شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

@passion_study_bot

قناة الرياضيات

https://t.me/passion_maths12

★ مساحة المربع: الضلع × الضلع

★ مساحة المستطيل: الطول × العرض

★ مساحة شبه المنحرف: $S = (S_{كبرى} + S_{صغرى}) \times \frac{h}{2}$

★ مساحة متوازي الأضلاع: $S = S_{قاعدة} \times h$

★ مساحة مثلث قائم: $S = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

★ مساحة مثلث متساوي الأضلاع: $S = \frac{\text{جداء الضلعين القائمين}}{2}$

$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

★ حساب حجم رباعي وجوه منتظم: $V = \frac{1}{3} S.h$

★ حساب حجم هرم منتظم: $V = \frac{1}{3} S.h$

① نحسب S القاعدة

② قطر المربع $a\sqrt{2}$ ثم نقسمه على 2

③ نطبق فيتاغورث

منتصف المربع: $\frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}$ مثلا

في الارتباط الخطي

$x_1 . y_2 - x_2 . y_2 = 0$

★ حجم المكعب: $V = a^3$

★ حجم متوازي المستطيلات: $V = S_{قاعدة} \times h$

★ الهرم: $V = \frac{1}{3} S \times h$

• قاعدة ⇐ {مربع | مستطيل | متوازي أضلاع | مثلث رباعي الوجوه}.

★ لكي تنتمي M لـ المستقيم (AB): $\vec{AM} = a(\vec{AB})$

★ لتكون M نقطة من S كرة مركزها Ω: $\Omega M^2 = \Omega A^2$

★ بالرباعي الدائري أي مستقيمين لم يشتركان نقطة فهما متخالفان

"أنواع المعالم"

① معلم متجانس: زاوية عمودية و $\|\vec{oi}\| = \|\vec{oj}\|$

② معلم متعامد: زاوية عمودية: $\vec{oi} \perp \vec{oj}$ و لكن $\|\vec{oi}\| \neq \|\vec{oj}\|$

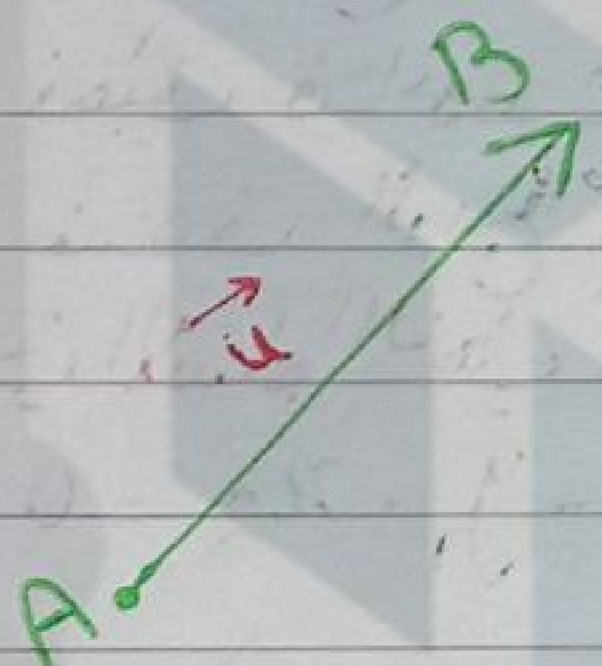
③ معلم كيفي: الشعاعان غير متعامدان و غير متساويان بالقيمة

* في حالة اتفاق الفصلتين بـ X

ال $X = 0$ $AB = |y_2 - y_1|$

* في حالة اتفاق الفصلتين بـ Y

ال $y = 0$ $AB = |X_2 - X_1|$



* تعيين الشعاع بـ:

① المنحى: محدد بالمستقيم AB

② الجهة: من A لـ B

③ الطويلة: طول القطعة المستقيمة AB

نظيم الشعاع $\|\vec{AB}\| = AB$

① المتساويان: لهما المنحى والجهة و الطول نفسه

$\vec{u} = \vec{V}$

② المتعاكسان: لهما المنحى نفسه و الطول و لكن الجهة متعاكسة

$\vec{AB} = -\vec{CD} \Rightarrow \vec{AB} = -\vec{BA}$

③ الصفري: تنطبق بدايته على نهايته

$\vec{AA} = \vec{0}$

* لكتابة الشعاع بـ: $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{i}$

$\vec{OM}(x, y)$

$\vec{OM}\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}$

- في الأشعة المتعاقبة: شال
- في الأشعة المختلفة: متوازي الأضلاع
- طرح الأشعة: هي عملية جمع مع المعاكسة

$$\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{AB} + (-\vec{AC})$$

ممكن أقلب الشعاع

$$\vec{AB} + \vec{CA} = \vec{CB} \Leftarrow$$

3

★ يفيد الارتباط الخطي لشعاعين:

① اثبات أن النقاط A, B, C على استقامة واحدة أو نفي وقوعها.

