Al sham University
Faculty of Informatic

جامعة الشام الخاصة
كلية الهندسة المعلوماتية

أسس الهندسة الكهربائية
لطلاب السنة الثانية
2020-2021

Dr. Ghada Aldahim
ghadadhem@gmail.com

Chapter 5
Methods of circuit analysis
الفصل الخامس
طرق تحليل الدارات

References

1. Charles K. Alexander, Matthew N. O. Sadiku, “Fundamentals of Electric Circuits”, 2nd Ed, McGraw Hill, 2009.
   ISBN 978–0–07–352955–4

5. Methods of circuit Analysis

5.1 Introduction مقدمة

5.2 Nodal Analysis تحليل العقد

5.3 Nodal Analyses by Inspection تحليل العقد بطريقة مبسطة

5.4 Mesh Analysis تحليل الحلقة

5.5 Mesh Analysis by Inspection تحليل الحلقة بطريقة مبسطة

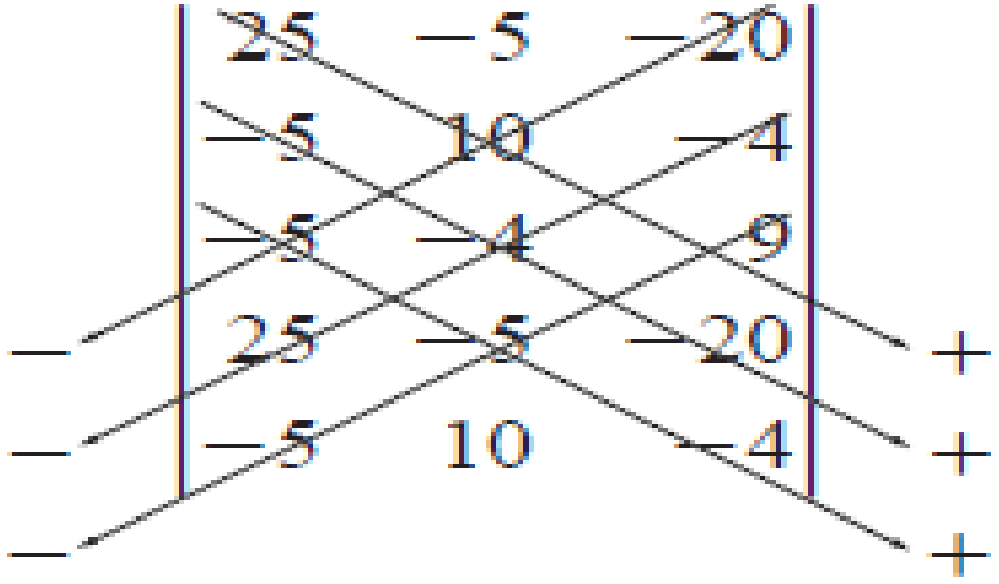
5.6 Mesh Analysis with Current Sources تحليل الحلقة بوجود منابع التيار

Review Questions

Calculation of determinant of 3X3 matrix to be used for Cramer's Rule

لحساب محدد المصفوفة 3X3 matrix ، نكرر السطرين الأولين ونجري عملية الضرب.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 25 & -5 & -20 \\ -5 & 10 & -4 \\ -5 & -4 & 9 \end{vmatrix} =$$



$$= 25(10)9 + (-5)(-4)(-20) + (-5)(-5)(-4)$$
$$- (-20)(10)(-5) - (-4)(-4)25 - 9(-5)(-5)$$
$$= 2250 - 400 - 100 - 1000 - 400 - 225 = 125$$

Example 3.2

حدد التوترات عند العقد ثم احسب قيم التيار I_X في الشكل 3.5(a)

