



# الفصل ١

## المعادلات الخطية

### أولاً : القوانين :-

**مفهوم أساسي** أضف إلى مطويتك

**خاصية الطرح في المساواة**

**التعبير اللفظي:** إذا كانت المعادلة صحيحة وطرح العدد نفسه من كلا طرفيها، فإن المعادلة المكافئة الناتجة هي أيضًا صحيحة.

**الرموز:** لأي أعداد حقيقية أ، ب، ج، إذا كان  $أ = ب$ ، فإن  $أ - ج = ب - ج$

**أمثلة:**

$$١٣ = ١٣ \quad ٨٧ = ٨٧$$

$$٢٨ - ٢٨ = ١٧ - ٨٧ \quad ٧٠ = ٧٠$$

$$١٥ - ١٥ =$$

**مفهوم أساسي** أضف إلى مطويتك

**خاصية الجمع في المساواة**

**التعبير اللفظي:** إذا كانت المعادلة صحيحة، وأضيف العدد نفسه إلى كل من طرفيها فإن المعادلة المكافئة الناتجة هي أيضًا صحيحة.

**الرموز:** لأي أعداد حقيقية أ، ب، ج، إذا كان  $أ = ب$ ، فإن  $أ + ج = ب + ج$

**أمثلة:**

$$٣ = ٣ \quad ١٤ = ١٤$$

$$٩ + ٩ = ٣ + ١٤ \quad ١٧ = ١٧$$

$$٦ = ٦$$

**مفهوم أساسي** أضف إلى مطويتك

**الأعداد الصحيحة المتتالية**

النوع	التعبير اللفظي	الرموز	مثال
أعداد صحيحة متتالية	أعداد مرتبة بترتيب العد	$ن، ن+١، ن+٢، ...$	$٢، ١، ٠، -١، -٢، ...$
أعداد صحيحة زوجية متتالية	عدد صحيح زوجي يتبعه العدد الصحيح الزوجي الآتي.	$ن، ن+٢، ن+٤، ...$ حيث (ن زوجي)	$٢، ٤، ٦، ٨، ...$
أعداد صحيحة فردية متتالية	عدد صحيح فردي يتبعه العدد الصحيح الفردي الآتي.	$ن، ن+٢، ن+٤، ...$ حيث (ن فردي)	$١، ٣، ٥، ...$

**مفهوم أساسي** أضف إلى مطويتك

**خاصية الضرب في المساواة**

**التعبير اللفظي:** إذا كانت المعادلة صحيحة وضرب كلا طرفيها في العدد نفسه (غير الصفر)، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضًا.

**الرموز:** لأي أعداد حقيقية أ، ب، ج، ج  $\neq ٠$ ، إذا كان  $أ = ب$ ، فإن  $أ \times ج = ب \times ج$ .

**مثال:** إذا كانت  $س = ٥$ ، فإن  $٣س = ١٥$ .

**خاصية القسمة في المساواة**

**التعبير اللفظي:** إذا كانت المعادلة صحيحة وقسم كل من طرفيها على العدد نفسه (غير الصفر)، فإن المعادلة المكافئة الناتجة صحيحة أيضًا.

**الرموز:** لأي أعداد حقيقية أ، ب، ج، ج  $\neq ٠$ ، إذا كان  $أ = ب$ ، فإن  $\frac{أ}{ج} = \frac{ب}{ج}$ .

**مثال:**  $س = ٢٠$ ، فإن  $\frac{س}{٥} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$ .

**مفهوم أساسي** أضف إلى مطويتك

**معادلات القيمة المطلقة**

**التعبير اللفظي:** عند حل معادلات تتضمن قيمًا مطلقة هنالك حالتان يجب أخذهما في الحسبان:

الحالة ١: العبارة داخل رمز القيمة المطلقة موجبة أو صفرًا.

الحالة ٢: العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

**الرموز:** لأي عددين حقيقيين أ، ب إذا كانت  $|أ| = ب$  فإن  $أ = ب$ ، أو  $أ = -ب$ .

**مثال:**  $|د| = ١٠$  إذن  $د = ١٠$  أو  $د = -١٠$

**مفهوم أساسي** أضف إلى مطويتك

**خطوات حل المعادلة**

**الخطوة ١:** بسّط العبارات الموجودة في طرفي المعادلة، واستعمل خاصية التوزيع إن احتجت إلى ذلك.

**الخطوة ٢:** استعمل خاصية الجمع أو خاصية الطرح في المساواة للحصول على معادلة مكافئة تكون المتغيرات في أحد طرفيها والأعداد الثابتة في الطرف الآخر، ثم بسّط.

