الفصل الثالث الأساس والقوة واللوغريثم

الدرس الأول

الأساس والقوة

نعلم ان حاصل الضرب $2 \times 2 \times 2$ هو 8 ، يمكن كتابته كالتالي:

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

لقد حصلنا على العدد 8 بضرب العدد 2 في نفسه 3 مرات، نكتب ذلك $2^3 = 8$ ونسمي العدد 2 الأساس والعدد 3 الأس أو القوة ، ونقرأ 2 أس 3 .

المقدار 5^4 يقرأ 5 أس 4 أو العدد 5 مرفوع للقوة 4 .

لاحظ:

إذا كانت القوة 2 قلنا العدد أس 2 أو العدد تربيع وإذا كانت القوة 3 قلنا العدد أس 3 أو العدد تكعيب.

بصورة عامة : نسمي x^n القوة رقم n للعدد x ، نسمي x الأساس ونسمي العدد n الأس.

لاحظ:

$$3^4 = 1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

بصورة عامة:

لأي عدد حقيقي a فإن a^n تعني أن العدد a مضروبا في نفسه n مرة

ضرب المقادير ذات الأساس الموحد

عندما نضرب أعداداً ذات أساس موحد نجمع القوى

$$x^n \; x^m = x^{n+m}$$

مثال1:

$$3^5 \times 3^2 = 3^{5+2} = 3^7$$

مثال 2:

$$(2x)(x^5)(3x^2)$$
$$2 \times 3 \times x^{5+2+1}$$
$$= 6x^8$$

الشرح : $6 = 3 \times 2$

$a = 2 + 1 = 3$

$b = 4 + 3 = 7$

الحل $= 6a^3 b^7$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

ناتج الضرب : $(2\,a\,b^3)(3\,a^2\,b^3)$ هو :

a) $(5a^3b^7)$ b) $(6a^3b^7)$ c) $(6a^3b)$ d) $(6ab^4)$

قسمة المقادير ذات الأساس الموحد

عندما نقسم أعداداً ذات أساس موحد نطرح القوى

$$x^{n-m} = \frac{x^n}{x^m}$$

$$\frac{2^6}{2^4} = 2^{6-4} = 2^2 = 4 \longleftarrow \text{التوضيح هنا قسمه نطرح الاسس } (2^2 = 2 \times 2 = 4)$$

$$\frac{a^3}{a}\,\frac{b^2}{b} = a^{3-1}\,b^{2-1} = a^2\,b \longleftarrow \textit{توضيح (الاس ان لم يذكر يعنى واحد)}$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

المقدار $\dfrac{x^3\,x^2}{x^4}$ يساوي

(الشرح / البسط عملية ضرب فنجمع الاسس x^{3+2} = ثم نقسم البسط على المقام فنطرح الاسس x^{5-4} = x^1)

(1)a	(x)b	(x^3)c	(x^9)d

$4 = 2^2 = 2^{5-2} = \frac{2^5}{2^2}$ (لان 2×2 = 4)

$(a-b)^3 = (a-b)^{7-4} = \frac{(a-b)^7}{(a-b)^4}$

رفع قوة العدد إلى قوة أخرى

عندما نرفع قوة العدد إلى قوة أخرى نضرب القوتين

$(x^n)^m x^{nm} =$

$3^{10} = (3^2)^5 3^{2\times5}$

$x^{12} = x^{3\times4} = (x^3)^4$

$x^{-12} = x^{-3\times4} = (x^4)^{-3}$

$64 = 3^6 = (2^2)^3 2^{2\times3}$

حاصل ضرب المقادير ذات القوة المشتركة

حاصل ضرب مقدارين ذات قوة واحدة (مشتركة) يعني أن المقدار الأول مرفوعا لهذه القوة مضربا في المقدار الثاني مرفوعا لهذه القوة.

$(xy)^n = x^n y^n$

مثلاً:

$(3 \times 5)^2 = 3^2 \times 5^2$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

المقدار $(xy2)^4$ يساوي $2^4 \times y^4 \times x^4$ (16= 2×2× 2×2)

