ماده مبادئ الاحصاء

محاضرة ١

تعريف علم الاحصاء :

هو العلم أو مجموعة القواعد والطرق والنظريات التي تهتم بجمع البيانات وتبويبها وعرضها بيانياً ثم تحليلها وتفسيرها وإجراء المقارنات واستنتاج العلاقات بهدف استخدامها في اتخاذ القرارات المناسبه .

من هذا التعريف يمكن أن تستنتج عدد من الملاحظات وهي:

١/ان المراحل الاساسيه للعملية الإحصائية هي ٤ مراحل:

أ- جمع البيانات.

ب- تبويب البيانات .

ت- العرض البياني للبيانات .

ج- تحليل البيانات.

٢/الهدف الأساسي من العملية الإحصائية هو تحليل البيانات وتفسيرها.

٣/يمكن تطبيق عملية الإحصاء في مختلف المجالات.

٤/ان البيانات هي المجال الرئيسي لمراحل علم الإحصاء .

أنواع البيانات:

البيانات الوصفية		البيانات الكميه	
بيانات وصفيه اسميه مثل تصنيف المواليد(ذكور،إناث)وتصنيف أماكن تواجد الإدارات (الشرقية، الوسطى) نصفها بالاسم..	بيانات وصفيه ترتيبية مثل التقديرات (ممتاز،جيد) بمعنى إنها ترتب الممتاز في الأول ثم الجيد جدا ثم الجيد وهكذا.	بيانات كميه متصلة وهي التي تأخذ جميع القيم داخل نطاق معين مثلا (أعمار عمال مصنع ٢٠إلى٦٠) يعني قبل العشرين المصنع ما يوظف وبعد ال٦٠ عادة التقاعد ،فالقيم هنا ما بين ال٢٠ وال٦٠	بيانات كمية منقطعة وهي التي تأخذ قيماً منقطعة عن بعض مثلا عدد أفراد الأسر (أسره أفرادها ٤ وأسرة أفرادها ٨ وهكذا)وممكن لا يكون هناك أسرة عدد أفرادها ما بين ال٤ وال٨، اذا البيانات هنا منقطعة

والبيانات الكميه يعبر عنها بأرقام، ويمكن ترتيبها تصاعدياً وتنازلياً ،وكذلك يمكن إجراء العمليات الحسابية عليها...

محاضرة ٢

جمع البيانات:

- هي المرحلة الأولى من مراحل علم الإحصاء وهي المرحلة الأساسية والمهمة.
- تعتبر أكثر تكلفة وأكثر جهد.
- يُنشأ لها أجهزة ومؤسسات متخصصة.

مصادر البيانات:

المصدر الاول/ المصادر التاريخية:

وتشمل الإحصاءات والنشرات الإحصائية التي تصدرها المؤسسات الحكومية والخاصة والأهلية لتبين أوجهة التغير والتطور في المجال الذي تختص بة هذة المؤسسات.

وهذة البيانات هي من مسئولية هذة الشركة أو المؤسسة.

ونلاحظ على هذا المصدر ٤ ملاحظات:

١) عدم توفر جميع البيانات.(لا تغطي جميع أوجه البحث)

٢) قد تكون قديمة.(لم تحدث)

٣) قد تكون غير دقيقة،وقد تكون من جهة غير موثوق فيها(الغرض من البيانات الدعاية فقط).

٤) قد لاتكون البيانات المنشورة تغطي جميع جوانب البحث.

المصدر الثاني/المصادر الميدانيه للبيانات:

يلجأ الباحث لجمع البيانات بنزوله للميدان يبحث هو أو عن طريق الاستبيانات الخاصة بذلك يحصل منهم على البيانات مباشرة،ويمكن ان يشمل أفراد أو أجزاء أو ان يشمل عينة من الإطار.

(يقوم هو بنفسه بجمع البيانات وتعبئه الاستبيانات)

اساليب البحث الميداني:

اذا قرر الباحث ان يبحث بنفسه فله أن يختار أسلوبين:

أ- الحصر الشامل .

ب- أخذ عينه.

المجتمع الاحصائى (الحصر الشامل):

وهو جميع المفردات التي يجمعها إطار معين ،أو مجموعة من الخصائص المشتركة العامة .(مثل عدد خلايا في شعبه)

يلاحظ علية:

١. الشمول

٢. تنوع المجتمعات الإحصائية(بشري،نباتي،حيواني)

٣. المجتمع الإحصائي قد يكون محدود أو غير محدود.(محدود بقاعه معينه بكلية وقد يكون غير محدود بمجتمع معين)

٤. جميع أفراد المجتمع يجمعهم أطار معين وخصائص معينة.(اذا كنت ناوي اعمل بحث اعمل في مجتمع أو في أُناس يمتلكون نفس الخصائص).

مزايا المصدر الشامل:

1. **يوفر المعلومات الدقيقة عن جميع الأفراد.**
2. **نتائجه نهائية ، لأن نتائجه مأخوذة بدقة ،ولسنا مطالبين بالتعديل.**

عيوبه:

1. **طول الوقت.**
2. **جهود كبيرة.**
3. **تكاليف كبيرة.**
4. **في بعض الحالات قد يؤدي إلى تلف جميع مكونات المجتمع.**

٢- اخذ عينه:

نختار جزء من المجتمع لأخذ عينات وعمل البحث.

مزاياه:

١.توفير الوقت والجهد.

٢.يوفر عليك عملة الإتلاف .وتعمل على جزء معين.

عيوبه:

١.عدم دقة النتائج.(قد يكون لديك ٣ آلاف طالب وأنت تعمل البحث على ١٠٠ طالب ،فالمعلومات هنا قد لا تكون دقيقة).

٢.قد لا تكون نهائية.

٣.العينات لا تصلح في بعض الحالات.

محاضرة ٣

العرض ألجدولي للبيانات الوصفي :   يجب أن يكون لكل جدول عنوان يحدد صفاته.

في حالة بيانات وصفية لظاهرة:

ألوان سيارات 20 طالبا:

ابيض . اسود .ازرق . احمر . ذهبي . اسود . ازرق . فضي . ابيض . ذهبي. احمر . ذهبي اسود . أبيض

أللون	العلامات	عدد السيارات
أبيض	\ \\\\	6
اسود	\\\\	4
ازرق	\\\	3
احمر	\\	2
ذهبي	\\\	4
فضي	\	1
المجموع		20

قانون التكرار المئوي = $\frac{\text{التكرار}}{\text{مجموع التكرارت}}$

ألون	التكرار (ك)(f) عدد السيارات	التكرار المئوي	التكرار النسبي
ابيض	6	0.3	30%
اسود	4	0.2	20%
ازرق	3	0.15	15%
احمر	2	0.1	10%
ذهبي	4	0.2	20%
فضي	1	0.05	5%
المجموع	20	يجب ان يكون ١	100

التكرار النسبي = 100 $\frac{F}{\text{مجموع التكرار}}$

في حالة بيانات وصفية لظاهرتين:

التعليم / الحالة الاجتماعية	أمي	يقرأ او يكتب	حاصل على الابتدائي	المجموع
أعزب	3	5	7	15
متزوج	8	7	5	20
أرمل	4	3	2	9
مطلق	4	2	----	6
المجموع	19	17	14	50

محاضرة ٤

العرض ألجدولي للبيانات الكمية

i.العرض البيانات الكمية المتقطعة

فعند دراسة عدد أفراد (٢٠) أسره حصل الباحث على الإعداد ألأتيه:

5 .3 .6 . 4 . 7 . 2 . 6 . 3 . 4 . 3 . 3 . 6 . 4 . 2 . 5 .7 . 4 . 6 .

التكرار عدد الاسرة	العلاقات	حجم الأسرة
2	\\	2
5	\\\\\	3
4	\\\\	4
3	\\\	5
4	\\\\	6
2	\\	7
20		

عرض البيانات الكميه المتصلة:

دراسة لأعمار (٣٠) مراجعا لأحد المراكز الصحية حصل الباحث على الأرقام التالية :

20. 16 .5 . 18 . 23 . 6 . 26 . 10. 17 . 12 . 20 . 17 . 9 . 4 . 9 . 19 . 21 . 15. 10 . 8 . 22 . 27 . 9 .
18 . 13 . 11 . 23 . 19 . 16 . 14 .

هنا لابد من تكوين الفئات أو المجموعات التي تدرج تحتها الأرقام السابقة وتصميم الفئات مسألة راجعه للباحث ويمكن أن نسترشد بالمدى وهو الفرق بين أعلى قيمه واقل قيمة.

المدى= اكبر رقم – اصغر رقم	D = M-m

27-4 = 23

ثم يقسم على عدد الفئات لنعرف طول الفئة
الباحث من يحدد عدد الفئات أو المجموعات وكذلك طولها
طول الفئة يجب ان يكون عدد صحيح

4= 3,8 = 6 ÷23

طول الفئة = الحد الأعلى – الحد الأدنى
8- 4= 4

في منهجنا سوف نعتمد على طول الفئة يكون منتظم
أشارة(ــــ) تعني اقل من الرقم الذي بعدها مثال (٨ــــ٤)

يجب في حساباتنا ان يكون فيه خانتين بعد الفاصلة العشرية

الفئات	العلامات	التكرار	التكرار المئوي	التكرار النسبي
4	\\\	3	,1	15%
8	\\ \\\\\	7	,23	32%
12	\\\\	4	.13	13%
16	\\\ \\\\\	8	,27	27%
20	\ \\\\\	6	,2	20%
24-28	\\	2	0,067	6.7%
		30		

محاضرة ٥

مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$ = $\frac{١٢}{٢}$ = ٦

ويرمز له بالرمز X

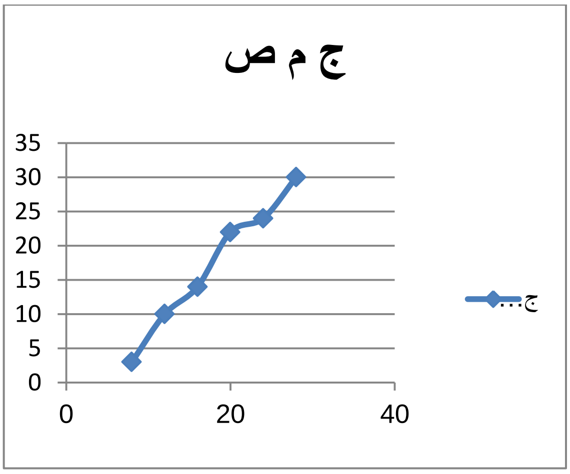
العرض البيـــــاني:-

الفئات	التكرار (X)	مركز الفئة (X)
4	3	6
8	7	10
12	4	14
16	8	18
20	6	22
24-28	2	26
	30	

١ـالجدول المتجمع الصاعد: ص١٠٦

هو جمع متتالي لتكرارات يبتدئ بأقل تكرار وينتهي بالمجموع الكلي لتكرارات.