**الخطوة ٣:** استعمل خاصية الضرب أو خاصية القسمة في المساواة لحل المعادلة.



## الفصل ١ المعادلات الخطية

### ثانيًا : المفردات :-

- (١) **الجملة المفتوحة :** هي الجملة الرياضية التي تحتوي على عبارات جبرية ورموز.
- (٢) **المعادلة :** جملة رياضية تحتوي على إشارة المساواة ( = ).
- (٣) **المجموعة :** هي تجمع أشياء أو أعداد تُكتب غالبًا بين القوسين { }.
- (٤) **مجموعة الحل :** هي مجموعة قيم المتغير التي تجعل المعادلة صحيحة.
- (٥) **مجموعة التعويض :** هي مجموعة الأعداد التي تعوض بها عن قيمة المتغير لتحديد مجموعة الحل.
- (٦) **المتطابقة :** هي معادلة طرفاها متكافئان دائماً.
- (٧) **حل المعادلة :** هو إيجاد قيمة المتغير الذي يجعلها صحيحة.
- (٨) **∅ :** هو الرمز الذي يمثل عدم وجود حل للمعادلة ، ويقرأ ( فاي )
- (٩) **المعادلة متعددة الخطوات :** هي المعادلة التي تتطلب أكثر من خطوة لحلها.
- (١٠) **نظرية الأعداد :** هي دراسة الأعداد الصحيحة والعلاقات بينها.





## الفصل ٢ العلاقات والدوال الخطية

### أولاً : القوانين :-

**ملخص المفهوم**

**طرائق تمثيل الدالة**

أضف إلى مطويتك

الجدول	المخطط السهمي	المعادلة	التمثيل البياني								
<table border="1"> <tr> <th>س</th> <th>ص</th> </tr> <tr> <td>١</td> <td>٢</td> </tr> <tr> <td>١</td> <td>٠</td> </tr> <tr> <td>١</td> <td>٢</td> </tr> </table>	س	ص	١	٢	١	٠	١	٢		$d(s) = \frac{1}{3}s - 2$	
س	ص										
١	٢										
١	٠										
١	٢										

**مفهوم أساسي**

**الدالة**

التعبير اللفظي: الدالة هي علاقة تربط كل عنصر في مجالها بعنصر واحد فقط من المدى.

أمثلة:

المجال: {٣، ٠، ٢، ٢، ١} ، المدى: {٥، ٣، ٢، ٢، ١}

**مفهوم أساسي**

**الدالة الخطية**

أضف إلى مطويتك

الدالة المولدة (الأم):  $d(s) = s$

نوع التمثيل البياني: خط مستقيم

المجال: جميع الأعداد الحقيقية

المدى: جميع الأعداد الحقيقية

**مفهوم أساسي**

**الصورة القياسية للمعادلة الخطية**

التعبير اللفظي: الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي:  $أس + ب ص = ج$ ،  $أ \leq ٠$  ولا تكون قيمتا  $أ$  و  $ب$  معاً صفراً.  $أ$ ،  $ب$ ،  $ج$  أعداد صحيحة والعامل المشترك الأكبر لها ١.

أمثلة:

في المعادلة:  $٣س + ٢ص = ٥$ ،  $أ = ٣$ ،  $ب = ٢$ ،  $ج = ٥$

وفي المعادلة:  $٧- = س$ ،  $أ = ٧$ ،  $ب = ٠$ ،  $ج = ٧$

**مفهوم أساسي**

**الميل**

التعبير اللفظي: ميل المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي.

الرموز: يمكن إيجاد الميل ( $m$ ) للمستقيم غير الرأسي المار بالنقطتين  $(س_١، ص_١)$ ،  $(س_٢، ص_٢)$  على النحو الآتي:

$m = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

**مفهوم أساسي**

**معدل التغير**

إذا كانت  $س$  هي المتغير المستقل، و  $ص$  المتغير التابع فإن:

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

**مفهوم أساسي**

**المتابعة الحسابية**

التعبير اللفظي: المتابعة الحسابية نمط عددي يزيد أو ينقص بمقدار ثابت يُسمى أساس المتابعة.

أمثلة:

$٣، ٥، ٧، ٩، ١١، \dots$  (د = ٢)

$٣٣، ٢٩، ٢٥، ٢١، ١٧، \dots$  (د = -٤)

**مفهوم أساسي**

**الميل**

الميل موجب: المستقيم للأعلى عند التحرك من اليسار إلى اليمين.

