CP = \frac{2}{3}CJ$$



مثال 1

في $\triangle ABC$ إذا كان $FC = 15$ ، فأوجد طولَي القطعتين الآتيتين :

1A) FQ **1B)** QC



....
....
....
....
....
....
....
....
....

4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث
Medians and Altitudes of Triangle

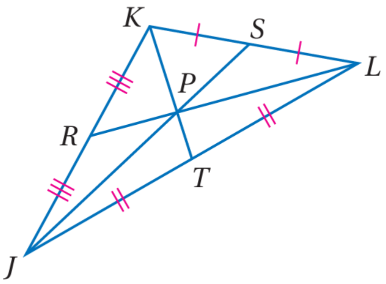
رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

مثال 1

في $\triangle JKL$ ، إذا كان $JP = 9$, $RP = 3.5$ ، فأوجد طولَي القطعتين الآتيتين:

2A) PL

2B) PS



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

4-3 المتباينات في المثلث
Inequalities in One Triangle

فيما سبق:
درستُ العلاقة بين قياسات زوايا المثلث.

والآن:
- أتعرف خصائص المتباينات، وأطبّقها على قياسات زوايا المثلث.
- أطبّق خصائص المتباينات على العلاقة بين زوايا مثلث وأضلاعه.

متباينات الزوايا: تعلمت في الجبر المتباينة بوصفها علاقة بين عددين حقيقيين، وتُستعمل هذه العلاقة عادة في البراهين.

مفهوم أساسي — **تعريف المتباينة** — أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي لأي عددين حقيقيين مثل a, b يكون $a > b$، إذا وفقط إذا وُجِدَ عدد حقيقي موجب c على أن يكون $a = b + c$

مثال إذا كان $5 = 2 + 3$، فإنّ $5 > 2$

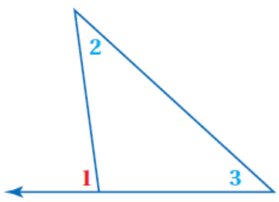
وفي الجدول أدناه قائمة ببعض خصائص المتباينات التي درستها.

مفهوم أساسي — **خصائص المتباينة على الأعداد الحقيقية** — أضف إلى مطويتك

الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاثة أعداد حقيقية a , b , c

خاصيّة المقارنة	$a < b$ أو $a = b$ أو $a > b$.
خاصيّة التعدّي	1) إذا كان $a < b, b < c$، فإن $a < c$. 2) إذا كان $a > b, b > c$، فإن $a > c$.
خاصية الجمع	1) إذا كان $a > b$، فإن $a + c > b + c$. 2) إذا كان $a < b$، فإن $a + c < b + c$.
خاصيّة الطرح	1) إذا كان $a > b$، فإن $a - c > b - c$. 2) إذا كان $a < b$، فإن $a - c < b - c$.

يمكن أن يطبق تعريف المتباينة وخصائصها على قياسات الزوايا وأطوال القطع المستقيمة؛ لأنها أعداد حقيقية.



تأمّل $\angle 1 , \angle 2 , \angle 3$ في الشكل المجاور.

من نظرية الزاوية الخارجيّة، تعلم أنّ $m\angle 1 = m\angle 2 + m\angle 3$

وبما أنّ قياسات الزوايا أعداد موجبة، إذن نستنتج أن:

$m\angle 1 > m\angle 3$ وَ $m\angle 1 > m\angle 2$

وهذه النتيجة تقود إلى النظرية الآتية:

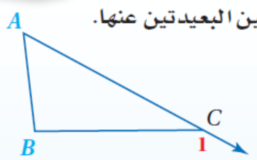
مراجعة المفردات

الزاويتان الداخليتان البعيدتان
لكل زاوية خارجيّة لمثلث زاويتان داخليتان بعيدتان وهما الزاويتان غير المجاورتين لها.

نظرية 4.8 — **متباينة الزاوية الخارجيّة** — أضف إلى مطويتك

قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس أيّ من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها.

مثال:
$m\angle 1 > m\angle A$
$m\angle 1 > m\angle B$



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

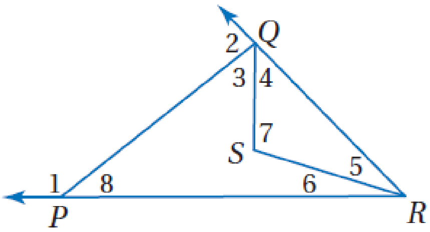
4-3 المتباينات في المثلث
Inequalities in One Triangle

مثال 1

استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجيّة؛ لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المُعطى في كلٍّ مما يأتي:

1A) قياساتها أقل من $m\angle 1$

1B) قياساتها أكبر من $m\angle 8$



....

....

....

....

....

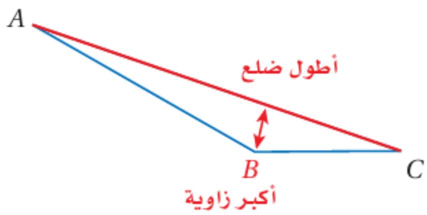
....

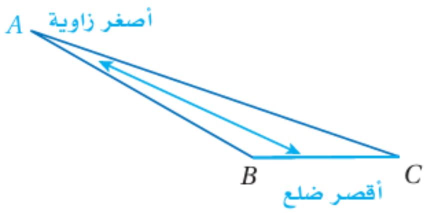
....

....

....

العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه: في الدرس 6-3، تعلمت أنّه إذا تطابق ضلعان في مثلث، فإن الزاويتين المقابلتين لهذين الضلعين متطابقتان. ولكن كيف تكون العلاقة إذا كان الضلعان غير متطابقين. وللإجابة عن هذا السؤال، افحص أطول الأضلاع وأقصرها وأصغر الزوايا وأكبرها لمثلث منفرج الزاوية ومختلف الأضلاع.





لاحظ أنّ أطول ضلع في $\triangle ABC$ يقابل أكبر زاوية، وبالمثل فإن أقصر ضلع يقابل أصغر زاوية أيضًا.

تنبيه!

تحديد الضلع المقابل

انتبه عند تحديد الضلع المقابل لزاوية بصورة صحيحة، فالضلعان اللذان يشكّلان الزاوية لا يمكن أن يكون أحدهما مقابلًا لها.

4-3 المتباينات في المثلث
Inequalities in One Triangle

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

تنبيه !

رمزا الزاوية والمتباينة

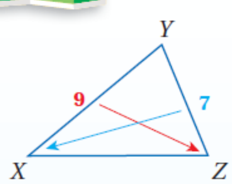
يبدو رمز الزاوية ($\angle$) مشابهًا لرمز أقل من ($<$)، وخاصّة عند الكتابة باليد؛ لذا كن دقيقًا في كتابة الرموز بصورة صحيحة عندما يُستعمل الرمزان معًا.

نظريتان — العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه

أضف إلى مطويتك

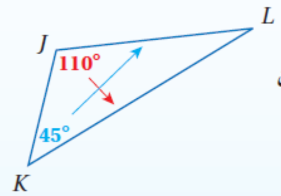
4.9 متباينة ضلع-زاوية: إذا كان أحد أضلاع مثلث أطول من ضلع آخر، فإنّ قياس الزاوية المقابلة للضلع الأطول يكون أكبر من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأقصر.

مثال بما أنّ $XY > YZ$، فإن $m\angle Z > m\angle X$.

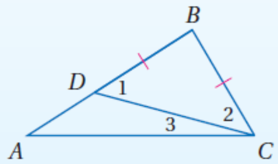


4.10 متباينة زاوية-ضلع: إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث أكبر من قياس زاوية أخرى، فإنّ الضلع المقابل للزاوية الكبرى يكون أطول من الضلع المقابل للزاوية الصغرى.

مثال بما أنّ $m\angle J > m\angle K$، فإن $KL > JL$.



برهان — النظرية 4.9



المعطيات: $\triangle ABC$، فيه $AB > BC$.

المطلوب: $m\angle BCA > m\angle A$.

البرهان:

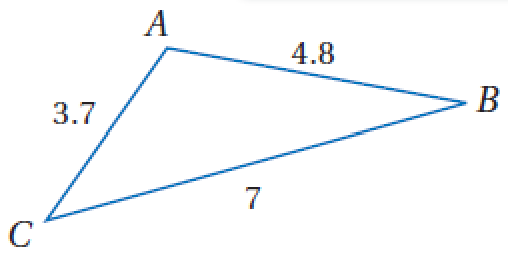
بما أنّ $AB > BC$ في $\triangle ABC$، فإنّه توجد نقطة D على $\overline{AB}$ بحيث $BD = BC$؛ لذا ارسم $\overline{CD}$ لتشكّل $\triangle BCD$ المتطابق الضلعين، وبناءً على نظرية المثلث المتطابق الضلعين تكون $\angle 1 \cong \angle 2$، واستنادًا إلى تعريف تطابق الزوايا يكون $m\angle 1 = m\angle 2$.

واعتمادًا على مسلمة جمع قياسات الزوايا يكون $m\angle BCA = m\angle 2 + m\angle 3$، إذن $m\angle BCA > m\angle 2$ بحسب تعريف المتباينة. وبالتعويض ينتج أن $m\angle BCA > m\angle 1$.

وبناءً على نظريّة متباينة الزاوية الخارجيّة يكون $m\angle 1 > m\angle A$. وبما أن $m\angle BCA > m\angle 1, m\angle 1 > m\angle A$، فإن $m\angle BCA > m\angle A$ بحسب خاصية التعدّي للمتباينة.

مثال 1

2) اكتب زوايا $\triangle ABC$ مرتبّةً من الأصغر إلى الأكبر.



....

....

....

....

....

....

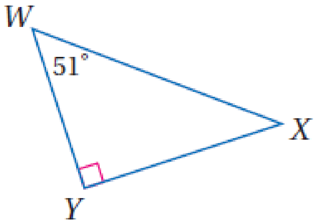
....

....

....

4-3 المتباينات في المثلث
Inequalities in One Triangle

مثال 1



اكتب زوايا $\triangle WXY$ وأضلاعه، مرتّبةً من الأصغر إلى الأكبر.

....
....
....
....
....
....
....
....
....

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

4-4 البرهان غير المباشر
Indirect Proof

فيما سبق:
درستُ البراهين الحرّة وذات العمودين والتسلسليّة.

والآن:
- أكتُب براهين جبريّة غير مباشرة.
- أكتُب براهين هندسيّة غير مباشرة.

