

Integration By Substitution

التكامل بالتعويض

Math 111

Lecture 6

Dr. Nasser Bin Turki

King Saud University
Department of Mathematics

2016

هل يمكن إيجاد التكامل التالي:

$$\int \sqrt{2x+5} dx$$

هل يمكن إيجاد التكامل التالي:

$$\int \sqrt{2x+5} dx$$

$$\int \cos 3x dx$$

هل يمكن إيجاد التكامل التالي:

$$\int \sqrt{2x+5} dx$$

$$\int \cos 3x dx$$

ليس كل مسائل التكامل يمكن إيجاد التكامل لها بالطريقة المباشرة (جداول التكاملات الأساسية) ولكن يوجد هناك طرق للتكامل تساعد على جعل التكامل بالصورة القريبة من التكاملات الأساسية التي نعرفها. ليكن من أحد الطرق لحل التكامل هي طريقة التكامل بالتعويض.

تعريف التكامل بالتعويض :

لتكن لدينا الدالة g قابلة للإشتقاق على الفترة $[a, b]$ ومشتقتها متصلة.
ولتكن f دالة متصلة على الفترة J تحتوي مدى الدالة g . إذا كانت F
دالة أصلية للدالة f على J فإن:

تعريف التكامل بالتعويض :

لتكن لدينا الدالة g قابلة للإشتقاق على الفترة $[a, b]$ ومشتقتها متصلة.
ولتكن f دالة متصلة على الفترة J تحتوي مدى الدالة g . إذا كانت F
دالة أصلية للدالة f على J فإن:

$$\int f(g(x))g'(x)dx = F(g(x)) + c, \quad \forall x \in [a, b].$$

تعريف التكامل بالتعويض :

لتكن لدينا الدالة g قابلة للإشتقاق على الفترة $[a, b]$ ومشتقتها متصلة.
ولتكن f دالة متصلة على الفترة J تحتوي مدى الدالة g . إذا كانت F
دالة أصلية للدالة f على J فإن:

$$\int f(g(x))g'(x)dx = F(g(x)) + c, \quad \forall x \in [a, b].$$

إذا كان $u = g(x)$ و $du = g'(x)dx$ فإن:

$$\int f(u)du = F(u) + c.$$

Examples

$$(1) \int \sqrt{2x+5} \, dx$$

مثال : أحسب التكاملات التالية:

Examples

مثال : أحسب التكاملات التالية:

$$(1) \int \sqrt{2x+5} \, dx$$

$$(2) \int \cos 4x \, dx$$

Examples

مثال : أحسب التكاملات التالية:

$$(1) \int \sqrt{2x+5} \, dx$$

$$(2) \int \cos 4x \, dx$$

Examples

مثال : أحسب التكاملات التالية:

$$(1) \int \sqrt{2x+5} \, dx$$

$$(2) \int \cos 4x \, dx$$

$$(3) \int (3x-1)^8 \, dx$$

Examples

مثال : أحسب التكاملات التالية:

$$(1) \int \sqrt{2x+5} \, dx$$

$$(2) \int \cos 4x \, dx$$

$$(3) \int (3x-1)^8 \, dx$$

$$(4) \int \frac{\cos \sqrt{t}}{\sqrt{t}} \, dt$$

$$(5) \int \frac{dx}{1+9x^2}$$

$$(5) \int \frac{dx}{1+9x^2}$$

$$(6) \int x^2 \sin(x^3 + 1) dx$$

$$(5) \int \frac{dx}{1+9x^2}$$

$$(6) \int x^2 \sin(x^3 + 1) dx$$

$$(5) \int \frac{dx}{1+9x^2}$$

$$(6) \int x^2 \sin(x^3 + 1) dx$$

$$(7) \int \tan x \sec^2 x dx$$

جدوال التكاملات الأساسية

- $\int (ax + b)^r dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{r+1}}{r+1} + c \quad (r \in \mathbb{Q}), r \neq -1,$

جدوال التكاملات الأساسية

- $\int (ax + b)^r dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{r+1}}{r+1} + c \quad (r \in \mathbb{Q}), r \neq -1,$
- $\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + c,$

جدوال التكاملات الأساسية

- $\int (ax + b)^r dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{r+1}}{r+1} + c \quad (r \in \mathbb{Q}), r \neq -1,$
- $\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + c,$
- $\int \cos(ax + b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + c,$

راجع صفحة ٦٤ في الكتاب

جدوال التكاملات الأساسية

- $\int (ax + b)^r dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{r+1}}{r+1} + c \quad (r \in \mathbb{Q}), r \neq -1,$
- $\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + c,$
- $\int \cos(ax + b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + c,$

راجع صفحة ٦٤ في الكتاب

ملاحظة: عند استخدام طريقة التعويض بالنسبة للتكامل المحدد فإنه لا بد من التعويض في حدود التكامل حسب العلاقة الجديدة.

Examples

$$(1) \int_1^2 (3x - 1)^3 dx$$

مثال : أحسب التكاملات التالية :

Examples

مثال : أحسب التكاملات التالية :

$$(1) \int_1^2 (3x - 1)^3 dx$$

$$(2) \int_1^3 \frac{10x-7}{4+5x^2-7x} dx$$

Exercises

مثال : أحسب التكاملات التالية :

$$(1) \int \cos 3x \sqrt[5]{\sin(3x)} dx$$

Exercises

مثال : أحسب التكاملات التالية :

$$(1) \int \cos 3x \sqrt[5]{\sin(3x)} dx$$

$$(2) \int \frac{x^2-1}{(x^3-3x+3)^3} dx$$

Exercises

مثال : أحسب التكاملات التالية :

$$(1) \int \cos 3x \sqrt[5]{\sin(3x)} dx$$

$$(2) \int \frac{x^2-1}{(x^3-3x+3)^3} dx$$

$$(3) \int \cos^5 5x \sin 5x dx$$

Exercises

مثال : أحسب التكاملات التالية :

$$(1) \int \cos 3x \sqrt[5]{\sin(3x)} dx$$

$$(2) \int \frac{x^2-1}{(x^3-3x+3)^3} dx$$

$$(3) \int \cos^5 5x \sin 5x dx$$

$$(4) \int_1^2 \sqrt{2x+2} dx$$

Thanks for listening.