متتاليات و نهاية متتالية

السؤال الأول: ليكن $U_{n+1} = \sqrt{2+U_n}$; $U_0 = 1$ عند $n \geq 0$:

١) أثبت أن $0 \leq U_n \leq 2$

٢) أثبت أن المتتالية U_n متزايدة تماماً

السؤال الثاني: المتتالية $(U_n)_{n\geq1}$ معرفة وفق $U_n = \frac{\cos(2n)}{\sqrt{n}}$. تحقق أن :

$\frac{-1}{\sqrt{n}} < U_n < \frac{1}{\sqrt{n}}$ وذلك أيا يكن $n \geq 1$ ، ثم استنتج نهاية $(U_n)_{n\geq1}$.

السؤال الثالث: لتكن $(v_n)_{n\geq0}$ متتالية معرفة تدريجياً وفق :

$V_0 = 1$ و $V_{n+1} = \frac{V_n}{1+V_n}$

١) تحقق أن المتتالية $V_n > 0$ أياً كان العدد الطبيعي n .

٢) أثبت أن المتتالية $(U_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة $U_n = \frac{1}{V_n}$ متتالية حسابية .

٣) استنتج عبارة V_n بدلالة n .

السؤال الرابع: أثبت أن المتتاليتان متجاورتان

$U_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots\cdots + \frac{1}{n^2}$ ، $V_n = U_n + \frac{1}{n}$

السؤال الخامس: $U_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

١) أثبت أن $0 < U_n \leq 1$ أياً كان $n \in N$

٢) أثبت أن إذا كان $n > 10^4$ كان $0 < U_n < 10^{-2}$

السؤال السادس: ليكن θ عدد حقيقي من المجال $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ ثم نعرف المتتالية $(U_n); n \geq 0$ معرفة وفق :

$U_0 = 2cos\theta$ و $U_{(n+1)} = \sqrt{2+U_n}$ في حالة $n \in N$.

١) احسب U_2 , U_1 .

٢) أثبت بالتدريج أن $U_n = 2\cos(\frac{\theta}{2^n})$.

انتهت الأسئلة

مدرس المادة: أحمد طرقجي

٠٩٥٥٤٢٠٣٤٩