② اثبات توازي المستقيمين (AB) و (CD) أو نفي ذلك.

★ يفيد الارتباط الخطي لـ 3 أشعة:

① اثبات وقوع النقاط A, B, C, D في مستوٍ واحد أو نفي وقوعها.

② اثبات أن المستقيم (HI) يوازي المستوي EGJ أو نفي ذلك.

- قانون البعد بين نقطتين: $AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

- احداثيات منتصف قطعة مستقيمة:

$$\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

- بعد نقطة عن مستقيم:

النقطة

$$dist(\dots, d) = \frac{|a x_0 + b y_0 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

احداثيات النقطة

- ميل خط مستقيم:

$$ax+by+c=0$$

عندما $(a,b) \neq 0$

$$\Rightarrow m = \frac{-a}{b}$$

أو نحول

- ميل مستقيم عُلم منه نقطتان:

$$m_d = \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$$

- ميل مستقيم علمت الزاوية التي تصنعها:

$$m_d = \tan\theta$$

★ المنصف الأول: $m=1 \quad y=x$

★ المنصف الثاني: $m=-1 \quad y=-x$

① * معادلة خط مستقيم : $y - y_A = m(x - x_A)$

نقطة m

- لرسم مستقيم نفرض نقطتان :

• إذا كان $x = a$ <= المستقيم الشاقولي ميله غير معرف.

• إذا كان $y = a$ <= المستقيم الأفقي ميله معدوم.

• غالباً الأكسات <= توازي الأكسات.

• غالباً الوايات <= توازي الوايات.

② التناظر : $A(x_A , y_A)$

نظيرة A بالنسبة لـ xx' : x_A و $-y_A$

نظيرة A بالنسبة لـ yy' : $-x_A$ و y_A

نظيرة A بالنسبة لـ $(0,0)$: $-x_A$ و $-y_A$

نظيرة A بالنسبة للمنصف الأول : y_A , x_A

نظيرة A بالنسبة للمنصف الثاني : $-y_A , -x_A$

* معادلة محور الأكسات $y = 0$

* معادلة محور الوايات $x = 0$

③ • الوضع النسبي بين مستقيمين في مستو :

* في حالة m_{d_1} و m_{d_2} كان $m_{d_1} \parallel m_{d_2}$ <= $d_1 \parallel d_2$ ومن أجل التحقق من وجود حالة خاصة (انطباق)

وذلك إما بإيجاد الحل المشترك أو المسافة (البعد) أو تعويض نقطة من d_1 في d_2

$\boxed{2}$

أو مسافة نقطة من d_1 بـ d_2

* $m_{d_1} \neq m_{d_2}$ <= d_2 لا يوازي d_1 فهو قاطع له بنقطة نجد إحداثياتها ونحقق من التعامد $m_{d_1} \cdot m_{d_2} = -1$

④ * مركز الأبعاد المتناسبة :

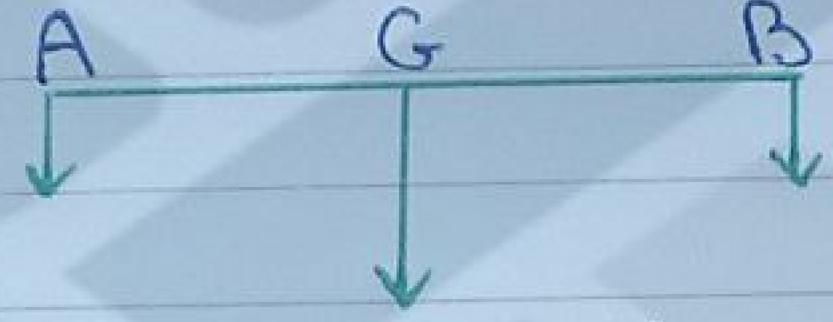
① لنقطتين

$\alpha\vec{GA}+\beta\vec{GB}=\vec{0}$ أو $\vec{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\vec{AB}$