$(2x^4y^4)$a $(16x^4y)$b $(16xy^4)$c $(16x^4y^4)$ D

اختر الإجابة الصحيحة

المقدار $(x^4y)^3$ يساوي $y^3 \times x^{4\times3}$

$(x^{12}y^3)$a (x^4y)b (x^4y^4)c (x^4y^3)d

المقدار ذو قوة سالب

$n^{-1} = \frac{1}{n^1}$

$\frac{1}{n^{-1}} = n^{-1}$

$\left(\frac{x}{y}\right)^{-n} \left(\frac{y}{x}\right)^{n}$

$$\twoheadrightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{1}\right)^{2} = 7^2 = 7 \times 7 = 49$$

$$\twoheadrightarrow \left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{-3}{2}\right)^{3} = \frac{-3}{2} \times \frac{-3}{2} \times \frac{-3}{2} = \frac{-27}{8}$$

$$\twoheadrightarrow (0.1)^{-4} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-4} = \left(\frac{10}{1}\right)^{4} = 10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$$

مثلا/

$\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$ التوضيح اساس العدد البسط 3والمقام 1 (الكسر السالب $\frac{3^{-2}}{1}$ معكوسة الموجب $\frac{1}{3^2}$) 3×3=9

$9 = 3^2 = \frac{1}{3^{-2}}$ هنا العددالسالب بالمقام-2 والبسط 1 (نعكس)

$10^{-1} = \frac{1}{10}$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة :لمقدار 5^{-2} يساوي ($\frac{1}{25} = \frac{1}{5^2} = 5^{-2}$

(1)a	(10)b	$\frac{1}{25}$ c	(25)d

مثال: اختر الإجابة الصحيحةالمقدار $\left(\frac{x}{y}\right)^{-3}$ يساوي (التوضيح بما انها اس سالب نعكس الكسر والاس بالموجب)

a- $\frac{y^3}{x^3}$	b- $-\frac{x}{y^3}$	c- $-\frac{yx^3}{y}$	d- $-\frac{x^3}{y^3}$

المقدار مرفوعا للقوة صفر

العدد مرفوع للصفر يساوي 1. $x^0 = 1$ $(3)^{-0} = 1$

مثلاً: $(3x)^0 = 1$ $2^0 = 1$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة المقدار $\left(\frac{-4}{2}\right)^{.0}$ يساوي

(2)a	(−2)b	(1)c	(−4)d(

الأمثلة		التوضيح
$1^0 = 1$	$1 = (-2)^{-0}$	أي عدد الأس صفر = 1
$\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$	$(x^{-3}\ y)^4 = x^{-3\times4}\ y^4 = x^{-12}\ y^4$ $\frac{y^4}{x^{12}}$	للمعلومية قاعدة الاشارات بالضرب (+) × (+) = + (-) × (-) = + (+) × (-) = - (-) × (+) = -
$\frac{(x^2\ y^{-3}\ )^4}{(x^2\ )^4(y^{-3}\ )^4}$		اذا اتفق العددان في الاشاره فاننا نضرب العددين ونضع الاشاره الموجبه

$x^8 \quad y^{12}$		.
$\frac{5^2}{2^4} = \frac{2^{-4}}{5^{-2}}$ $\frac{25}{8} =$	$=(-3)^{-0}$ $\frac{1}{(-3)\,(-3)\,(-3)^{-0}}$ $\frac{1}{-27} =$	اذا كان العددين مختلفين في الاشارة فاننا نضرب العددين ونضع الاشاره السالبه. **بالقسمة** (+) ÷ (+) = + (-) ÷ (-) = + (+) ÷ (-) = - (-) ÷ (+) = - اذا اتفق العددان في الاشاره فاننا نقسم العددين ونضع الاشاره الموجبه. اذا كان العددين مختلفين في الاشارة فاننا نقسم العددين ونضع الاشاره السالبه.
$=\left(\frac{9x^5 \quad y^4}{3x^4 \quad y}\right)^2 =$ $(3x^2 \quad y^3 \quad)^2$ $3^2 \quad x^4 \quad y^6$ $9 \quad x^4 \quad y^6$	$=\left(\frac{-x}{y}\right)^4$ $\frac{(-x)^4}{y^4}$ $\frac{x^4}{y^4} =$	

الدرس الثاني

اللوغريثم

عرفنا أن

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

لنحل المسألة التالية:2

أوجد قيمة المتغير x حيث $2^3 = 8$

نريد أن نعرف عدد مرات ضرب العدد 2 في نفسه للحصول على 8، بالطبع 3 مرات.

في هذه الحالة نقول أن لوغريثم العدد 8 للأساس 2 هو 3 .

ونكتب ذلك:

$$\log_2 8 = 3$$

حيث أن لوغريثم العدد لأي أساس هو عدد مرات ضرب هذا الأساس في نفسه للحصول على هذا العدد.