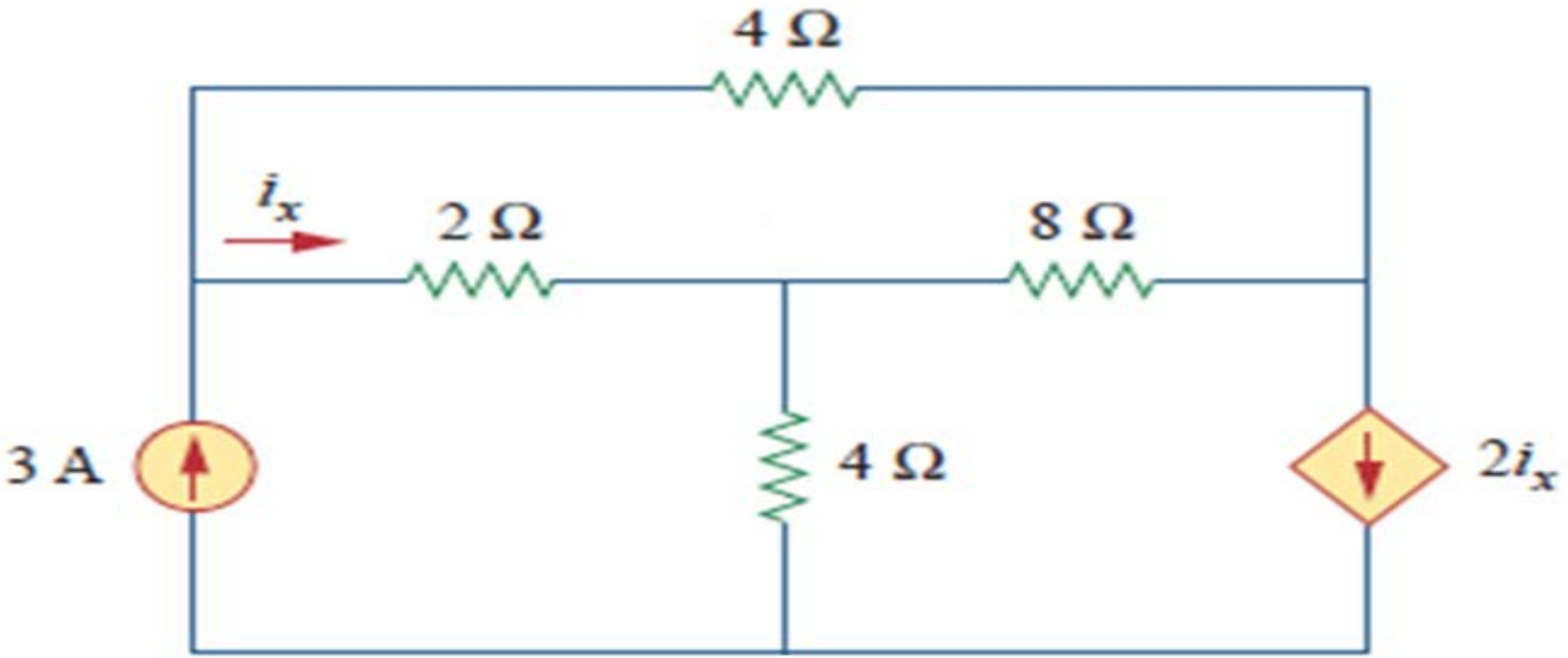
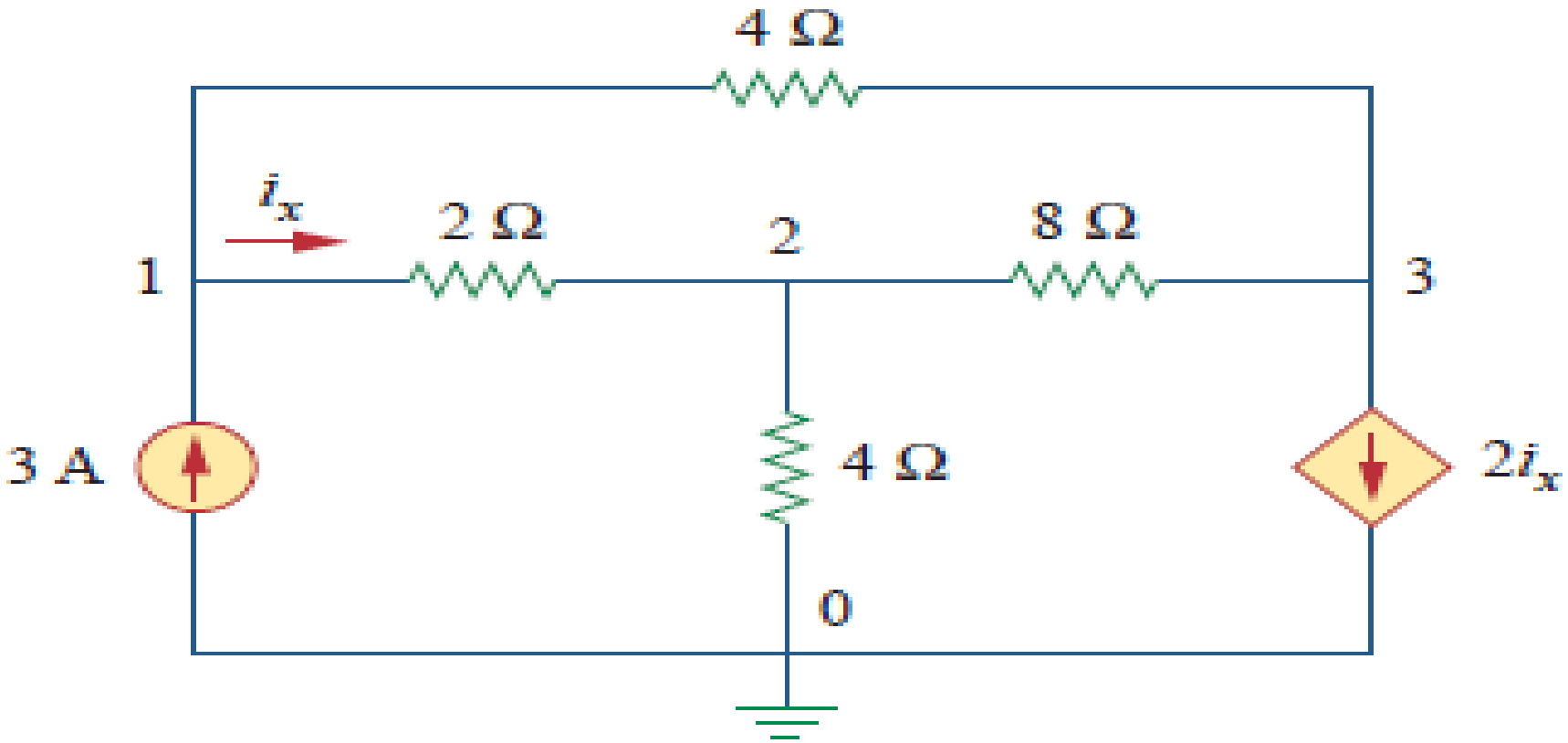