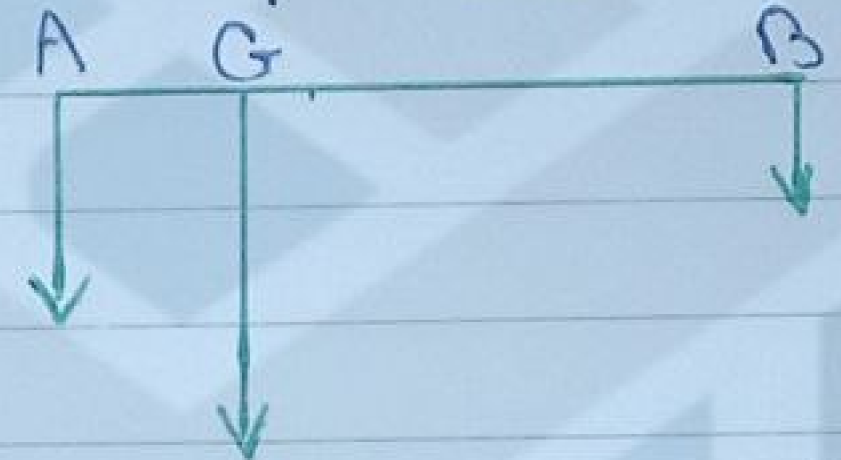
حيث : $\alpha+\beta\neq 0$

⟸ وتكون النقاط G و B ، A على استقامة واحدة أيضاً.

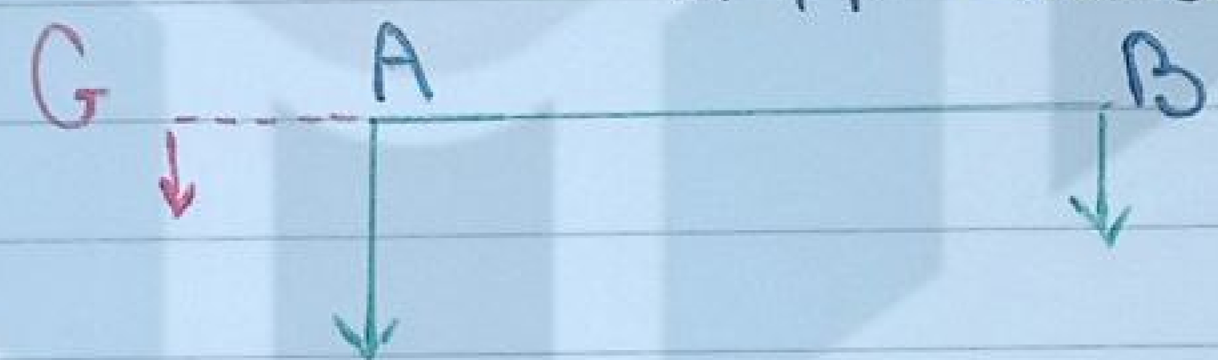
• $\alpha=\beta$ ⟸ G منتصف AB



• α,β بإشارة واحدة $\alpha>\beta$



• α,β عكس إشارة $\alpha>\beta$



* لإثبات وقوع 3 نقاط على استقامة واحدة نثبت أن إحدى هذه النقاط هي مركز أبعاد متناسبة للنقطتين الباقيتين

• احداثيات G : $G\left(\frac{\alpha x_A+\beta x_B}{\alpha+\beta},\frac{\alpha y_A+\beta y_B}{\alpha+\beta},\frac{\alpha z_A+\beta z_B}{\alpha+\beta}\right)$

من أجل تعيين t $(AM=tAC)$ ، M مركز أبعاد متناسب للنقطتين A و C

$\Rightarrow \alpha\vec{MA}+\beta\vec{MC}=\vec{0}$

عندئذ علاقة مثلاً " $AM=\frac{2}{7}AB$ " ، وكان يجب تعيين α و β

نربطها مع الشكل $\alpha\vec{MA}+\beta\vec{MB}=0$

3 $\quad \begin{cases} 2=\beta \\ 5=\alpha \end{cases} \Leftarrow \vec{AM}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\vec{AB}$ أو

⑤ مركز الأبعاد المتناسبة لثلاث نقاط:

$$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=0$$

• حيث: $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$

• لإيجاد مركز الأبعاد المتناسبة نوجد مركز أبعاد متناسبة لنقطتين ولتكن α و β ثم نجد مركز الأبعاد لـ (G, C) وذلك بالاستفادة من الخاصة التجميعية ∵

⇐ إذا كان:

① $\alpha=\beta=\gamma$ ⇐ G مركز ثقل المثلث ABC

② α, β, γ من إشارة واحدة ⇐ G داخل المثلث ABC

③ α, β, γ من إشارة مختلفة ⇐ G خارج المثلث ABC

④ لإثبات وقوع 4 نقاط في مستوٍ واحد يجب إثبات أن إحدى هذه النقاط هي مركز أبعاد متناسبة للنقاط الثلاثة الباقية:

$$x_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C+\delta x_D}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}$$

• x
• y
• z

⑥ مركز الأبعاد المتناسبة لـ 4 نقاط:

$$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}+\delta\overrightarrow{GD}=0$$