الميل سالب: المستقيم للأسفل عند التحرك من اليسار إلى اليمين.

الميل صفر: خط أفقي.

الميل غير معرف: خط رأسي.

**مفهوم أساسي**

**الحد النوني في متتابعة حسابية**

أضف إلى مطويتك

يُعبّر عن الحد النوني لمتتابعة حسابية حدّها الأول  $أ_١$ ، وأساسها  $د$  بالصيغة:  $أ_n = أ_١ + (ن-١)د$ ، حيث  $ن$  عدد صحيح موجب.



## الفصل ٢ العلاقات والدوال الخطية

### ثانيًا : المفردات :-

- (١) النظام الاحداثي : يتكون من تقاطع خطي أعداد هما : المحور الرأسى والمحور الأفقى.
- (٢) المحور (ص) : هو المحور الرأسى أو المحور الصادي.
- (٣) المحور (س) : هو المحور الافقى أو المحور السيني.
- (٤) نقطة الأصل : هي نقطة تقاطع المحورين وهي النقطة ( ٠ ، ٠ )
- (٥) الزوج المرتب : عدنان يكتبان على الصورة ( س ، ص ).
- (٦) الاحداثى السيني : هو قيمة س ، وتمثل البعد الأفقى للنقطة عن المحور ص.
- (٧) الاحداثى الصادي : هو قيمة ص ، وتمثل البعد الرأسى للنقطة عن المحور س.
- (٨) العلاقة : هي مجموعة الأزواج المرتبة.
- (٩) المخطط السهمي : يوضح كيف ترتبط عناصر المجال بالمدى.
- (١٠) المجال : هو مجموعة الأعداد الأولى في الأزواج المرتبة.
- (١١) المدى : هو مجموعة الأعداد الثانية في مجموعة الأزواج المرتبة.
- (١٢) المتغير المستقل : هو المتغير الذي يحدد قيم مخرجات العلاقة.
- (١٣) المتغير التابع : هو المتغير الذي تعتمد قيمته على قيم المتغير المستقل.
- (١٤) الدالة : علاقة تربط المدخلات بالمخرجات على ان يكون هناك مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة.
- (١٥) الدالة المنفصلة : هي الدالة التي تمثل بيانياً بنقاط غير متصلة.
- (١٦) الدالة المتصلة : هي الدالة التي تمثل بخط أو منحنى دون انقطاع.
- (١٧) الدالة الخطية : هي المعادلة التي تمثل بيانياً بخط مستقيم.
- (١٨) الدالة المولدة ( الأم ) : هي أبسط دالة خطية وهي :  $d(s) = s$ .
- (١٩) الجذر : هو أي قيمة تجعل المعادلة صحيح.
- (٢٠) أصفار الدالة : هي قيم ( س ) التي تجعل  $d(s) = ٠$ .
- (٢١) معدل التغير : هو نسبة تصف معدل تغير كمية بالنسبة لتغير كمية أخرى.
- (٢٢) ميل المستقيم : هو نسبة التغير في الإحداثى الصادي إلى التغير في الإحداثى السيني.
- (٢٣) المتتابعة : هي مجموعة مرتبة من الأعداد ويسمى كل عدد فيها حدًا.



# الفصل ٣ الدوال الخطية

## أولاً : القوانين :-

**مفهوم أساسي** **صيغة الميل ونقطة**

**التعبير اللفظي:** تعبر المعادلة الخطية  $ص - ص_1 = م(س - س_1)$  عن معادلة المستقيم غير الرأسي بصيغة الميل ونقطة، حيث  $(س_1, ص_1)$  نقطة معطاة تقع على المستقيم،  $م$  ميل هذا المستقيم.

**الرموز:**  $ص - ص_1 = م(س - س_1)$

**مطويتك**

**مفهوم أساسي** **صيغة الميل والمقطع**

**التعبير اللفظي:** صيغة الميل والمقطع للمعادلة الخطية هي:  $ص = م س + ب$ ،  $م$  = الميل،  $ب$  = المقطع الصادي.

**مثال:**  $ص = م س + ب$   
 $ص = ٢ س + ٦$

**الميل** **المقطع الصادي**

**مطويتك**

**ملخص المفهوم** **كتابة المعادلات**

**المعطى: الميل ونقطة** **المعطى: نقطتان**

**الخطوة ١:** عوّض عن قيم  $م$ ،  $س_1$ ،  $ص_1$  في المعادلة:  $ص - ص_1 = م(س - س_1)$  أو  $ص - ص_1 = م(س - س_1)$  عوّض عن قيم  $م$ ،  $س$ ،  $ص$  في صيغة الميل والمقطع وحلها لإيجاد قيمة  $ب$ .