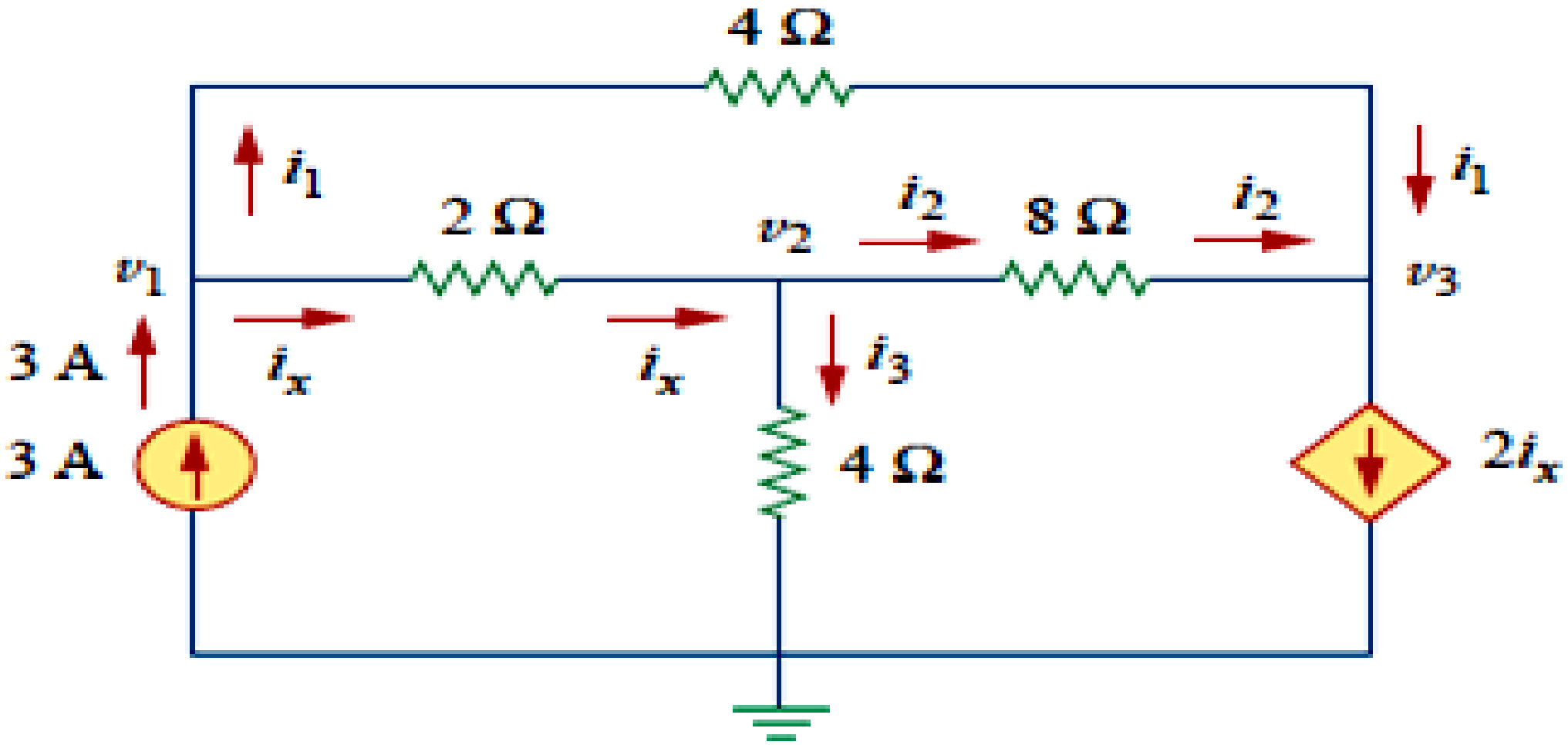