المفردات:
التبرير المباشر direct reasoning
البرهان المباشر direct proof
التبرير غير المباشر indirect reasoning
البرهان غير المباشر indirect proof
البرهان بالتناقض proof by contradiction

البرهان الجبري غير المباشر: البراهين التي كتبتها حتى الآن استعملت فيها **التبرير المباشر**، حيث كنت تبدأ بمعطيات صحيحة وتثبت أن النتيجة صحيحة هذه الطريقة من البرهان تعتبر **برهانًا مباشرًا**، وعندما تستعمل **التبرير غير المباشر** فإنك تفترض أن النتيجة خطأ، ثم تبيّن أنّ هذا الافتراض يؤدي إلى تناقضٍ مع المعطيات أو مع أيّ حقيقةٍ سابقةٍ كتعريف، أو مسلمة، أو نظرية. وحيث إن جميع خطوات البرهان تكون صحيحة منطقيًّا، فإنّ هذا يكون إثباتًا لخطأ الافتراض، وعلى ذلك يجب أن تكون النتيجة الأصلية صحيحةً، ويسمّى هذا النوع من البرهان **برهانًا غير مباشر** أو **برهانًا بالتناقض**. والخطوات التالية تلخص عمليّة البرهان غير المباشر.

مفهوم أساسي: خطوات كتابة البرهان غير المباشر

أضف إلى مطويتك

الخطوة 1: حدّد النتيجة التي ستبرهنها. ثم افترض خطأها، وذلك بافتراض أنّ نفيها صحيح.

الخطوة 2: استعمل التبرير المنطقي لتبين أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقضٍ مع المعطيات أو مع حقيقةٍ أخرى، مثل تعريف أو مسلمة أو نظريَّة.

الخطوة 3: بما أن الافتراض الذي بدأت به أدّى إلى تناقض، فبيِّن أن النتيجة الأصلية المطلوب إثباتها يجب أن تكون صحيحة.

مثال 1
اكتب الافتراض الضروري الذي تبدأ به برهانًا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي :

1A) $x > 5$

1B) النقاط J, K, L تقع على استقامة واحدة.

1C) $\triangle XYZ$ متطابق الأضلاع.

....
....
....
....
....
....
....
....

مثال 1
اكتب برهانًا غير مباشر لكلٍّ من العبارتين الآتيتين:

2A) إذا كانت $7x > 56$ ، فإنّ $x > 8$

2B) إذا كان $-c$ موجبًا ، فإنّ c سالبٌ.

....
....
....
....
....
....
....

4-5 متباينة المثلث
The Triangle Inequality

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

فيما سبق:
درستُ خصائص المتباينات وتطبيقها على العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه.

والآن:
- أستعمل نظرية متباينة المثلث لأُعيّن الأطوال التي تكوّن مثلثًا.
- أُثبت العلاقات في المثلث باستعمال نظرية متباينة المثلث.

متباينة المثلث: بما أن المثلث يتكون من ثلاث قطع مستقيمة، فيجب أن تتوافر علاقة خاصّة بين أطوال هذه القطع؛ كي تشكِّل مثلثًا.

نظرية 4.11 نظرية متباينة المثلث

أضف إلى مطويتك

مجموع طولَي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

أمثلة $PQ + QR > PR$

$QR + PR > PQ$

$PR + PQ > QR$

إرشادات للدراسة
إذا كان مجموع أقصر طولين أكبر من طول الضلع الثالث، فإن الأطوال الثلاثة تمثل أطوال أضلاع مثلث.

مثال 1

حدد ما إذا كانت القياسات المعطاة يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث في كلٍّ من السؤالين الآتيين، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فوضح السبب:

1A) 15 cm, 16 cm, 30 cm

1B) 2 ft, 8 ft, 11 ft

....

....

....

....

....

....

....

....

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

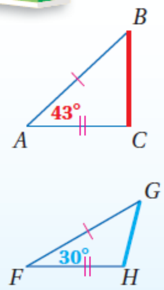
4-6 المتباينات في مثلثين
Inequalities in Two Triangles

فيما سبق:
درستُ المتباينات في المثلث الواحد.

والآن:
- أطبق متباينة SAS أو عكسها؛ لإجراء مقارنات بين عناصر مثلثين.
- أثبت صحة العلاقات باستعمال متباينة SAS أو عكسها.

نظريتان: المتباينات في مثلثين

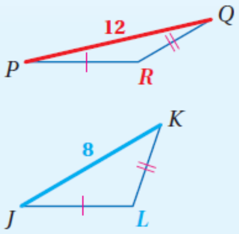
أضف إلى مطويتك



4.13 متباينة SAS

إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإنّ الضلع الثالث في المثلث الأول يكون أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

مثال: إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{FG}$, $\overline{AC} \cong \overline{FH}$, $m\angle A > m\angle F$ ،
فإنّ $BC > GH$.



4.14 عكس متباينة SAS (SSS)

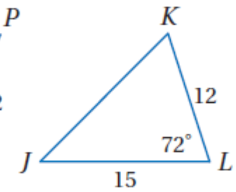
إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني، فإنّ قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول يكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

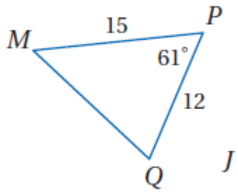
مثال: إذا كان: $\overline{PR} \cong \overline{JL}$, $\overline{QR} \cong \overline{KL}$, $PQ > JK$ ،
فإن $m\angle R > m\angle L$.

