السؤال الأول

عنك الأشعة

في معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

لدينا

$A(3, -1, 2)$

$Q: x + y + 2z - 5 = 0$

$P: x - 2y + z - 4 = 0$

الطلب الأول

أثبت تقاطع المستويين P و Q
وكتب من تعامد المستويين
ثم أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم
d الذي يمثل فصلهما المشترك.

Note

لإثبات أن مستويين متقاطعين نثبت أن الناظمين غير مرتبطين خطياً (متقاطعين)

لإثبات أن الناظمين غير مرتبطين خطياً تكون المركبات غير متناسبة.

الحل

$\vec{n_Q}(1, 1, 2)$

$\vec{n_P}(1, -2, 1)$

$\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-2} \neq \frac{2}{1}$

المركبات غير متناسبة

$\Leftarrow$ الناظمان غير مرتبطين خطياً

$\Leftarrow$ المستويان غير متوازيان

ومنه المستويان P و Q متقاطعان

لنتحقق من تعامد المستويين

حتى يكون المستويان متعامدان يجب
ان يتحقق
الجداء السلمي للناظمين يساوي الصفر

$\vec{n_Q} \cdot \vec{n_P}$

$(1, 1, 2)(1, -2, 1)$

$1 - 2 + 2 \neq 0$

ومنه المستويان P و Q غير متعامدين

Farah Notebook

CamScanner

/ /

أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم d
الذي هو فاصلا التقاطع

بالحل المشترك لمعادلة المستويين

$$Q: x + y + 2z - 5 = 0$$
$$P: x - 2y + z - 4 = 0$$

بالطرح

$$x - x + y + 2y + 2z - z - 5 + 4 = 0$$
$$3y + z - 1 = 0$$
$$y = \frac{+1 - z}{3}$$

$$y = -\frac{z}{3} + \frac{1}{3}$$

$$x - \frac{z}{3} + \frac{1}{3} + 2z - 5 = 0$$
$$(3) \quad (3)$$
$$x - \frac{z}{3} + \frac{1}{3} + \frac{6z}{3} - \frac{15}{3} = 0$$
$$x + \frac{5}{3}z - \frac{14}{3} = 0$$

$$x = -\frac{5}{3}z + \frac{14}{3}$$

نضع $z = t$

$$y = -\frac{1}{3}t + \frac{1}{3}$$

$$x = -\frac{5}{3}t + \frac{14}{3}$$

يصبح التمثيل الوسيطي لمعادلة المستقيم d

d العنصر المشترك للمستويين

$$d: \begin{cases} x = -\frac{5}{3}t + \frac{14}{3} \\ y = -\frac{1}{3}t + \frac{1}{3} \quad t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$$

الطلب الثاني

اعط معادلة المستوي W الذي يحاوي المستقيم d (اي يحاوي كل من المستويين P و Q) ويمر من A

المستوي يحتاج

ناظم ↓ شعاع توجيه للمستقيم d

نقطة ↓ النقطة A

Farah Notebook

CamScanner

ان شعاع توجيه لمستقيم d هو نفسه ناظم المستوي w

$\vec{n_w}\left(-\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}, 1\right)$

النقطة $A(3, -1, 2)$

معادلة المستوي من الشكل

$a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$

مركبات الناظم

$-\frac{5}{3}(x-3)+\left(-\frac{1}{3}\right)(y+1)+(1)(z-2)=0$

$-\frac{5}{3}x+5-\frac{1}{3}y-\frac{1}{3}+z-2=0$

$-\frac{5}{3}x-\frac{1}{3}y+z+5-2-\frac{1}{3}=0$

$-\frac{5}{3}x-\frac{1}{3}y+z+3-\frac{1}{3}=0$

نضرب بـ -3

$+5x+y-3z-9+1=0$

$5x+y-3z-8=0$

معادلة المستوي w

التمرين الثالث

أكتب أحداثيات A' نقطة تقاطع d والمستوي w.

1) استنتج المسقط A على d

2) أكتب بعد A عن d.

الحل

Note

لإيجاد احداثيات نقطة تقاطع d مع المستوي w نعوض المعادلات الوسيطية للمستقيم في معادلة المستوي

$5\left(-\frac{5}{3}t+\frac{14}{3}\right)+\left(-\frac{1}{3}t+\frac{1}{3}\right)-3(t)-8=0$

$-\frac{25}{3}t+\frac{70}{3}-\frac{1}{3}t+\frac{1}{3}-3t-8=0$

$-\frac{25}{3}t-\frac{1}{3}t-3t+\frac{70}{3}+\frac{1}{3}-8=0$

نضرب بـ 3

$-25t-t-9t+70+1-24=0$

$-35t+47=0$

$\Rightarrow t=\frac{-47}{-35}=\frac{47}{35}$

Notebook

CamScanner

$t = \frac{47}{35}$

لكن

$z = t$ لكن

$\Rightarrow z = \frac{47}{35}$

لكن

$x = \frac{14}{3} - \frac{5}{3}t$

$\Rightarrow x = \frac{14}{3} - \frac{5}{3}\left(\frac{47}{35}\right)$

$= \frac{14}{3} - \frac{1}{3}\left(\frac{47}{7}\right)$

$= \frac{14}{3} - \frac{47}{21}$

$x = \frac{98 - 47}{21} = \frac{51 \div 3}{21 \div 3} = \frac{17}{7}$

$\Rightarrow x = \frac{17}{7}$

لكن

$y = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}t$

$y = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\left(\frac{47}{35}\right)$

