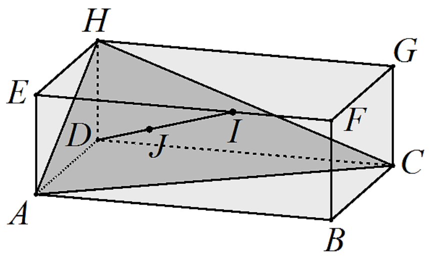

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=3$ و $AD=2$ و $AE=1$

النقطة I تحقّق $\overrightarrow{EI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{EF}$ ، نتخذ المعلم المتجانس $(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$

المطلوب :

1) عيّن إحداثيات رؤوس متوازي المستطيلات و النقطة I .

2) أثبت أنّ المستوي (ACH) يقبل $\vec{n}(2,-3,6)$ ناظماً له ، ثم اكتب معادلة له .

3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DI) ثم عيّن إحداثيات النقطة J نقطة تقاطع المستقيم (DI) مع المستوي (ACH) .

4) عيّن العددين الحقيقيّين u و v اللذان يحقّقان $\overrightarrow{AJ}=u\,\overrightarrow{AC}+v\,\overrightarrow{AH}$.

5) استنتج أنّ النقطة J هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,3)$, (C,α) , (H,β)

حيث α و β عددان حقيقيّان يُطلب تعيينهما .

BAC MATHS

الحل :

1) $A(0,0,0)\ ,\ B(3,0,0)\ ,\ C(3,2,0)\ ,\ D(0,2,0)$
$E(0,0,1)\ ,\ F(3,0,1)\ ,\ G(3,2,1)\ ,\ H(0,2,1)$

بفرض $I(x,y,z)$:

$$\overrightarrow{EI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{EF}\Rightarrow\begin{pmatrix}x\\y\\z-1\end{pmatrix}=\frac{2}{3}\begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix}$$

بالإصلاح و المطابقة نجد $I(2,0,1)$

2) $\overrightarrow{AC}(3,2,0)\ ,\ \overrightarrow{AH}(0,2,1)$

$$\vec{n}.\overrightarrow{AC}=6-6+0=0$$
$$\vec{n}.\overrightarrow{AH}=0-6+6=0$$

و بالتالي $\vec{n}(2,-3,6)$ ناظم للمستوي (ACH) .

الشكل العام لمعادلة المستوي $ax+by+cz+d=0$

بالتعويض نحصل على $\boxed{(ACH):\ 2x-3y+6z=0}$

3) $\overrightarrow{DI}(2,-2,1)$ شعاع توجيه للمستقيم (DI)

$$(DI):\begin{cases}x=2+2t\\y=-2t\\z=1+t\end{cases}\quad ;t\in\mathbb{R}$$

نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي (ACH) :

$$2(2+2t)-3(-2t)+6(1+t)=0$$

$$16t+10=0\Rightarrow\boxed{t=\frac{-5}{8}}$$

نعوض في المعادلات الوسيطية فنحصل على $J(\frac{3}{4},\frac{5}{4},\frac{3}{8})$.

4)

$$\overrightarrow{AJ}=u\,\overrightarrow{AC}+v\,\overrightarrow{AH}$$

$$\begin{pmatrix}3/4\\5/4\\3/8\end{pmatrix}=u\begin{pmatrix}3\\2\\0\end{pmatrix}+v\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}3u=\frac{3}{4}\\2u+2v=\frac{5}{4}\\v=\frac{3}{8}\end{cases}$$

و بالتالي $\boxed{u=\frac{1}{4}}$ و $\boxed{v=\frac{3}{8}}$ أي $\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}+\frac{3}{8}\overrightarrow{AH}$

5) من الطلب السابق $8\overrightarrow{AJ}=2\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{AH}$

$$8\overrightarrow{AJ}=2\left(\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{JC}\right)+3\left(\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{JH}\right)$$

نحصل على العلاقة

$$3\overrightarrow{JA}+2\overrightarrow{JC}+3\overrightarrow{JH}=\vec{0}$$

و بالتالي J هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة

$(A,3)\ ,\ (C,2)\ ,\ (H,3)$ أي $\alpha=2$ و $\beta=3$.