الحدود العليا	ج م ص
أقل 8	3
أقل من 12	10
أقل من 16	14
أقل من 20	22
أقل من 24	28
أقل من 28	30

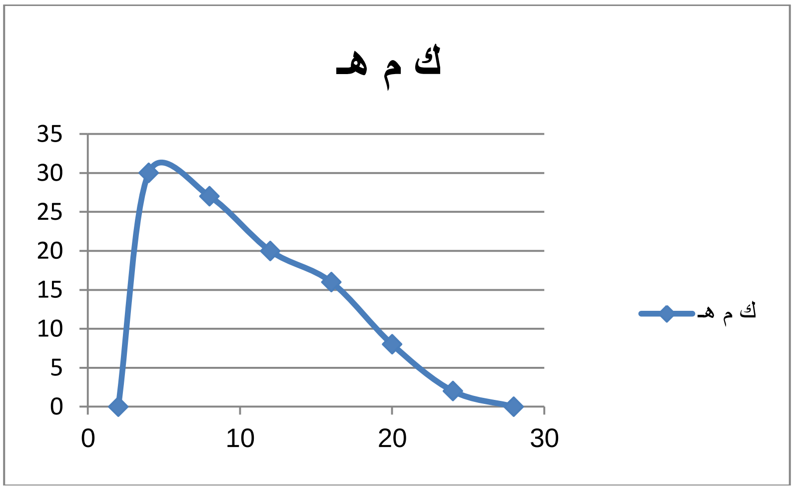


محاضرة ٦

٢-الجدول المتجمع الهابط:

هو طرح التكرارات من المجموع الكلي يبدأ من المجموع الكلي وينتهي بالصفر.

الحدود الدنيا للفئات



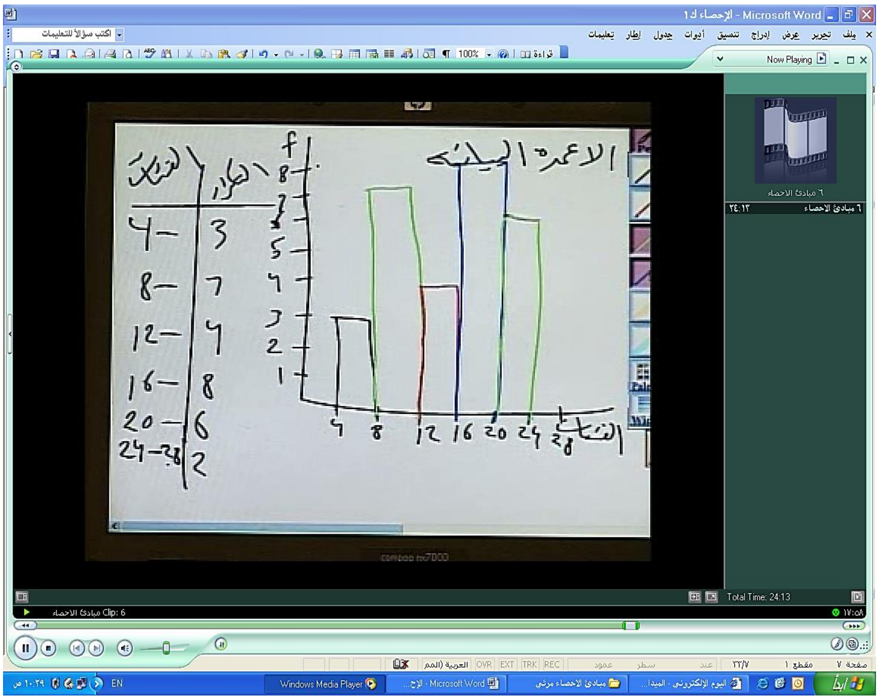
أكبر من	ك م هـ
2	
4	30
8	27
12	20
16	16
20	8
24	2
28	0

لايجاد حساب الجدول المتجمع الهابط :نطرح ناتج الجدول المتجمع الصاعد من المجموع الكلي

فنحصل على ناتج عدد جدول المتجمع الهابط ٣٠-٣ = ٢٧ ، ٣٠-١٠ =٢٠ ، ٣٠-١٤ = ١٦ ، ٣٠-٢٢ = ٨

٣-الأعمدة البيانية : ص٩٢

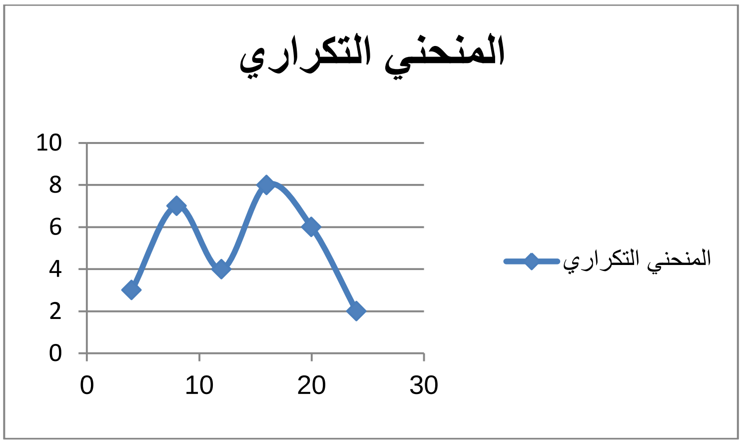
F	الفئات
3	4
7	8
4	12
8	16
6	20
2	24-28



المنحني التكراري: ص٩٩

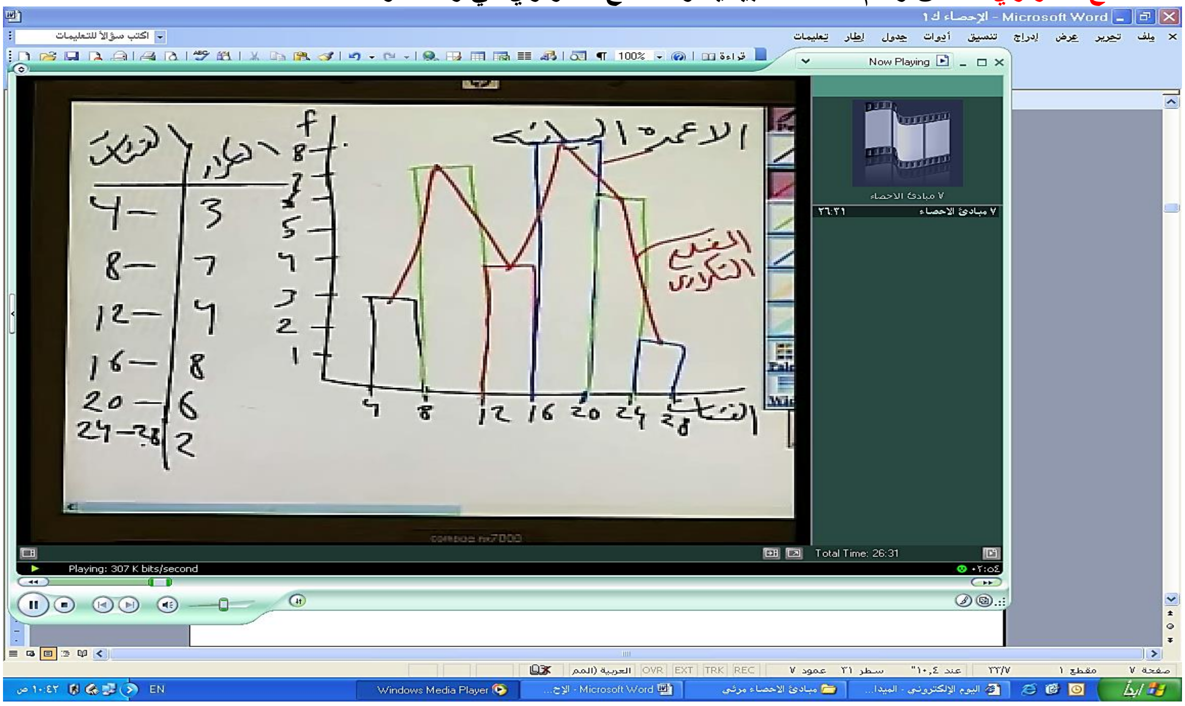
المنحنى و المضلع التكراري :هو منحنى يمثل العلاقة بين مراكز الفئات والتكرار F

(X)	(F)	
6	3	4
10	7	8
14	4	12
18	8	16
22	6	20
26	2	24-28



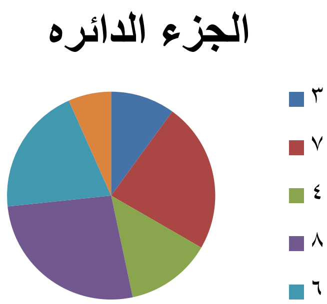
محاضرة ٧

المضلع التكراري: ممكن رسم الأعمدة البيانية والمضلع التكراري في رسمة واحدة



الفرق بين المنحنى والمضلع التكراري : المضلع عبارة عن زوايا حادة في الرسم.

المنحنى تأتي فيه الزوايا ممهدة ويمر الخط على النقاط فقط.