Fig. 3.5(a).

الحل:

تحتوي الدارة في هذا المثال على ثلاث عقد غير مرجعية، سنحدد توترات العقد الثلاث واتجاهات التيارات

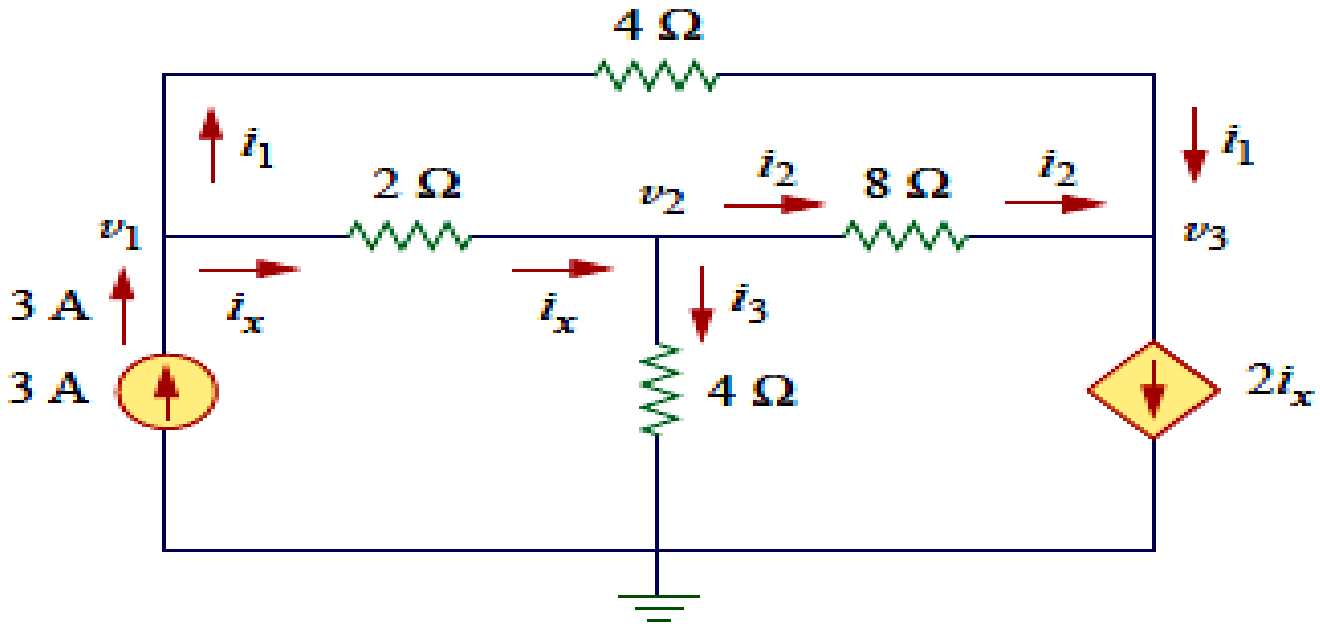



4 Ω
i_1
2 Ω
v_2
i_2
8 Ω
i_2
i_1
v_1
v_3
3 A
i_x
i_x
i_3
3 A
4 Ω
$2i_x$

At node 1,

$$3 = i_1 + i_x \quad \Rightarrow \quad 3 = \frac{v_1 - v_3}{4} + \frac{v_1 - v_2}{2}$$