**الخطوة ٢:** أعد كتابة المعادلة بالصيغة المطلوبة.

**الخطوة ٣:** اتبع الخطوات نفسها الواردة في كتابة معادلة المستقيم إذا عُلِم الميل ونقطة.

**مطويتك**

**ملخص المفهوم** **المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة**

**النوع** **التعبير اللفظي:** يكون المستقيمان غير الرأسيين متوازيين إذا تساوى ميلاهما.

**التعبير بالرموز:**  $أب \parallel جد$

**نماذج:**

**المستقيمات المتعامدة** **المستقيمات المتوازية**

**التعبير اللفظي:** يكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي -١.

**التعبير بالرموز:**  $هـ و \perp ف ي$

**مطويتك**





## الفصل ٣ الدوال الخطية

### ثانيًا : المفردات :-

- (١) **صيغة الميل والمقطع :** هو كتابة المعادلة على الصورة :  $ص = م س + ب$  ، حيث ( م ) تمثل الميل ، ( ب ) تمثل المقطع الصادي.
- (٢) **التنبؤ الخطي :** هو عملية استعمال المعادلة الخطية لإجراء تنبؤات حول القيم التي تتجاوز مدي البيانات.
- (٣) **المستقيمان المتوازيان :** هما المستقيمان الواقعان في المستوي نفسه ولا يقطع أحدهما الآخر.
- (٤) **المستقيمان المتعامدان :** هما المستقيمان اللذان يتقاطعان مكونين زوايا قائمة.





## المتباينات الخطية

## الفصل ٤

### أولاً : القوانين :-

**مفهوم أساسي** **خاصية الطرح للمتباينات**

التعبير اللفظي: إذا طرح العدد نفسه من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.

الرموز: العبارتان الآتيتان صحيحتان لأي أعداد: أ، ب، جـ.

(١) إذا كانت  $أ < ب$ ، فإن  $أ - ج < ب - ج$ .

(٢) إذا كانت  $أ > ب$ ، فإن  $أ - ج > ب - ج$ .

**مفهوم أساسي** **خاصية الجمع للمتباينات**

التعبير اللفظي: إذا أضيف العدد نفسه إلى كل من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.

الرموز: العبارتان الآتيتان صحيحتان لأي أعداد: أ، ب، جـ.

(١) إذا كانت  $أ < ب$ ، فإن  $أ + ج < ب + ج$ .

(٢) إذا كانت  $أ > ب$ ، فإن  $أ + ج > ب + ج$ .

**مفهوم أساسي** **خاصية الضرب للمتباينات**

أمثلة	بالرموز	التعبير اللفظي
$٣,٥ < ٦$ $(٢) ٣,٥ < (٢) ٦$ $٧ < ١٢$ $٥ > ٢,١$ $(١,٥) \times (٥) > (١,٥) \times (٢,١)$ $٢,٥ > ١,٥$	لأي عددين حقيقيين أ، ب ولأي عدد موجب جـ، إذا كان $أ < ب$ فإن $أ \times ج < ب \times ج$ ، وإذا كان $أ > ب$ فإن $أ \times ج > ب \times ج$ .	إذا ضرب كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد موجب تكون المتباينة الناتجة صحيحة أيضاً.
$٤,٥ < ٧$ $(٣-) ٤,٥ > (٣-) ٧$ $١٣,٥ - > ٢١ -$ $٥,٢ > ٣,١$ $(٤-) (٥,٢) < (٤-) (٣,١)$ $٢٠,٨ - < ١٢,٤ -$	لأي عددين حقيقيين أ، ب ولأي عدد سالب جـ، إذا كان $أ < ب$ فإن $أ \times ج > ب \times ج$ ، وإذا كان $أ > ب$ فإن $أ \times ج < ب \times ج$ .	إذا ضرب كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد سالب يتغير اتجاه إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة أيضاً.