أجزاء الدائرة = 100 * $\frac{360}{\text{مجموع التكرارات}}$

12 = $\frac{360}{30}$ ← مجموع التكرارات

12 × F = جزء الدائرة

جزء الدائرة	F	الفئات
١٢*٣= 36	3	4
١٢*٧= 84	7	8
١٢*٤= 48	4	12
١٢*٨= 96	8	16
١٢*٦= 72	6	20
١٢*٢= 24	2	24-28
360	30	

المتـــوسطـــــــــات

الوسط الحسابي : ألقيمه التي حلت محل جميع القيم لم يتغير مجموعها. ($\overline{X}$)

١ ـ البيانات غير المبوبة : (تكون على شكل أرقام ٢ ، ٤ ، ٥ ، ٦)

مثال لغير المبوبة: لو فرضنى أن القيم (٢ . ٤ . ٦) كم الوسط الحسابي ؟

$$\overline{X} = \frac{\sum x}{n} \qquad = \frac{12}{3} = 4$$

N عدد القيم

٢ ـ المبوبة بدون فئات (على شكل قيم وتكرارات)

الفئات	(F)
5	2
10	3
15	8

٢ـ١ الوسط الحسابي للبيانات المبوبة بدون فئات (على شكل قيم وتكرارات)

مثال لأعمار بعض الطلاب المطلوب الوسط الحسابي

X العمر	F عدد	F X
13	7	91
14	11	154
15	7	105
	25	350

$$\overline{X} = \frac{\sum f\,x}{\sum f} \qquad \overline{X} = \frac{350}{25} = 14$$

المطلوب حساب المعدل التراكمي

المادة	X النقاط	F عدد الساعات	FX
الجزئي	3,5	3	10,5
الإحصاء	4,5	2	9
النحو	4	1	4
ألحاسبه	4	3	12
		9	35,5

FX= النقاط × عدد الساعات

10,5 =3×3,5

9 = 2×4,5

4 =1×4

12 = 3×4

$$\overline{X} = \frac{\sum f\,x}{\sum f}$$

$$\overline{X} = \frac{35{,}5}{9} = 3{,}94$$

محاضرة ٨

٢-٢ الوسط الحسابي للبيانات المبوبة على شكل فئات وتكرارات.

مثال / أساس السؤال في الامتحان

يعطيك الفئات والتكرارات ويطلب باقي الحسابات.

الفئات	التكرار
-2	4
-4	6
-6	3
-8	9
-10	4
12-14	4
المجموع	

ايجاد الوسط الحسابي وبطريقة الفئات المبوبة.

حسب القانون التالي:

$$\overline{X} = \frac{\sum f\ x}{\sum f}$$

مركز الفئة = الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة
٢

الفئات	التكرار	مركز الفئة (x)	مركز الفئات x عدد العمال F . x
-2	4	3	3x4=12
-4	6	5	5x6=30
-6	3	7	7x3=21
-8	9	9	9x9=81
-10	4	11	11x4=44
12-14	4	13	13x4=52
المجموع	30		240

الوسط الحسابي = $\overline{X} = \frac{240}{30} = 8$

خصائص الوسط الحسابي:

١- **مجموعه الانحراف عن الوسط الحسابي يساوي صفر** $\sum(x-\bar{x})=0$

x	$x-\bar{x}$
4	-2
6	0
8	2
	0

٢- **مجموع مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يكون اقل ما يمكن** $\sum(x-\bar{x})^2$

x	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^{-2}$
4	-2	4
6	0	0
2	2	4
	0	8

٣-**الخاصية الثالثة**

لو أجرينا العمليات الحسابية على جميع الأرقام فإن الوسط الحسابي الجديد هو الوسط الحسابي للأرقام الأصلية مع إجراء نفس عملية الحسابية.

X	X+2	2-X	2÷X	2÷X
4	6	2	8	2
6	8	4	12	3
8	10	6	16	4
6	8	4	12	3

ملاحظه حول الوسط الحسابي :

١- يحسب للبيانات الكمية فقط.
٢- تعريفه دقيق ويعطي في واحده فقط.
٣- يسهل التعامل من جبريا.
٤- جميع الأرقام تدخل في حساب الوسط الحسابي.
٥- يتأثر الوسط الحسابي بالقيم الشاذة.
لا يمكن حسابه في ظل وجود خانات مفتوحة.

المــتوسـطـات

(مقاييس النزعة المركزية)

المتوسطات هي : ١ـ الوسط الحسابي ٢ـ الوسيط ٣ـ الوسط الهندسي ٤ ـ الوسط التوافقي ٥ـ المنوال

أولاً : الوسط الحسابي

تعريف الوسط الحسابي : هو القيمة التي لو حلت محل جميع القيم لما تغير مجموعها.

ونستنتج من هذا التعريف انه يتم الحصول على الوسط الحسابي لأي مجموعة من القيم بقسمة مجموع هذه القيم على عددها

أي ان : الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

وفيما يلي نتناول الحالات المختلفه التي يمكن ان تكون عليه البيانات وكيفية حساب الوسيط لكل حالة .

حساب الوسط الحسابي في حالة البيانات الغير مبوبة.

ملاحظة : المقصود بالبيانات الغير مبوبة (غير مجدوله بجداول تكرارية). وتكون مسرودة سردا غير مرتب.

مثال : اذا كانت اعمار 5 عمال هي

22 , 23 , 36 , 24 , 20

فأن الوسط الحسابي لأعمار العمال يحتسب كما يلي :

نطبق القانون التالي وهو الوسط الحسابي = مجموع القيم÷عددها ولهذا $\frac{22,23,36,24,20}{5} = \frac{120}{5} = 24$ سنة

الوسط الحسابي لأعمار العمال الخمسة هو 24 سنة.

مثال آخر :

البيانات التالية تمثل درجات 10 طلاب في أحد الامتحانات والمطلوب حساب الوسط الحسابي لهذه الدرجات :

75,82,65,91,70,78,60,64,70,65

الحل :

نطبق القانون التالي : الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

الوسط الحسابي هو = $\frac{75+82+65+91+70+78+60+64+70+65}{10} = \frac{723}{10} = 72.3$ درجة

أي ان الوسط الحسابي لدرجات الطلاب هو 72.3درجة .

حساب الوسط الحسابي للبيانات المبوبة بدون فئات (على شكل قيم وتكرارات).

نوضح طريقة حساب الوسط الحسابي في هذه الحالة بالمثال التالي:

مثال : احسب المتوسط الحساب حسب الجدول التالي :

العمر	عدد العمال
20	4
25	6
30	7
35	3
المجموع	20

لحساب الوسط الحسابي لأعمار العمال يجب اولاً معرفة مجموع الأعمار ثم قسمة هذا المجموع على عدد العمال والبالغ عددهم (٢٠) عاملاً.

العمر	عدد العمال	العمر X عدد العمال
20	4	20x4=80
25	6	25x6=150
30	7	30x7=210
35	3	35x3=105
المجموع	$\sum f = 20$	$\sum x.f = 545$

وبالتالي فان الوسط الحساب لأعمار هو : $\overline{X} = \frac{\sum f\,x}{\sum f} = \frac{545}{20} = 27.25$

حساب الوسط الحسابي للبيانات المبوبة بفئات: اذا كانت البيات المبوبة على شكل فئات فان الوضع سيتغير .

مثال : احسب المتوسط الحساب حسب الجدول التالي :

فئات العمر	عدد العمال
-15	5
-25	8
-35	7
-45	6
60-55	4
المجموع	30

الحل : نستخدم مركز الفئة لإيجاد الوسط الحسابي وحيث أن مركز الفئة = الحد الأدنى للفئة+ الحد الأعلى للفئة / ٢

فئات العمر	عدد العمال	مركز الفئات	مركز الفئات x عدد العمال
-15	5	20	20x5=100
-25	8	30	30x8=240
-35	7	40	40x7=280
-45	6	50	50x6=300
60-55	4	60	60x4=240
المجموع	30		1160

ثم نطبق القانون التالي : الوسط الحسابي = مجموع القيم / عددها

الوسط الحسابي هو = 1160 / 30 = 38.67 سنه

بعض خصائص الوسط الحسابي:

الخاصية الأولى : مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفراً.

وتنطبق على جميع الحالات سواء كانت البيانات مبوبة أو غير مبوبة.

الخاصية الثانية : مجموع مربعات انحرافات القيم عن الوسط الحسابي أقل ما يمكن.

الخاصية الثالثة : يتأثر الوسط الحسابي بالعمليات الجبرية أي يتأثر بالجمع والطرح والضرب والقسمة.

ملاحظات مهمة على الوسط الحسابي وأهم عيوبه:

١. يعرف فقط للبيانات الكمية، بمعنى لا يعرف للبيانات الوصفية .
٢. الوسط الحسابي دقيق ويعطي قيمة وحيدة لمجموعة القيم.
٣. يسهل التعامل جبريا معه حيث يتم التعبير عنه رياضياً بشكل بسيط.
٤. جميع القيم تدخل في حسابه فهو يمثل جميع القيم .ويترتب على هذه احد عيوبه (تاثره بالقيم الشاذه أو المتطرفه).فاذا كانت بعض القيم صغيره جداً أو كبيرة جداً بالنسبة لباقي القيم فانها سوف تؤثر في قيمة الوسط الحسابي. وبالتالي تكون قيمة الوسط الحسابي مضلله.
٥. ومن عيوبه أيضا أنه لايمكن حسابه في حالة وجود فئات مفتوحه في الجدول وبذلك لا يمكن حساب مركز الفئة المفتوحه.
٦. لا يمكن إيجاده بيانياً.

محاضرة ٩

ثانيا /الوسط الهندسي: (G)

تعريف الوسط الهندسي: يعرف الوسط الهندسي لعدد (n) من القيم بأنه الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم.
نرمز للوسط الهندسي بالرمز (G).

(في بعض الحالات تكون القيم نسب مئوية أو معدلات لذلك يفضل استخدام الوسط الهندسي)

قانون الوسط الهندسي :

$$G = \sqrt[n]{x_1 . x_2 . x_3 . x_n}$$

مثال : احسب الوسط الهندسي للقيم التالية :9,8,3,6,4

الحل : حيث أن عدد القيم n=5 فإن الوسط الهندسي لها هو الجذر الخامس لحاصل ضرب هذه القيم

أي أن الوسط الهندسي هو :

$$G = \sqrt[5]{9 \times 8 \times 3 \times 6 \times 4}$$

$$G = \sqrt[5]{5184}$$

$$G = 5.53$$

ملاحظات مهمة على الوسط الهندسي.

1. **لحساب الوسط الهندسي لمجموعة من القيم لا يصح أن تكون احدى القيم (أو بعضها) مساوياً للصفر.**
2. **لحساب الوسط الهندسي لمجموعة من القيم يجب ان تكون جميعها موجبه.**
3. **يجب ان يكون مجموع التكرارات مرة واحده فقط لكل فئة بحيث تصنع مجموع التكرارات = N**

ثالثا/ الوسط التوافقي : (H)

تعريفه : مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات هذه القيم.

يفضل استخدامه في بعض الحالات مثل حساب متوسط السرعة لمجموعه من السيارات والقطارات .

يرمز له بالرمز (H).