مثال 1

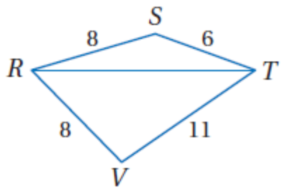
قارن بين القياسات المعطاة في كلٍّ من السؤالين الآتيين :

1A) JK , MQ





1B) $m\angle SRT , m\angle VRT$



....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

الفصل

5

الأشكال الرباعية

Quadrilaterals

5-1 زوايا المضلع
Angles of Polygon

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

فيما سبق:

درستُ أسماء المضلعات وتصنيفها.
(مهارة سابقة)

والآن:

- أجدُ مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع، وأستعمله.
- أجدُ مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة لمضلع، وأستعمله.

المفردات:

القطر
diagonal

مراجعة المفردات

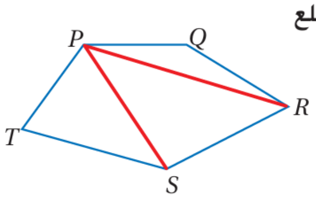
المضلع: هو شكل مغلق، يتكوّن من ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر، تلتقي كل قطعة بطرفي قطعتين أخريين من المضلع، ولا تقع أي قطعتين منها على استقامة واحدة، وتكون رؤوس المضلع هي أطراف القطع المستقيمة فيه.

مراجعة المفردات

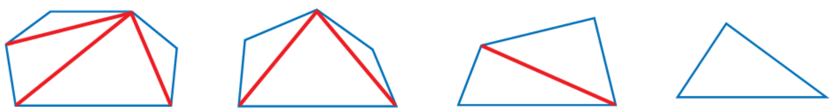
الزاوية الداخلية: هي الزاوية المحصورة بين ضلعين متجاورين في مضلع وتقع داخله.

مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع:

قطر المضلع هو قطعة مستقيمة تصل بين أي رأسين غير متتاليين فيه. رأسا **المضلع** $PQRST$ غير التاليين للرأس P، هما: R, S؛
لذا فالمضلع $PQRST$ له قطران من الرأس P، هما: $\overline{PR}, \overline{PS}$.
لاحظ أن هذين القطرين يقسمان الشكل الخماسي إلى ثلاثة مثلثات.



مجموع قياسات زوايا المضلع يساوي مجموع قياسات زوايا المثلثات التي تتشكّل عند رسم جميع الأقطار الممكنة من أحد الرؤوس.



سداسي   خماسي   رباعي   مثلث

بما أن مجموع قياسات زوايا المثلث °180، فإنّه يمكننا إنشاء جدول والبحث عن نمط لإيجاد مجموع قياسات زوايا أي مضلع محدّب.

المضلع	عدد الأضلاع	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا الداخلية
مثلث	3	1	$180^\circ\ \mathbf{(1)} = 180^\circ$
رباعي	4	2	$180^\circ\ \mathbf{(2)} = 360^\circ$
خماسي	5	3	$180^\circ\ \mathbf{(3)} = 540^\circ$
سداسي	6	4	$180^\circ\ \mathbf{(4)} = 720^\circ$
ذو n من الأضلاع	n	$n-2$	$180^\circ\ \mathbf{(n-2)}$

وهذا يقودنا إلى النظرية الآتية:

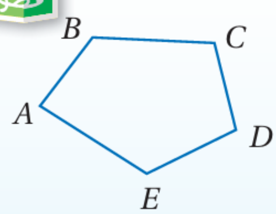
نظرية 5.1 مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع

أضف إلى مطويتك

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدّب عدد أضلاعه n يساوي $S = (n-2) \cdot 180^\circ$.

مثال:

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D + m\angle E = (\mathbf{5} - 2) \cdot 180^\circ$$
$$= 540^\circ$$

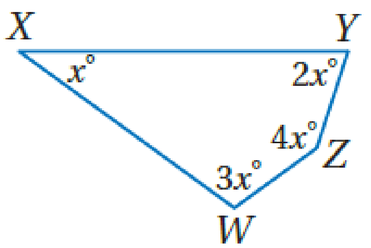


5 - 1 زوايا المضلع
Angles of Polygon

مثال 1 أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لكل من المضلعين المحدبين الآتيين:

1) العشاري   **2)** الخماسي

مثال 1 أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية



1 - 5 زوايا المضلع
Angles of Polygon

مثال 1

إذا كان قياس الزاوية الداخليّة لمضلع منتظم يساوي $144°$، فأوجد عدد أضلاعه.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

5-2 متوازي الأضلاع
Parallelogram

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

فيما سبق:

درستُ تصنيف المضلعات الرباعية.

(مهارة سابقة)

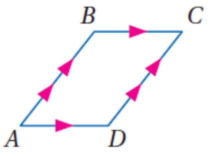
والآن:

- أتعرف خصائص أضلاع وزوايا متوازي الأضلاع وأطبّقها.
- أتعرف خصائص أقطار متوازي الأضلاع وأطبّقها.

المفردات:

متوازي الأضلاع
parallelogram

أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه: **متوازي الأضلاع** هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان. ويُرمز لمتوازي الأضلاع بالرمز ▱.
ففي $\square ABCD$ المبين جانبًا $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ بحسب التعريف.



$\square ABCD$

تقدم النظريات الآتية خصائص أخرى لمتوازي الأضلاع.

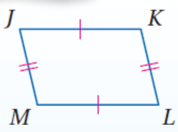
نظريات

خصائص متوازي الأضلاع

أضف إلى مطويتك

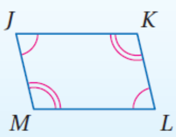
1.3 كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان.

