جامعة الملك سعود

كلية العلوم **قسم الرياضيات** **الإختبار النهائي**

الفصل الأول $1437 - 1436$ **هـ** 244 **ريض** **الزمن ثلاث ساعات**

الإختبار يحتوي على صفحتين

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة

السؤال الأول **(7 درجات)**

لتكن المصفوفة $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ m & 1 & 1 \\ 0 & m+1 & 3 \end{pmatrix}$.

أ) أوجد قيم m **بحيث يكون الحل الوحيدللنظام الخطي المتجانس** $AX = 0$ **هو الحل التافه.**

ب) إذا كان $m = 1$، **أوجد باستعمال قاعدة كرامر حلول النظام الخطي**

$$AX = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

ج) أوجد قيمة m **بحيث يكون** 1 **هي قيمة مميزة للمصفوفة** A.

السؤال الثاني **(7 درجات)**

ليكن E **الفضاء الجزئي من** $\mathbb{R}^4$ **المولد بالمتجهات التالية**

$v_1 = (2, -1, 1, 3), v_2 = (1, 2, -1, -2), v_3 = (0, -5, 3, 7), v_4 = (1, 2, -1, 1)$

أ) أوجد بعد الفضاء الجزئي E.

ب) هل المتجه $v_5 = (1, -1, 2, 3)$ **ينتمي للفضاء الجزئي** E.

ج) برهن أن مجموعة المتجهات v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 **مولدة لـ** $\mathbb{R}^4$.

السؤال الثالث **(6 درجات)**

إذا كان $T_A\colon \mathbb{R}^5 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ **تحويلا خطيا معرفا بالقاعدة** $T_A(X) = AX$ **حيث أن**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

أ) أوجد أساسا لنواة T $(\ker T)$.

ب) أوجد أساسا لصورة T $(\mathrm{Im}T)$.

السؤال الرابع **(6 درجات)**

ليكن الضرب الداخلي المعرف على $\mathbb{R}^3$ **بـ** $\langle (a,b,c),(x,y,z)\rangle = 2ax+3by+cz$
إستعمل طريقة جرام شميت لتحويل الأساس
$\{u_1=(\sqrt{2},0,0), u_2=(1,1,0), u_3=(0,1,1)\}$ **إلى أساس عياري و متعامد.**

السؤال الخامس **(7 درجات)**

أ) أوجد مصفوفة التحويل الخطي $T: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ **المعرف بـ**

$$T(1,0)=(1,-3), \quad T(0,1)=(1,-2).$$

ب) أوجد مصفوفة التحويل T **بالنسبة للأساس** $B=\{u=(1,1), v(1,-1)\}$.

السؤال السادس **(7 درجات)**

لتكن A **المصفوفة** $A=\begin{pmatrix} 8 & 6 & -24 \\ -9 & -7 & 24 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

أ) أوجد القيم المميزة للمصفوفة A **واستنتج أن** A **قابلة للاستقطار.**

ب) أوجد مصفوفة P **لها معكوس بحيث** $P^{-1}AP$ **هي مصفوفة قطرية مع إعطاء المصفوفة القطرية.**