وكانت القيم هي : X1, X2 ,........Xn

نطبق القانون التالي :

$$H = \frac{N}{\sum \frac{1}{X}}$$

مثال : احسب الوسط التوافقي للقيم التالية : 8,4,2

الحل: نطبق القانون التالي

$$H = \frac{N}{\sum \frac{1}{X}}$$

مجموع القيم N= ٣ وهي (8.4.2) .

$\frac{1}{X}$ **يقصد بها هنا** $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$

لذلك نقول حسب القانون

$$H = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}}$$

$$H = \frac{3}{\frac{4+2+1}{8}} = \frac{3 \times 8}{4+2+1} = \frac{24}{7} = 3.43$$

محاضرة ١٠

رابعا/ الوسيط : (Q)

تعريف الوسيط : هو القيمة التي تقع في منتصف المجموعة بعد ترتيب القيم تصاعديا أو تنازلياً. أي هو القيمة التي يكون نصف عدد القيم أصغر منها أو يساويها والنصف الآخر أكبر منها أو يساويها وسنرمز له بالرمز (Q).

من هذا التعريف للوسيط نجد أنه يعالج العيوب الثلاثة التي يعاني منها الوسط الحسابي ، فالوسيط لا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة. كما أنه يمكن حسابه في حالة الفئات المفتوحة ، ويمكن إيجاده بيانياً .

حساب الوسيط

بيانات غير مبوبة	بيانات مبوبة

بيانات غير مبوبة

١. ترتيب البيانات تصاعدياً.

أ-اذا كانت البيانات فردية.

نحسب رتبة وسيط واحدة فقط بالقانون

نستخدم القانون التالي $= \frac{N+1}{2}$

ثم يكون العدد الذي يقابله هو الوسيط.

ب.إذا كانت البيانات زوجية .

نحسب رتبة الأول $= \frac{N}{2}$.

والثاني نستخدم القانون التالي $= \frac{N}{2}+1$

ثم ستخدم قانون الوسيط (Q2)

بيانات مبوبة

١.إيجاد التوزيع المتجمع الصاعد.

٢.إيجاد ترتيب الوسيط بالطريقة التالية :

ترتيب الوسيط مجموع التكرارات $= \frac{\sum F}{2}$

٣. يتم تحديد الفئة التي تضم ترتيب الوسيط من الجدول المتجمع الصاعد والتي تسمى الفئة الوسيطية ثم تحسب قيمة الوسيط باستخدام القانون التالي :

Q= قيمة الوسيط

A= الحد الأدنى للفئة الوسيطية

$F_1 =$ التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطية.

$F_2 =$ التكرار المتجمع الصاعد اللاحق للفئة الوسيطية.

L= طول الفئة الوسيطية.

١-البيانات غير مبوبة: تنقسم إلى قسمين البيانات التي مجموع أعدادها (فردي و الزوجي)

إذا كان مجموع الأعداد فردي نحسب رتبة وسيط واحدة فقط.

مثال/ احسب الوسيط لي (٨ ، ٧ ، ٢، ٥ ، ٢ ، ٦ ، ٨) ؟

الحل - ١- نرتب الأرقام تصاعديا(مهما تكررت الأرقام)

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
٢	٢	٥	٦	٧	٨	٨

٢-رتبة الوسيط لمجموع الأعداد الفردية :

$$= \frac{N+1}{2} = ٧+١/ ٢ = \boxed{٤}$$

طالما إن رتبة الوسيط $\boxed{٤}$ إذا العدد الذي يوافق ٤ هو $\boxed{٦}$ وهو الوسيط .

أذا كان مجموع الأعداد زوجي نحسب رتبتين للوسيط.

مثال / احسب الوسيط لي(٦ ٢ ٥ ٢ ٨ ٨)

الحل - ١- نرتب الأرقام تصاعديا(مهما تكررت الأرقام):

١	٢	٣	٤	٥	٦
٢	٢	٥	٦	٨	٨

٢- رتبة الوسيط لمجوع الأعداد الزوجية :

رتبة الأول $= \frac{N}{2} = \frac{6}{2} = 3$

رتبة الثاني $= \frac{N}{2}+1 =$ ٦/٢ + ١ = ٣+١= ٤

الرتبة الاولى $\boxed{٣}$ يوافقها العدد $\boxed{٥}$

الرتبة الثانية $\boxed{٤}$ يوافقها العدد $\boxed{٦}$

الوسيط = $Q2 = \frac{5+6}{2} = 5.5$

البيانات المبوبة : لإيجاد الوسيط لبيانات مبوبة (ممكن نحسبه بالقانون أو الرسم البياني).

مثال/ ١ـ احسب الوسيط حسابيا لي

فئات	F
2-	4
4-	6
6-	3
8-	9
10-	4
12-14	4

١.إيجاد التوزيع المتجمع الصاعد.

أقل من 4	4	
أقل من 6	10	
أقل من 8 A	13	F_1
أقل من 10	22	F_2
أقل من 12..............	26..................................	
أقل من 14	30	

الفئة الوسيطية

15 ترتيب الوسيط

٢.إيجاد ترتيب الوسيط بالطريقة التالية : $\dfrac{\sum F}{2}$

$$= \quad \frac{\sum F}{2} = 15 = \frac{30}{2} \quad \boxed{15}$$

٣ـ نجد أين تقع الرتبة بين الفئات في الجدول المتجمع الصاعد

أل $\boxed{15}$ تقع بين $\boxed{13 \text{ و } 22}$

ثم تحسب قيمة الوسيط باستخدام القانون التالي :

$$Q2 = A + \frac{\dfrac{\sum F}{2} - F_1}{F_2 - F_1}$$

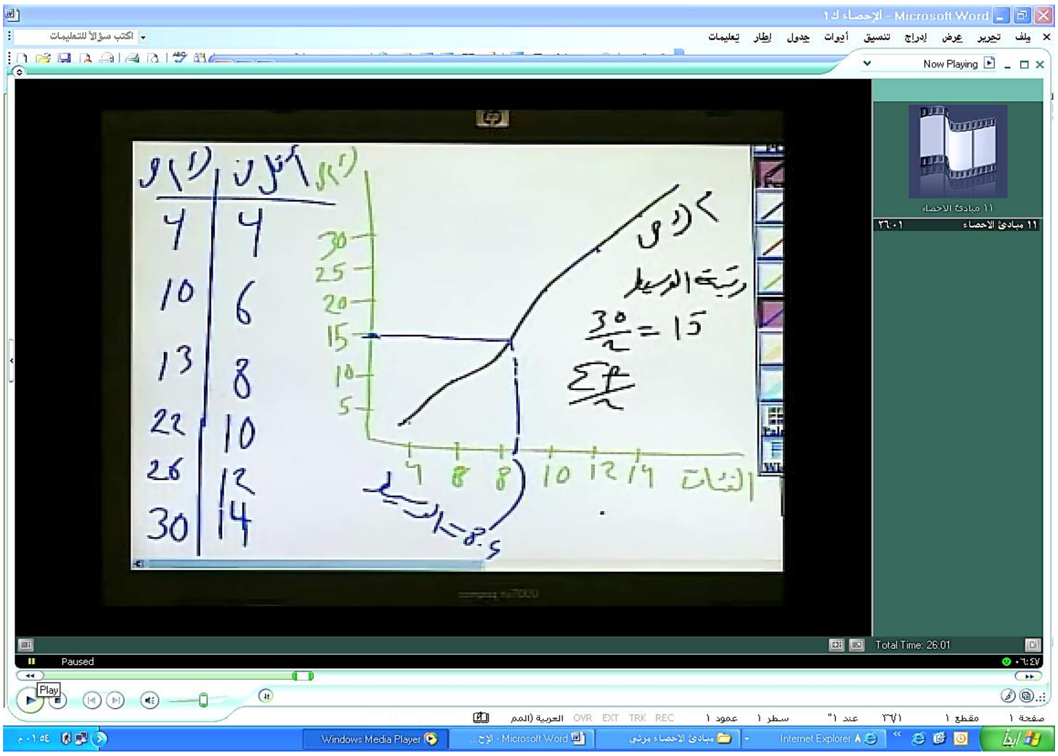
Q2 = 8+ $\dfrac{15-13}{22-13}$. 2 = 8+ 2/9. 2=

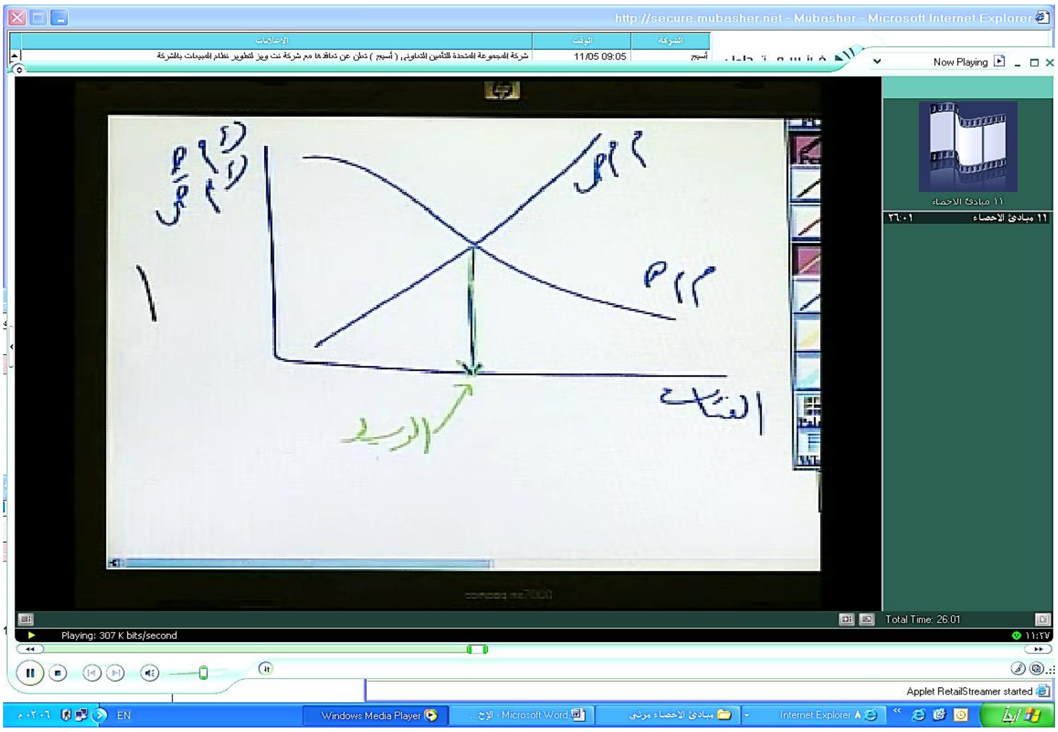
8+ 4/9= 8+0.44 = 8.44

ملاحظة: لو كانت رتبة الوسيط احد الأرقام في الجدول المتجمع الصاعد يكون الوسيط هو الحد الأعلى المقابل لهذا الرقم في الجدول مثلا في المثال السابق لو كانت الرتبة (١٠) اذا الوسيط (٦) لوكانت الرتبة (٢٢) اذا الوسيط (١٠)

محاضرة ١١

٢ـ مثال /احسب الوسيط بيانيا ؟





عند رسم (ج م ص   وا ج م هـ) نقطة التقاطع تنزل منها خط عمودي لتحصل على الوسيط.