مثال: $\overline{JK} \cong \overline{ML}$, $\overline{JM} \cong \overline{KL}$



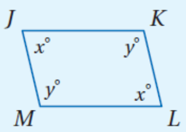
1.4 كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متطابقتان.

مثال: $\angle J \cong \angle L$, $\angle K \cong \angle M$



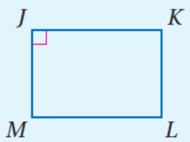
1.5 كل زاويتين متحالفتين في متوازي الأضلاع متكاملتان.

مثال: $x^\circ + y^\circ = 180^\circ$



1.6 إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن زواياه الأربع قوائم.

مثال: في $\square JKLM$، إذا كانت $\angle J$ قائمة، فإنّ : $\angle K, \angle L, \angle M$ قوائم أيضًا.

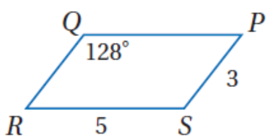


مثال 1

استعمل $\square PQRS$ المبيَّن جانبًا لإيجاد كل مما يأتي :

7) $m\angle R$ 8) QR

9) QP 10) $m\angle S$



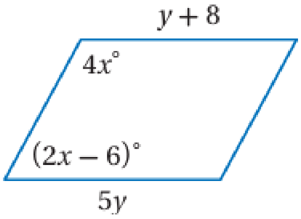
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

5-2 متوازي الأضلاع
Parallelogram

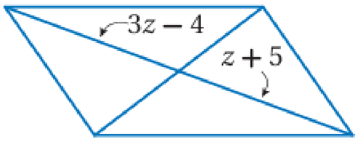
مثال 1

أوجد قيمة المتغير في كل من متوازيي الأضلاع الآتيين :

2A)



2B)



....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

3-5 تمييز متوازي الأضلاع
Distinguishing Parallelogram

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

فيما سبق:

درستُ خصائص متوازي الأضلاع وطبَّقتها.

(الدرس 2-5)

والآن:

- أتعرَّف الشروط التي تؤكد أنَّ شكلًا رباعيًّا متوازي أضلاع وأطبِّقها.
- أُبرهن على أنَّ أربع نقاط في المستوى الإحداثي تشكل رؤوس متوازي أضلاع.

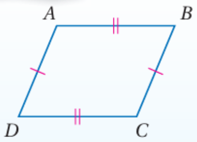
نظريات

شروط متوازي الأضلاع

أضف إلى مطويتك

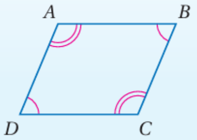
5.9 في الشكل الرباعي، إذا كان كل ضلعين متقابلين متطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال: إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{DC}, \overline{AD} \cong \overline{BC}$، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.



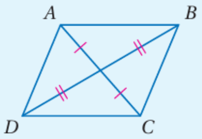
5.10 في الشكل الرباعي، إذا كانت كل زاويتين متقابلتين متطابقتين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال: إذا كانت $\angle A \cong \angle C, \angle B \cong \angle D$، فإنَّ $ABCD$ متوازي أضلاع.



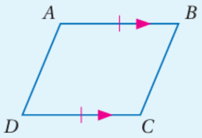
5.11 إذا كان قطرا شكل رباعي ينصِّف كل منهما الآخر، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال: إذا كان $\overline{AC}, \overline{DB}$ ينصِّف كل منهما الآخر، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.



5.12 في الشكل الرباعي، إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

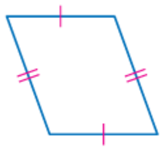
مثال: إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AB} \cong \overline{DC}$، فإنَّ $ABCD$ متوازي أضلاع.



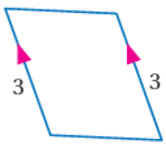
مثال 1

حدِّد ما إذا كانت المعطيات في كل مما يأتي كافية ليكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا. برِّر إجابتك.

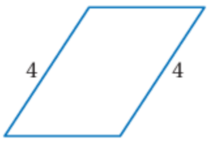
(9



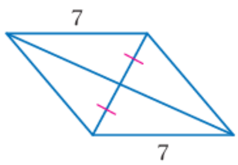
(10



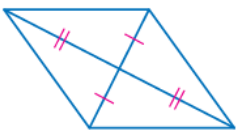
(11



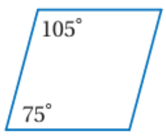
(12



(13



(14



5-4 المستطيل Rectangle

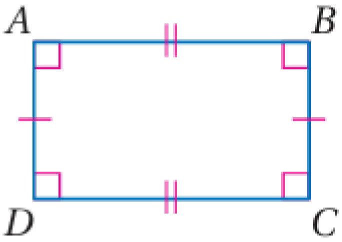
فيما سبق:
درستُ استعمال خصائص متوازي الأضلاع وتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع.
(الدرس 5-2)

والآن:
- أتعرّف خصائص المستطيل وأطبّقها.
- أحدّد ما إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلًا.

المفردات:
المستطيل
rectangle

خصائص المستطيل: **المستطيل** هو متوازي أضلاع زواياه الأربع قوائم. ونجد من ذلك أنّ للمستطيل الخصائص الآتية :

- الزوايا الأربع قوائم.
- كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتطابقان.
- كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.
- كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.
- القطران ينصِّف كل منهما الآخر.



