التمرين الأول: اكتب بالشكل الأسي كلاً من الأعداد العقدية الآتية:

١- $Z=(1+I)\sqrt{3}.e^{\frac{\pi}{3}i}$

٢- $Z=1+e^{2\theta i}\ ;\theta \in \left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$

٣- $Z=\left(\frac{1-\sqrt{3}i}{1+i}\right)^5$

٤- $Z=(\sqrt{2}+\sqrt{2}i)(\cos\frac{\pi}{2}-i\sin\frac{\pi}{3})$

٥- $Z=(1+i\sqrt{3})^4.(\sqrt{3}+i)^5$

التمرين الثاني: لتكن الأعداد العقدية الممثلة بالنقاط:

$$Z_A = 3\,, Z_B = 1+2i\,,\ Z_C = -1+2i$$

١- مثّل النقاط في معلم متجانس.

٢- أوجد Z_N صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

٣- أوجد Z_R ليكون الرباعي OCNR متوازي أضلاع.

٤- أثبت تعامد المستقيمين AB وOR وأثبت أن OR=$\frac{1}{2}AB$.

التمرين الثالث: ليكن $\alpha = e^{\frac{2\pi}{3}i}$، احسب $(\alpha-1)(1+\alpha+\alpha^2)$

ثم استنتج أن $1+\alpha+\alpha^2=0$

التمرين الرابع: ليكن لدينا كثير الحدود: $P(Z)=Z^3-3Z^2+3Z+7$

١- أثبت أن P(-1)=0.

٢- اكتب P(Z) بالشكل: P(Z)=(Z+1)Q(Z).

٣- حل المعادلة P(Z)=0.

٤- A وB وC ثلاث نقاط تمثل حلول المعادلة، أثبت أن المثلث ABC متساوي الأضلاع.

التمرين الخامس: ليكن لدينا: $Z^3-2(2+i)Z^2+(5+8i)Z-10i=0$.

١- حل في C المعادلة إذا علمت أنها تقبل حلاً تخيلياً بحتاً.

٢- لتكن A،B،C تمثل حلول المعادلة، أثبت أن A,B,C,O تشكل رؤوس متوازي أضلاع بعد تمثيل النقاط في معلم متجانس.

التمرين السادس: لتكن لدينا الأعداد العقدية:

$$Z_1 = 1+i\,,\ Z_2 = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right), Z_1 = -\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}.$$

١- اكتب Z_1وZ_2وZ_3 بالشكل الأسي.

٢- مستفيداً من الطلب السابق، أثبت أن $\left(\frac{(Z_1)^2}{(Z_2)^3(Z_3)^6}\right)$ تخيلي بحت.

٣- أوجد $Z_1.Z_2$ جبرياً ومثلثياً واستنتج $\sin\frac{11\pi}{12}$.

التمرين السابع: ليكن العدد العقدي $w=\frac{2+\bar{z}}{1+\bar{z}}$ حيث Z≠-1.

١- عيّن مجموعة النقاط $w(Z)$ التي تجعل w حقيقياً.

٢- عيّن مجموعة النقاط $w(Z)$ التي تجعل w تخيلياً بحتاً.

التمرين الثامن: لتكن النقطتان $G(2+3i)$ و $H(1+(2+\sqrt{2}i))$.

١- أوجد العدد العقدي الممثل للنقطة M صورة النقطة G وفق التناظر المحوري الذي محوره OX.

٢- ليكن R الدوران الذي مركزه $\rho(1+2i)$ والمحقق لـ R(G)=H.

احسب قياس الزاوية $\overrightarrow{\rho G},\overrightarrow{\rho H}$ واستنتج الصيغة العقدية للدوران R.

التمرين التاسع: ليكن لدينا في المستوي العقدي النقاط A,B,C,D التي تمثل الأعداد العقدية.

$a=\sqrt{3}+i$, $b=-a$, $c=\sqrt{3}+3i$, $d=\bar{c}$

١- احسب $\frac{a-d}{a-c}$ وماذا تستنتج.

٢- وضع النقاط A,B,C في شكل ثم احسب النسبة $\frac{c-a}{c+a}$ ثم احسب قياس الزاوية $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AC})$.

٣- عيّن العدد العقدي n الممثل بالنقطة N التي تجعل ACBN متوازي أضلاع.

التمرين العاشر: نتأمل في معلم متجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A,B الممثلتين بالعددين العقديين: $a=3+3i$ $b=3-3i$.

١- بيّن أنّ a,b هما جذرا المعادلة: $Z^2-6Z+18=0$ في C.

٢- اكتب a,b بالشكل المثلثي ثم استنتج أن: $a^4+b^4+342=0$.

٣- أوجد الصيغة العقدية للانسحاب T الذي شعاعه $\overrightarrow{OA}$.

٤- بيّن أنّ العدد العقدي الذي يمثل 'B صورة B وفق الانسحاب T هو b'=6.

٥- بيّن أنّ النسبة $\frac{b-b'}{a-b'}=i$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث (ABB').

٦- بيّن أنّ الرباعي (OAB'B) مربع.

التمرين الحادي عشر:

١- أوجد بالشكل الأسي حلول المعادلة $Z^3=i$.

٢- حل في C المعادلة $2iZ+\bar{z}=3+3i$.

٣- بفرض أنّ u≠1 وأنّ العدد $w=\frac{z-u\bar{z}}{1-u}$ حقيقي، أثبت أنّه إمّا Z حقيقي أو $|u|=1$.

٤- حل في C المعادلة $Z^2+(1+4i)Z-5-i=0$

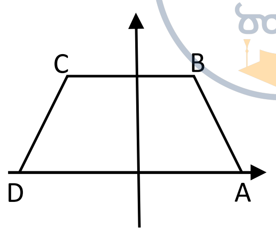
التمرين الثاني عشر: لتكن النقطتان A,B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية 3-2i و ٢ على الترتيب.

مثّل في كل من الحالتين الآتيتين مجموعة النقاط M(z) التي تحقق:

١- $\left|\frac{z-3+2i}{\bar{z}-2}\right|=1$

٢- $|z-3+2i|=|3+4i|$

التمرين الثالث عشر: في الشكل المجاور مثلثٌ في معلم متجانس نصف مسدس منتظم ABCD النقاط A,B,C,D تمثلهما الأعداد العقدية a,b,c,d على الترتيب.



١- إذا علمت أنّ a=2، أوجد الأعداد العقدية b,c,d

٢- احسب $\arg(\frac{d-c}{a-c})$ ثم استنتج نوع المثلث ACD.

انتهت الأسئلة