مثال: اذا كانت بيانات الجدول التالي احسب الوسيط لأعمار عمال احد المصانع.

فئات العمر	عدد العمال
-15	5
-25	8
-35	7
-45	6
60-55	4
المجموع	30

الحل : تكون خطوات الحل كما يلي :

١. **تكوين الجدول المتجمع الصاعد.**

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 25	5
أقل من 35	F_1 → 13
أقل من 45	F_2 → 20
أقل من 55	26
أقل من 60	30

الفئة الوسيطية

15 ترتيب الوسيط

٢. **ترتيب الوسيط** $= \dfrac{\sum F}{2} = \dfrac{30}{2} = 15$

٣. **نجد ترتيب الوسيط يقع بين التكرارين المتجمعين الصاعدين 13,20**
وبالتالي تكون الفئة الوسيطية هي من 35 الى أقل من 45 وبالتالي نجد الوسيط حسب القانون التالي :

$$Q2 = A + \frac{\frac{\sum F}{2} - F_1}{F_2 - F_1} . L$$

$$Q2 = 35 + \frac{\frac{30}{2} - 13}{20 - 13} \times 10 = 35 + \frac{2}{7} \times 10 = 35 + \frac{20}{7} = 35 + 2.85 = 37.85$$

أذا الوسيط هو = 37.85 لأعمار احد المصانع.

ملاحظة مهمة : اذا كان ترتيب الوسيط هو احد التكرارات المتجمعة الصاعدة فان قيمة الوسيط تكون هي القيمة المقابلة له مباشرة في خانة الحدود العليا للفئات والتي تقابل ترتيب الوسيط.

ملاحظات أو مزايا وعيوب الوسيط:

١ـ**تعريفة واضح.**

٢ـ**الوسيط له قيمة واحدة.**

٣ـ**الوسيط لا يتأثر بالقيم الشاذة.**

٤ـ**يمكن إيجاد الوسيط حتى مع الفئات المفتوحة.**

خامسا/ المنوال : (M)

تعريف المنوال: هو القيمة الأكثر تكراراً أو الأكثر شيوعاً بين القيم . أي ان القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها ويرمز لها بالرمز (M)

المنوال في حالة البيانات الغير المبوبة:

إذا كانت البيانات غير مبوبة فنحصل على المنوال بتطبيق التعريف مباشرة أي نبحث عن القيمة التي تكررت أكثر من غيرها لتكون هي المنوال.

الحالة الاولى: إذا لم يوجد رقم متكرر أكثر من غيرة (لا يوجد منوال)

الحالة الثانية: إذا وجد رقم متكرر أكثر من غيرة (يصبح هو المنوال)

مثال : اذا كانت القيم التالية هي اعمار مجموعه من الطلاب في المقرر:

19, 18 , 20 , 19 , 19 , 17 , 19 , 18

فما هو منوال العمر ؟

نلاحظ ان العمر 19 تكرر أكثر من غيره وبهذا يكون المنوال = 19

الحالة الثالثة: إذا وجد أكثر من رقم متكرر بنفس عدد المرات (تصبح تلك الأرقام هي المنوال)

مثال: ا اذا كانت القيم التالية هي أعمار مجموعه من الطلاب في المقرر:

1, 4 , 2 , 5 , 6 , 2 , 5 , 6

نلاحظ أن الأعمار (٦ و ٥ و ٢) متكررة مرتين أكثر من غيرها يهذا يكون المنوال = ٢ و ٥ و ٦

---

*المنوال في حالة البيانات المبوبة بقيم وتكرارات.

كتاب

مثال : الجدول يمثل توزيع طلاب أحد المقررات حسب الأعمار . والمطلوب ايجاد منوال العمر. (غير موجود في المحاضرة)

التقدير	عدد الطلاب
17	4
18	6
19	8
20	5
21	2
المجموع	26

المنوال

أكبر تكرار (التكرار المنوالي)

الحل : نلاحظ أن العمر 19 هو الذي تكرر أكثر من غيره حيث تكرر 8 مرات. لذلك فإن منوال العمر = 19

حساب المنوال في حالة البيانات المبوبة بفئات وتكرارات .

***الطريقة الأولى : طريقة مركز الفئة المنوالية** (غير موجود في المحاضرة) كتاب

حسب القانون التالي ، المنوال = الحد الأدنى للفئة المنوالية + الحد الأعلى لها

2

مثال : لبيانات الجدول التالي (أطوال الفئات متساوية) أحسب قيمة المنوال: (غير موجود في المحاضرة)

فئات الدرجات	عدد الطلاب
-15	5
-25	8
-35	7
-45	6
65-55	4
المجموع	30

الحل : نلاحظ ان التكرار المنوالي هو 8 لذلك فان الفئة المنوالية هي الفئة الثانية 35-25

$$M = \frac{25+35}{2} = \frac{60}{2} = 30$$ درجة

محاضرة ١٢

***الطريقة الثانية : طريقة الرافعة**

وتعتمد هذه الطريقة على التكرار السابق للتكرار المنوالي والتكرار اللاحق له ، على اعتبار انهما قوتان تعملان على جذب المنوال الى الحد الأدنى للفئة المنوالية والى الحد الأعلى لها على الترتيب وتطبيق القاعدة التالية

فان القانون هو = $M = A + \frac{F2}{F1+F2}.L$

M= المنوال

A= الحد الأدنى للفئة المنوالية

$F_1 =$ **التكرار السابق للفئة المنوالية.**

$F_2 =$ **التكرار اللاحق للفئة المنوالية .**

L= طول الفئة المنوالية.

مثال : أحسب المنوال بطريقة الرافعة للبيانات بالجدول التالي: **(مثال اخر في المحاضرة)**

فئات الدرجات	عدد الطلاب
-15	5
-25	8
-35	7
-45	6
65-55	4
المجموع	30

الحل : من الجدول نجد ان التكرار المنوالي هو 8 . وبالتالي يكون.

8 = M

25 =A

.5 = F_1

.7 = F_2 **.10 =L**

نقوم بتطبيق القانون الخاص بطريقة الرافعه وهو $M = A + \frac{F2}{F1+F2}.L$

$$M = 25 + \frac{7}{5+7} + 10$$

$$M = 25 + \frac{7}{12} + 10$$

$M = 25 + \frac{70}{12} = 25 + 5.83 = 30.83$ **أي ان المنوال يساوي 30.83 درجة**

ملاحظات على المنوال

١. **إذا كانت الفئة المنوالية هي الفئة الأولى (أو الأخيرة) في الجدول فالمنوال يساوي مركز الفئة المنوالية.**
٢. **إذا كان التكرار السابق يساوي التكرار اللاحق فان كل الطرق تؤدي الى النتيجة نفسها ويكون المنوال مساوياً لمركز الفئة المنوالية .**
٣. **إذا كان الجدول التكراري أكثر من فئة منوالية يكون هناك أكثر من منوال.**
٤. **المنوال يعتبر ابسط المتوسطات.**
٥. **المنوال هو المتوسط الوحيد الذي يمكن إيجاده للبيانات الوصفية سواء الأسمية أو الترتيبية .**

الفصل الرابع

مقاييس التشتت

يتكون مقاييس التشتت من (المدى – الانحراف المتوسط – الانحراف المعياري والتباين —— معامل الاختلاف –التغير المعياري)

١- المدى:

تعريف المدى هو: الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة ويرمز له بالرمز (D)

حيث المدى = اكبر قيمة – اصغر قيمة $D=M-m$

المدى يعتبر ابسط مقاييس التشتت لسهوله حسابه ووضوح معناه.

❖ المدى له حالات:

الحالة الاولى: اذا كانت على شكل قيم وتكرارات فيطبق التعريف مباشرة هو(الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة).

الحالة الثانية : في حالة الفئات فان المدى يكون الفرق بين الحد الأعلى للفئة والحد الأدنى للفئة .

٢- الانحراف المتوسط: الوسط الحسابي للقيم المطلقة لانحراف القيم عن وسطها الحسابي.

خطوات حساب الاتحراف المتوسط هي : أ- ((للقيم على شكل أرقام بسيطة))

١. حساب الوسط الحسابي.
٢. حساب الانحرافات المطلقة لجميع القيم عن وسطها الحسابي (أي مع اهمال الاشاره).
٣. حساب متوسط هذه الانحرافات المطلقة (وذلك بجمعها والقسمه على عددها).

$$MD = \frac{\sum |X - \overline{X}|}{N}$$

مثال: احسب الانحراف المتوسط للقيم التالية: 3, 9, 8 , 4 , 6

الحل : ١. حساب الوسط الحسابي: $\overline{X}$

$$\overline{X} = \frac{6+4+8+9+3}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

٢. الانحرافات المطلقة للقيم عن الوسط الحسابي (أي إهمال الإشارة)

$$|6 - 6|, |4 - 6|, |8 - 6|, |9 - 6|, |3 - 6|$$

0 2 2 3 3

٤. الانحراف المتوسط = الوسط الحسابي للانحرافات المطلقة . $MD = \frac{\sum |X - \overline{X}|}{N}$

$$= \frac{0+2+2+3+3}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

محاضرة ١٣

ب- ((بيانات مبوبة على شكل فئات)   مثال / احسب الانحراف المتوسط للقيم التالية؟

الفئات	التكرار
-2	4
-4	6
-6	3
-8	9
-10	4
12-14	4
المجموع	

الحل : ايجاد الوسط الحسابي وبطريقة الفئات المبوبة

حسب القانون التالي:

$$\overline{X} = \frac{\sum f\, x}{\sum f}$$

الفئات	التكرار	مركز الفئة (x)
-2	4	3
-4	6	5
-6	3	7
-8	9	9
-10	4	11
12-14	4	13
المجموع	30	