$$3v_1 - 2v_2 - v_3 = 12 \qquad (3.2.1)$$



At node 2,

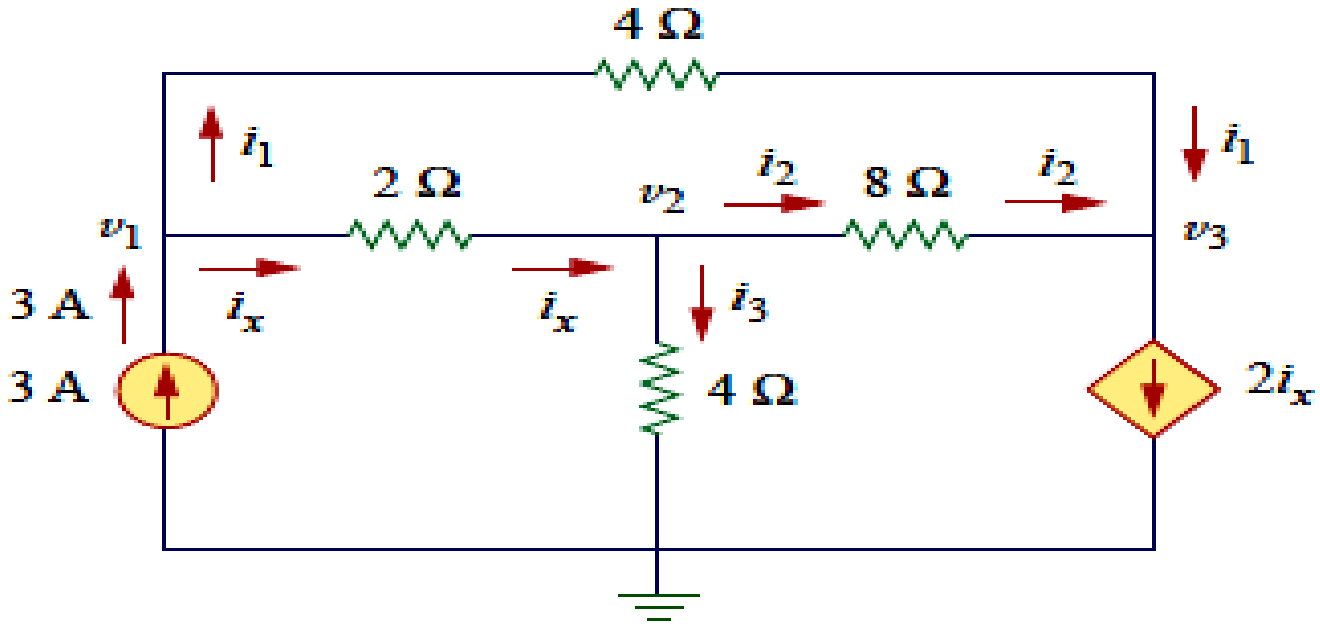
$$i_x = i_2 + i_3 \quad \Rightarrow \quad \frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{v_2 - v_3}{8} + \frac{v_2 - 0}{4}$$

$$-4v_1 + 7v_2 - v_3 = 0 \qquad (3.2.2)$$

At node 3,

$$i_1 + i_2 = 2i_x \quad \Rightarrow \quad \frac{v_1 - v_3}{4} + \frac{v_2 - v_3}{8} = \frac{2(v_1 - v_2)}{2}$$

$$2v_1 - 3v_2 + v_3 = 0 \qquad \textbf{(3.2.3)}$$



$$3v_1 - 2v_2 - v_3 = 12 \qquad (3.2.1)$$

$$-4v_1 + 7v_2 - v_3 = 0 \qquad (3.2.2)$$

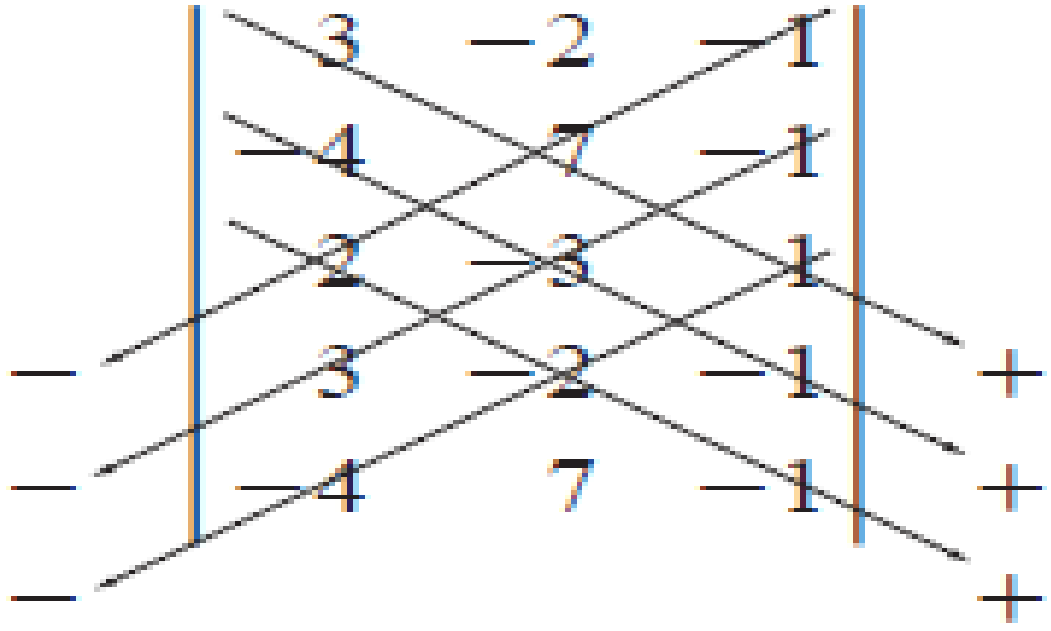
$$2v_1 - 3v_2 + v_3 = 0 \qquad (3.2.3)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 7 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (3.2.6)$$