$y = \frac{1}{3} - \frac{47}{105}$

$= \frac{35}{105} - \frac{47}{105} = \frac{-12 \div 3}{105 \div 3}$

$y = \frac{-4}{35}$

Note

عوضت عنة t الي طلعت معي بالمعادلات الوسيطية للمستقيم فتحت عندي احداثيات A' نقطة تقاطع المستقيم d والمستوي (ω)

$A'\left(\frac{17}{7}, \frac{-4}{35}, \frac{47}{35}\right)$

استنتج وضع A على d

كيف A' على d

- وضع توجيه d: $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0$ ← الحداء السلمي معدوم
- A' نقطة من المستقيم d

$\overrightarrow{u_d}\left(\frac{-5}{3}, \frac{-1}{3}, 1\right)$

$\overrightarrow{AA'}\left(\frac{-4}{7}, \frac{+31}{35}, \frac{-23}{35}\right)$

$\overrightarrow{u_d} \cdot \overrightarrow{A.A} = \left(\frac{-5}{3}\right)\left(\frac{-4}{7}\right) + \left(\frac{-1}{3}\right)\left(\frac{31}{35}\right) + \left(\frac{-23}{35}\right)$

$= \frac{+20}{21} - \frac{31}{105} - \frac{23}{35}$

Farah Notebook

CamScanner

$\vec{u_d} \cdot \overrightarrow{AA'} = \frac{20}{21} - \frac{31}{105} - \frac{23}{35}$

(5) (1) (3)

وهذا مقاطات

$= \frac{100}{105} - \frac{31}{105} - \frac{69}{105}$

$= \frac{100}{105} - \frac{100}{105}$

$\Rightarrow \vec{u_d} \cdot \overrightarrow{AA'} = 0$

وعليه A' هي المسقط القائم لـ A على المستقيم d حيث

A' هي المسقط القائم لـ A على المستقيم d

المسافة بين A و المستقيم d

الحل: بما أن A' هي المسقط القائم للنقطة A على المستقيم d

فإن بعد A عن المستقيم d هي طول AA'

حساب المسافة بين نقطة ومستقيم مثال

$AA' = \sqrt{(x_{A'} - x_A)^2 + (y_{A'} - y_A)^2 + (z_{A'} - z_A)^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{-4}{7}\right)^2 + \left(\frac{31}{35}\right)^2 + \left(\frac{-23}{35}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{16}{49} + \frac{961}{1225} + \frac{529}{1225}}$

(25) (1) (1)

نوحد المقامات

$= \sqrt{\frac{400}{1225} + \frac{961}{1225} + \frac{529}{1225}}$

$= \sqrt{\frac{1890}{1225}}$

$AA' = \sqrt{\frac{1890}{1225}}$

/ /

اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P

A

P

الكرة تمس ؟

مركز ← النقطة A (3, -1, 2)

نصف قطر ← عبارة عن كرة تمس المستوي ← نصف قطر يساوي بعد النقطة A عن المستوي P

$R = dist(A,P) = \frac{|ax_A + by_A + cz_A + d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

بعد A عن المستوي P ← مركبات الناظم

$\vec{n_P}(1, -2, 1)$

$A(3, -1, 2)$

$R = dist(A,P) = \frac{|(1)(3) - 2(-1) + (2) - 4|}{\sqrt{(1)^2 + (-2)^2 + (1)^2}}$

$R = \frac{|3 + 2 + 2 - 4|}{\sqrt{1+4+1}}$

$R = \frac{|3|}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}}$

نضرب البسط والمقام بـ $\sqrt{6}$

$R = \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$R = \frac{\sqrt{6}}{2}$

معادلة الكرة ← مركز: $A(3,-1,2)$ ← نصف القطر: $R = \frac{\sqrt{6}}{2}$

الشكل العام لمعادلة الكرة التي مركزها A

$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 + (z - z_A)^2 = R^2$

احداثيات المركز ← نصف القطر

$(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2$

$(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \frac{6}{4}$

لإنهاء معادلة الكرة

Farah Notebook

CamScanner

/ /

أثبت ان مركبات ناظم المستوى
w العامد للمستوى p
تؤلف حدود متتالية حسابية

ان ناظم المستوى w

$\vec{n}_w$ (5, 1, -3).

نلاحظ ان

$-3 - 1 = -4$

$1 - 5 = -4$

اي كل حد ينتج عن سابقه
باضافة عدد
وهذه اكتشافية حسابية

انتهت المسألة الاول ❤

Monira Al-ebraheem

Notebook
CamScanner