مركز الفئة = الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة
٢

الفئات	التكرار	مركز الفئة (x)	مركز الفئات x عدد العمال f.x
-2	4	3	3x4=12
-4	6	5	5x6=30
-6	3	7	7x3=21
-8	9	9	9x9=81
-10	4	11	11x4=44
12-14	4	13	13x4=52
المجموع	30		240

الوسط الحسابي = $\overline{X} = \frac{240}{30} = 8$

الفئات	التكرار F	مركز الفئة X	مركز الفئات x التكرار f.x	$X-\overline{X}$	$\lvert X-\overline{X}\rvert$	$F\lvert X-\overline{X}\rvert$
2-	4	3	3x4=12	(3-8)=-5	5	4X5=20
4-	6	5	5x6=30	(5-8)=-3	3	6X3=18
6-	3	7	7x3=21	(7-8)=-1	1	3X1=3
8-	9	9	9x9=81	(9-8)=1	1	9X1=9
10-	4	11	11x4=44	(11-8)=3	3	4X3=12
12-14	4	13	13x4=52	(13-8)=5	5	4X5=20
المجموع	30		240			82

مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة}}{2}$

مركز الفئات X التكرارات والهدف من هذه الخطوة إيجاد الوسط الحسابي = $\frac{240}{30} = 8$

حساب مركز الانحرافات بطريقة مركز الفئات – الوسط الحسابي والذي قيمته (8).

القيمة المطلقة $\lvert X-\overline{X}\rvert$ والهدف منها للغاء إشارة السالب

ضرب القيم المطلقة في تكرار كل فئة

وبهذا يمكن كتابة الانحراف المتوسط حسب القانون التالي : $MD = \frac{\sum F\lvert X-\overline{X}\rvert}{\sum F}$

ثم نقوم بتطبيق هذا القانون $MD = \frac{\sum F\lvert X-\overline{X}\rvert}{\sum F}$

$$MD = \frac{\sum F\lvert X-X\rvert}{\sum F} = \frac{82}{30} = 2.73$$

٣- التباين والانحراف المعياري:

تعريف التباين : يعرف التباين لمجموعة من القيم بأنه الوسط الحسابي لمربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي.

ويرمز له بالرمز اللاتيني (S)

تعريف الانحراف المعياري:

الانحراف المعياري هو الجذر ألتربيعي للوسط الحسابي لمربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي. أي ان الانحراف المعياري هو الجذر ألتربيعي للتباين.

خطوات حساب التباين والانحراف المعياري:

١. حساب الوسط الحسابي.
٢. حساب انحرافات القيم عن وسطها الحسابي.
٣. حساب مربعات انحرفات القيم عن وسطها الحسابي.
٤. حساب الوسط الحسابي لمربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي فنحصل على التباين S
٥. حساب الجذر التربيعي للتباين فنحصل على الانحراف المعياري S.

مثال / احسب التباين والانحراف المعياري للبيانات المبوبة في المثال السابق.

الحل : حسب القانون التالي:

$$\bar{S} = \frac{\sum f\left(X - \bar{X}\right)2}{\sum f}$$

الفئات	التكرار	مركز الفئة (x)
-2	4	3
-4	6	5
-6	3	7
-8	9	9
-10	4	11
12-14	4	13
المجموع	30	

مركز الفئة = الحد الأدنى للفئة + الحد الأعلى للفئة
٢

الفئات	التكرار	مركز الفئة (x)	مركز الفئات x عدد العمال f.x
-2	4	3	3x4=12
-4	6	5	5x6=30
-6	3	7	7x3=21
-8	9	9	9x9=81
-10	4	11	11x4=44
12-14	4	13	13x4=52
المجموع	30		240

$F(X-\bar{X})^2$	$(X-\bar{X})^2$	$X-\bar{X}$	مركز الفئات x التكرار f.x	مركز الفئة X	التكرار F	الفئات
100	25	(3-8)=-5	3x4=12	3	4	-2
54	9	(5-8)=-3	5x6=30	5	6	-4
3	1	(7-8)=-1	7x3=21	7	3	-6
9	1	(9-8)=1	9x9=81	9	9	-8
36	9	(11-8)=3	11x4=44	11	4	-10
100	25	(13-8)=5	13x4=52	13	4	12-14
302			240		30	المجموع

التباين هو = $\sigma^2 = \frac{\sum F(X-X)^2}{\sum F}$

$$\sigma^2 = \frac{\sum F(X-X)^2}{\sum F} = \frac{302}{30} = 10.1$$

الانحراف المعياري هو =

$$\sigma^2 = \sqrt{10.1} = 3.18$$

الملاحظات المهمة على التباين والانحراف المعياري:

١. يقاس الانحراف المعياري بالوحدات نفسها التي يقاس بها المتغير بينما يقاس التباين بوحدات مربعة.

٢. لا يتاثر التباين والانحراف المعياري بالجمع والطرح.

٣. يتأثر الانحراف المعياري بالضرب والقسمة.

محاضرة ١٤

٤ً :التشتت النسبي (معامل الاختلاف).

يستخدم عند مقارنة تشتت مجموعتين أو أكثر من القيم إذا كانت تختلف في وسطها الحسابي أو تختلف في وحدات القياس.

معامل الاختلاف = $\dfrac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}}$ × 100

$$C.V = \frac{S}{X} \times 100$$

ملاحظة: كلما كان معامل الاختلاف اكبر من الأخر دل على أن التشتت لمن معامل الاختلاف لدية اكبر أكثر تشتتا.

٥-المتغير المعياري: (غير موجود بالمرجع)

يستخدم لدراسة أو المقارنة بين تشتت التوزيعات المختلفة. يقيس الانحراف عن المتوسط الحسابي بوحدات من الانحراف المعياري.

و قانونه هو = $Z = \dfrac{X - X}{\sigma}$

مثال:

المادة	الدرجة X	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري
الرياضيات	85	80	3
الاحصاء	80	70	4

نطبق القانون $Z = \dfrac{X - X}{\sigma}$

المتغير المعياري لمادة الرياضيات = $Z = \dfrac{85 - 80}{3} = \dfrac{5}{3} = 1.67$

المتغير المعياري لمادة الإحصاء = $Z = \dfrac{80 - 70}{4} = \dfrac{10}{4} = 2.5$

المتغير المعياري للإحصاء اكبر من المتغير المعياري للرياضيات ومنه نستنتج أن الطالب أكثر استيعابا في مادة الإحصاء .

مثال شامل /جد الوسيط و المنوال و الانحراف المعياري؟

الفئات	f
40-	3
50-	5
60-	4
70-	8
80-	6
90-100	4

أ/لإيجاد الوسيط : أولا نجد (ج م ص)

	ك م ص	اقل من	
	3	40	
	8	60	
F1	12	70	A
F2	20	80	
	26	90	
	30	100	

٢- نجد رتبة الوسيط =

$$\frac{\sum f}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

٣- نحدد موقع الرتبة في ال (ج م ص)

A=7 F1=12 F2=20

إذا الوسيط =

$$Q2 = A + \frac{\frac{\sum F}{2} - F_1}{F_2 - F_1} .L=$$

$$70+ \frac{15-12}{20-12} .10 = 70+ \frac{8}{3} .10 =70+3.75=73.75$$

ب/ لإيجاد المنوال : لحسابه نتعامل مباشرة مع الجدول التكراري.

١ـنحدد الفئة المنوالية :

وبالتالي نحصل $A=70$ $F1=4$ $F2=6$

المنوال = $M = A + \frac{F2}{F1+F2} . L$

$$70 + \frac{6}{6+4} . 10 = \boxed{76}$$

ج/ لإيجاد الانحراف المعياري :

١ـنحدد مركز الفئات.

٢ـ نحسب حاصل ضرب (f في x)

٣ـنحسب الوسط الحسابي.

$\overline{X} = 2160/30 = \boxed{72}$

٤ـ نحسب حاصل $(X - \overline{X})$

٥ـ نربع الناتج ٦ـ نجد حاصل ضرب $f(X - \overline{X})^2$

الفئات	F	x	fx	$X - \overline{X}$	$(X - \overline{X})^2$	$f(X - \overline{X})^2$
٤٠ـ	٣	٤٥	١٣٥	٢٧ـ	٧٢٦	٢١٨٧
٥٠ـ	٥	٥٥	٢٧٥	١٧ـ	٢٨٩	١٤٨٥
٦٠ـ	٤	٦٥	٢٦٠	٧ـ	٤٩	١٩٦
٧٠ـ	٨	٧٥	٦٠٠	٣	٩	٧٢
٨٠ـ	٦	٨٥	٥١٠	١٣	١٦٩	١١١٤
٩١ـ١٠٠	٤	٩٥	٣٨٠	٢٣	٥٢٩	٢١١٦
	٣٠		٢١٦٠			٧٠٣٠

٧ـ نحسب التباين بالقانون $\sigma^2 = \frac{\sum F(X-X)^2}{\sum F}$

$= \frac{7030}{30} = \boxed{234}$

٨ـ الانحراف المعياري هو الجذ ر لتربيعي لتباين

$$\sigma^2 = \sqrt{234} = 15.3$$

❖ محاضرة ١٥

تطبيقات الإحصاء باستخدام الكمبيوتر على برنامج أل(XL)

الفصل الخامس

محاضرة ١٦

الارتباط

تعريف الارتباط : هو دراسة العلاقة بين متغيرين واتجاه هذه العلاقة. ويرمز له بالرمز (r)

عادة يرمز للعامل المستقل X والعامل التابع Y .

الارتباط يقيس قوة العلاقة بين المتغيرين هل(قوية ، متوسطة، ضعيفة ،معدومة) أيضا هل العلاقة طردية أم عكسية.

ثم بعد نهاية موضوع الارتباط نوجد صيغة رياضية تبين طبيعة العلاقة بين المتغيرين بحيث نستطيع استخدام هذه الصيغة الرياضية لمعرفة احد المتغيرين إذا عرف الآخر.

قانون الارتباط هو =

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2}\sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

مثال١ : احسب معامل الارتباط الخطي البسيط للبيانات التالية .

