

اختبار المتتاليات الشامل

السؤال الأول:

$$U_{n+1} = \sqrt{2 + U_n} \text{ و } U_0 = 4 \text{ و } (U_n)_{n \geq 0} \text{ متتالية معرفة وفق}$$

1- أثبت أن التابع $f(x) = \sqrt{2 + x}$ متزايد تماماً

2- أثبت أن $0 \leq U_n \leq 3$

3- أثبت أن المتتالية (U_n) متناقصة تماماً

السؤال الثاني:

أثبت بالتدرج كل من الخواص التالية وأوجد بدءاً من أي حد؟

$$2^n \geq n^2, \quad 4^n + 11 \text{ من مضاعفات } 3$$

$$3^{3n} - 20 \text{ من مضاعفات } 7$$

السؤال الثالث:

$$U_{n+1} = 3U_n \text{ المتتالية}$$

إذا علمت أن المتتالية ثابتة

أوجد U_n وأوجد q إذا فرضنا أن المتتالية هندسية وأوجد r إذا فرضناها حسابية.

السؤال الرابع:

$$U_0 = 4, U_{n+1} = U_n - 3 \text{ لدينا}$$

ليكن $(V_n)_{n \geq 0}$ المتتالية $V_n = U_n - 3$ أثبت أن المتتالية V_n هندسية وجد أساسها.

$$S = V_7 + V_8 + \dots + V_{11} \text{ أوجد المجموع:}$$

عبر عن V_n بدلالة n ثم اكتب U_n بدلالة n

لتكن $W_n = \ln V_n$ أثبت أن W_n حسابية وأوجد أساسها واستنتج المجموع

$$S = W_3 + W_4 + \dots + W_{10}$$