From this, we obtain

$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \qquad v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \qquad v_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 7 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} =$$



$$= 21 - 12 + 4 + 14 - 9 - 8 = 10$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 12 & -2 & -1 \\ 0 & 7 & -1 \\ 0 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 84 + 0 + 0 - 0 - 36 - 0 = 48$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 12 & -1 \\ -4 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 + 0 - 24 - 0 - 0 + 48 = 24$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 12 \\ -4 & 7 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 144 + 0 - 168 - 0 - 0 = -24$$

Thus, we find

$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{48}{10} = 4.8 \text{ V},$$

$$v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{24}{10} = 2.4 \text{ V}$$

$$v_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-24}{10} = -2.4 \text{ V}$$

We now use *MATLAB* to solve the matrix. Equation (3.2.6) can be written as

$$\mathbf{AV} = \mathbf{B} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$$

where **A** is the 3 by 3 square matrix, **B** is the column vector, and **V** is a column vector comprised of v_1, v_2, and v_3 that we want to determine. We use *MATLAB* to determine **V** as follows:

```
>>A = [3  -2  -1; -4  7  -1; 2  -3  1];
>>B = [12  0  0]';
>>V = inv(A) * B
```

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 4.8000 \\ 2.4000 \\ -2.4000 \end{bmatrix}$$

Thus, $v_1 = 4.8$ V, $v_2 = 2.4$ V, and $v_3 = -2.4$ V, as obtained previously.

Practice Problem 5.2

Find the voltages at the three nonreference nodes in the circuit of Fig. 3.6.

Answer: $v_1 = 80\ \text{V}, v_2 = -64\ \text{V}, v_3 = 156\ \text{V}.$

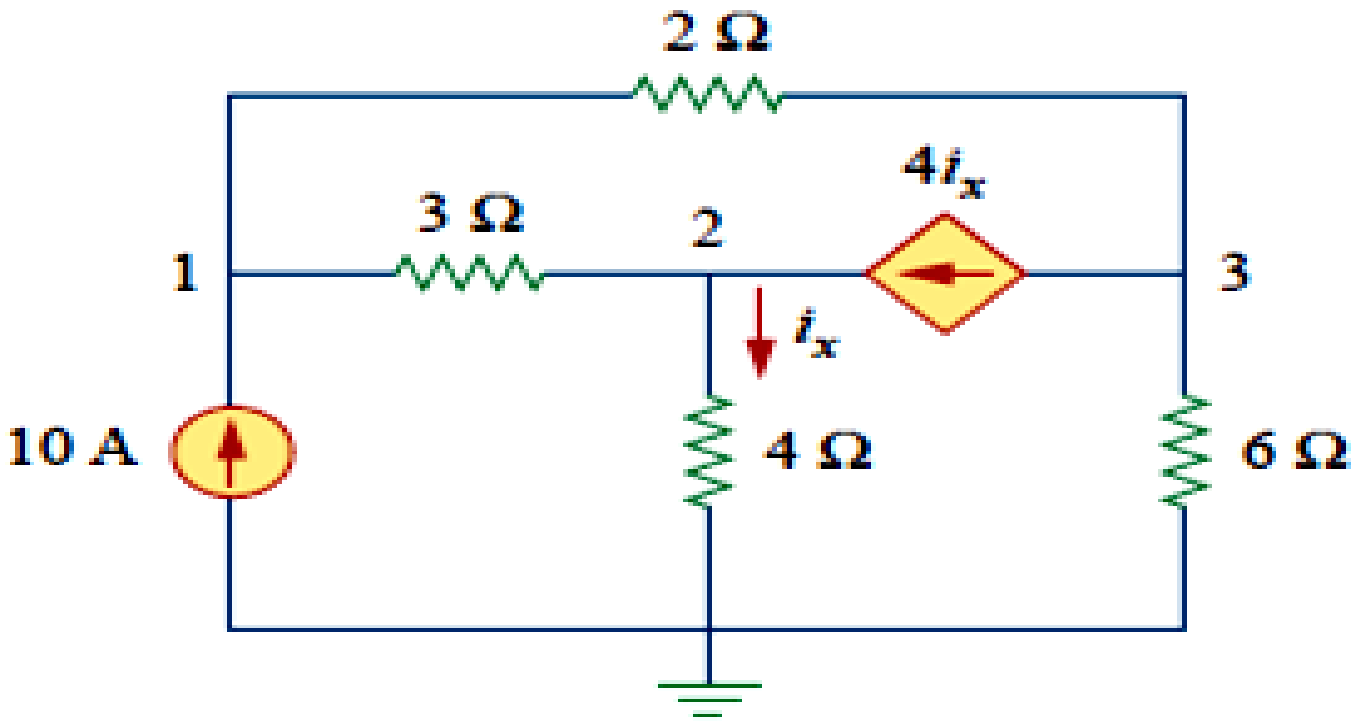
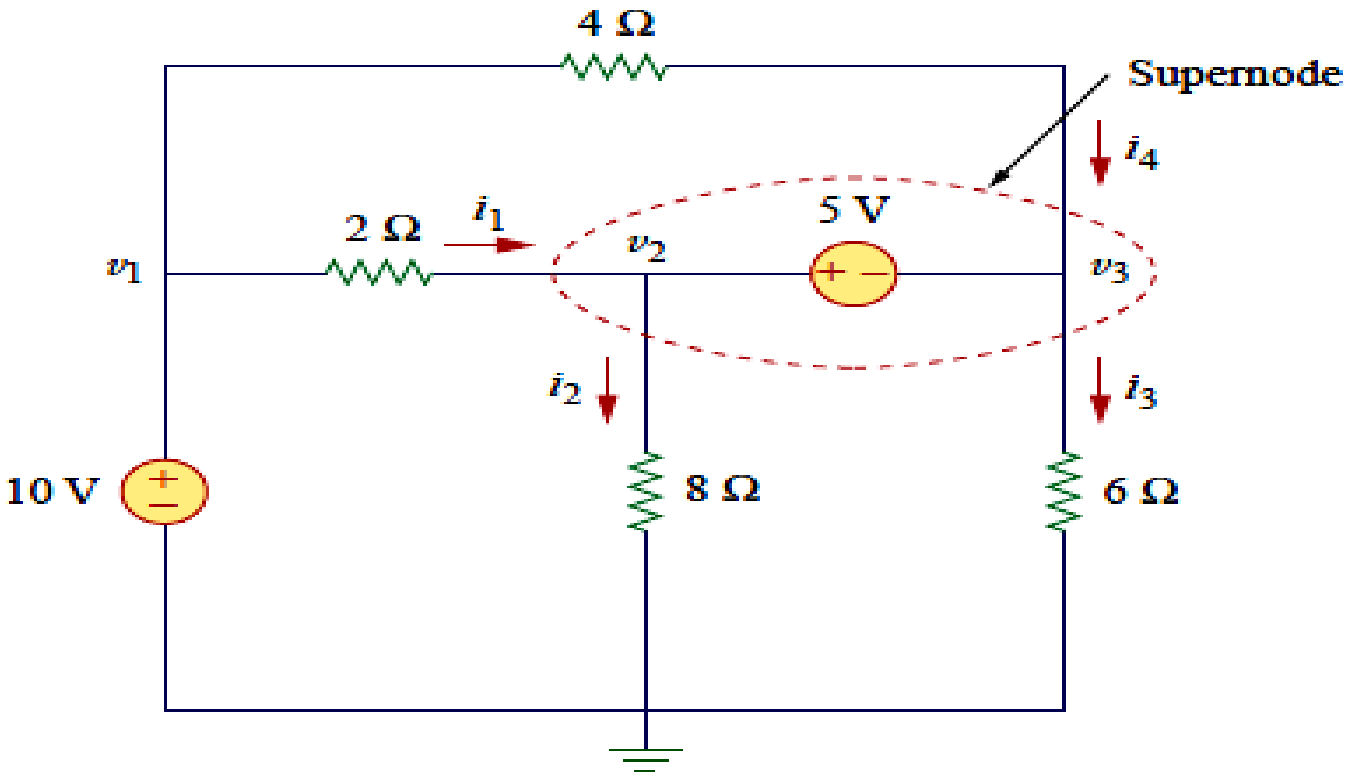