• حيث: $\alpha+\beta+\gamma+\delta\neq 0$

- لتعيين مركز ثقل المثلث: من الممكن القول أن $(A, 1)$ $(B, 1)$ $(C, 1)$ و G مركز أبعاد متناسبة للنقاط السابقة أو من الممكن الاستعانة بالقانون ∵

لإثبات وقوع 4 نقاط في مستوٍ واحد نثبت أن إحدى هذه النقاط هي مركز أبعاد متناسبة للنقاط 3 الباقية

لإثبات وقوع 3 نقاط على استقامة واحدة: نثبت أن أحد هذه النقاط هي مركز أبعاد متناسبة للنقطتين الباقيتين

1. لدينا النقطتان $A(2,3,-2)$ و $B(5,-1,0)$ ما إحداثيات النقطة M في العلاقة التالية
$\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{AB}$

A) $M(5,-1,0)$ B) $M(4,11,-6)$ C) $M(-4,11,-6)$ D) $M(-4,11,6)$

2. ليكن لدينا $A(3,5,2)$ و $B(2,-1,3)$ تكون إحداثيات R منتصف $[AB]$

A) $R(\frac{2}{5}, 2, \frac{2}{5})$ B) $R(-1,2,-1)$ C) $R(-2, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}$ D) $R(\frac{5}{2}, 2, \frac{5}{2})$

3. ليكن لدينا $A(3,-1,2)$ و $B(0,2,4)$ و $C(2,0-3)$ إن النقاط A و B و C:

A) تقع في مستوي واحد B) مرتبطة خطياً C) تحدد مستوي D) $A+B$

4. ليكن لدينا $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$ و $C(5,0,5)$ و $D(6,2,5)$ عين α و β في العلاقة
$\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$

A) $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ B) $\overrightarrow{AD} = -\frac{4}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ C) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ D) $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

5. إذا كانت $A(4,-1,3)$ و $B(2,3,-2)$ فعندئذ AB تساوي

A) $5\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $\sqrt{15}$ D) $4\sqrt{2}$

6. لدينا $\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ كي تكون M مركز أبعاد متناسبة نضع العلاقة

A) $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} = \vec{0}$ B) $3\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}$ C) $4\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = 0$ D) $4\overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{MA} = \vec{0}$

7. G مركز أبعاد متناسبة لـ $(A,1)$ و $(B,-1)$ و $(C,2)$ العلاقة بين AB و CG:

A) $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CG}$ B) $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{CG}$ C) $\overrightarrow{AB} = -5\overrightarrow{GC}$ D) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CG}$

R.K

حل أسئلة (1)

الموضوع :   التاريخ : / /

(1) $(2-x, 3-y, -2-z) = 2(3,-4,2) \Leftarrow M(x,y,z)$ نفرض

[1] $2-x=6 \Rightarrow x=-4$ [2] $3-y=-8 \Rightarrow y=11$ [3] $-2-z=4 \Rightarrow z=-6$

$M(-4,11,-6)$ الجواب C

(2) $x_R = \frac{x_A+x_B}{2} = \frac{5}{2}$ $y_R = 2$ $z_R = \frac{5}{2}$

الجواب D

(3) $\vec{AB}(-3,3,2)$ و $\vec{AC}(-1,1,-5)$ $\frac{-3}{-1} = \frac{3}{1} \neq \frac{2}{-5} \Rightarrow$ غير مرتبطان خطياً

والنقاط A ، B ، C ليست على استقامة واحدة

وهي تحدد مستوي (ABC) الجواب C

(4) $\vec{AB}(-1,-2,0)$ $\vec{AC}(3,0,4)$ $\vec{AD}(4,2,4)$

(1) $4=-\alpha+3\beta$ (2) $2=-2\alpha \Rightarrow \alpha=-1$ (3) $4=4\beta \Rightarrow \beta=1$

$\vec{AD} = -\vec{AB}+\vec{AC}$ الجواب A

(5) $AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+\dots} = 3\sqrt{5}$ الجواب B

(6) $\vec{MA}-3\vec{AM}-3\vec{MB}=\vec{0} \Rightarrow 4\vec{MA}-3\vec{MB}=\vec{0}$ الجواب C

(7) $\alpha\vec{GA}+\beta\vec{GB}+\gamma\vec{GC}=\vec{0} \Rightarrow \vec{GA}-\vec{GB}+2\vec{GC}=\vec{0} \Rightarrow$

$\vec{GA}-\vec{GA}-\vec{AB}+2\vec{GC}=\vec{0} \Rightarrow -\vec{AB}-2\vec{CG}=\vec{0}$

$\Rightarrow \vec{AB}=-2\vec{CG}$ الجواب A

شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

@passion_study_bot

قناة الرياضيات

https://t.me/passion_maths12