**ملخص المفهوم** **العبارات التي تدل على متباينات**

$\leq$	$\geq$	$<$	$>$
أكبر من أو يساوي، على الأقل، لا يقل عن	أقل من أو يساوي، على الأكثر، لا يزيد على	أكبر من أكثر من	أقل من أصغر من

**مفهوم أساسي** **خاصية القسمة للمتباينات**

أمثلة	بالرموز	التعبير اللفظي
$٥ > ١,٥$ $\frac{٥}{٥} > \frac{١,٥}{٥}$ $١٠ > ٣$ $٤,٥ < ٢,١$ $\frac{٤,٥}{٣} < \frac{٢,١}{٣}$ $١,٥ < ٠,٧$	لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد حقيقي موجب جـ، إذا كان $أ < ب$ فإن $\frac{أ}{ج} < \frac{ب}{ج}$ ، وإذا كان $أ > ب$ فإن $\frac{أ}{ج} > \frac{ب}{ج}$ .	إذا قُسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد موجب، تكون المتباينة الناتجة صحيحة أيضاً.
$٣,٦ > ١,٨$ $\frac{٣,٦}{٩} < \frac{١,٨}{٩}$ $٢,٤ < ٦$ $\frac{٢,٤}{٦} > \frac{٦}{٦}$ $١ - > ٠,٤$ $٠,٢ < ٠,٤$	لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد حقيقي سالب جـ، إذا كان $أ < ب$ فإن $\frac{أ}{ج} > \frac{ب}{ج}$ ، وإذا كان $أ > ب$ فإن $\frac{أ}{ج} < \frac{ب}{ج}$ .	إذا قُسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد سالب، يجب تغيير اتجاه إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة.

### ثانياً : المفردات :-

(١) **الصفة المميزة للمجموعة** : هي الطريقة المختصرة لكتابة مجموعة الحل.

(٢) **المتباينة المركبة** : تتكون من متباينتين بينهما أداة الربط ( و ، أو )



## الفصل ٥ أنظمة المعادلات الخطية

### أولاً : القوانين :-

**مفهوم أساسي** **الحل بالتعويض**

**الخطوة ١:** حل إحدى المعادلتين على الأقل باستعمال أحد المتغيرين إذا كان ذلك ضرورياً.

**الخطوة ٢:** عوض المقدار الناتج من الخطوة (١) في المعادلة الثانية، ثم حلها.

**الخطوة ٣:** عوض القيمة الناتجة من الخطوة (٢) في أي من المعادلتين وحلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، واكتب الحل في صورة زوج مرتب.

**مفهوم أساسي** **الحلول الممكنة**

عدد الحلول	واحد فقط	عدد لا نهائي	لا يوجد حل
المصطلح	متسق ومستقل	متسق وغير مستقل	غير متسق
التمثيل البياني			

**مفهوم أساسي** **الحل بالحذف**

**الخطوة ١:** اضرب إحدى المعادلتين على الأقل في عدد ثابت للحصول على معادلتين فيهما حدان أحدهما معكوس للآخر.

**الخطوة ٢:** اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.

**الخطوة ٣:** عوض عن قيمة المتغير الناتجة في الخطوة (٢) في إحدى المعادلتين، وحلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، واكتب الحل في صورة زوج مرتب.

**مفهوم أساسي** **الحل بالحذف**

**الخطوة ١:** اكتب النظام على أن يكون الحدان المتشابهان اللذان معامل أحدهما معكوس للآخر أو مساوٍ له بعضهما فوق بعض.

**الخطوة ٢:** اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.

**الخطوة ٣:** عوض القيمة الناتجة في الخطوة ٢ في إحدى المعادلتين وحلها لإيجاد المتغير الثاني، واكتب الحل كزوج مرتب.

**مفهوم أساسي** **حل نظام مكون من معادلتين خطيتين**

الطريقة	أفضل حالة لاستعمالها
التمثيل البياني	لتقدير الحلول؛ فالتمثيل البياني لا يعطي في الغالب حلاً دقيقاً.
التعويض	إذا كان معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين ١ أو -١.
الحذف باستعمال الجمع	إذا كان كل من معاملي أحد المتغيرين في المعادلتين معكوساً جمعياً للآخر.
الحذف باستعمال الطرح	إذا كان معامل أحد المتغيرين في المعادلتين متساويين.
الحذف باستعمال الضرب	إذا لم يكن أي من المعاملات (١) أو (-١)، وليس من السهل التخلص من أحد المتغيرين بجمع المعادلتين أو طرحهما.



### ثانيًا : المفردات :-

- (١) **النظام المتسق :** هو النظام الذي له حل واحد على الأقل.
- (٢) **النظام المستقل :** هو النظام الذي له حل واحد فقط.
- (٣) **النظام غير المستقل :** هو النظام الذي له عدد لا نهائي من الحلول.
- (٤) **النظام غير المتسق :** هو النظام الذي ليس أي حل.
- (٥) **التعويض :** هو إحدى طرائق إيجاد الحل الدقيق للمعادلات.
- (٦) **الحذف :** هو طريقة الجمع أو الطرح في حل النظام.