مثلاً:لوغريثم العدد 27 للأساس 3 هو عدد مرات ضرب العدد 3 في نفسه للحصول على 27 ، ثلاث مرات(أي ان لوغريثم العدد 27 للأساس 3 هو 3) ، نكتب ذلك كما يلي: $\log_3 27 = 3$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

$\log_4 16$ يساوي يعني (4×4) يساوي 16 يعني ال4 تكرر مرتين او الحل عن طريق الالة

2 (a)	3(b)	1(c)	4(d)

اختر الإجابة الصحيحة $\log_2 32$ يساوي

2(a)	4(b)	1(c)	5(d)

لاحظ: عندما يتساوى العدد والأساس يكون ناتج اللوغريثم1

مثلاً: لنحسب $\log_5 5$ ، عدد مرات ضرب الأساس5 في نفسه للحصول على 5 هي مرة واحدة، بالتالي:

$$\log_5 5 = 1$$

بصورة عامة: (a عدد حقيقي موجب)

$$\log_a a = 1$$

لاحظ : 2^3 نعني أن العدد 2 مضروب في نفسه ثلاث مرات.

بالتالي فإن : $\log_4 2^3 = 3$

بصورة عامة : : $\log_a a^n = n$

نعلم أن $3^0 = 1$

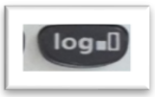
$\log_0 = 0$ بصورة عامة ($a \neq 1$)

$\log_0 1 = 0$

$\log_a 1 = 0$

$\log_7 49$

طريقة الحل بالالة :



نضغط الزر ثم نكتب الأساس وهو الرقم 7 ثم ننتقل للرقم الآخر بواسطة السهم الأيمن ثم نكتب الرقم 49 ثم علامة يساوي نجد أن الناتج 2 إذن الحل

$\log_7 49 = 2$

شرح اللوغاريتمات

- ✓ يمكن أن تكون قيمة اللوغاريتم عدد سالب أو موجب أو صفر **لكن أساس اللوغاريتم والعدد داخل اللوغاريتم موجب دائما .**
- ✓ اللوغاريتم للأساس 1 غير معرف دائما [لانكتب لوغاريتم أساسه 1]
- ✓ إذا كان اللوغاريتم مكتوب بدون أساس ذلك يعني أن أساسه 10 ولكن الأساس 10 لا يكتب فقط يحسب

.

ما هو أساس اللوغاريتم وما هو العدد داخل اللوغاريتم و ما هو قيمة اللوغاريتم ؟

- أساس اللوغاريتم هو العدد الصغير المكتوب تحت الكلمة $\log_x$
- العدد داخل اللوغاريتم هو العدد بجانب الكلمة log x
- قيمة اللوغاريتم هو ناتج هذه العملية وهذا رمزها بالاله

اللوغريثم العشري

اللوغريثم الذي أساسه 10 يسمى اللوغاريثم العشري وعادة نعبر عنه بدون كتابة الأساس, فمثلاً:

$\log x$

تعني لوغريثم العدد x للأساس10(أي عدد مرات ضرب الأساس 10 في نفسه للحصول على x)

مثلا: لنوجد $\log 100$

نريد عدد مرات ضرب العدد 10 في نفسه للحصول على 100(هي مرتان) بالتالي:

$\log 100 = \log 10^2 = 2$

لنوجد $\log 0.1$

لاحظ: $0.1 = \frac{1}{10} = 10^{-1}$

بالتالي:

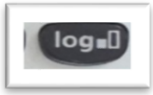
$\log 0.1 = \log 10^{-1} = -1$

ملاحظة /

كان اللوغاريتم مكتوب بدون أساس ذلك يعني أن أساسه 10 ولكن الأساس 10 لا يكتب فقط يحسب

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

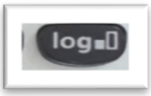
$\log 10000$ يساوي $10\times10\times10\times10$



أو باستخدام الالة / نضغط الزر نكتب الأساس وهو الرقم 10 ثم ننتقل للرقم الآخر بواسطة السهم الأيمن ثم نكتب الرقم 1000 ثم علامة يساوي نجد أن الناتج 2 إذن الحل $\log 10000 = 4$

4(d)	1(c)	3(b)	2(a)

مثال: اختر الإجابة الصحيحة

$\log 0.001$ يساوي $\frac{1}{1000}$ (الحل بالالة / نضغط الزر  نكتب الأساس وهو الرقم 10 ثم ننتقل للرقم الآخر بواسطة السهم الأيمن ثم نكتب الرقم 0,001 ثم علامة يساوي نجد أن الناتج 3- إذن الحل $\log 0{,}001 = -3$

-4(d)	3(c)	-3(b)	-2(a)

مثال للتوضيح وحلها بالالة :