

Fundamental of Math

Week 10

Telegram : @azizhelp

System of equation in three variables

طريقة حل معادلات بثلاث متغيرات ..

مثال:

$$١ \quad 2x - y - 4z = -12$$

$$٢ \quad 2x + y + z = 1$$

$$٣ \quad x + 2y + 4z = 10$$

كيف نقوم بحل هذه المعادلات؟

عن طريق تقليص عدد المتغيرات بالتدرج إلى أن نصل إلى الحل ، وذلك باختيار أي معادلتين حين نقوم بجمعهم مع بعضهم سنتمكن من التخلص من أحد المتغيرات ..

ملاحظه: آلية اختيار أي معادلتين لجمعهم هو أن يكون أحد المتغيرات في المعادله + والآخر - مع تشابه المعامل حتى نتمكن من حذفه.

لحل مثل هذه الإنظمه أولاً: يجب علينا التفكير في طريقة تجعل المعادله بمتغيرين ولعمل ذلك نقوم بجمع المعادله الأولى مع المعادله الثانيه :

$$2x - y - 4z = -12$$

+

$$2x + y + z = 1$$

$$٤ \quad 4x \quad -3z = -11$$

الآن سنقوم بعملية أخرى للتخلص من متغير آخر بجمع المعادلتين الأولى والثالثه

$$2x - y - 4z = -12$$

$$x + 2y + 4z = 10$$

ولأتمام عملية الجمع يجب أن نجعل أحد المتغيرات بالسالب والآخر بالموجب مع تشابه المعامل ..

لذا نحتاج إلى ضرب المعادله الأولى بـ 2 للتخلص من المتغير y

$$(2x - y - 4z = -12) \cdot 2$$

لتصبح:

$$4x - 2y - 8z = -24$$

الآن نقوم بعملية الجمع :

$$4x - 2y - 8z = -24$$

+

$$x + 2y + 4z = 10$$

$$5x - 4z = -14$$

الآن نقوم بجمع المعادلتين ٤ و ٥ لحذف أحد المتغيرات حتى يصبح لدينا متغير واحد :

$$5x - 4z = -14$$

+

$$4x - 3z = -11$$

لأتمام هذه العملية نحتاج أن نضرب المعادله الأولى بـ 4- والثانيه بـ 5

حتى يصبح الـ x $20x$ & $-20x$

$$4 \cdot -20x + 15z = 55$$

$$5 \cdot 20x - 16z = -56$$

$$-1z = -1$$

$$z = 1$$

الآن نقوم بأخذ x بالتعويض في المعادله الرابعه لتصبح نتيجة x

$$x = -2$$

والآن أصبح من السهل التعويض في أي معادله لأستنتاج قيمة الـ y

$$\text{وبعد التعويض: } y = -2$$

$$\text{النتيجة: } (x, y, z) = (-2, 4, 1)$$

مثال آخر :

$$١ \quad 4x - y - z = 6$$

$$٢ \quad 2x + y + z = -3$$

$$٣ \quad 6x - 3y - 2z = 9$$

كيف نقوم بحل هذه المعادلات؟

عن طريق قلب عدد المتغيرات بالتدرج إلى أن نصل إلى الحل ، وذلك باختيار أي معادلتين حين نقوم بجمعهم مع بعضهم سنتمكن من التخلص من أحد المتغيرات ..

ومن الملاحظ في المعادلات السابقة أنه إذا أخترنا المعادله الأولى وجمعناها مع المعادله الثانيه سنتمكن من التخلص من المعامل z والمعامل y أيضا

$$4x - y - z = 6$$

+

$$2x + y + z = -3$$

$$6x \quad \quad = 3$$

الآن ظهرت لنا معادله رابعه وهي : $6x = 3$

ذات متغير واحد وهو x ويمكننا حلها بحيث أن

$$6x = 3$$

$$x = \frac{1}{2}$$

الآن كشفنا أحد المتغيرات وهو الـ $x = \frac{1}{2}$

نقوم بالتعويض عن الـ x في أحد المعادلات السابقه

في المعادله الثانيه :

$$2x + y + z = -3$$

نعوض عن قيمة x

$$2\left(\frac{1}{2}\right) + y + z = -3$$

$$1 + y + z = -3$$

$$y + z = -4$$

وفي المعادله الثالثه :

$$6\left(\frac{1}{2}\right) - 3y - 2z = 9$$

$$3 - 3y - 2z = 9$$

$$-3y - 2z = 9 - 3$$

$$-3y - 2z = 6$$

الآن أصبحت لدينا معادلات جديده وهي :

$$y + z = -4$$

$$-3y - 2z = 6$$

وللتخلص من أحد المتغيرات نقوم أولاً بضرب المعادله الأولى بـ 3 حتى نتمكن من التخلص من المتغير y

ونتذكر أن ما نقوم بضربه بأحد أطراف المعادله يجب أن يتم في جميع أطراف المعادله :

$$(3) \quad y + z = -4$$

لتصبح:

$$3y + 3z = -12$$

الآن نقوم بجمع المعادله السادسه مع المعادله الخامسه للتخلص من المتغير y:

$$-3y - 2z = 6$$

+

$$3y + 3z = -12$$

$$z = -6$$

الآن عرفنا أن

$$x = \frac{1}{2}$$

$$z = -6$$

بقي أن نعوض عنهم في أحد المعادلات لنستنتج ماهي قيمة y

$$y + z = -4$$

المعادله الرابعه تبدو الأسهل في التعويض:

$$y - 6 = -4$$

$$y = -4 + 6$$

$$y = 2$$

إذن فإن الحل الأخير للمعادله هو :

$$\left(\frac{1}{2}, 2, -6\right)$$

يجب مراعاة ترتيب الحل بالأبجدي $x y z$

لا تخلو الإمتحانات من مثل هذه المعادلات ..

لذا يجب مراعاة مايلي:

- ١- إذا تخلصنا من أحد المتغيرات في المعادله تظهر لنا معادله رابعه تساعد جدا في الحل .
- ٢- إذا ضربنا أحد أطراف المعادله يجب ويجب ضرب الطرف الآخر .
- ٣- يجب مراعاة الإشارات وأخذ بالإعتبار علامة المتغير.