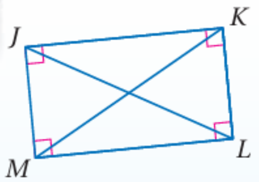
وبالإضافة إلى ذلك، قطرا المستطيل متطابقان، كما توضح النظرية الآتية:

نظرية 5.13 قطرا المستطيل

أضف إلى مطويتك

إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلًا، فإن قطريه متطابقان.

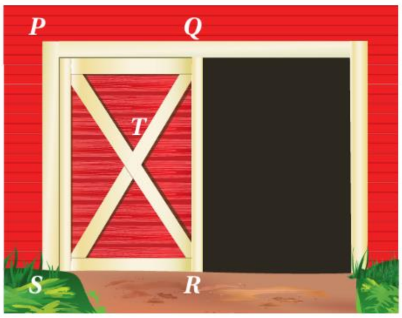
مثال: إذا كان $\square JKLM$ مستطيلًا ، فإنّ $\overline{JL} \cong \overline{MK}$.



مثال 1

زراعة : الشكل المجاور يبيّن بوّابة مخزن حبوب مستطيلة الشكل، فيها الدعامتان المتقاطعتان تقويان دفة البوّابة، وتحفظانها من الالتواء مع مرور الزمن.

إذا كان $PS = 7 \text{ ft}, ST = 3\frac{13}{16} \text{ ft}, m\angle PTQ = 67°$، فأوجد كلًّا مما يأتي :



1) QR
2) SQ
3) $m\angle TQR$
4) $m\angle TSR$

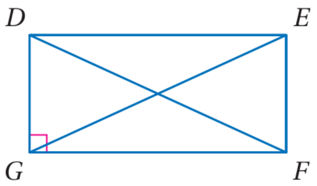
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

5-4 المستطيل
Rectangle

مثال 1



جبر: استعن بالمستطيل **DEFG** المبيَّن جانبًا.

5) إذا كان $EG = x + 5$, $FD = 3x - 7$، فأوجد EG .

6) إذا كان $m\angle DFG = (x + 12)^\circ$, $m\angle EFD = (2x - 3)^\circ$، فأوجد $m\angle EFD$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

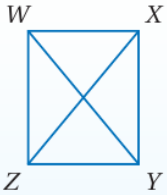
إثبات أنّ متوازي أضلاع يكون مستطيلًا: عكس النظرية 5.13 صحيح أيضًا.

نظرية 5.14

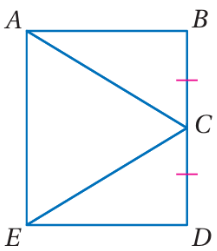
أضف إلى مطويتك

إذا كان قطرا متوازي أضلاع متطابقين فإنّه مستطيل.

مثال: في $\square WXYZ$ ، إذا كان $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$، فإنّ $\square WXYZ$ مستطيل.



مثال 1



7) **برهان:** إذا كان $ABDE$ مستطيلًا، و $\overline{BC} \cong \overline{DC}$، فأثبت أنّ $\overline{AC} \cong \overline{EC}$.

....

....

....

....

....

....

....

....

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

5-5 المعيّن والمربع
Rhombus and Square

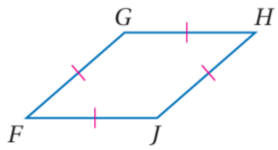
فيما سبق:
درستُ تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أو مستطيلًا.
(الدرس 5-4)

والآن:
- أتعرّف خصائص المعيّن والمربّع وأطبّقها.
- أحدّد ما إذا كان الشكل الرباعي مستطيلًا أو معيّنًا أو مربعًا.

المفردات:
المعيّن rhombus
المربّع square

خصائص المعيّن والمربّع:

المعيّن هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة. وللمعيّن جميع خصائص متوازي الأضلاع علاوة على الخاصيتين الواردتين في النظريتين الآتيتين :



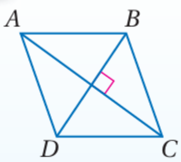
نظريات

أضف إلى مطويتك

قطرا المعيّن

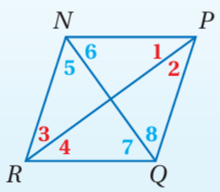
5.15 إذا كان متوازي أضلاع معيّنًا، فإنّ قطريه متعامدان.

مثال: إذا كان $\square ABCD$ معيّنًا، فإنّ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.



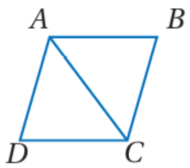
5.16 إذا كان متوازي أضلاع معيّنًا فإنّ كل قطر فيه ينصّف كلًّا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما.

مثال: إذا كان $\square NPQR$ معيّنًا، فإنّ
$\angle 1 \cong \angle 2 , \angle 3 \cong \angle 4 , \angle 5 \cong \angle 6 , \angle 7 \cong \angle 8$



مثال 1

استعن بالمعين $ABCD$ المبيَّن جانبًا.



1) إذا كان $m\angle BCD = 114°$، فأوجد $m\angle BAC$.

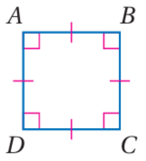
2) إذا كان $AB = 2x + 3 , BC = x + 7$، فأوجد CD.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

5-5 المعيّن والمربع
Rhombus and Square

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

المربّع هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قوائم. تذكّر أن متوازي الأضلاع الذي زواياه الأربع قوائم يكون مستطيلًا، ومتوازي الأضلاع الذي أضلاعه الأربعة متطابقة يكون معيّنًا؛ لذا فعندما يكون متوازي الأضلاع معيّنًا وإحدى زواياه قائمة فإنّه يكون مربّعًا أيضًا، وعليه فإن المربع هو متوازي أضلاع ومستطيل ومعيّن.