Figure 3.6

Important note:

إذا كان منبع التوتر (المستقل أوغير المستقل) موصولا بين عقدتين غير مرجعيتين، فإن العقدتين غير المرجعيتين تشكلان عقدة عامة أو **supernode**؛ ونطبق كلا قانوني كيرشوف **KCL** و **KVL** لتحديد توترات العقد.



Example 5.3

أوجد توترات العقد في الدارة المبينة في الشكل ٣,٩.

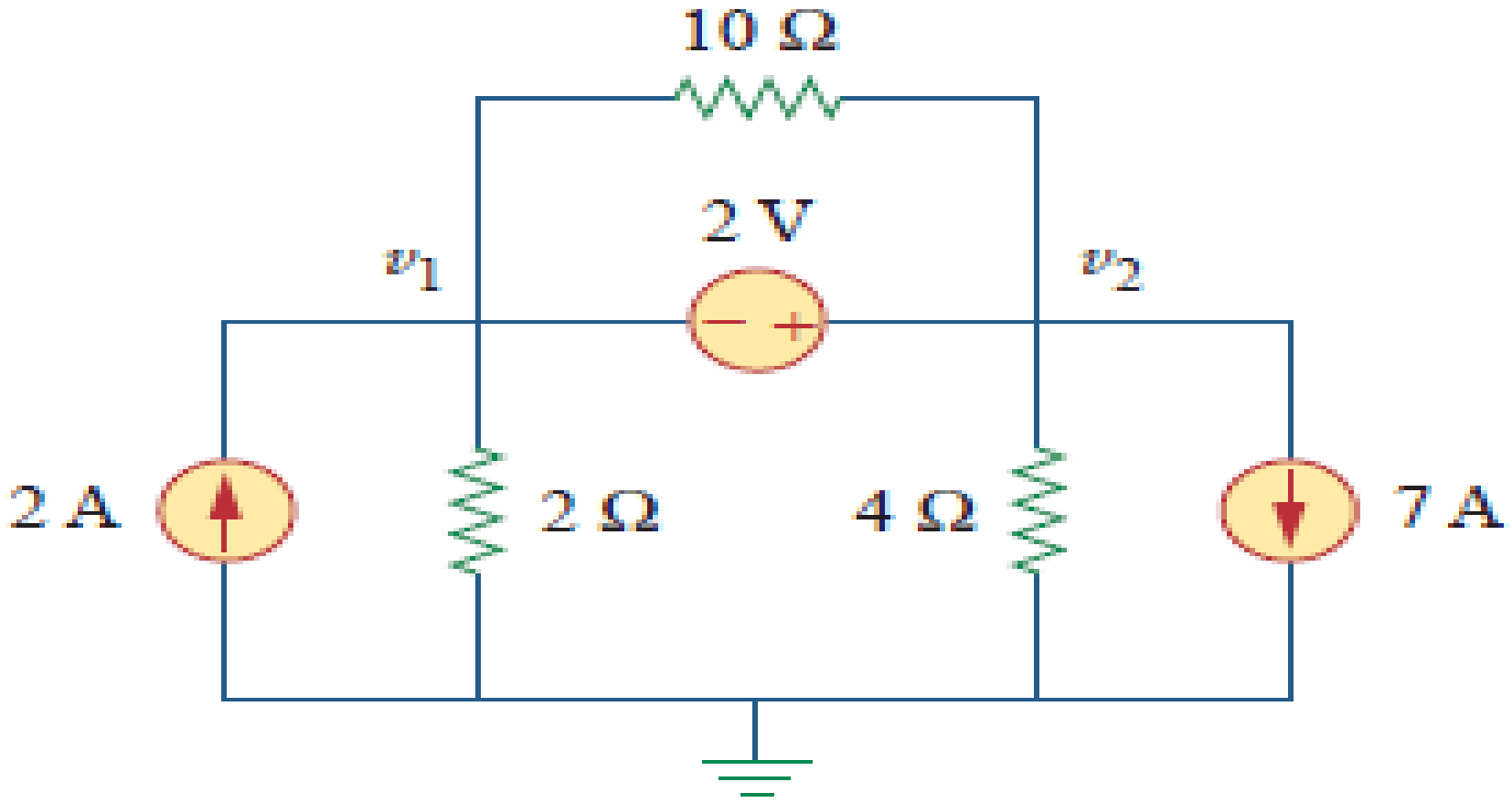


Figure 3.9

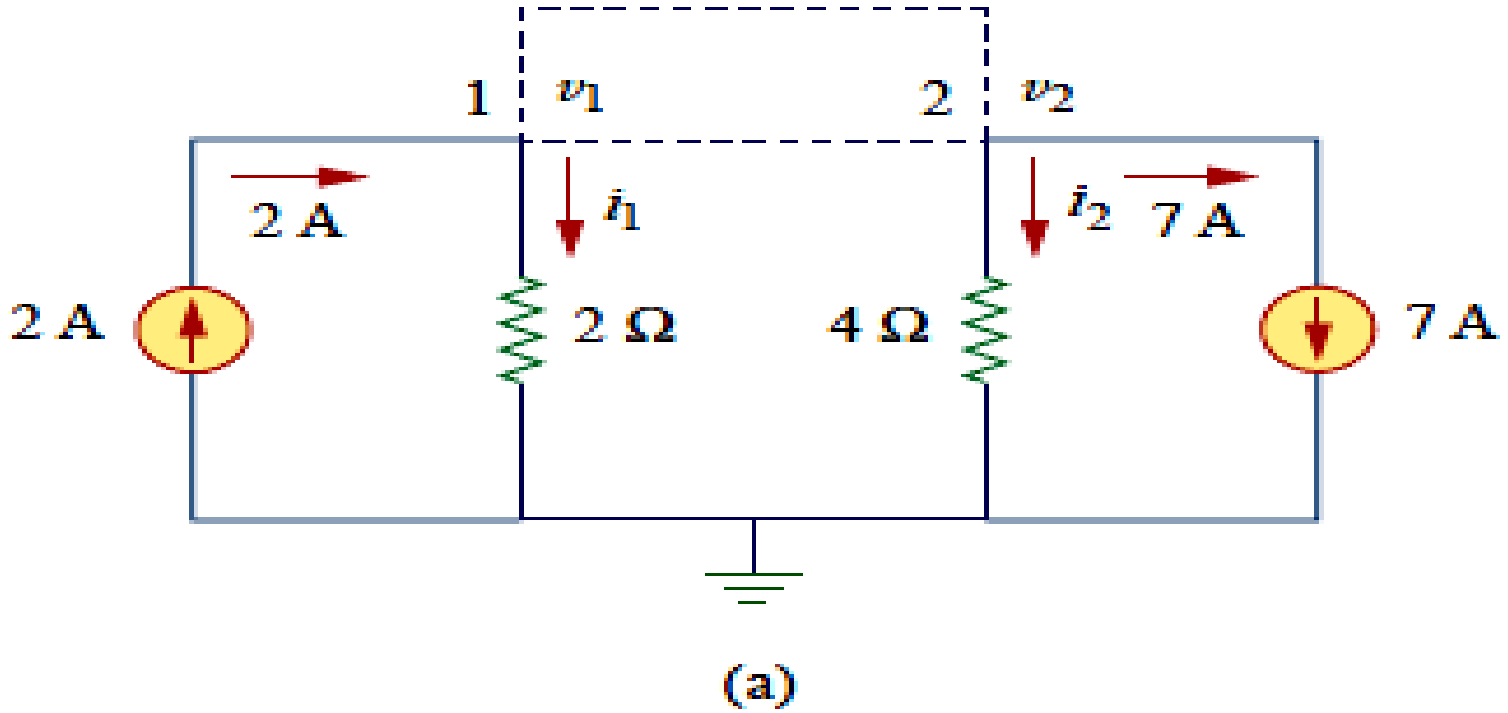
الحل:

العقدة العامة supernode تشمل منبع توتر 2V والعقدتين ١ و ٢ والمقاومة ١٠ أوم.
سنطبق قانون كيرشوف بالتيار على العقدة العامة كما هو مبين بالشكل 3.10(a).

$$2 = i_1 + i_2 + 7$$

سنكتب i_1 و i_2 بدلالة توترات العقد:

$$2 = \frac{v_1 - 0}{2} + \frac{v_2 - 0}{4} + 7$$



(a)