عدد العمال X	الإنتاج Y
1	6
2	11
3	15
4	19
5	21

الحل : يجب تطبيق القانون التالي

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2}\sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

ولتطبيق القانون يجب ايجاد قيم كل من

قيمة N= هي عدد القيم وهي (٥)

قيمة X = وقيمة Y وقيمة X^2 وقيمة Y^2 وقيمة XY وطريق الحل حسب الجدول التالي

XY	Y^2	X^2	الإنتاج Y	عدد العمال X
6	36	1	6	1
22	121	4	11	2
45	225	9	15	3
76	361	16	19	4
105	441	25	21	5
254	1184	55	72	15

بعد إيجاد القيم نطبق القانون دون تغيير

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2}\sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

$$r = \frac{5(254) - (15\times 72)}{\sqrt{5(55) - (15)^2}\sqrt{5(1184) - (72)^2}}$$

$$r = \frac{1270 - 1080}{\sqrt{275 - 225}\sqrt{5920 - 5184}}$$

$$r = \frac{190}{\sqrt{50}\sqrt{736}} = \frac{190}{7.071\times 27.129} = \frac{190}{191.83} = \boxed{0.99}$$

وبهذه النتيجة أصبح حساب معامل الارتباط الخطي هو (99.) ويعتبر ارتباط طردي قوي (لأن الإشارة موجبه)

ملاحظة : الدكتور أخطاء في المحاضرة وذكر بان النتيجة هي ارتباط عكسي .

ولكن إذا كانت النتيجة بإشارة موجب تصبح ارتباط طردي وإذا كانت النتيجة بإشارة السالب تكون ارتباط عكسي.

محاضرة ١٧

ملاحظة : يجب أن تكون إجابة معامل الارتباط لا تتجاوز (1+) صحيح

فإذا وجدنا قيمة اكبر من (1) فنقول الناتج خاطئ . إذا يجب أن تنحصر القيمة بين $-1 \leq \& \leq +1$

مثال ٢/ احسب الارتباط للجدول التالي؟

أولا نحسب القيم Y^2 **و** X^2 **و XY ثم نعوض في القانون.**

x	y	X^2	Y^2	X Y
1	7	1	49	7
2	5	4	25	10
3	3	9	9	9
4	4	16	16	16
5	2	25	4	10
15	21	55	103	52

$$r=\frac{5(52)-(15\times 21)}{\sqrt{5(55)-(15)^2}\ \sqrt{5(103)-(21)^2}}$$

$$r=\frac{260-315}{\sqrt{275-225}\ \sqrt{515-441}}$$

$$r=\frac{-55}{\sqrt{50}\ \sqrt{74}}=\frac{-55}{60.81}=\boxed{-\ 0.90}$$

إذا العلاقة عكسية بين معامل X و Y لان الناتج سالب.

بعض خصائص معامل الارتباط.

١. معامل الارتباط بين X,Y هو نفسه بين Y,X .
٢. تنحصر قيمة معامل الارتباط بين 1+,1- واذا كانت قيمة معامل الارتباط بالموجب فان الارتباط يكون طردياً وإذا كانت قيمة معامل الارتباط بالسالب فن الارتباط يكون عكسياً.
٣. قيمة معامل الارتباط بين المتغير ونفسه تكون واحد صحيح.
٤. لا يتأثر معامل الارتباط بأي من العمليات الحسابية أو الجبرية أي لايتاثر بالطرح والجمع أو الضرب والقسمة.
بمعنى لو أضفنا واطرحنا واضربنا واقسمنا رقم ثابت لكل الأرقام فان نتيجة معامل الارتباط لا تتغير.
٥. أذا كان المتغيران X,Y مستقلين فان قيمة معامل الارتباط صفراً ولكن العكس غير صحيح.
بمعنى إذا كانت النتيجة صفر فلا يعني أن المتغيرين مستقلين.

محاضرة ١٨

الانحدار

تعريف الانحدار هو:

يهتم بصياغة العلاقة بين المتغيرين X,Y على شكل معادلة رياضية

بحيث يمكن التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين بمعرفة قيمة المتغير الآخر.

إذا كان X هو المتغير المستقل و Y هو المتغير التابع فان معادلة الانحدار الخطي: $\boxed{Y = A + B\ X}$

ولإيجاد . B (ميل خط الانحدار)

نتبع القانون التالي : $$b = \frac{n\sum XY - \sum X \times \sum Y}{n\sum X^2 - (\sum X)^2}$$

وعندما نستخدم القانون السابق نجد قيمة B وبعد ذلك نطبق القانون التالي لنجد قيمة A

$$a = \frac{\sum Y}{n} - b\frac{\sum X}{n}$$

مثال ١ : نطبق التمرين السابق الخاص بالارتباط لنجد قيمة الانحدار .

عدد العمال X	الإنتاج Y	X^2	Y^2	XY
1	6	1	36	6
2	11	4	121	22
3	15	9	225	45
4	19	16	361	76
5	21	25	441	105
15	72	55	1184	254

الحل : أولا نجد قيمة b نستخدم القانون التالي :

$$b = \frac{n\sum XY - \sum X \times \sum Y}{n\sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$b = \frac{5 \times 254 - (15 \times 72)}{5(55) - (225)} = \frac{1270 - 1080}{275 - 225} = \frac{190}{50} = 3.8$$

وبذلك أصبحت قيمة (b= 3.8) بعد ذلك نجد قيمة a:

$$a = \frac{\sum Y}{n} - b\frac{\sum X}{n}$$

$$a = \frac{72}{5} - 3.8\frac{15}{5} = 14.4 - 11.4 = 3$$

وإذا وجدنا قيمة A & B

نستخدم القانون التالي لإيجاد الانحدار حسب القانون التالي : $\boxed{Y = A + B\ X}$

$$Y = 3 + (3.8)(X)$$

وإذا ورد في السؤال 10عمال كم الإنتاج المتوقع. نعوض في الناتج السابق

$$Y = 3 + (3.8)(10)$$

$Y = 3 + 38 = 41$ **إذاً استطعنا توقع الإنتاج لعدد معين من العمال.**

مثال ٢ / نطبق التمرين السابق الخاص بالارتباط لنجد قيمة الانحدار

x	y	X^2	Y^2	X Y
1	7	1	49	7
2	5	4	25	10
3	3	9	9	9
4	4	16	16	16
5	2	25	4	10
15	21	55	103	52

معادلة الانحدار: $\boxed{y=a+bx}$

$$b=\frac{-55}{50}=\boxed{-1.1}$$

$$a=\frac{21}{5}-\left(-1.1\times\frac{15}{5}\right)$$

$$4.5+(1.1)\times(3)=4.5+3.3=\boxed{7.5}$$

بعد إيجاد (b & a) نعوض في معدلة الانحدار مباشرة.

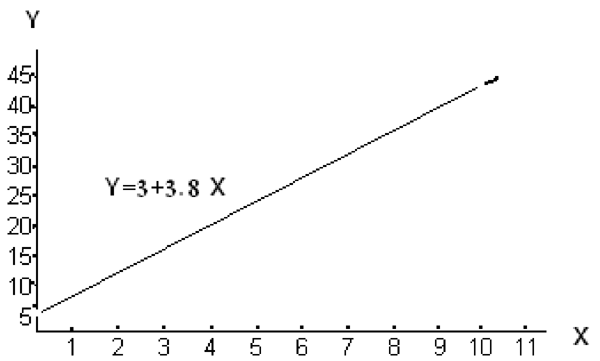
Y =7.5-1.1 X وإذا كانت قيمة (X= 2)

نعوض في المعادلة $y=7.5-2.2=\boxed{5.3}$

رسم معادلة لانحدار :

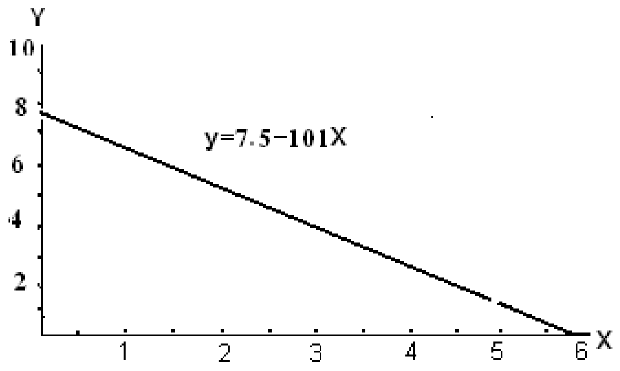
مثال/١

x	y
0	3
10	41



مثال/٢

x	y
0	7.5
5	2



الباب السادس

محاضرة ١٩

السلاسل الزمنية

تعريف السلاسل الزمنية: هي مجموعة القيم التي يأخذها هذا المتغير في فترات زمنية متتالية.

مكونات السلسلة الزمنية : ١- التغيرات الاتجاهية أو الاتجاه العام ٢- التغيرات الموسمية
٣- التغيرات الدورية ٤- التغيرات العشوائية .

فقط سوف ندرس التغيرات الاتجاهية .

التغيرات الاتجاهية أو الاتجاه العام نرمز لها بالرمز (T)

مثال يوضح معادلة خط الاتجاه العام .

السنوات	قيمة الإنتاج	X قيم افتراضية متسلسلة
1423	3	1
1424	5	2
1425	4	3
1426	7	4
1427	5	5
1428	8	6

كم الإنتاج المتوقع للعام ١٤٣٢هـ

حسب المعادلة التالية : y= a+bx

السنوات	قيمة الإنتاجy	X
1423	3	1
1424	5	2
1425	4	3
1426	7	4
1427	5	5
1428	8	٦
1429		٧
1430		٨
1431		٩
1432		10

قيمة x هي قيمة افتراضية وأخذناها بالتسلسل للقيم السابقة

اختصار للوقت لنفترض أن قيم---

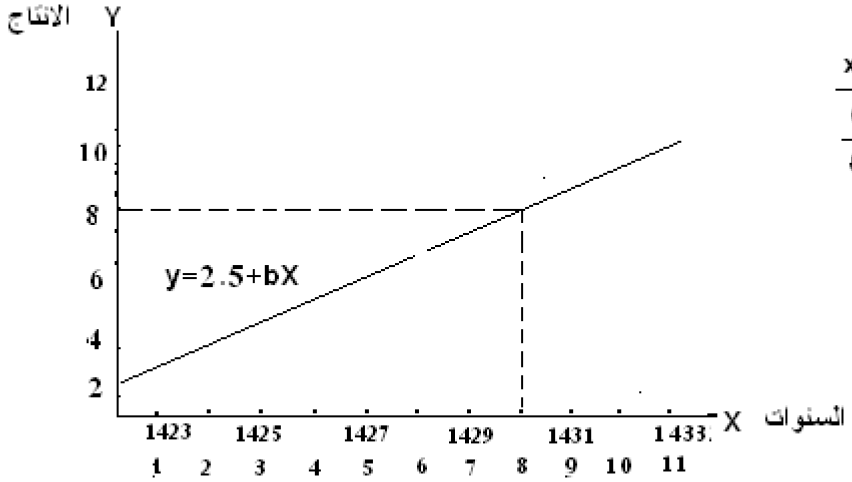
A= 2.5 B= 0.8

y= 2.5 + 0.8(10) =

2.5+8 = $\boxed{10.5}$

الإنتاج المتوقع للعام 1432 = $\boxed{10.5}$

الرسم البياني: كم الإنتاج المتوقع عام ١٤٣٠



x	y
0	2.5
6	7.3

الإنتاج لعام ١٤٣٠= ٨.٥

من الرسم البياني نستطيع أن نتوقع أنتاج أي سنة مقبلة بإسقاط عمود بزاوية قائمة على السنة ثم نرسم خط من تقاطع العمود مع المنحنى إلي محور الإنتاج (y) لنحصل على إنتاج السنة المطلوبة.