المربع $ABCD$

إرشادات للدراسة

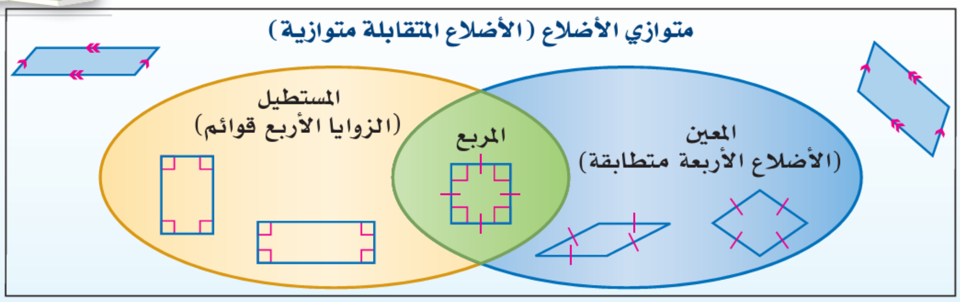
المربَع والمعيَن: كل مربَع معيَن، ولكن ليس كل معيَن مربعًا، وكل مربع مستطيل وليس كل مستطيل مربعًا.

ويلخص شكل ڤن الآتي العلاقة بين متوازي الأضلاع والمعيّن والمربّع والمستطيل.

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

متوازي الأضلاع



إثبات أنّ الشكل الرباعي معيّن أو مربع: تُحدِّد النظريات الآتية الشروط الكافية للمعيّن والمربّع.

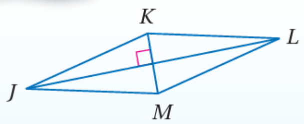
نظريات

أضف إلى مطويتك

الشروط الكافية للمعيّن والمربّع

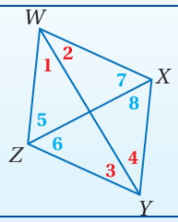
5.17 إذا كان قطرا متوازي أضلاع متعامدين فإنّه معيّن. (عكس النظرية 5.15)

مثال: إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{JL} \perp \overline{KM}$، فإنّ $\square JKLM$ معيّن.



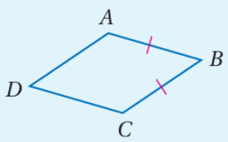
5.18 إذا نصّف قطر متوازي أضلاع كلًّا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما، فإن متوازي الأضلاع يكون معيّنًا. (عكس النظرية 5.16)

مثال: إذا كان $WXYZ$ متوازي أضلاع، وكانت $\angle 1 \cong \angle 2$, $\angle 3 \cong \angle 4$، أو $\angle 5 \cong \angle 6$, $\angle 7 \cong \angle 8$، فإنّ $\square WXYZ$ معيّن.



5.19 إذا كان ضلعان متتاليان في متوازي الأضلاع متطابقين فإنّه معيّن.

مثال: إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$، فإنّ $\square ABCD$ معيّن.

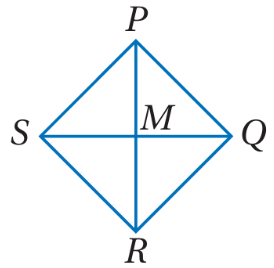


5.20 إذا كان الشكل الرباعي مستطيلًا ومعيّنًا فإنه مربّع.

5-5 المعيّن والمربع
Rhombus and Square

مثال 1

2) اكتب برهانًا حرًّا.



المعطيات: $\overline{SQ}$ عمود منصّف لِـ $\overline{PR}$.

$\overline{PR}$ عمود منصّف لِـ $\overline{SQ}$.

$\triangle RMS$ متطابق الضلعين.

المطلوب: $PQRS$ مربّع.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

5-6 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقيّة
Trapezoid and Kite

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

فيما سبق:

درستُ استعمال خصائص أنواع خاصة من متوازي الأضلاع.

(الدرس 5-5)

والآن:

- أتعرّف خصائص شبه المنحرف وأطبّقها.
- أتعرّف خصائص شكل الطائرة الورقيّة وأطبّقها.

المفردات:

شبه المنحرف
trapezoid

قاعدتا شبه المنحرف
bases

ساقا شبه المنحرف
legs of a trapezoid

زاويتا القاعدة
base angles

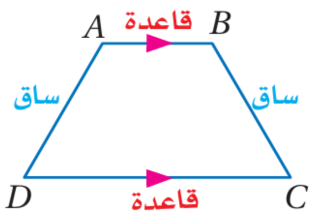
شبه المنحرف المتطابق الساقين
isosceles trapezoid

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف
midsegment of a trapezoid

شكل الطائرة الورقيّة
kite

خصائص شبه المنحرف: **شبه المنحرف** هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان يُسميان **قاعدتي شبه المنحرف**. ويُسمّى الضلعان غير المتوازيين **ساقي شبه المنحرف**. و **زاويتا القاعدة** مكوّن كل منهما من قاعدة وأحد ضلعي الساقين. ففي شبه المنحرف $ABCD$ المبيَّن جانبًا، $\angle A, \angle B$ زاويتا القاعدة $\overline{AB}$ ، وكذلك $\angle C, \angle D$ زاويتا القاعدة $\overline{DC}$.