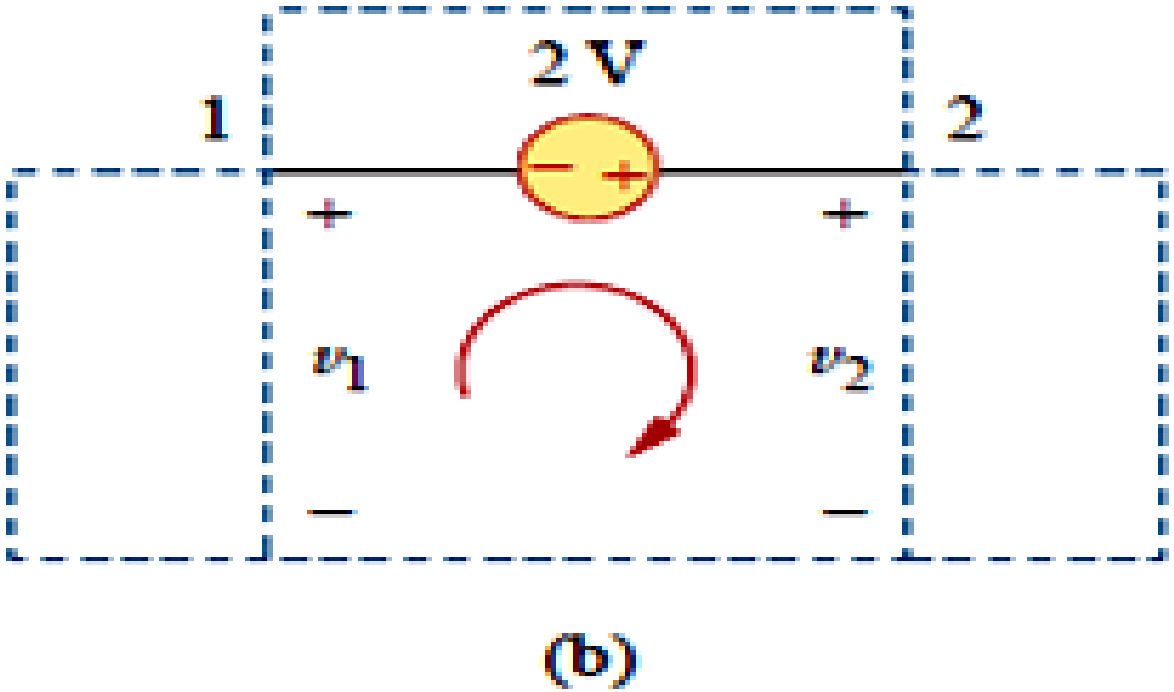
$$\Rightarrow \qquad 8 = 2v_1 + v_2 + 28$$

$$\boxed{v_2 = -20 - 2v_1} \qquad (3.3.1)$$

لمعرفة العلاقة بين v_1 و v_2 . نطبق قانون كيرشوف بالتوتر على الدارة حول الحلقة كما في الشكل 3.10(b) فنحصل على:

$$-v_1 - 2 + v_2 = 0 \qquad \Rightarrow$$

$$\boxed{v_2 = v_1 + 2} \qquad (3.3.2)$$



(b)

From Eqs. (3.3.1) and (3.3.2), we write

$$v_2 = v_1 + 2 = -20 - 2v_1$$

$$3v_1 = -22 \quad \Rightarrow$$

$$v_1 = -7.333 \text{ V}$$

$$v_2 = v_1 + 2 = -5.333 \text{ V}.$$

Note that the 10-Ω resistor does not make any difference because it is connected across the supernode.

Practice Problem 5.3

Find v and i in the circuit of Fig. 3.11.

Answer: -0.6 V, 4.2 A.

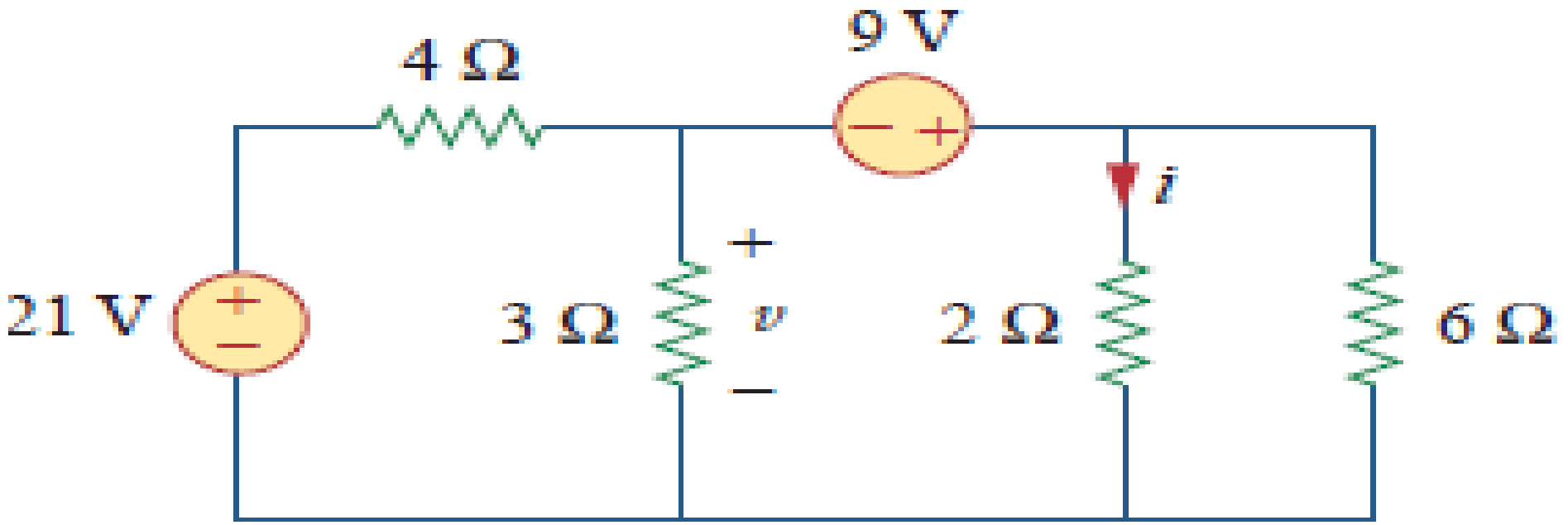


Figure 3.11

END OF LECTURE