ملاحظة:

الأسئلة تأتي بان نعطى مجموعة من السنوات و أرقام ظاهرة من الظواهر ويطلب كم الإنتاج لعام معين

للإجابة: نحسب بنا على الأرقام الأساسية فقط قيمة a ,b .

وبما إن الأرقام فترات زمنية متسلسلة ومنتظمة.

نفترض عن x أرقام متسلسلة من (١) إلى نهاية الفترات الزمنية عندنا.

أما قيمة الظاهرة فهي العامل التابع. بعد ذلك يصبح لدينا قيم (x و y) ثم نحسب قيمةa ,b بعد ذلك لمعرفة السنة المستقبلية لابد أن نعرف السنة المرادفة لها من قيم x .لذلك نمد السنوات إلى السنة المطلوبة وكذلك نمد قيمة x بنا على ذلك وبالتالي نحصل على قيمة x .

ثم نعوض في المعادلة Y=A+BX لنحصل على الناتج.

الارقام القياسية

تعريف الرقم القياسي هو : رقم نسبي يقيس التغير الذي يطرأ على ظاهرة أو مجموعه من الظواهر خلال فترتين زمنيتين أو منطقتين جغرافيتين.

١ الأرقام القياسية البسيطة: مثال على ذلك . المقارنة بين سنتين

الاساس1420	المقارنة1428
30	40

أوجد الرقم القياسي .

١ قانون الرقم القياسي البسيط = $I = \frac{40}{30} \times 100 = 133\%$

الأرقام التجميعية: مثال

اسعار 1420	اسعار 1428
p_0	p_1
5	15
25	35
35	40
65	90

٢ القانون الرقم القياسي التجميعي البسيط = $I = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$

$$I = \frac{90}{60} \times 100 = 138\%$$

٣ قانون الرقم النسبي البسيط = $I = \frac{1}{n} \sum (\frac{p_1}{p_1}) \times 100$

ولو طبقناه على المثال السابق = $I = \frac{1}{3} (\frac{15}{5} + \frac{35}{25} + \frac{40}{35}) \times 100$

$$I = \frac{1}{3} (3 + 1.4 + 1.14) \times 100$$

$$I = \frac{1}{3} (5.45) \times 100 = 1.84 \times 100 = 184$$

يلاحظ : على الأرقام القياسية البسيطة بالنسبة للرقم التجميعي انه يتأثر بوحدات القياس.

أما بالنسبة للأرقام القياسية النسبية فقد تجاوزنا ذلك لأننا نأخذ النسبة بين السعرين.

عيوب الأرقام القياسية البسيطة: عدم إعطائها الأهمية النسبية لسلع

محاضرة ٢٠

ب الأرقام المرجحه :

الرقم القياسي التجميعي المرجح ل(لأسبير) $I = \dfrac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$

مثال:

$P_0 \times Q_0$	$P_1 \times Q_0$	الوزن المرجح للمقارنه	الوزن المرجح للاساس	كميات1428	كميات 1420	اسعار 1428	اسعار 1420
		Q1	Q0			p_1	p_0
.85	2.55	.3	.17	60	20	15	5
8.25	11.55	.45	.33	90	40	35	25
17.5	20	.25	.5	50	60	40	35
26.6	34.1			200	120	90	65

هذه القيم وجدت بقسمه عدد الكميات
على المجموع 20/120=.17

هذه القيم وجدت بقسمه عدد الكميات
على المجموع 60/200=.3

نطبق القانون التالي

$$I = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

$$I = \frac{34.1}{26.6} \times 100 = 1.28 \times 100 = 128$$

الرقم القياسي النسبي المرجح (لأسبير) = $\sum (\frac{P_1}{P_0}) Q_0 \times 100$

$(\frac{P_1}{P_0})Q_0$	$\frac{P_1}{P_0}$	$P_0 \times Q_0$	$P_1 \times Q_0$	الوزن المرجح للمقارنه	الوزن المرجح للاساس	كميات 1428	كميات 1420	اسعار 1428	اسعار 1420
				Q1	Q0			p_1	p_0
.51	3	.85	2.55	.3	.17	60	20	15	5
.46	1.4	8.25	11.55	.45	.33	90	40	35	25
.57	1.14	17.5	20	.25	.5	50	60	40	35
1.54	5.54	26.6	34.1			200	120	90	65

ثم نقوم بتطبيق القانون التالي : = $\sum (\frac{P_1}{P_0}) Q_0 \times 100$

1.54 X100=154

الرقم القياسي التجميعي المرجح (باش)

قانون باش هو:ـ

$$I = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

مثال :

$(\frac{P_1}{P_0})Q_0$	$\frac{P_1}{P_0}$	$P_0 \times Q_1$	$P_1 \times Q_1$	الوزن المرجح للمقارنه	الوزن المرجح للاساس	كميات 1428	كميات 1420	اسعار 1428	اسعار 1420
				Q1	Q0			p_1	p_0
.51	3	1.5	4.5	.3	.17	60	20	15	5
.46	1.4	11.25	15.75	.45	.33	90	40	35	25
.57	1.14	8.75	10	.25	.5	50	60	40	35
1.54	5.54	21.5	30.25			200	120	90	65

نعوض في القانون (باش)

$$I = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

$$I = \frac{30.25}{21.5} \times 100 = 1.82 \times 100 = 182$$

الرقم القياسي النسبي المرجح (لباش)

$$\sum (\frac{P_1}{P_0}) Q_1 \times 100 =$$

$(\frac{P_1}{P_0})Q_1$	$\frac{P_1}{P_0}$	$P_0 \times Q_1$	$P_1 \times Q_1$	الوزن المرجح للمقارنه	الوزن المرجح للاساس	كميات 1428	كميات 1420	اسعار 1428	اسعار 1420
				Q1	Q0			p_1	p_0
.9	3	1.5	4.5	.3	.17	60	20	15	5
.63	1.4	11.25	15.75	.45	.33	90	40	35	25
.28	1.14	8.75	10	.25	.5	50	60	40	35
1.82	5.54	21.5	30.25			200	120	90	65

$$\sum (\frac{P_1}{P_0}) Q_1 \times 100 =$$

$$1.82 \times 100 = 182$$

تم بحمد الله

الوسط الحسابي بيانات غير مبوبه	مجموع القيم ÷ عددها
الوسط الحسابي بيانات مبوبه بدون فئات	$\overline{X} = \frac{\sum f\,x}{\sum f}$
الوسط الحسابي بيانات مبوبه بفئات	مركز الفئة = <u>الحد الأدنى للفئة+ الحد الأعلى للفئة</u> ٢ ثم نطبق القانون : الوسط الحسابي= <u>مجموع القيم</u> عددها
الوسط الهندسي	$G = \sqrt[n]{X_1 . X_2 . X_3 . X_n}$
الوسط التوافقي	$H = \frac{N}{\sum \frac{1}{X}}$
الوسيط بيانات غير مبوبه فرديه	$= \frac{N+1}{2}$
الوسيط بيانات غير مبوبه زوجيه	$= \frac{N}{2} + 1$
الوسيط بيانات مبوبه	$Q2 = A + \frac{\frac{\sum F}{2} - F_1}{F_2 - F_1} . L$

المنوال بيانات غير مبوبه	نبحث عن القيم التي تكررت أكثر من غيرها
المنوال بيانات مبوبه بقيم وتكرارات	المنوال = <u>الحد الأدنى للفئة المنوالية + الحد الأعلى لها</u> **2**
المنوال بيانات مبوبه بقيم و تكرارات الرافعه	$M = A + \frac{F2}{F1 + F2} . L$
المدى على شكل قيم وتكرارات	الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة
المدى على شكل فئات	الفرق بين الحد الأعلى للفئة والحد الأدنى للفئة
الانحراف المتوسط	$MD = \frac{\sum F \lvert X - \overline{X} \rvert}{\sum F}$
التباين	$\sigma^2 = \frac{\sum F (X - \overline{X})^2}{\sum F}$

قانون الانحراف المعياري هو $\sigma^2 = \sqrt{\ }$	الانحراف المعياري
$C.V = \frac{S}{\overline{X}} \times 100$	معامل الاختلاف
$Z = \frac{X - \overline{X}}{\sigma}$	المتغير المعياري
$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2}\sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$	الارتباط
Y= A+B X	معادلة الانحدار الخطي
$b = \frac{\sum XY - \sum X \times \sum Y}{n\sum X^2 - (\sum X)^2}$	لايجاد قيمة **b**
$a = \frac{\sum Y}{n} - b\frac{\sum X}{n}$	لايجاد قيمة **a**
B= a+bx	معادلة السلاسل الزمنية
$I = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$	الرقم القياسي
$I = \frac{1}{n}\sum(\frac{p_1}{p_1}) \times 100$	الرقم النسبي البسيط
$I = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$	الرقم القياسي التجميعي المرجح (لأسبير)
$\sum(\frac{P_1}{P_0})Q_0 \times 100 =$	الرقم القياسي النسبي المرجح (لأسبير)
$I = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$	الرقم القياسي التجميعي المرجح (باش)
$\sum(\frac{P_1}{P_0})Q_1 \times 100 =$	الرقم القياسي النسبي المرجح (باش)