إذا كان ساقا شبه المنحرف متطابقين فإنه يسمى **شبه منحرف متطابق الساقين**.



نظريات

أضف إلى مطويتك

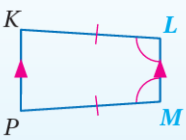
شبه المنحرف المتطابق الساقين

5.21 إذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين، فإنّ زاويتي كل قاعدة متطابقتان.

مثال: إذا كان شبه المنحرف $FGHJ$ متطابق الساقين، فإنّ $\angle J \cong \angle F$, $\angle H \cong \angle G$.

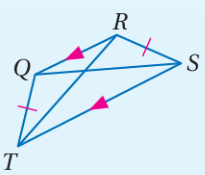
5.22 إذا كانت زاويتا قاعدة في شبه المنحرف متطابقتين، فإنّه متطابق الساقين.

مثال: إذا كان $KLMP$ شبه منحرف، فيه $\angle L \cong \angle M$ فإنه متطابق الساقين.



5.23 يكون شبه المنحرف متطابق الساقين، إذا وفقط إذا كان قطراه متطابقين.

مثال: إذا كان شبه المنحرف $QRST$ متطابق الساقين، فإنّ $\overline{RT} \cong \overline{QS}$. وكذلك إذا كان $QRST$ شبه منحرف، فيه $\overline{RT} \cong \overline{QS}$ فإنّه متطابق الساقين.

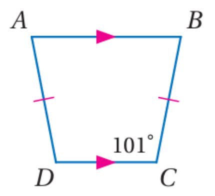


5-6 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقيّة
Trapezoid and Kite

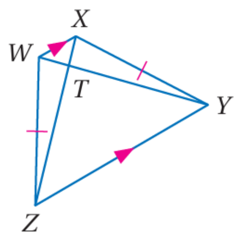
مثال 1

أوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

1) $m\angle D$



2) WT، إذا كان:
$ZX = 20,\ TY = 15$



....

....

....

....

....

....

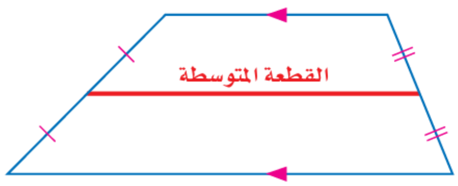
....

....

....

....

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف هي قطعة مستقيمة تصل بين منتصفي ساقيه. وتبين النظرية الآتية العلاقة بين القطعة المتوسطة وقاعدتي شبه المنحرف.



قراءة الرياضيات

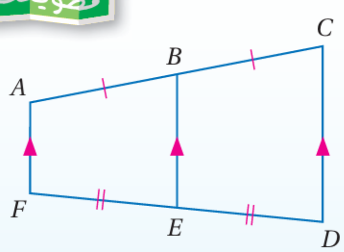
القطعة المتوسطة: تسمى القطعة المتوسطة لشبه المنحرف أيضًا القطعة المنصّفة.

نظرية 5.24 نظريّة القطعة المتوسطة لشبه المنحرف

أضف إلى مطويتك

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلًا من القاعدتين، وطولها يساوي نصف مجموع طولي القاعدتين.

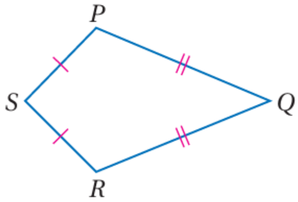
مثال: إذا كانت $\overline{BE}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $ACDF$،
فإنّ $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$, $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$،
$BE = \frac{1}{2}(AF + CD)$.



شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقيّة
Trapezoid and Kite
5-6

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

خصائص شكل الطائرة الورقيّة: **شكل الطائرة الورقيّة** هو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة المتطابقة. وعلى عكس متوازي الأضلاع، كل ضلعين متقابلين في شكل الطائرة الورقيّة ليسا متطابقين ولا متوازيين.

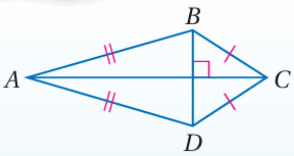


نظريات
شكل الطائرة الورقيّة

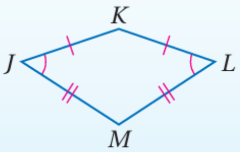
أضف إلى مطويتك

5.25 قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان.

مثال: بما أن $ABCD$ شكل طائرة ورقيّة ، فإنّ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.



5.26 يوجد في شكل الطائرة الورقية زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة، هما الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين غير متطابقين.

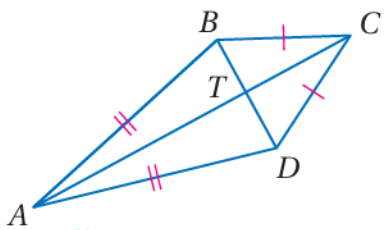


مثال: بما أن $JKLM$ شكل طائرة ورقيّة، فإنّ $\angle K \ncong \angle M$, $\angle J \cong \angle L$.

مثال 1

4A) إذا كان $ABCD$ شكل طائرة ورقية، فيه:
$m\angle BCD = 50°$, $m\angle BAD = 38°$ ، فأوجد $m\angle ADC$.

4B) إذا كان $TC = 8$, $BT = 5$ ، فأوجد CD.



....
....
....
....
....
....
....
....
....
....